
EL TEOREMA DE LA IMPOSIBILIDAD DE ARROW Y LA ELECCIÓN INTERDEPENDIENTE

Freddy Cante



Estudiante del Doctorado de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional. Este trabajo recibió mención especial como finalista en el concurso de ponencias que realizó la Maestría de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional con motivo de sus 20 años. El autor agradece los comentarios del profesor Alvaro Moreno.

Resumen

Cante, Freddy, "El teorema de la imposibilidad de Arrow y la elección interdependiente", *Cuadernos de Economía*, v. XIX, n. 33, Bogotá, 2000, páginas 71-82

Si el problema de la elección social es planteado como un proceso de decisión interdependiente, admitiendo además la comparación interpersonal de las expectativas y estados del mundo de los ciudadanos, y asumiendo que la interacción social implica conflictos negociables y no negociables, es posible prever situaciones de consenso y convivencia social que serían inadmisibles en la rigidez axiomática y lógica del teorema de la imposibilidad de Arrow.

Abstract

Cante, Freddy, "The theorem of the impossibility of Arrow and the interdependent election", *Cuadernos de Economía*, v. XIX, n. 33, Bogotá, 2000, pages 71-82

If the problem of the social choice is characterized as a process of interdependent decision, also admitting the interpersonal comparison of the expectations and states of the world of citizens and assuming that the social interaction implies negotiable and not negotiable conflicts, it is possible to foresee consent situations and social coexistence that would be inadmissible in the axiomatic rigidity and logic of the theorem of the impossibility of Arrow.

1. SÍNTESIS DE LA TEORÍA DE LA ELECCIÓN SOCIAL

1.1 Arrow [1963, 1972] reconoce que el mercado, formalmente interpretado a través del modelo de equilibrio general, es un mecanismo de coordinación de las ofertas y las demandas de los individuos que actúan de manera descentralizada y se comunican a través de las señales de precios. También admite que el mercado falla. Las falencias del mercado son sintetizadas por Arrow en tres tipos, a saber: externalidades y bienes públicos, distribución del ingreso e incertidumbre.

1.2 La teoría de la elección social es pertinente, justamente, para encontrar una respuesta a los problemas no resueltos a través del mercado. A través de un proceso político democrático es posible hallar un consenso, mediante una mixtura de las preferencias y expectativas individuales que puedan ser agregadas en forma de una función de bienestar social. El significado del bienestar social, por analogía al bien común, es el de una comunidad o convergencia de intereses acerca de las soluciones a los mencionados temas de externalidades y bienes públicos, distribución del ingreso e incertidumbre.

1.3 Los objetos de la elección social no son canastas de bienes sino “estados del mundo”. Un estado del mundo o estado social es, de acuerdo con Savage [1954], Arrow [1963] y Krepps [1995] una expectativa de carácter subjetivo, endógeno y cualitativo. La subjetividad y la endogeneidad implican que esta expectativa no tiene que ser o no puede ser probabilizable, en el sentido de que no se rige por parámetros exógenos y objetivos. El carácter cualitativo expresa la

presencia de información difícil de encasillar en unos rangos o conjuntos medibles y, más allá, el carácter introspectivo y peculiar de unos datos que competen directamente al sujeto particular en una situación específica de tiempo y lugar.

1.4 A diferencia de una canasta de bienes, un estado del mundo recoge las expectativas políticas que, como ciudadano más que como simple consumidor, tiene un individuo respecto al tipo de sociedad en la que él espera vivir. En consecuencia, en un estado del mundo se expresan las expectativas que una persona tiene desde aspectos más económicos como la asignación de recursos y la distribución del ingreso, pasando por aspectos políticos como el régimen político y el nivel de libertades esperado, hasta llegar a asuntos como los valores de carácter religioso y los ritos culturales.

2. SÍNTESIS DEL TEOREMA DE LA IMPOSIBILIDAD DE ARROW

2.1 A diferencia de los cálculos contables del valor agregado producido por un país, la estimación de una función de bienestar social no se puede calcular sobre la base de –con un rasero común– medir, comparar y adicionar las utilidades de las diferentes personas. La “nueva economía del bienestar” de Bergson y Samuelson, de la cual Arrow es heredero, recoge la idea de que los individuos maximizan funciones de utilidad pero se distancia de Bentham en el sentido de que, al entender la utilidad como algo muy complejo y a la vez esotérico, no se pueden comparar ni menos sumar las utilidades de las diferentes personas.

2.2 En la moderna teoría económica, la renuncia a las comparaciones interpersonales de utilidad y/o bienestar implica, por un lado, establecer jerarquías ordinales de las preferencias sobre objetos de elección como estados del mundo y, por otro lado, acogerse a un criterio muy general y estándar de comparabilidad como lo es el óptimo de Pareto. Puesto que el óptimo de Pareto indica aquella situación donde no es posible mejorar la situación de un agente sin perjudicar a otro(s), implícitamente admite un mínimo de comparaciones interpersonales que, no obstante, se desperdicia porque en los más disímiles panoramas distributivos existe óptimo de Pareto.

2.3 El primer requisito de la función de bienestar social arrowiana es que constituye un proceso político regido por la misma racionalidad con que los individuos se comportan en el mercado. Esto significa que acoge la hipótesis de racionalidad estándar, expresada con la prosaica frase de Friedman “no hay almuerzo gratis”, verificada en la regularidad empírica de que (cualquiera que sean los motivos por los que la gente elige), en casi todos los casos, un precio (relativo) mayor conduce a la disminución de la cantidad demandada [Coase 1995]. Y el precio no se refiere sólo a un monto en dinero, sino a un importe en su sentido más amplio que incluye el esfuerzo, el riesgo y la incertidumbre que se pagan por suplir una necesidad o deseo [Coase 1995].

2.4 En términos formales de la elección social, en concordancia con la renuncia a la cardinalidad, la racionalidad significa que las preferencias individuales y colectivas deben estar jerarquizadas ordinalmente exigiendo completitud y transitividad. La completitud expresa que todas las alternativas o estados del mundo x, y, z , etc., disponibles deben ser considerados. La transitividad significa que si $x P y$ (x es estrictamente preferido a y), & $y P z$, entonces $x P z$, lo que equivale a decir que la ordenación es lineal y no puede dar lugar a ciclos o contradicciones. Esto se debe cumplir para la elección individual formalizada con subíndice como P_i y para la elección colectiva o social formalizada como P .

2.5 El segundo requerimiento de la función de bienestar social arrowiana es que el proceso político constituye una regla electoral que, además del requerimiento de la racionalidad, debe estar regido por cuatro condiciones electorales sintetizadas como sigue. La condición U o dominio irrestricto, tal que se deben tomar en cuenta todas las combinaciones posibles de las preferencias individuales. El principio débil de Pareto P, tal que si para todo individuo hay un par de alternativas tal que $x P_i y$ entonces socialmente $x P y$. La independencia de alternativas irrelevantes I recoge la idea de que todo lo que debería importar en el proceso de elección social son las ordenaciones relativas de pares de alternativas x & y sin posibilidad alguna de hacer comparaciones interpersonales de “intensidad de preferencias” ni asumir que los ordenamientos varían al cambiar los estados o las situaciones sociales. Por último, una condición de no dictadura D tal que la función de bienestar social no debe imponer las preferencias de

un individuo sobre todas las demás ni un ordenamiento social independiente de las preferencias individuales.

2.6 El teorema de la imposibilidad de Arrow es un resultado axiomático que consiste en que ninguna regla de elección social puede satisfacer simultáneamente las condiciones U, P, I & D. Por ejemplo, en uno de las sociedades más simplistas imaginables, con tres sujetos (A , B y C) y con tres alternativas o estados del mundo (x , y , z), asumiendo que las ordenaciones individuales de preferencia son: $x P_A y P_A z$, $z P_B x P_B y$ & $y P_C z P_C x$. El resultado es que, simultáneamente, una mayoría de la sociedad prefiere x a y pero, paradójicamente, una mayoría equivalente prefiere z a x . Una de las conclusiones de Arrow es que si se excluyen las comparaciones interpersonales de utilidad, la función de bienestar social sólo puede ser alcanzada mediante métodos dictatoriales.

3. SÍNTESIS DEL CONCEPTO DE CONFLICTO Y SUS DIVERSOS TIPOS

3.1 El conflicto es uno de los conceptos que menos se presta para encasillar en definiciones fijas, inmutables y unidimensionales. Seguramente por estar emparentado con otros conceptos como contradicción, transformación y lucha es más susceptible a definiciones condicionales sujetas a la contingencia, al devenir y a la multidimensionalidad. Como fenómeno contradictorio de destrucción y de construcción, el conflicto es causa y expresión de las más diversas transformaciones de la historia. Heráclito insistía en que la guerra es el padre de todas las cosas. La naturaleza ambigua del conflicto significa que éste es a la vez pegante y solvente, simultáneamente cohesiona y disuelve las relaciones sociales. Hirschman [1995] cita las terribles frases, contradictorias como expresiones análogas a “apacibles tempestades”, pronunciadas por Hölderlin “But where is danger / salvation also grows” y de Nietzsche “That which does not destroy me makes me stronger”.

3.2 El conflicto se puede considerar como una especie de estado intermedio o ‘zona templada’ entre el ardor de la guerra y la frialdad de la perfecta armonía. Cuando el conflicto degenera en guerra, es porque los actores sociales han llegado a tal grado de independencia, autarquía

y antipatía que unos sujetos podrían vivir sin sus antagonistas, es decir, la guerra se soluciona con el exterminio de alguno de los opositores. Cuando hay perfecta armonía, coordinación y cooperación sin fricciones ni roces, no hay razón alguna siquiera para estudiar asuntos como la economía o la justicia. Pero el conflicto es una mixtura de odio y amor, de empatía y antipatía, de dependencia y de guerra. En una situación de conflicto se utilizan estrategias como 'guerra limitada' o amenazas encaminadas a causar cambios en las elecciones o preferencias del adversario, evitando llegar a la guerra que significaría la exterminación mutua. Dada la mutua dependencia de los actores rivales, sería un absurdo que una parte buscara aniquilar o desaparecer a su oponente [Schelling 1960].

3.3 Pese a la naturaleza ambigua de los conflictos, en aras de distinguir entre aquellos que tienden a disolver la sociedad y aquellos que contribuyen a su integración, Hirschman [1995] ha propuesto clasificar el conflicto en términos de indivisible y divisible. Los conflictos indivisibles implican exclusión (either-or) haciendo alusión a características o valores (values) de las sociedades, colectividades e incluso individuos, a los cuales no se puede renunciar, como, por ejemplo, rivalidades de carácter étnico, lingüístico o religioso. Los conflictos divisibles implican inclusión (both-on), haciendo alusión a preferencias de carácter económico o gustos (tastes) de las sociedades, colectivos e individuos, los cuales se pueden negociar y dividir, en el sentido de que se pueden aceptar o rechazar parcialmente en aras de convivir. Y los conflictos divisibles son los pilares de las modernas democracias pues, justamente, fenómenos como la inequidad, las crisis, las asimetrías de información y la demanda por mayores derechos individuales, constituyen clamores por acciones correctivas en el sentido de incluir o dar participación a quienes estaban excluidos.

3.4 Al menos desde Smith, el conflicto divisible ha sido correctamente interpretado como elemento constructor de colectividad. Más precisamente, la metáfora de la mano invisible, significa que, en un orden extenso –sociedad cuantiosa en población y plural en individualidades– no existe otra manera de sobrevivir, que a partir de los intereses y propósitos divergentes de los diversos individuos reunidos en colectivo. En tal proceso de competencia y rivalidad los individuos están, sin embargo, en tal grado de interdependencia que, cada uno persiguiendo su propia ganancia acaba como sus congéneres,

contribuyendo a una ventaja colectiva o externalidad positiva que no formaba parte de sus intenciones [Hirschman 1995]. De acuerdo con Hayek [1976] el mercado o catalaxia es un mecanismo para la resolución de conflictos, un juego de intercambio encaminado a transformar los enemigos en amigos. Y el éxito del mercado, de acuerdo con Hirschman, ha llegado al punto de conciliar las clases sociales e incluso las regiones con disímiles niveles de desarrollo, que según Marx profetizaba, estaban destinadas a ser enemigos irreconciliables.

4. LA DIMENSIÓN DEL CONFLICTO

4.1 Es posible, me atrevo a conjeturarlo, que la brecha que separa a las sociedades desintegradas y en crisis de las sociedades más integradas y estables, tenga que ver con la dosis mediocre o radical de conflictos indivisibles que han afectado a tales colectividades. En términos de la evolución natural de las especies y cultural de las sociedades, la competencia es un rostro disfrazado de cooperación y ésta, a su vez, es una faz disimulada de la guerra.

4.2 Hay que recordar que Smith mediante la “ley de hierro de los salarios” (la reproducción de la clase obrera depende del nivel de salarios que le otorga más o menos acceso a la canasta de bienes de subsistencia) y más directamente Malthus (la población crece a un ritmo geométrico en tanto que los recursos lo hacen sólo a ritmo aritmético), inspiraron a los biólogos para desarrollar la teoría de la evolución natural. Por un lado Darwin en *the origin of species by means of natural selection*, conjeturó que la naturaleza es una superficie con 10.000 cuñas clavadas firmemente y que cubren todo el espacio disponible; una nueva especie (representada como una cuña) sólo puede conseguir entrar en una comunidad si logra introducirse en un resquicio minúsculo y fuerza la expulsión de la otra cuña. Por otro lado Kropotkin en *Mutual aid: A factor of evolution*, conjeturaba que el éxito en la evolución de las especies depende de la cooperación, la simbiosis y la ayuda mutua.

4.3 En términos generales, la selección natural es un argumento sobre las ventajas para los organismos individuales, por mucho que estos luchan [Gould 1993]. La cooperación al modo de Kropotkin, ocurre

cuando organismos individuales disímiles y diferentes se agrupan y establecen nexos de ayuda mutua para luchar contra la inclemencia del medio ambiente externo —una especie de enemigo común— lo cual el anarquista ruso pudo comprobar en el riguroso clima de la desierta Siberia. La competencia ocurre cuando, sobre la base de una población de diferentes organismos en un medio ambiente favorable pero limitado (sin enemigo externo pueden darse el 'lujo' de competir entre ellos), es tanta la diversidad y la cantidad de población que cualquier solidaridad es suplantada por la pugna encaminada a la selección de los más aptos, como en las atestadas ciudades inglesas o los congestionados trópicos que visitó Darwin.

4.4 De manera análoga a la evolución de los organismos y las especies, los individuos y las colectividades evolucionan y se desarrollan gracias a la cooperación y la competencia. Tratando de relacionar los argumentos sobre clasificación de conflictos por parte de Hirschman y, en el otro contexto un tanto familiar de las hipótesis sobre la evolución los argumentos esgrimidos por Gould, es posible enunciar la siguiente hipótesis: los conflictos indivisibles propician la cohesión interna (ayuda mutua, simbiosis, cooperación voluntaria) de colectividades o sociedades, puesto que constituyen una amenaza virtual o real de una agresión proveniente de un medio externo hostil (por ejemplo otras naciones, otras tribus u otras sociedades con valores antagonistas).

4.5 Las sociedades más fragmentadas, desintegradas y agobiadas por la guerra de pequeños grupos de justicia privada y cobertura local y/o regional, bien podrían caracterizarse como sociedades inmaduras que podrían estar clamando por una radicalización del conflicto (incremento del conflicto indivisible).

Autores como Nozick [1974] y Gambetta [1993, 1996] han mostrado que los grupos de justicia privada se nutren, paradójicamente, de la fragmentación y descomposición de las sociedades, al punto de que los valores que deberían ser más públicamente compartidos, como la justicia, se convierten en un bien posicional. Evocando la historia y tratando de parafrasear a Heráclito, sería posible afirmar que la guerra —entendida como conflicto indivisible— es la madre de muchas naciones, imperios y tribus.

5. ESBOZO DE LA ELECCIÓN SOCIAL COMO UN PROBLEMA DE INTERDEPENDENCIA ESTRATÉGICA

5.1 Como habrá advertido el lector aguzado, el conflicto es un problema de interdependencia estratégica. Mientras en la guerra los adversarios se comportan como sujetos autárquicos e independientes que buscan aniquilar a su enemigo, en el conflicto las personas pueden divergir radicalmente pero aun así tienen lazos de interdependencia y, por lo mismo, sus elecciones dependen y están relacionadas con las de su rival. Esto lleva a replantear la forma como ocurre la elección social tal como la ha concebido Arrow, en particular lo relacionado con el supuesto de ausencia de comparaciones interpersonales. Cuando existe la más mínima forma de interacción social, los individuos se comparan y como rivales sopesan sus expectativas. Cualquier elección de la gente por más nimia que esta pueda ser, implica situaciones de conflicto, esto es, existe la posibilidad de que cualquier expectativa individual encuentre simpatizantes o detractores. La elección social es un problema de conflicto, de interdependencia estratégica. Sólo si se cae en el extremo contra intuitivo de sugerir que la elección social semeja un procedimiento electoral de votantes anónimos e independientes que votan secretamente en urnas impersonales, entonces se puede seguir aceptando el controvertido supuesto de Arrow.

5.2 La democracia –y por analogía, la elección social– consiste en un proceso tal que las elecciones u ordenamientos de preferencias de los electores no se conservan puras sino que justamente por el conflicto son transformadas para que las personas puedan vivir en sociedad. Más que de un proceso de votación se trataría de un procedimiento de amenazas y negociación, que implicaría que las expectativas se ajusten o acondicionen a las de otros individuos. Al decir de Hirschman:

Democracy has generally come into existence not because people wanted this form of government or because they had achieved a wide consensus on 'basic values', but because various groups had been at each other's throat for a long time and finally came to recognize their mutual inability to gain dominance and the need for some accommodation [Hirschman 1995].

5.3 En presencia de conflictos indivisibles, pese a la posibilidad de comparaciones interpersonales, es posible que la divergencia de valores de las personas arroje resultados análogos a los que Arrow encontró en su famoso teorema de la imposibilidad. Si imaginamos una sociedad lo más simplista posible de sólo tres electores *A*, *B* & *C* y tres alternativas

o estados del mundo concebibles, enunciados como $x =$ “*que todos sean protestantes*”, $y =$ “*que todos sean católicos*” & $z =$ “*que todos sean ateos*”, es posible encontrar paradojas electorales como la insinuada en el numeral 2.6. Del mismo modo es posible que rivalidades de carácter étnico y lingüístico, creencias, tabúes y posiciones morales respecto a temas como el sexo, el aborto y la droga constituyan conflictos indivisibles que se traduzcan en imposibilidades de consenso colectivo.

5.4 No obstante, aun suponiendo conflictos indivisibles, si asumimos que existen lazos de interdependencia entre las personas es de esperar que, en aras de convivir, sean capaces de negociar y transformar sus preferencias para vivir en sociedad. Los lazos o vínculos de interdependencia o interacción social abarcan desde las relaciones más colindantes con la sensualidad y el afecto (simpatía), pasando por las ataduras impuestas por las organizaciones y el Estado (compromisos) hasta los nexos impersonales del mercado (intercambio). El común denominador de las mencionadas relaciones es el de constituir procedimientos de elección interdependiente, justamente, porque ningún individuo concebible puede ser tan autosuficiente y autárquico como para poder vivir sin las dependencias que implica la comunicación, el sexo y la división social del trabajo y del conocimiento.

5.5 Cuando introducimos de lleno el problema de la interdependencia, a través de conflictos divisibles, es posible que nuestros tres electores A, B & C de nuestra sociedad simplista e hipotética se puedan sentar a negociar y, literalmente, a comparar y dividir porcentualmente sus temas de divergencia. Se puede persistir en suponer que los tres sujetos A, B & C tienen diferentes valores frente a la religión como el protestantismo, el catolicismo y el ateísmo, que además uno puede ser blanco, el otro negro y el otro indio y que, como si esto fuese poco, uno prefiere el inglés, el otro el español y el otro el chibcha. No obstante, ante problemas de dependencia sexual y/o afectiva, compromisos de carácter cultural o político, además de la interdependencia del mercado, las tres personas tienen que negociar, intercambiar, regatear y alcanzar consensos.

5.6 Se finaliza con una conclusión que puede abrir futuras investigaciones. Se sugiere que abandonando la discusión meramente axiomática de la teoría de la elección social, quizás incursionando en otros planteamientos lógicos del problema y, como se ha insinuado

aquí, explorando procesos de elección sobre diversos temas (desde valores hasta gustos) en diversos escenarios de interdependencia, es posible llegar a consensos y soluciones que contradicen la generalidad y el exagerado pesimismo del teorema de la imposibilidad de Arrow.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arrow, K. 1951 *Social Choice and Individual Values*, New York, John Wiley & Son, 1963.

Arrow, K. 1972. "Discurso de premio Nóbel", *Los premios nóbel de economía*, Fondo de Cultura Económica, México, 1974.

Coase, R. 1995. *La empresa, el mercado y la ley*, Madrid, Alianza editorial

Cuevas, H. 1998. *Proceso político y bienestar social*, Editorial Universidad Externado de Colombia, Bogotá.

Gambetta, D. 1993. *The Sicilian Mafia: The Business of Private Protection*, University Press, Cambridge.

Gambetta, D. 1996. "Conspiracy among the many: the mafia in legitimate industries", *The economics of organized crime*, Gianluca Fiorentini and Sam Peltzman, Cambridge.

Gould, S. J. 1993. "'Brontosaurus' y la nalga del ministro", *Kropotkin no era ningún chiflado*, Critica Drakontos, Barcelona.

Kreps, D. 1994. *Curso de teoría microeconómica*, McGraw-Hill, México.

Hayek, F. 1976. *Derecho, legislación y libertad*, Unión editorial, Madrid.

Hirschman, A.O. 1995. *A propensity to self-subversion*, Harvard University Press, Cambridge.

Nózick, R. 1974. *Anarchy, State and Utopia*, New York, Basic Books

Savage, L. 1954. *The Foundations of Statistics*, New York, John Wiley and Sons.

Sen, A. 1986. "Los tontos racionales", Hahn & Hollis (comp.) *Filosofía y teoría económica*, Fondo de Cultura Económica, México.

Schelling, T. 1960. *The Strategy of Conflict*, Cambridge, Harvard University Press.