

## Aproximación al cálculo del crecimiento real de Colombia: aportes metodológicos para la inclusión en las cuentas nacionales de los impactos del agotamiento del carbón y del gas natural

Recibido: Febrero, 2010 – Aceptado: Febrero, 2011

Michée Arnold Lachaud

Commission Nationale de Lutte contre la Drogue (CONALD).

Observatoire Haitien des Drogues.

Jorge Higinio Maldonado\*

Facultad de Economía - CEDE.

Universidad de Los Andes.

---

### Resumen

El sistema de contabilidad integrada considera el problema del agotamiento de los recursos naturales. En este trabajo se analiza la diferencia entre este sistema y el de cuentas nacionales utilizando datos del sector minero en Colombia para gas natural y carbón. Los resultados muestran que al incorporar los impactos del agotamiento del gas natural y del carbón el PIB tradicional estaría sobreestimado; mientras éste crece a una tasa de 2.2% en el período 1995-2005, el PIB ajustado lo hace a una tasa de 1.3%, lo que refleja los costos sobre el crecimiento real del país. Estos resultados proponen un debate a la luz de la propuesta de la minería como motor de desarrollo del país.

*Clasificación JEL:* E01, C61, C63, Q32, Q56, 044.

*Palabras clave:* Cuentas ambientales, Crecimiento económico, PIB ajustado, PIB verde.

---

### Abstract

The integrated accounting system considers the natural resource depletion issues. We analyze the difference between this system and the traditional national accounting system, using data from the mining sector in Colombia (natural gas and coal). Results show that by including the impact of these two resources exhaustion, the traditional GDP would be overestimated; while it grew at an annual rate of 2.2% for the period 1995-2005, adjusted GDP would show a grow rate of 1.3%, reflecting costs on real country growth. These results open a debate given the current proposal of basing part of economic growth in Colombia on mining.

*JEL Classification:* E01, C61, C63, Q32, Q56, 044.

*Keywords:* environmental accounting, economic growth, adjusted GDP, green GDP.

---

\*Autor para correspondencia. Calle 19A No. 1 - 37 E. Edificio W. Oficina 814. Facultad de Economía. Universidad de los Andes. Tel: (57 1) 3394949 Ext. 3472 - 2467. Fax: (57 1) 3324492. Correo electrónico: jmaldona@uniandes.edu.co

## 1 Introducción

El indicador de crecimiento económico, el Producto Interno Bruto (PIB), del Sistema de Contabilidad Nacional (SCN), a pesar de ser la herramienta más utilizada para juzgar la riqueza y el desempeño económico de los países, recibe varias críticas. Una de las discusiones arguye que en el cálculo del PIB sólo se considera el uso de los recursos naturales y de los ecosistemas como insumos, pero no se tiene en cuenta el problema del agotamiento de los recursos y su capacidad de renovación.

Para enfrentar este problema, la División de Estadística de las Naciones Unidas (UNSD por sus siglas en inglés) creó un Sistema de Contabilidad Ambiental y Económica Integrada (SCAEI) para completar el Sistema de Contabilidad Nacional (SCN).<sup>1</sup> El objetivo de este sistema es llegar a un indicador que refleje mejor el crecimiento económico real de un país, en lugar del PIB, creando un nuevo sistema de cuentas que valore la naturaleza, es decir, el capital natural.

En Colombia, el gobierno del período 1998-2002 adoptó la política ambiental contenida en el documento del Departamento Nacional de Planeación (DNP), DEPAC No. 2544 de agosto de 1991, en el cual se propuso una metodología para cuantificar el patrimonio ambiental nacional (Departamento Nacional de Planeación, DNP, 1991). Para tal fin se estableció un convenio de creación del Comité Interinstitucional de Cuentas Ambientales (CICA), quienes realizan una primera aproximación al tema, haciendo una valoración de cuentas ambientales para el período 1994-1999. Posteriormente, el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) retoma la tarea de avanzar en la consolidación de un sistema de cuentas nacionales y, recientemente, publica las cuentas de gasto en protección ambiental para 2007 y 2008 (Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, 2010a,b), así como las cuentas de stock de los recursos naturales, donde se incluye la evolución de la disponibilidad de reservas de petróleo, carbón, gas natural, hierro, cobre y níquel (Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, 2010c). Aunque se observan importantes avances en la construcción del sistema, a la fecha el sistema oficial de cuentas ambientales no ha sido implementado completamente.

Muchos países en desarrollo han utilizado sus recursos naturales para el desarrollo de la economía y para financiar los gastos públicos. Según la Unidad de Planeación Minero Energética (Unidad de Planeación Minero Energética, UPME, 2005), la industria minera es uno de los sectores más dinámicos en la economía colombiana y representa la segunda actividad con mayor crecimiento, con un 7.12% en 2005 del PIB, sus exportaciones crecieron a un ritmo de 23.01% y representaron 19.84% de las exportaciones totales del país.

---

<sup>1</sup>En 2003, las Naciones Unidas, la Comisión Estadística de Londres, el Fondo Monetario Internacional (FMI), la Organización de Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) y el Banco Mundial, publicaron, por recomendación de la Comisión Estadística de Londres (1997), la versión final del "Manual sobre Contabilidad Ambiental y Económica Integrada 2003" (SEEA, 2003) a fin de desarrollar con más detalle los conceptos y métodos propuestos en el sistema original del Sistema de Contabilidad Ambiental y Económica Integrada (SCAEI).

La explotación del carbón es la actividad con mayor peso en el PIB minero de Colombia (sin hidrocarburos), y representó 46.70% en 2004, con un crecimiento promedio anual de 5.84%.

Colombia también tiene ventajas en el recurso gas natural con respecto a otros países de Suramérica. Según información del Ministerio de Minas y Energía (Ministerio de Minas y Energía, 2004) para el año 2003, el PIB del sector gas ascendió a 0.95 billones de pesos, con un crecimiento del 2.5% con relación al año anterior. Los aportes del sector han contribuido durante los años 2002 y 2003 con alrededor del 15.5% del PIB del sector de minas y energía.

El gobierno colombiano del período (2010-2014) considera de vital importancia el desarrollo de los sectores carbonífero y petrolero, hasta el punto de incluir a la minería como una de las locomotoras que jalonarán el crecimiento económico del país en la presente década, y se espera que su contribución a la economía sea aún más importante durante este cuatrienio.

Considerando la lógica del desarrollo sostenible, y siguiendo la definición de la Comisión Mundial para el Ambiente y el Desarrollo (World Commission, 1987), Comisión Brundtland, "es un desarrollo que permite a todas las poblaciones que existen en la Tierra actualmente satisfacer sus necesidades sin comprometer las posibilidades de las generaciones futuras". Con el concepto de desarrollo sostenible se puede ver la importancia de mantener un equilibrio entre el desarrollo económico y el medio ambiente que permita tener en cuenta los problemas de la degradación, la contaminación del medio ambiente, la destrucción de los bosques y la sobreexplotación o explotación inadecuada del recurso pesquero, los cuales conducen al deterioro de la calidad de vida de los hogares y del bienestar de la sociedad. Aunque el DANE ha estimado una serie de indicadores ambientales monetarios para el gasto ambiental e indicadores físicos para los recursos naturales, no se ha trabajado aún en el tema de valorar la depreciación del capital natural. Por lo tanto, se ve la necesidad de valorar la depreciación de dicho capital e incluirla en las cuentas nacionales (PIB) para tener un indicador que refleje mejor el crecimiento de Colombia en términos de desarrollo sostenible, y ver el efecto sobre el crecimiento económico (PIB) cuando se considera el efecto del uso del gas y del carbón.

El objetivo de este estudio es medir las consecuencias de incorporar los impactos ambientales del uso (agotamiento) del carbón y el gas natural sobre el crecimiento económico (PIB) de Colombia. Para lograr tal objetivo se plantean como objetivos específicos: i) proponer una estrategia metodológica para analizar desde un punto de vista monetario los recursos carbón y gas natural de Colombia asignándole un valor económico al agotamiento, y ii) proponer la valoración de estos recursos naturales en el mismo nivel que los otros bienes físicos de la contabilidad tradicional nacional, para que su agotamiento sea considerado como consumo de capital fijo; es decir, aportar a la consolidación y entendimiento del sistema de cuentas ambientales.

El resto de este documento es organizado de la siguiente manera: a continuación se presentan algunos antecedentes al tema de la implementación de las cuentas ambientales y los avances más notorios en el caso colombiano; en la sección 3 se presenta la metodología propuesta para resolver el objetivo pro-

puesto y en la sección 4 se muestra la aplicación específica de los modelos para los casos de gas natural y carbón. La sección 5 muestra los datos disponibles, que se usan en la sección 6 para estimar las funciones de demanda y de costos necesarias para la simulación numérica. En la sección 7 se presentan los resultados de dicha simulación y el cálculo de las cuentas físicas y monetarias obtenido a partir de la misma. Finalmente, en la sección 8 se presentan las principales conclusiones y la discusión sobre las implicaciones de estos resultados.

## **2 Antecedentes**

El tema de las cuentas ambientales es un tema relativamente nuevo; nació en la década de los noventa cuando Naciones Unidas y otras instituciones querían corregir el Sistema de Cuentas Nacionales (United Nations, 1993b), integrando las variables ambientales en la contabilidad nacional de la economía en el mismo nivel que los otros bienes físicos, para que su agotamiento fuera considerado como consumo de capital fijo.

Se puede definir la contabilidad ambiental, como dice la Comisión del Medio Ambiente, de la Agricultura y de las Cuestiones Territoriales de Europa (2004), como un sistema que permite listar, organizar, manejar y dar datos e informaciones sobre el medio ambiente, por medio de indicadores físicos o monetarios. Ella constituye un instrumento para el proceso del concepto de desarrollo sostenible y se considera como una medida de preservación del medio ambiente.

Para hacer efectivo el concepto, ha sido necesario complementar el Sistema de Cuentas Nacionales incluyendo el capital natural, es decir, las cuentas patrimoniales naturales, identificar los gastos en protección ambiental, medir el agotamiento de los recursos naturales y medir la degradación del medio ambiente. En razón a esto, las Naciones Unidas creó un Sistema de Cuentas Ambientales y Económica Integradas (SCAEI) que parte del sistema de cuentas nacionales tradicionales para encontrar la estructuración y articulación de un Sistema de Cuentas Satélites Ambientales (SCSA). Como dicen Binder y Hernandez (2001), el SCAEI "es un método que introduce dimensiones adicionales a la estructura analítica del sistema a través de un sistema de cuentas ambientales satélites, ampliando la capacidad analítica del sistema contable existente".

Sin embargo, el problema de la valoración económica de los activos ambientales no es un problema fácil de resolver porque no existe un mecanismo objetivo, es decir un mercado para asignar precios a los bienes y servicios ambientales. Al respecto, Constanza et al. (1997) muestran que la valoración económica es una herramienta fundamental para la toma de decisión y las valoraciones son sencillamente los pesos relativos que se da a los diversos aspectos del problema de decisión.

Lange (2003) propone dos métodos para valorar los recursos: el Valor Presente Neto (VPN) y el Precio Neto. El VPN, es decir, la suma descontada del flujo de sus ingresos futuros menos los costos totales de extracción es

el método teóricamente correcto para la valoración del recurso, y ha sido recomendado por el SCAEI. El flujo de ingreso es calculado como el precio neto, que es el precio de un recurso, menos los costos marginales de extracción. En la práctica, el precio neto está a menudo calculado como el precio menos los costos medios de extracción, porque la información sobre los costos marginales no está disponible. A diferencia del precio neto, que es una medida estática, el método de valor presente de varios períodos requiere supuestos con respecto a sus precios y costos futuros de extracción y su tasa de descuento.

En varios trabajos que se hicieron hace algún tiempo para valorar el medio ambiente (Repetto et al., 1989; Bartelmus et al., 1992; Van Tongeren et al., 1993; United Nations, 1993a), el método del precio neto era utilizado para valorar los recursos en lugar del valor presente neto (VPN). Basado en una interpretación de la Regla de Hotelling, el método de precio neto es equivalente al método de VPN bajo el supuesto que el precio neto aumenta en la misma proporción que la tasa de descuento (Dasgupta, 1982). Aunque este supuesto es poco realista, el método fue usado ampliamente porque parecía evitar la necesidad de proyectar el precio neto futuro o las sendas de extracción. El SCAEI revisado recomienda el método VPN en lugar del precio neto y ha llegado a ser usado más ampliamente que el método del precio neto en los trabajos más recientes.

El objetivo del Sistema de Contabilidad Ambiental y Económica Integrada es llegar a otros indicadores que sean capaces de representar la economía y el bienestar de la sociedad en su integralidad, teniendo en cuenta la relación entre la economía y el medio ambiente. Según Alfsen y Saebo (1993), "un indicador ambiental es un valor o número que indica el estado y desarrollo del medio ambiente y las condiciones que afectan al mismo", y puede servir de guía para la toma de decisiones políticas.

Con respecto a los indicadores monetarios, se habla del objetivo de proporcionar una medida más exacta del ingreso sostenible. El concepto "medición del bienestar económico" fue citado por primera vez por Nordhaus y Tobin (1973); desde entonces, se han desarrollado diferentes enfoques al tema de la contabilidad ambiental para llegar a un indicador alternativo al PIB.

Un primer enfoque consiste en revisar los indicadores macroeconómicos convencionales, adicionando y sustrayendo los componentes relevantes del SCAEI, es decir, el agotamiento del capital natural y la degradación del medio ambiente (O'Connor, 2000). El ajuste del Producto Doméstico Neto (PDN) por el agotamiento del capital natural fue aceptado por la mayoría de los economistas y estadísticos (Lange, 2003), considerando que el ajuste por el medio ambiente era criticado por el hecho de combinar las transacciones reales (PDN convencional) con los valores hipotéticos (Valor monetario de degradación del medio ambiente).

El Índice del Bienestar Económico es el más utilizado de todos los enfoques. El Índice de Bienestar Económico Sostenible (conocido como ISEW) de Daly y Cobb (1989) es un buen indicador del bienestar económico y ha sido calculado para varios países (Castañeda, 1999 y Stockhammer et al., 1997 entre otros). Sin embargo, cuando se observa la metodología para calcular el valor

de los recursos no se tiene en cuenta la disyuntiva que hay entre consumir hoy y mañana, es decir el efecto intertemporal del consumo, sino que el análisis se hace con un enfoque estático del valor de los recursos.

Con respecto a los principales ajustes al PIB para corregir problemas de medición, (es decir, incorporar el impacto sobre el medio ambiente y el uso de los recursos), se han planteado tres métodos alternativos. Según Juster (1973) y Mäler (1991) se debe ajustar el PIB utilizando el enfoque de gastos defensivos, que consiste en tener en cuenta los gastos en actividades de protección realizados, tanto por el sector público como por las familias, para enfrentar los efectos negativos de la degradación del medio ambiente. Estos gastos deben ser considerados como consumo intermedio, y por lo tanto, descontados del valor agregado:

$$PIB1_a = PIB - \text{Gastos Defensivos}$$

Para el problema de agotamiento de los recursos naturales, cuya extracción representa en los países latinoamericanos una proporción importante del PIB, El Serafy y Lutz (1989) proponen un ajuste del PIB a partir del enfoque del costo de uso que requiere que la utilización del recurso sea como una inversión en capital para compensar la pérdida de activos naturales, de manera tal que en el futuro esta inversión provea los mismos servicios o genere los mismos ingresos que los recursos actualmente disponibles:

$$PIB1_b = PIB - \text{Costo del Uso}$$

Finalmente, según Peskin (1989) un ajuste del PIB debe tener en cuenta dos tipos de ajustes: uno hacia abajo, que contabiliza el efecto de los daños ambientales originados en el deterioro de la calidad ambiental (DA) y un ajuste hacia arriba del PIB por los denominados servicios ambientales que tienen que ver con el multifacético conjunto de beneficios derivados del medio ambiente (SA):

$$PIB1_c = PIB + SA - DA$$

Según estudios realizados por Repetto et al. (1989), se ha notado que en el caso de los países en desarrollo y los de otras economías basadas en recursos, el problema no radica en la contaminación, como en el caso de los países desarrollados, sino en la gestión inadecuada y el agotamiento de los recursos que sirven para el desarrollo económico del país.

En Colombia se está trabajando en el tema desde 1992 y existe un extenso proyecto que articula a diferentes instituciones; este proyecto está progresando y se está trabajando sobre los recursos claves del país, para asentar un proyecto de Cuentas Ambientales, como es el caso del agua, el suelo y los recursos forestales. Sin embargo, como ya se mencionó, se están llevando cuentas satélites solamente con indicadores físicos para los recursos (véase [www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co)).

Dadas estas circunstancias, la dificultad para encontrar datos sobre el problema de la contaminación (daños ambientales), y la importancia de los recursos no renovables fósiles en la economía colombiana, este estudio tomará en cuenta los impactos de la utilización del gas natural y del carbón sobre

el crecimiento económico del país, tratando de aproximar indicadores monetarios para estos recursos, utilizando el método del valor presente neto para valorar esos recursos, a través del enfoque de la programación dinámica. Para aplicar este método y obtener los datos que se requieren se dispondrá de los precios del mercado. Para el valor presente neto se emplean series de tiempo y se calculan los diferentes indicadores monetarios. En este sentido, este trabajo trata de ajustar el PIB, considerando la valoración de los recursos carbón y gas natural para las cuentas de stock (Valor de existencia del recurso). La idea es llegar a un método de valoración que sea eficiente y eficaz desde el punto de vista económico y que provea información rápida sobre el impacto intertemporal del uso de estos recursos no renovables.

### 3 Metodología

Para realizar la valoración de los recursos se utiliza el método del VPN, teniendo en cuenta las variables económicas y geológicas para los recursos carbón y gas natural. A partir de este enfoque, se desarrolla un modelo de simulación basado en programación dinámica (construido en MATLAB) para aproximar el valor asociado al agotamiento de estos recursos. Con este modelo de simulación, es posible encontrar no solamente el valor presente neto (VPN) de los recursos para el período considerado, sino también calcular el valor total comercial del recurso (VTC). El VTC se diferencia del VPN en que el primero no incluye el costo intertemporal de las decisiones de extracción. La diferencia entre el valor presente neto obtenido por el programa y el VTC será el valor de escasez del recurso (VER) que captura este costo intertemporal de la utilización del mismo.

Para aproximar el cálculo del VPN se utiliza la regla de Hotelling que supone que el propietario puede decidir entre utilizar el recurso hoy o mañana; si lo utiliza hoy, el recurso extraído produce un ingreso que, invertido a una determinada tasa de interés, producirá ingresos adicionales en el futuro; si no lo utiliza hoy, tiene un valor que es el valor actualizado que tendrá cuando se extraiga y se venda.

Para determinar el valor económico de los recursos se utiliza un modelo de optimización dinámica. Para dicho modelo, se utiliza una función de maximización del flujo descontado de beneficios. La función de maximización de los beneficios está dada por:

$$VPN = \text{Max} \sum_{t=0}^T \left( \frac{1}{1 + \delta} \right)^t f(S_t, x_t) \quad (1)$$

Donde  $f(S_t, x_t)$  es una función que captura los beneficios netos de la extracción del recurso en cada período, los cuales dependen del nivel de extracción en dicho período,  $x_t$ , y del nivel de reservas disponible,  $S_t$ . La tasa de descuento intertemporal se denota por  $\delta$ , y el horizonte de planeación del problema está dado por  $T$ , expresado en años.

Utilizando las herramientas de la programación dinámica es posible resolver este problema a través de la ecuación de Bellman (1957). Con este

método se define una función de valor  $V(S)$  que depende del nivel del recurso en cada momento del tiempo y que es equivalente al máximo valor agregado de los beneficios presentes y futuros asociados a la extracción del recurso. Es decir, considera no sólo los beneficios actuales de la utilización de un recurso sino que además incorpora en el análisis el impacto intertemporal de las decisiones presentes sobre la escasez del recurso en el futuro, la cual es mucho más evidente cuando se trata de un recurso no renovable. La forma de incluir los efectos intertemporales de las decisiones de extracción es a través de la ecuación de evolución del recurso, que muestra cómo cambia el recurso en el tiempo por acción de las decisiones de extracción:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = S_{t+1} - S_t = -x_t \quad (2)$$

Entonces, la solución del problema dinámico a través de la ecuación de Bellman consiste en resolver el problema de maximización presentado en la Ecuación 1 sujeto a la evolución del recurso dada por la Ecuación 2. Este ejercicio permite calcular el VPN en el momento T, que recoge los beneficios presentes y futuros de las decisiones de extracción en el horizonte de tiempo analizado. Por lo tanto, la solución a la función de valor  $V(S)$  es equivalente al cálculo del VPN del recurso.

Una vez calculado el VPN es posible contrastar este valor con el valor comercial total (VTC) del recurso. El VTC surge de la suma descontada de los beneficios netos generados por el recurso en el período de análisis. Se diferencia del VPN en que estos beneficios netos y sus decisiones no incluyen el componente intertemporal en las decisiones. Es decir, se calcula como una serie de problemas estáticos para cada momento  $t$ , y posteriormente se agregan los valores descontados de los beneficios generados.

La diferencia entre el VPN y el VTC se conoce como el valor de escasez del recurso (VER), ya que refleja el costo intertemporal de haber incluido los beneficios (o los costos) de usar una unidad de recurso en el presente y no considerar el impacto de dicha decisión en el futuro, que se refleja en un aumento en la escasez del mismo:

$$VER = VPN - VTC \quad (3)$$

El VPN se calcula resolviendo el problema de optimización dinámica; el VTC se estima a partir de los datos observados, asumiendo que las decisiones tomadas no han incorporado el componente intertemporal. El VER se calcula por la diferencia entre ellos dos. Así, se puede encontrar el valor del agotamiento del recurso para ajustar el PIB y también encontrar el valor del stock del recurso para hacer las cuentas monetarias. Es decir, se asume que el PIB se calcula tradicionalmente como el VTC, mientras que en las cuentas ambientales debería incluir el VER.

Finalmente, los valores obtenidos de la programación dinámica para el gas y el carbón se obtienen para un horizonte dado de tiempo (en este caso, 30 y 40 años respectivamente); por tanto, es necesario calcular el equivalente anual



del valor presente neto del recurso,  $VPN_{eq}$ , así:

$$VPN_T = \sum_0^T \frac{VPN_{eq}}{(1+\delta)^t} \rightarrow VPN_{eq} = \frac{VPN_T}{\sum_0^T \frac{1}{(1+\delta)^t}} \quad (4)$$

Con los conceptos de valor presente neto, valor comercial total y valor de escasez del recurso se puede hacer la discusión sobre los costos inter temporales de la extracción de gas y carbón en Colombia en los últimos años. El siguiente paso es diseñar los modelos apropiados para cada uno de esos dos recursos que permitan aproximar estos conceptos.

## 4 El modelo

Para hacer operativo el modelo de programación dinámica definido en la metodología es necesario incluir consideraciones geológicas y económicas sobre la explotación de cada uno de los recursos analizados. Los modelos ajustados permiten aproximar el valor de los recursos y simular las sendas óptimas de utilización de los mismos en el tiempo.

### 4.1 Gas natural

Para el caso del gas natural, se supone que el mercado enfrenta una demanda típica con pendiente negativa, y un planificador central buscará maximizar los beneficios de la extracción, sujeto a la función de transición del recurso, es decir:

$$\text{Max} \sum_{t=0}^T \rho^t f(s_t, x_t) \quad \text{s.a.} \quad s_{t+1} = g(s_t - x_t) = s_t - x_t \quad (5)$$

donde  $f(s_t, x_t)$  representa la función de los beneficios netos de la extracción. La letra  $\rho$  se usa para denotar el factor de descuento, dado por  $(1/(1+\delta))$ . La restricción  $s_{t+1} = g(s_t - x_t) = s_t - x_t$  es la función de transición del recurso, que está en función del stock y de la extracción. Para el caso específico, se asume que la función de beneficios netos se puede representar por:

$$f(s_t, x_t) = \int_0^x p(\phi) d\phi - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2) \quad (6)$$

donde:  $\int_0^x p(\phi) d\phi$  representa los beneficios para la sociedad, determinados por el área por debajo de la curva de demanda por el recurso, y  $\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2$  representa los costos de extracción del recurso, función cuadrática en  $(s - x)$ .

El modelo se define en:

- Niveles posibles del recurso disponible (reservas):  $S \in [0, \bar{s}]$ , donde  $\bar{s}$  se refiere al máximo nivel disponible del recurso.
- Valores posibles de la decisión de extracción:  $x \in [0, s]$ .

- Horizonte de estudio:  $t = [0, 1, \dots, T]$ , donde  $T$  se refiere al horizonte de tiempo analizado.

Los pasos para encontrar las condiciones de optimalidad del modelo de programación dinámica, la evolución del recurso gas natural se encuentran en el Anexo 1. De allí se observa que las condiciones de primer orden para la solución de este problema dinámico, están dadas por los principios de equimarginalidad y las condiciones de la envolvente. Asumiendo que la función inversa de demanda es lineal y de la forma  $P = a - bx$ , el principio de equimarginalidad requiere:

$$a - bx_t = -\alpha_1 - 2\alpha_2(s_t - x_t) + \lambda_{t+1} \quad (7)$$

y la condición de la envolvente requiere:

$$\lambda_t = -(\alpha_1 + 2\alpha_2(s_t - x_t)) + \delta\lambda_{t+1} \quad (8)$$

Donde  $\lambda_t = \partial V_t / \partial S_t$ , se refiere al precio sombra intertemporal del uso del recurso, o costo del usuario. La primera condición es que en el nivel óptimo de extracción en cada período, el beneficio marginal de extraer el gas natural debe ser igual a los costos marginales de extraerlo más el precio sombra del recurso, que en este caso es el costo intertemporal de extraer una unidad hoy y perder la posibilidad de disfrutar su consumo en el futuro.

La condición de la envolvente implica que en el óptimo el precio sombra de una unidad del recurso en el período  $t$  se determina por la suma del valor presente del precio sombra en el siguiente período y el efecto que tiene sobre los costos el reducir el stock en esa unidad adicional. Otra forma de interpretar esta ecuación es notando que el valor presente del precio sombra del gas debe crecer a la misma tasa en que se incrementa el costo debido a la extracción del stock.

El enfoque de la programación dinámica utiliza una estrategia sencilla para los modelos de horizonte finito. El modelo va al último período de análisis, asumiendo que se llegó allí a partir de decisiones óptimas, y una vez allí, el problema a resolver es un problema estático que se puede resolver directamente. Una vez resuelto el problema para el último período, es posible resolverlo para el penúltimo período, como un problema estático, y así proseguir hasta llegar al período inicial, en el cual se conocen las reservas. De esta manera se resuelve el problema para todo el horizonte de planeación. Esto es lo que se conoce como el enfoque de recursión hacia atrás (Miranda y Fackler, 2002).

#### 4.2 Carbón

Para el caso del carbón, el problema es similar:

$$\text{Max} \sum_{t=0}^T \rho^t f(s_t, x_t) \quad \text{s.a.} \quad s_{t+1} = g(s_t - x_t) = s_t - x_t \quad (9)$$

Donde ahora  $S_t$  se refiere a las reservas o stock disponible de carbón en cada momento  $t$ , y  $x_t$  se refiere a la extracción de carbón en cada período  $t$ . Es decir, el problema se resuelve de la misma manera. Un aspecto que diferencia este ejercicio del realizado para el caso del gas natural, es que para el caso del carbón se asume una función de costos diferente. En particular, se asume que la función de costos de extracción está dada por:

$$C(s_t, x_t) = \alpha_1 x_t + \alpha_2 s_t + \alpha_3 (s_t - x_t)^2 \quad (10)$$

Con esta nueva forma funcional de la función de costos, las condiciones de equimarginalidad y de la envolvente se modifican ligeramente. La condición de equimarginalidad ahora será:

$$a - bx_t = \alpha_1 - 2\alpha_3(s_t - x_t) + \lambda_{t+1} \quad (11)$$

Similar al caso del gas, esta condición quiere decir que el beneficio marginal de extraer el carbón debe ser igual a los costos marginales de extraerlo más el precio sombra que es el costo intertemporal de usar una unidad hoy y no tenerla disponible para uso futuro.

La condición de la envolvente será:

$$\lambda(s) = -(\alpha_2 + 2\alpha_3(s_T - x_T)) + \delta\lambda_{t+1} \quad (12)$$

Lo que implica que el valor presente neto del precio sombra del carbón debe crecer a la misma tasa en que se incrementa el costo debido a la extracción del stock.

Similar al caso del gas natural, se utiliza el método de recursión hacia atrás para resolver el problema a partir de métodos numéricos. Con la ayuda de programas computacionales como Matlab es posible resolver el problema de una forma relativamente directa (Miranda y Fackler, 2002; Maldonado, 2008).

## 5 Los datos

Los datos utilizados para realizar este trabajo provienen de diversas fuentes: UPME, Minercol, DANE y Ministerio de Minas y Energía. Se utilizan datos de reservas, de extracción, de precios de mercado, de valor FOB de exportación, y de costos de extracción, para el período de 1994 hasta 2005. En el caso del gas natural, las variables se miden en billones de pies cúbicos (BPC) y la producción corresponde directamente a la extracción por año. En el caso del carbón, las variables se miden en miles de millones de toneladas (MMT) y en este caso, para encontrar la producción, se suman las exportaciones con el consumo y se restan las importaciones. La exploración se define como los descubrimientos ya identificados (diferencia entre las reservas durante los años de estudio después de restar las extracciones). El problema se plantea y resuelve como un caso determinístico. En la tabla 1 se muestran las estadísticas descriptivas de los datos obtenidos.

Con respecto a la información económica, en el caso del gas natural, los precios utilizados son precios promedios del mercado interno en boca de pozo,

**Tabla 1.** Estadísticas descriptivas de reservas y extracción de gas natural y carbón

| Variables                             | Obs. | Media | Desv. Est. | Min   | Max   |
|---------------------------------------|------|-------|------------|-------|-------|
| Reservas de gas natural (BPC)         | 12   | 5.8   | 1.53       | 3.93  | 7.66  |
| Extracción anual de gas natural (BPC) | 12   | 0.22  | 0.37       | 0.18  | 0.29  |
| Reservas de carbón (MMT)              | 12   | 6,696 | 0.182      | 6.5   | 7,064 |
| Extracción anual de carbón (MMT)      | 12   | 0.032 | 0.01       | 0.012 | 0.05  |

Fuente: Unidad de Planeación Minero Energética (UPME).

**Tabla 2.** Costos de inversión pública y privada en los sectores gas natural (millones de pesos 2003) y carbón (millones de pesos 2000)

|                         | Gas natural | Carbón    |
|-------------------------|-------------|-----------|
| Total inversión Pública | 15,059      | 51,437    |
| Total inversión Privada | 86,928      | 1,444,415 |
| Costos Totales          | 101,987     | 1,495,852 |

Fuente: Elaboración propia, con datos de la Unidad de Planeación Minero Energética (2000, 2003) (UPME).

recomendado por el Ministerio de Minas para este tipo de estudios; para el carbón se utiliza el valor FOB de exportación, que se puede considerar como un costo de oportunidad de las ventas del carbón en el mercado nacional. Dada la dificultad de encontrar los diferentes tipos de costos (costos variables y costos fijos) asociados a la extracción, se utilizan las inversiones del sector público y privado como una proxy de los mismos (Tabla 2).

## 6 Especificación econométrica

### 6.1 Gas natural

Para poder hacer el modelo dinámico a partir del programa MATLAB, es necesario estimar la función de demanda por el recurso, y así encontrar la función de ingresos totales. En el caso de Colombia, se considera que los mercados del gas natural y del carbón enfrentan una función de demanda con pendiente negativa. La estimación econométrica que mejor ajuste presentó fue la demanda de tipo lineal, donde el precio (en pesos constantes) se regresó contra la extracción (en BPC por año), dando la siguiente estimación de la curva de demanda:<sup>2</sup>

$$P_t = \underset{(2.2e6)^{***}}{9.8e06} - \underset{(9.9e6)^{***}}{31.2e06}x_t \quad (13)$$

Para el modelo se asume que los costos dependen no sólo del nivel de extracción sino también del nivel de recurso remanente, es decir que son reser-

<sup>2</sup>La letra *e* indica que la cifra es elevada a la potencia de 10; así 9.8e6 implica 9.8 millones. Entre paréntesis se presenta la desviación estándar y \*\*\* significa que los coeficientes fueron significativos al 99%.

**Tabla 3.** Estimación de la función de costos del gas natural

| Costos                                | Coefficiente | Error estándar |
|---------------------------------------|--------------|----------------|
| Reservas - Extracción ( $S_t - x_t$ ) | -64,442**    | 27,767         |
| $(S_t - x_t)^2$                       | 23,708***    | 5,771          |
| Observaciones                         | 12           |                |
| Pho                                   | 0.131        |                |
| $R^2$                                 | 0.818        |                |
| F(2,10)                               | 14.98        |                |

Fuente: Cálculos propios a partir de los datos de Minercol. Los cálculos se hacen a pesos de 2003. Los coeficientes son significativos al 95% (\*\*) y 99%(\*\*\*)

dependientes:  $C_t = C(x_t, s_t)$ , donde  $C_t$  representa los costos de extracción,  $x_t$  la cantidad extraída y  $s_t$  las reservas de gas natural; Se supone igualmente que:  $\frac{\partial C_t}{\partial s_t} < 0$ ,  $\frac{\partial^2 C_t}{\partial s_t^2} > 0$ ,  $\frac{\partial C_t}{\partial x_t} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 C_t}{\partial x_t^2} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 C_t}{\partial s_t \partial x_t} = \frac{\partial^2 C_t}{\partial x_t \partial s_t}$ , es decir que a mayores reservas, menores costos de extracción, y cada unidad adicional de reservas tiene un impacto cada vez mayor sobre los costos; a mayores cantidades extraídas del recurso, mayor costo total de extracción, y cada unidad adicional de extracción aumenta los costos en forma más que proporcional; la derivada cruzada implica que a mayores reservas, los costos marginales de extracción se reducen.

Con base en esta función, se calcula una aproximación econométrica de la función de costos. En la tabla 3 se muestran los resultados econométricos de la estimación de la función de costos.

Para estimar la función de costos del gas, se utiliza la técnica de Prais Winsten que incluye la posibilidad de la existencia de auto-regresión de orden 1. Los signos esperados son buenos, los coeficientes son significativos al 5% y al 1%. La variable costo está medida en millones de pesos (base 2003) y la variables extracción y reservas en billones de pies cúbicos/años.

Esta regresión implica que la función de costos puede escribirse como:

$$c = \alpha_1(s - x) + \alpha_2(s - x)^2 = -64,442(s - x) + 23,708(s - x)^2 \quad (14)$$

## 6.2 Carbón

Para el carbón se hace un análisis similar al realizado con el gas natural. Inicialmente, se define la curva de demanda del carbón. Después del ejercicio econométrico se obtiene que la mejor estimación de la curva de demanda de carbón es una función lineal:

$$P_t = \frac{2.53e08}{(4.5e7)^{***}} - \frac{42.9e08x_t}{(1.3e9)^{***}} \quad (15)$$

$$R^2 \text{ ajustado} = 0.457$$

Posteriormente, se hace la estimación de la función de costos, con base en la forma funcional propuesta en la ecuación 10. La estimación econométrica de la función de costos del carbón se presenta en la tabla 4.

**Tabla 4.** Estimación de la función de costos del gas natural

| Costos               | Coefficiente | Error estándar |
|----------------------|--------------|----------------|
| Extracción ( $x_t$ ) | 8,468,713    | 2.68e07        |
| Reservas ( $S_t$ )   | -820,992     | 1.4e06         |
| $(S_t - x_t)^2$      | 140,592      | 2.1e05         |
| Observaciones        | 12           |                |
| $R^2$ ajustado       | 0.552        |                |
| F(5,5)               | 5.93         |                |

Fuente: Cálculos propios a partir de la UPME.

La variable costos está medida en millones de pesos y las variables reservas y extracciones en miles de millones de toneladas. Se puede observar que a medida que se aumenta la extracción del carbón, los costos totales aumentan y que un aumento en las reservas tiene un impacto negativo sobre los costos de producción del recurso, mostrando que los costos son reservo-dependientes. Desafortunadamente, se cuenta con muy pocas observaciones y esto puede afectar la poca significancia observada de los coeficientes estimados. Globalmente, los datos explican el comportamiento esperado de la función y los signos coinciden con lo esperado teóricamente. Hay que resaltar también que las inversiones públicas y privadas como aproximación de los costos, no reflejan en este caso de una manera completa los costos asociados a la extracción del recurso. Esto se puede explicar por el hecho que las reservas existentes y probadas son muy grandes comparadas con los nuevos descubrimientos, lo que distorsiona el impacto de las inversiones sobre los verdaderos costos. Al no tener más información, se decide trabajar con esta función, que se puede considerar como una primera aproximación al modelo.

Esta regresión implicaría que la función de costos puede escribirse como:

$$c = \alpha_1 x + \alpha_2 s + \alpha_3 (s - x)^2 = 8,468,713x + 890,992s + 140,592(s - x)^2 \quad (16)$$

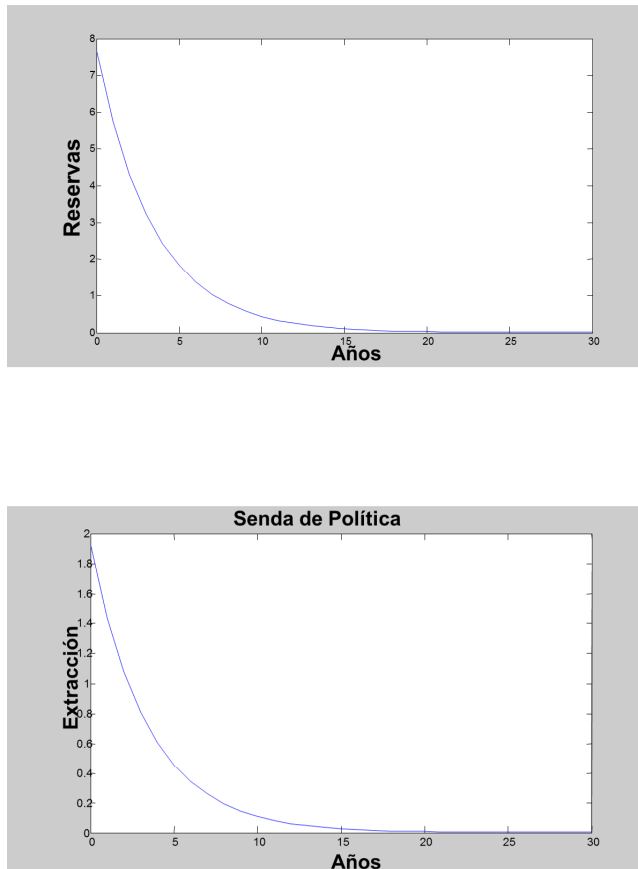
Con estas estimaciones, se procede a hacer la simulación numérica en Matlab para identificar los valores asociados a la explotación de estos recursos.

## 7 Resultados

### 7.1 Simulaciones

Asumiendo que las estimaciones de funciones de demanda y de costos son adecuadas, se construyen las funciones de beneficios y costos para desarrollar el modelo dinámico. Con este modelo se hace la simulación de la optimización, como se mencionó arriba, y se obtienen las sendas óptimas en el tiempo para las variables de decisión, en este caso, la extracción. Esta simulación se realiza en Matlab, con base en los códigos desarrollados por Miranda y Fackler (2002).

La figura 1, panel superior, muestra la senda que toman las reservas del recurso gas natural a lo largo del tiempo. De acuerdo a la simulación, a par-

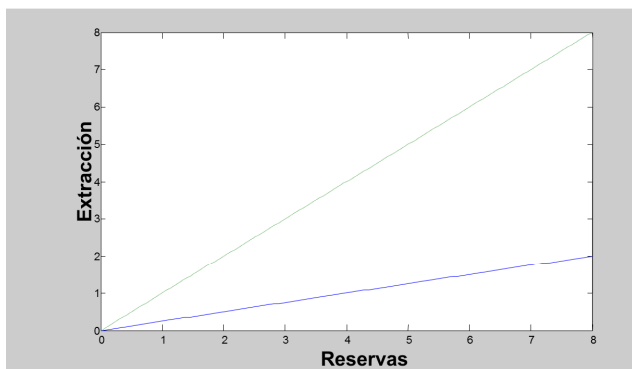


**Figura 1.** Evolución sostenible de las sendas de reservas y de extracción del gas natural.

*Fuente:* Cálculo de los autores.

tir de un stock inicial de gas natural de 7.667 billones de pies cúbicos, la senda teóricamente óptima de extracción implica que el recurso se debería utilizar en más o menos 20 años, bajo el supuesto que la estructura del mercado se mantiene, que no hay cambios en los parámetros ni descubrimiento de nuevas reservas y que no hay comercio internacional. En el panel inferior de la figura 1 se observa la senda óptima de extracción del gas a lo largo del tiempo. Dado que los costos son reservo-dependientes, la extracción óptima también va reduciendo a medida que decrecen las reservas; sin embargo, en la política óptima, el recurso debe ser llevado al agotamiento.

En la figura 2 se puede observar la política de extracción óptima del gas



**Figura 2.** Política óptima de extracción del gas natural en función de las reservas disponibles.

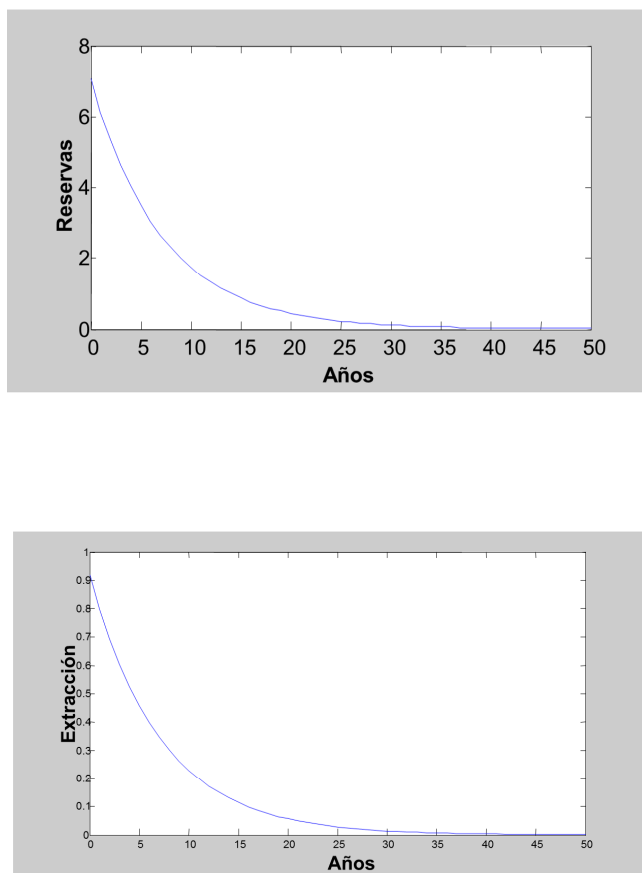
*Fuente:* Cálculo de los autores.

en función del stock disponible. La política óptima está debajo de la línea de 45°, implicando que los costos de extracción son importantes, ya que reducen la posibilidad de extraer arbitrariamente el recurso. La extracción óptima a cada nivel de reservas es de aproximadamente el 18% de las existencias. La senda también implica que el recurso se debe extraer hasta su agotamiento. Es importante notar también que en esta simulación sencilla se asume que no hay restricciones tecnológicas a la capacidad de extracción. Si existen tales restricciones y la cantidad máxima que se puede extraer por período es menor a la cantidad óptima, el modelo indicará extraer al tope de capacidad hasta que la extracción óptima sea menor a ese nivel. Esto implicaría que el horizonte de extracción se prolongue por efecto de las restricciones tecnológicas.

Para el caso del carbón, la figura 3 muestra la evolución sostenible de las sendas de reservas (panel superior) y de extracción (panel inferior) del carbón. De allí, se puede observar que a partir de un nivel inicial de 7 mil millones de toneladas de carbón, si es explotado de una manera eficiente, el recurso se debe agotar en 45 años, bajo el supuesto que el mercado del carbón enfrenta la demanda negativa invariable, que no hay nuevos descubrimientos y que la capacidad de extracción no limita la extracción óptima. En el panel inferior se observa que la extracción empezaría a un nivel cercano a 900 millones de toneladas por año y decrece hasta llegar a cero en el año 45 cuando el recurso se agota.

La figura 4 muestra la política óptima de extracción como función de las reservas disponibles, mostrando que a cada nivel de recurso disponible, en cada período se extraería aproximadamente una décima parte de las reservas. Como política, no se debe abandonar la mina del carbón a ningún nivel del recurso; se debe continuar explotando el recurso hasta su agotamiento.





**Figura 3.** Evolución sostenible de las sendas de reservas y de extracción del carbón.

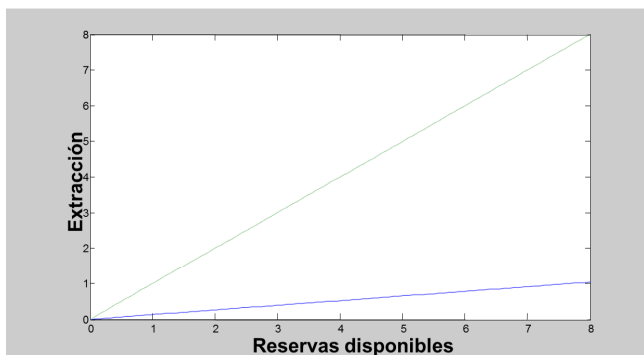
*Fuente:* Cálculo de los autores.

## 7.2 Cuentas físicas

Para los recursos de gas natural y carbón se habla de dos tipos de reservas, las identificadas (que incluyen las reservas probadas<sup>3</sup> y las reservas probables<sup>4</sup>) y las no descubiertas, que están basadas en la experiencia geológica y la teoría. En las cuentas físicas, sólo se considera las reservas probadas, dado que son las únicas que presentan una rentabilidad por el hecho que su benefi-

<sup>3</sup>Las reservas que pueden ser recuperadas en las actuales condiciones económicas y técnicas.

<sup>4</sup>Reservas que sobre los datos de ingeniería e información ecológica, se estima existen y pueden ser obtenidas a través de las actuales prácticas operativas.



**Figura 4.** Política óptima de extracción del carbón en función de las reservas disponibles.

*Fuente:* Cálculo de los autores.

cio presente excede sus costos de extracción. Se considera la extracción como sustracciones a los recursos y la exploración como adiciones y otros cambios en volumen que pueden ocurrir por razones geológicas y otras. Las cuentas físicas muestran el cambio neto que ocurre en el stock de gas natural durante un año, en billones de pies cúbicos, y en miles de millones de toneladas para el recurso carbón. En las tablas 5 y 6 se puede apreciar el marco contable que vincula el stock inicial y el stock final de dichos recursos. En las primeras filas se observan las cuentas físicas para cada caso.

### 7.3 Cuentas monetarias

Los recursos están valorados por el método de valor presente neto descontado del flujo de ingresos futuros durante 30 y 40 años para el gas y el carbón respectivamente. Dado que Colombia no tiene comercio exterior para el gas natural, se utiliza el precio del mercado doméstico, menos los costos de extracción del recurso (que están aproximados por las inversiones públicas y privadas). Se supone un factor de descuento de 0.90, es decir una tasa de descuento cercana al 10% anual. Las cuentas monetarias finales presentan los valores de los inventarios del stock, considerando los descubrimientos como fuentes de ingresos corrientes y las extracciones como agotamiento del recurso, y por lo tanto, una reducción de ingresos (Tablas 5 y 6).

Para encontrar el valor total comercial del recurso (VTC), se restan los costos unitarios de los precios de producción; el valor de escasez del recurso (VER), es la diferencia entre el VPN obtenido de la programación dinámica y el VTC. El VPN se obtiene a partir de la ecuación de Bellman de la programación dinámica desarrollada arriba; sin embargo, como es un VPN de 30 o

40 períodos, para encontrar el VPN por un período, se utiliza la fórmula financiera mostrada en la metodología (ver ecuación 4). Para encontrar el valor del cambio neto, se multiplica cada componente por el VPN de un período, que representa el valor de una unidad de recurso, y los valores de los stocks se calculan con base en el valor de los cambios netos de los recursos.

El sistema de cuentas del gas natural muestra que al principio la renta del gas natural es negativa, y a partir del año 1999 se vuelve positiva, lo cual puede explicarse por las inversiones realizadas en los primeros años (Tabla 5). A lo largo de todo el período de análisis el cambio neto es negativo, lo cual se puede explicar por el hecho que la extracción es mayor que los descubrimientos. Si se considera el costo intertemporal a lo largo del horizonte de tiempo, se puede ver que el valor del recurso disminuye.

En las cuentas monetarias del carbón, la renta siempre es positiva; se puede ver que cuando el cambio neto es positivo, el carbón genera ingresos en la economía. Sin embargo, como en el caso del gas natural, dado que las extracciones son generalmente mayores a los nuevos descubrimientos, eso genera salidas de ingresos más importantes que el caso del gas natural. Este resultado se puede explicar por las exportaciones de carbón de Colombia, que juegan un papel importante en la economía de este país.

Tabla 5. Cuentas para el gas natural, Colombia, 1995 - 2005

|   | 1995   | 1996   | 1997   | 1998   | 1999    | 2000   | 2001   | 2002   | 2003   | 2004   | 2005   |
|---|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Unidades físicas (billones de pies cúbicos)             |        |        |        |        |         |        |        |        |        |        |        |
| Stock inicial   | 7.66   | 7.67   | 6.93   | 6.93   | 6.64    | 4.54   | 4.51   | 4.60   | 4.55   | 4.09   | 3.94   |
| Extracción  | 0.19   | 0.20   | 0.26   | 0.27   | 0.25    | 0.18   | 0.19   | 0.20   | 0.21   | 0.19   | 0.20   |
| Exploración   | 0.19   | 0.00   | 0.00   | 0.00   | 0.00    | 0.00   | 0.27   | 0.08   | -0.26  | 0.04   | ND     |
| Otros cambios   | 0.01   | -0.54  | 0.26   | -0.02  | -1.85   | 0.15   | 0.00   | 0.07   | 0.00   | 0.00   | ND     |
| Cambio neto   | 0.01   | -0.74  | 0.00   | -0.29  | -2.10   | -0.03  | 0.08   | -0.05  | -0.47  | -0.15  | -0.20  |
| Stock final   | 7.66   | 6.93   | 6.93   | 6.64   | 4.54    | 4.51   | 4.60   | 4.55   | 4.09   | 3.94   | 3.74   |
| Valores unitarios (pesos/pies cúbicos)                  |        |        |        |        |         |        |        |        |        |        |        |
| Precio de mercado                                       | 2.22   | 2.33   | 1.90   | 1.16   | 1.03    | 4.11   | 3.37   | 3.18   | 5.26   | 5.65   | 4.94   |
| Costos de extracción                                    | 5.11   | 6.21   | 2.49   | 1.18   | 0.48    | 0.65   | 0.61   | 0.65   | 0.49   | 0.54   | 0.58   |
| VTC   | -2.89  | -3.88  | -0.59  | -0.02  | 0.55    | 3.46   | 2.76   | 2.53   | 4.77   | 5.11   | 4.36   |
| VER   | 13.66  | 14.64  | 10.7   | 10.13  | 9.2     | 4.35   | 5.1    | 5.39   | 3.03   | 2.41   | 2.99   |
| VPN   | 10.77  | 10.76  | 10.11  | 10.11  | 9.75    | 7.81   | 7.86   | 7.92   | 7.8    | 7.52   | 7.35   |
| Cuentas monetarias (miles de millones de pesos de 2003) |        |        |        |        |         |        |        |        |        |        |        |
| Stock inicial   | ND     | 82,568 | 74,606 | 74,607 | 71,677  | 51,191 | 50,941 | 51,57  | 51,301 | 47,629 | 46,501 |
| Cambio neto   | 0.075  | -7,962 | 0.001  | -2.93  | -20,485 | -0.250 | 0.629  | -0.269 | -3,672 | -1,128 | -1,471 |
| Stock final   | 82,568 | 74,606 | 74,607 | 71,676 | 51,191  | 50,941 | 51,57  | 51,301 | 47,629 | 46,5   | 45,03  |

*Nota:* ND: información no disponible.

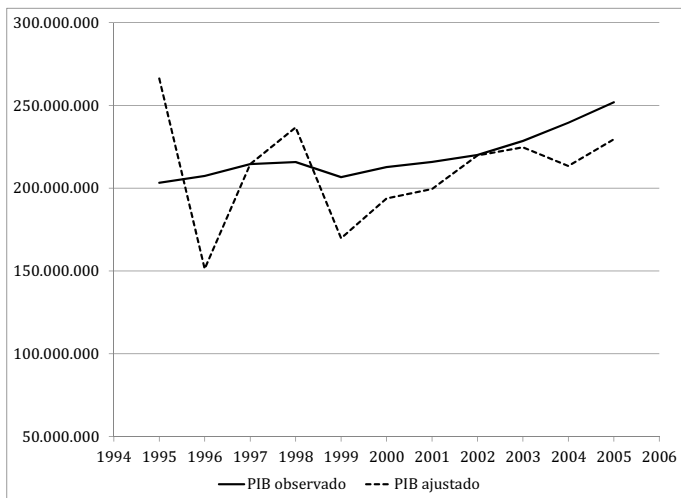
*Fuente:* Elaboración de los autores a partir de datos de la UPME.

Tabla 6. Cuentas para el carbón, Colombia, 1995 - 2005

| Año   | 1995  | 1996   | 1997  | 1998  | 1999   | 2000   | 2001   | 2002  | 2003  | 2004   | 2005   |
|---|-------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|
| Unidades físicas (miles de millones de toneladas) |       |        |       |       |        |        |        |       |       |        |        |
| Stock inicial                                     | 6.590 | 6.750  | 6.640 | 6.640 | 6.690  | 6.650  | 6.611  | 6.571 | 7.064 | 7.064  | 7.008  |
| Extracción  | 0.020 | 0.030  | 0.032 | 0.033 | 0.030  | 0.038  | 0.044  | 0.039 | 0.050 | 0.044  | 0.012  |
| Exploración                                       | 0.150 | 0.000  | 0.000 | 0.056 | 0.000  | 0.000  | 0.000  | 0.493 | 0.000 | 0.000  | ND     |
| Otros cambios                                     | 0.020 | -0.080 | 0.032 | 0.033 | -0.005 | -0.005 | 0.004  | 0.039 | 0.050 | -0.012 | 0.012  |
| Cambio neto                                       | 0.150 | -0.110 | 0.000 | 0.056 | -0.035 | -0.043 | -0.040 | 0.493 | 0.000 | -0.056 | -0.012 |
| Stock final                                       | 6.750 | 6.640  | 6.640 | 6.690 | 6.650  | 6.607  | 6.571  | 7.064 | 7.064 | 7.008  | 6.954  |
| Valores unitarios (miles de pesos/tonelada)       |       |        |       |       |        |        |        |       |       |        |        |
| Valor FOB   | 111.6 | 121.7  | 123.9 | 95.9  | 79.2   | 70.4   | 87.2   | 105.8 | 80.1  | 80.1   | 301.5  |
| Costos de extracción                              | 22.51 | 15.75  | 10.61 | 13.34 | 57.31  | 39.12  | 34.00  | 39.08 | 31.82 | 63.51  | 139.13 |
| VTC   | 89.1  | 105.9  | 113.3 | 82.5  | 21.9   | 31.3   | 53.2   | 66.7  | 48.3  | 16.6   | 162.4  |
| VER   | 329.9 | 332.0  | 312.7 | 343.5 | 409.8  | 393.4  | 374.1  | 353.6 | 407.0 | 429.2  | 231.7  |
| VPN   | 419.0 | 438.0  | 426.0 | 426.0 | 431.7  | 424.7  | 427.3  | 420.3 | 455.2 | 445.8  | 394.1  |
| Cuentas monetarias (billones de pesos de 2003)    |       |        |       |       |        |        |        |       |       |        |        |
| Stock inicial                                     | ND    | 2,824  | 2,776 | 2,776 | 2,8    | 2,785  | 2,767  | 2,75  | 2,957 | 2,957  | 2,932  |
| Cambio neto                                       | 62.86 | -48.18 | 0     | 23.86 | -15.11 | -18.26 | -17.01 | 207.1 | -191  | -24.97 | -4.79  |
| Stock final                                       | 2,824 | 2,776  | 2,776 | 2,8   | 2,785  | 2,767  | 2,75   | 2,957 | 2,957 | 2,932  | 2,927  |

Nota: ND: información no disponible.

Fuente: Elaboración de los autores a partir de datos de la UPME.



**Figura 5.** Evolución del PIB y PIB ajustado de Colombia (millones de pesos de 2003).

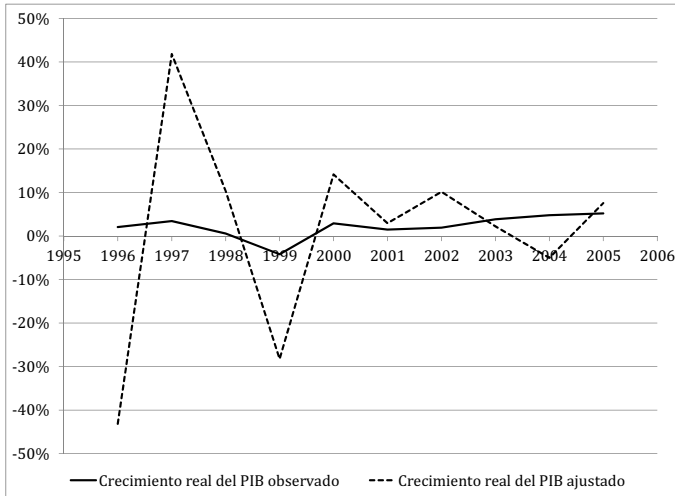
*Fuente:* Cálculo de los autores.

A partir de las estimaciones obtenidas, es posible comparar el desempeño en términos del PIB tradicional estimado con el cálculo del mismo una vez incluido el costo intertemporal de la explotación de estos recursos (PIB ajustado). En la figura 5 se comparan estas dos medidas para el período 1995-2005.

Se puede observar que en 1995, 1997 y 1998 el PIB ajustado fue mayor que el PIB nacional tradicional, lo que se explica por los nuevos descubrimientos en el sector energético que generan ingresos al stock de capital natural de la economía. Sin embargo, las extracciones son generalmente mayores que los nuevos descubrimientos, y por eso en promedio la curva del PIB ajustado está debajo de la del PIB tradicional.

La figura 6 muestra cómo varía el crecimiento real del PIB y del PIB ajustado de Colombia. A partir de esta gráfica, se puede ver que no había realmente crecimiento del PIB en 1996, sino una disminución de este último, por depreciación del stock de carbón y del gas natural de 43.2%. También, se puede observar que en 1999, la caída del PIB real de Colombia no sería de 4.2%, sino de 28.3%.

En la tabla 7 se muestran los efectos del cambio neto (exploración - extracción), sobre el PIB, y se puede observar que los agotamientos del carbón afectan mucho más al PIB que los del gas, lo cual se explicaría por el peso que tienen las exportaciones del carbón dentro del PIB de Colombia. En esta tabla se puede observar que, en general, el uso del gas y del carbón disminuyen el PIB nacional, haciendo que el crecimiento económico del país pase de un promedio anual de 2.2% a un crecimiento ajustado de 1.3%, que por lo tanto disminuye también el PIB per cápita. Podría considerarse que la depreciación de estos recursos disminuye el PIB, ya que se están utilizando las reservas que dejan de estar disponibles para su aprovechamiento futuro. El efecto final



**Figura 6.** Crecimiento real del PIB y del PIB ajustado de Colombia.

*Fuente:* Cálculo de los autores.

sobre el bienestar dependerá del destino que se le den a los ingresos generados de la extracción de este recurso natural; si los beneficios se usan para construir otra forma de capital, por ejemplo inversión en capital físico o en educación (capital humano), y estas inversiones rentan más que el precio del recurso natural en la mina, la sociedad en su conjunto gana. Si por el contrario, los beneficios se gastan en funcionamiento o en gasto general, aumenta el bienestar presente pero se pierden posibilidades de bienestar futuro.

**Tabla 7.** Comparación del PIB y PIB ajustado para Colombia

| Año                     | PIB (A)     | Crec (B) | Cambio neto (C) |             | PIBa (D)    | Crec aj (E) | PIBa/PIB (F) |
|-------------------------|-------------|----------|-----------------|-------------|-------------|-------------|--------------|
|                         |             |          | Gas             | Carbón      |             |             |              |
| 1995                    | 203,233,946 |          | 75,385          | 62,855,881  | 266,165,213 |             | 1.31         |
| 1996                    | 207,412,141 | 2.06     | -7,962,025      | -48,176,635 | 151,273,481 | -43.17      | 0.73         |
| 1997                    | 214,526,987 | 3.43     | 1,011           | 0           | 214,527,997 | 41.81       | 1.00         |
| 1998                    | 215,749,327 | 0.57     | -2,930,725      | 23,854,906  | 236,673,508 | 10.32       | 1.10         |
| 1999                    | 206,679,193 | -4.20    | -20,485,353     | -16,402,665 | 169,791,175 | -28.26      | 0.82         |
| 2000                    | 212,724,273 | 2.92     | -250,065        | -18,686,770 | 193,787,438 | 14.13       | 0.91         |
| 2001                    | 215,854,548 | 1.47     | 629,182         | -17,005,320 | 199,478,410 | 2.94        | 0.92         |
| 2002                    | 220,028,472 | 1.93     | -269,39         | 0           | 219,759,082 | 10.17       | 1.00         |
| 2003                    | 228,516,603 | 3.86     | -3,671,746      | -191,19     | 224,653,667 | 2.23        | 0.98         |
| 2004                    | 239,470,060 | 4.79     | -1,128,372      | -24,964,575 | 213,377,113 | -5.02       | 0.89         |
| 2005                    | 251,911,329 | 5.20     | -1,470,559      | -20,932,933 | 229,507,837 | 7.56        | 0.91         |
| Crecimiento medio anual |             | 2.20     |                 |             |             | 1.27        |              |

Nota: ND: información no disponible.

Fuente: Elaboración de los autores a partir de datos de la UPME.

## 8 Discusión

En este trabajo se calculan las funciones de beneficios y de costos totales de los recursos gas y carbón para hacer un modelo dinámico basado en programación dinámica, a partir de simulación numérica, usando como base el programa MATLAB. A partir de la optimización por programación dinámica, se encuentra el valor presente neto para los recursos gas natural y carbón; también se calcula el valor de escasez del recurso, que representa el valor del recurso al considerar los costos intertemporales o el precio sombra de la extracción. Así mismo, el análisis permite encontrar las sendas óptimas que tomarían las reservas y la extracción a lo largo del tiempo si el recurso fuera manejado óptimamente desde la perspectiva intertemporal, es decir si es explotado sosteniblemente. El modelo se basa en los supuestos de demanda con pendiente negativa e invariable, donde no hay nuevos descubrimientos y donde la extracción no tiene limitaciones tecnológicas.

En el caso del gas natural se obtiene que, bajo esas condiciones, el recurso se explotaría por aproximadamente 20 años, lo cual coincide con algunos estudios previos. En el caso del carbón, las estimaciones arrojan que se agotaría después de los 40 años, horizonte que difiere de estimaciones previas, que dicen que el carbón se agotaría en unos 100 años. Esta diferencia se puede explicar por el hecho que las funciones de costos que se utilizan en este trabajo son aproximaciones con amplios intervalos de confianza, y por el hecho que no se consideran las limitaciones físicas de la extracción.

El objetivo central de este manuscrito es estimar cómo se ajustaría el PIB



al incluir el costo intertemporal del agotamiento de dos recursos no renovables, gas natural y carbón. Se sabe que el sistema de cuentas nacionales es incompleto porque no tiene en cuenta el valor de los recursos naturales y más específicamente la depreciación de los recursos naturales. Este trabajo muestra cómo el PIB tradicional estaría sobreestimado y que al incorporar el valor del agotamiento del recurso, se tendría una mejor idea del crecimiento real del país o del ingreso neto. El PIB nacional tradicional reporta una tasa de crecimiento de 2.20%; una vez ajustado por el costo intertemporal del agotamiento del recurso, el PIB ajustado tendría una tasa anual de crecimiento de 1.27% durante el período (1995-2005), casi un punto porcentual cada año.

Este trabajo muestra entonces la diferencia entre el sistema de cuentas nacionales y el sistema de contabilidad integrada y cómo al incorporar los impactos del agotamiento del gas natural y del carbón, efectivamente, el PIB estaría sobreestimado.

Esta sobreestimación del PIB tradicional se puede explicar no por un aumento sostenible de la productividad, sino por la utilización de los recursos naturales. Se puede notar que en los años 1995, 1997 y 1998, el PIB ajustado fue mayor que el PIB tradicional debido a los cambios positivos que ocurren en el stock del gas natural y de carbón. Se puede ver que la depreciación del carbón afecta mucho más el ajuste del PIB, porque Colombia viene exportando desde hace años este recurso, con volúmenes y valores de gran magnitud. El gas natural es importante en términos de consumo interno, pero su senda de extracción es más corta que la estimada para el carbón. En ambos casos, cuando los descubrimientos son menores a las extracciones, el crecimiento ajustado se verá afectado negativamente.

El efecto neto sobre el bienestar dependerá de si los beneficios generados por la extracción de estos recursos es reinvertido en otras formas de capital (físico o humano) o si se usan para gastos corrientes. En el primer caso, el efecto puede ser positivo, ya que sería una inversión para desarrollo futuro de la economía; en el segundo se aumenta el bienestar presente pero se pierden posibilidades de disfrute de los beneficios de estos recursos en el futuro.

En momentos cuando el país está basando parte de sus esperanzas de crecimiento y desarrollo económico en el sector minero, se hace relevante tener en cuenta estos impactos adicionales de las decisiones de extracción de recursos no renovables. De una parte, el precio sombra del agotamiento de estos recursos afecta la senda real de crecimiento y nos recuerda que estos recursos no estarán disponibles de forma infinita para generar desarrollo. De otra parte, los verdaderos frutos de este crecimiento dependerán de la forma en que los beneficios de utilizar este capital natural sean redirigidos a fortalecer otras formas de capital que generen beneficios adicionales en el largo plazo.

Aunque los resultados de los cálculos deban ser analizados con precaución, el principal aporte de este estudio es la propuesta metodológica para incorporar el agotamiento de los recursos en el sistema de cuentas nacionales. De esta forma, se puede dar una idea a los dirigentes políticos y tomadores y hacedores de política de cómo varían las sendas óptimas de los recursos cuando se incluyen consideraciones intertemporales. El sistema de cuentas nacionales muestra también la importancia de tener en cuenta estos costos y las pérdidas

que genera en la economía al sólo considerar el valor de escasez del recurso.

Considerar el valor de escasez del recurso y el costo intertemporal de los recursos es útil al momento de tomar la decisión de extraer el recurso, porque eso aproxima el verdadero valor del recurso y llama la atención sobre la necesidad de reinvertir los beneficios asociados al agotamiento del recurso en otras tecnologías que suplan el sacrificio intertemporal de renunciar a ellos y así, no afectar el bienestar de las generaciones futuras.

Insistimos en que este análisis es propuesto como una metodología de trabajo, ya que sólo incluye dos recursos en el análisis (aunque importantes para el subsector energético), y la información disponible es limitada: sólo se tuvo acceso a información para 12 años y las funciones de costos son aproximaciones a las verdaderas funciones de costos. Estas condiciones limitan la precisión de las estimaciones. Sin embargo, se da una idea sobre el uso de la programación dinámica como herramienta para aproximar los costos intertemporales de las decisiones de extracción de recursos naturales no renovables y su inclusión en las cuentas ambientales.

Otra limitante que se debe tener en cuenta, ahora mucho más evidente en el caso del petróleo, es la volatilidad de los precios.

## Anexos

### A.1 Función de recompensa

$f(S, x) = \int_0^x p(\phi)d\phi - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2)$  donde  $p(\phi)$  es la función inversa de la demanda.  $f(S, x) = \int_0^x (a - b\phi)d\phi - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2)$ , asumiendo una demanda lineal.

$f(x) = a\phi - \frac{b\phi^2}{2} \Big|_0^x - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2)$ , desarrollando la integral

$f(x) = ax - \frac{bx^2}{2} - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2)$ , evaluando los límites de la integral.

Se supone que el problema es el de un planificador social, así la función de optimización está dada por:

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t f(s_t, x_t)$$

$$\text{s.a.} \quad s_{t+1} = g(s_t - x_t) = s_t - x_t$$

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \left( ax - \frac{bx^2}{2} \right) - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2)$$

$$\text{s.a.} \quad s_{t+1} = g(s_t - x_t) = s_t - x_t$$

Con condiciones, stock:  $S \in [0, \hat{s}]$ , extracción:  $x \in [0, s]$ , horizonte de estudio:  $t = 0, \dots, T$ .

## A.2 Ecuación de Bellman

La ecuación de Bellman nos muestra el balance que existe en el valor del recurso entre consumir hoy o mañana. Es decir, si consumimos hoy, los impactos que va a tener en el futuro, o si sacrificamos consumo hoy, los beneficios de mañana.

La suma de los beneficios sociales actuales para un nivel de stock  $S$  y el valor del recurso satisface la ecuación de Bellman:

$$V(s) = \text{Max} \left[ ax - \frac{bx^2}{2} - (\alpha_1(s_t - x_t) + \alpha_2(s_t - x_t)^2) + \delta V(s - x) \right]$$

Con función de valor terminal:  $V_{T+1} = s_{T+1} = 0$ .

## A.3 Condiciones de primer orden

### A.3.1 Equimarginalidad

Diferenciando la ecuación de Bellman con respecto a  $x$ :

$$a - bx_t = \alpha_1 - 2\alpha_2(s_t - x_t) + \lambda_{t+1}$$

Donde  $\lambda_{t+1} = \partial V_{t+1} / \partial s_t$ . Esta condición implica que el beneficio marginal de extraer el gas natural debe ser igual a los costos marginales de extraerlo más el precio sombra que es el costo intertemporal de la decisión de extracción, denotado por  $\lambda_t$  y usualmente llamado el costo del usuario.

### A.3.2 Envolvente

Diferenciando la ecuación de Bellman con respecto a  $s$ :

$$\begin{aligned} \lambda_t &= -c_s(s, x) + \delta \lambda_{t+1} \\ \lambda_t &= -c_s(\alpha_1 + 2\alpha_2(s_T - x_t)) + \delta \lambda_{t+1} \end{aligned}$$

Que implica que el valor presente neto del precio sombra del gas debe crecer a la misma tasa en que se incrementa el costo debido a la reducción del stock. Para un ejercicio de tiempo finito, es posible resolver el problema por recursión hacia atrás (Miranda y Fackler, 2002; Maldonado, 2008).

## Referencias

- Alfsen, K. y H. Saebo (1993). Environmental quality indicators: Background, principles and examples from Norway. *Environmental and Resource Economics* 3(5), 415–435.
- Bartelmus, P., E. Lutz, y S. Schweinfest (1992). Integrated environmental and economic accounting: A case study for Papua-New Guinea. *World Bank Environmental Working Paper* 54.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press.
- Binder, K. y C. Hernandez (2001). Cuentas ambientales. *Departamento Nacional de Planeación*.
- Constanza, R., J. H. Cumberland, H. Daly, R. Goodland, y R. B. Norgaard (1997). *An Introduction to Ecological Economics*. CRC Press.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE (2010a). Cuenta satélite de medio ambiente y cuentas de gasto en protección ambiental 2007. *Boletín de prensa*.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE (2010b). Cuenta satélite de medio ambiente y cuentas de gasto en protección ambiental 2008. *Boletín de prensa*.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE (2010c). Cuenta satélite de medio ambiente y cuentas de stock de los recursos naturales 2008. *Boletín de prensa*.
- Departamento Nacional de Planeación, DNP (1991). Una política ambiental para Colombia. *Documento DEPA* 2544.
- Juster, T. (1973). A framework for measuring performance. In *The Measurement of Economic and Social Performance*, Columbia University Press, pp. 23–110. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Lange, G.-M. (2003). Policy applications of environmental accounting. *Environmental Economics Series, World Bank Working Paper* 88.
- Maldonado, J. H. (2008). *Economía de recursos naturales: Aplicaciones de la economía computacional a la solución de problemas dinámicos*. Ediciones Unianandes.
- Mäler, K.-G. (1991). National accounts and environmental resources. *Environmental and Resource Economics* 1, 1–15.
- Ministerio de Minas y Energía (2004). Boletín estadístico de minas y energía.
- Miranda, M. y P. Fackler (2002). *Applied Computational Economics and Finance*. MIT Press.

- Nordhaus, W. D. y J. Tobin (1973). Is growth obsolete? In *The Measurement of Economic and Social Performance*, Columbia University Press, pp. 509–564. National Bureau of Economic Research, Inc.
- O'Connor, M. (2000). Toward a typology of environmentally-adjusted national sustainability indicators: Key concepts and policy applications. *Paper prepared for the London Group*.
- Peskin, H. (1989). Accounting for natural resource depletion and degradation in developing countries. *Environment Department, World Bank Working Paper No. 13*.
- Repetto, R., W. Magrath, M. Wells, C. Beer, y F. Rossini (1989). *Wasting Assets: Natural Resources in the National Accounts*. World Resources Institute, Washington.
- SEEA (2003). *The handbook of national accounting: Integrated environmental and economic accounting 2003*.
- Unidad de Planeación Minero Energética, UPME (2005). *Boletín estadístico de energía y minas 1994-2004*.
- United Nations (1993a). *Integrated environmental and economic accounting. Series F No. 61. United Nations: New York*.
- United Nations (1993b). *System of National Accounts*. United Nations: New York.
- Van Tongeren, J., E. Lutz, y S. Scheweinfest (1993). *Integrated environmental and economic accounting: A case study of Mexico. World Bank Environment Working Paper No. 50*.
- World Commission (1987). *Our common Future*. New York: Oxford University Press.