

La Resolución de Problemas como contenido en el Currículo de Matemáticas de Primaria y Secundaria¹

The problem solving as content in the Mathematics Curriculum of Elementary and Secondary education

(1) Lorenzo J. Blanco Nieto (2) Janeth Amparo Cárdenas Lizarazo

(1) Dto. Didáctica de las CC. Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Extremadura.

(2) Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia.

Fecha de recepción 29-05-2013. Fecha de aceptación 13-09-2013

Resumen.

La resolución de problemas ha estado inmersa en el currículo de matemáticas desde hace más de 2 décadas. Esto ha generado algunos cambios en la enseñanza de las matemáticas, sin embargo su evaluación ha sido poco considerada. En este documento presentamos algunos aspectos propios de la resolución de problemas, y los cuales señala el currículo, como aspectos que deben aprender los estudiantes al aprender matemáticas, haciendo de la resolución de problemas un contenido a tratar en la enseñanza y en la evaluación de las matemáticas.

Palabras clave: Resolución de problemas; currículo de matemáticas; Primaria y Secundaria.

Summary.

Problem solving has been present in the math curriculum for more than three decades. The curriculum identifies two different but complementary approaches: as a methodology and as content. In this paper we present a qualitative analysis of the curriculum to display the main aspects that allow us to identify problem solving as specific content that students should learn.

Key words: problem solving; math curriculum; elementary and secondary education

(1) Trabajo desarrollado al amparo del Proyecto de Investigación Nacional “Resolución de Problemas de Matemáticas en la formación inicial del profesorado de Primaria y Secundaria: Diseño, aplicación y evaluación de un programa de intervención cognitiva y emocional” (EDU2010-18350), aprobado por el MICINN.

1. PERSPECTIVAS SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

Cuando analizamos diferentes trabajos sobre educación matemática podemos encontrar diferentes significados al vocablo ‘problema’ y a la expresión ‘Resolución de problemas’. Así, autores como Blanco (1993), Gaulin (1986), Pino (2013), Puig (2008), Schroeder y Lester (1989) y Schoenfeld (1985) señalan diferentes perspectivas sobre la resolución de problemas, de las que queremos destacar tres de ellas: Enseñanza para la resolución de problemas; Enseñanza sobre la resolución de problemas y Enseñanza via resolución de problemas (*teaching via problem solving*).

a) En el primer caso, los esfuerzos irían dirigidos a la manera en que los conocimientos de Matemáticas previamente trabajados puedan tener una aplicación útil a través de la solución de problemas. Así, se les daría a los estudiantes oportunidades para aplicar sus conocimientos matemáticos previos en la Resolución de Problemas (RP) tomados de la vida diaria o de la propia ciencia. Es la perspectiva tradicional en el papel de la resolución de problemas como aplicación de la teoría que se refleja en los libros de textos que colocan los problemas en el final de los capítulos o después de la introducción de algún concepto o algoritmo. El currí-

culo de Matemáticas de Secundaria de la Comunidad Autónoma de Extremadura señala:

“El currículo de matemáticas hace especial hincapié en la funcionalidad de los aprendizajes y en la aplicación que de ellos podrá hacer el alumno tanto dentro del entorno escolar como en la realidad próxima” (DOE, 2007: 8098-S)².

b) La enseñanza sobre la RP consideraría trabajar para que los alumnos aprendan a buscar y usar estrategias para resolver problemas, hacer que los alumnos adquieran ciertas habilidades, técnicas y actitudes que les lleven a ser buenos resolutores de problemas. En esta línea estarían aquellos profesores que enseñan estrategias específicas sobre resolución de problemas, y que favorecen la reflexión y discusión sobre el propio proceso. Así, la resolución de problemas se constituye como un contenido y una actividad que los alumnos deben aprender a desarrollar y es el centro de este artículo.

c) Por último, puede plantearse la enseñanza de las Matemáticas partiendo de proponer situaciones problemáticas que los alumnos irán abordando y resolviendo. Así, la enseñanza-aprendizaje de un tópico de Matemáticas inicia con una situación problemática que incorpora ciertos aspectos claves del tema, provocando el desarrollo de determinadas técnicas matemáticas. Esta perspectiva fue referida por Schroeder y Lester (1989) al seña-

(2) Recogemos indicaciones precisas del Currículo de Educación Primaria y del Currículo de Educación Secundaria, para la Comunidad Autónoma de Extremadura, publicados en DOE (2007). Añadiremos una ‘P’ a la indicación de la página para significar que es el currículo de Primaria y una ‘S’ cuando sea una cita literal del Currículo de Secundaria. Todas las referencias literales de los currículos irán en cursiva. Sugerencias similares o idénticas se dan en el resto de los currículos de otras Comunidades Autónomas.

lar que los conceptos y habilidades matemáticas, el desarrollo de altos niveles de procesos de pensamiento y la enseñanza de las Matemáticas debe desarrollarse en una atmósfera de investigación orientada y de resolución de problemas.

La resolución de problemas como metodología o el aprendizaje basado en problemas ha sido ampliamente estudiado y como tal se refleja en el currículo: *“La resolución de problemas ha de ser el centro de la actividad matemática ya que en ella se combinan análisis, comprensión, razonamiento y aplicación y se integran saberes y realidad”* (DOE, 2007: 8098-S)

2. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO CONTENIDO

En este trabajo nos centramos en la Resolución de Problemas como un contenido específico que los estudiantes debieran adquirir en su paso por la enseñanza obligatoria, al considerar que, como tal, viene reflejado en los diferentes currículos.

El papel de la Resolución de Problemas en la investigación y el currículo, fue analizada en el XII Simposio de Investigación en Educación Matemática (XXX) que se desarrolló en Badajoz en 2008, señalándose la presencia e importancia creciente de la resolución de problemas en los currículos nacionales como internacionales (Castro, 2008), tanto desde la perspectiva de contenido como de metodología. Para Puig (2008) la RP como método facilitaría la consolidación de conceptos, técnicas y actitudes; y como contenido supondría la reflexión sobre procesos comunes en la resolución de problemas (Puig, 1991). Señalaba el autor la repercusión en las aulas de la Resolución

de Problemas de Matemáticas (RPM) ha pasado por periodos de mayor y menor intensidad, existiendo dificultades claras acerca de su consideración en el trabajo de los profesores. Para Puig (2008), esa presencia en primer plano de la RP se acompañó de una tensión mal resuelta entre la doble consideración de la resolución de problemas “como contenido y como metodología”, que resultó en detrimento de su tratamiento como contenido en los diseños curriculares y diluyó su presencia en la práctica, no sólo como contenido sino también como metodología.

3. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMA COMO CONTENIDO EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

Por nuestra parte hemos analizado el currículo de matemáticas de Primaria y de Secundaria para Extremadura para comprender cuáles son las indicaciones que se establecen acerca de la resolución de problemas. Para analizar los documentos hemos dividido los currículum en Unidades de Análisis (UA) (Blanco y Barrantes, 2003) que se definen como palabras o conjuntos de ellas que tienen significado en relación a los objetivos que se pretenden. En nuestro caso, analizar el significado de la Resolución de Problemas de Matemáticas (RPM) en el Currículo Extremeño de Primaria y Secundaria. Recordamos que para diferenciar la procedencia de las unidades de análisis añadiremos, a continuación de la página del DOE, la letra P o S, para significar si la UA es extraída del currículo de Primaria o de Secundaria.

Por ejemplo, el currículo de Secundaria señala: *“Elaborar con flexibilidad estrategias personales a la hora de ana-*

lizar situaciones o identificar y resolver problemas” (p. 8099-S)

Esta UA, viene en la página 8099 del DOE en el que se publica el Currículo de Secundaria, y nos habla de la importancia de la elaboración, por parte del resolutor, de estrategias personales en la actividad matemática, en general, y en la resolución de problemas, de manera específica.

Las unidades de análisis constituyen, por lo tanto, un fragmento de texto de unidad variable, dependiendo de la extensión con que se hable de la RP. Puede ser una oración o un conjunto de oraciones que no tienen porqué coincidir con un párrafo, pero su redacción debe ser literal del texto analizado, para garantizar una idea central del mismo en relación a los objetivos marcados.

A su vez, una UA puede tener uno o varios significados dependiendo de la profundidad del trabajo. Así, podemos encontrar un párrafo extenso sobre el dominio afectivo en relación a la resolución de problemas y algunas características de la actividad matemática que podemos considerar en su totalidad o en parte:

“Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas” (p. 8099-S).

El párrafo es en sí mismo una unidad de análisis ya que nos señala la importancia del dominio afectivo en la resolución de problemas, en diferentes aspectos. Pero, también, podemos subdividirlo en otras unidades de análisis más pequeñas ya que señala expresamente diferentes

descriptores relacionados con el dominio afectivo. Es este caso podemos considerar cada uno de estos aspectos como una unidad de análisis. De esta manera podemos considerar como UA las siguientes:

“Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas” (p. 8099-S)

“Mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos (la resolución de problemas) con éxito” (p. 8099-S)

“Adquirir un nivel de autoestima adecuado” (p. 8099-S) (ante la resolución de problemas)

(La resolución de problema debe permitir al alumno) *“disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas” (p. 8099-S).*

Una vez definidas las UA hemos agrupado, en diferentes categorías, aquellas que tenían un significado semejante o que se referían a un mismo aspecto. Por ejemplo, aquellas que nos hablaban de los procedimientos para resolver problemas o aquellas que relacionaban la RPM con aspectos del dominio afectivo como la confianza, motivación o la perseverancia o las que relacionan el uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (TIC) con la resolución de problemas. En ocasiones una misma unidad de análisis puede ser encuadrada en diferentes categorías. Así, podemos encontrar la siguiente UA:

“Explicación oral del proceso seguido y de la estrategia utilizada” (p. 7914-P).

El párrafo anterior nos habla de la ‘explicación oral’ lo que relaciona la UA con la comunicación lingüística, y del proceso o estrategia utilizada lo que la

relaciona con el segundo paso del modelo general de resolución de problemas (Blanco, 1993; Guerrero Caballero, 2013; Polya, 1986; Scheonfeld, 1985). Por este motivo, la UA se encuadraría dentro de las categorías *iii.b. (Modelo General de Resolución de problemas. Diseño de Estrategias)* y *vii. (Matemáticas. Lenguaje y Comunicación)* de las que se indican a continuación.

En este trabajo hemos considerado las siguientes categorías y señalaremos algunas UA. En cada una de ellas que nos permitan obtener un significado específico.

i. La Resolución de Problemas de Matemáticas como contenido

ii. Formular o plantear problemas

iii. Modelo General de Resolución de Problemas

a. Analizar y comprender el problema

b. Diseño de estrategias

c. Ejecución de las estrategias

d. Revisión del problema, del resultado y toma de decisiones

iv. Dominio afectivo

v. Tecnología de la información y de la comunicación

vi. Fuentes de situaciones y datos para plantear problemas

vii. Matemáticas, lenguaje y comunicación

viii. Evaluación

i. La Resolución de Problemas de Matemáticas como contenido

Las referencias a la necesidad de aprender a resolver problemas es algo que se refleja en el currículo de manera repetida. Así, encontramos expresiones claras que indican que el currículo considera la

resolución de problemas como un contenido específico en la línea de los autores mencionados anteriormente.

A este respecto, podemos leer:

“Los contenidos asociados a la resolución de problemas constituyen la principal aportación que desde el área se puede hacer a la autonomía e iniciativa personal” (p. 7911-P).

“El trabajo matemático debe saber combinar los contenidos relativos al cálculo, estudio de propiedades o relaciones con procedimientos para el análisis de situaciones, la interpretación de datos o la resolución de problemas” (p. 8097-S).

Los textos utilizados insisten, así mismo, en señalar la importancia la RPM como una actividad en la enseñanza de las matemáticas que debe considerarse específicamente para su aprendizaje. Este fue el intento en 1991 de M. de Guzman de introducir ‘estrategias para la resolución de problemas’ (Guzmán, Cólera y Salvador, 1991) en los libros de texto y que desgraciadamente, se abandonó a los pocos años.

“La resolución de problemas... debe tenerse en cuenta que se trata de una actividad altamente compleja que requiere entrenamiento y constancia” (p. 8098-S).

La complejidad de esta actividad vendrá desmenuzada en los contenidos de las diferentes categorías que nos sugerirán múltiples aspectos cognitivos que podríamos asociar a heurísticos para la resolución de problemas y aspectos afectivos que influyen de manera importante en la implicación y rendimiento de los resolutores.

Al referirnos a estos heurísticos, no queremos establecer una relación de acciones a modo de pruebas de entrena-

miento puesto que no tratamos de transmitir a los estudiantes reglas heurísticas o trucos para la resolución de problemas, sino ayudarles a descubrir sus capacidades y sus limitaciones, pero diseñando actividades que favorezcan hábitos adecuados de resolución de problemas y les ayude a interiorizarlos.

A este respecto, consideramos que la enseñanza de pautas, estrategias y técnicas consigue más y mejores resolutores que la mera práctica espontánea en resolver problemas. Dicho de otro modo, la habilidad para resolver problemas no sólo se adquiere resolviendo muchos problemas, sino tomando soltura y familiaridad con una gama de técnicas de resolución, conocidas por heurísticas (García, 1992).

ii. Formular o plantear problemas

El currículo no sólo habla de resolver problemas ya que en diferentes momentos indica la importancia de captar la información significativa de situaciones cotidianas y de ser capaces de formularla en términos matemáticos. Y, más específicamente señala la importancia de formular o plantear problemas a partir de diferentes situaciones que nos sugiere el entorno inmediato de los alumnos.

Así, por ejemplo sugiere la:

“Invención y formulación de problemas de la vida cotidiana a partir de situaciones dadas en los que se precise realizar varias operaciones matemáticas para su resolución” (p. 7921-P).

La referencia a la ‘invención de problemas’ se repite dos veces más en el currículo de Primaria (p. 7913-P y 7917-P).

Y de manera reiterada se utilizan los términos ‘formular’ o ‘formulación’ para sugerir que los alumnos planteen proble-

mas a partir de diferentes contextos y en referencia a contenidos específicos de matemáticas:

“Formulación, interpretación y resolución de problemas cotidianos y de otras áreas de conocimiento” (p. 8114-S).

“Formular problemas sencillos en los que se precise contar, leer y escribir números” (p. 7915-P).

“...Formular y resolver sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos” (p. 7916-P).

“Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos y abordarlas siguiendo los protocolos habituales en matemáticas” (p. 8099-S).

La actividad de plantear/inventar/formular problemas parece oportuna por cuanto obliga a trabajar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos. Así, si un alumno debe plantear un problema que se resuelva con una ecuación de segundo grado tendrá que analizar los elementos de la ecuación para saber las variables necesarias y podrá plantearlo a partir de situaciones numéricas o geométricas, entre otras. O por ejemplo, si proponemos que redacten diversos problemas cuya pregunta sea “calcular el volumen del cilindro” deberán analizar la fórmula del cilindro para ver diferentes posibilidades a partir de la medida de la base y altura o de la medida de radio o diámetro de la base y de la altura del cilindro.

Debemos señalar que la invención de problemas puede proponerse en diferentes situaciones de enseñanza. Así, podemos proponerle a los alumnos que inventen o formulen problemas cuando estamos dando determinados procesos o

conceptos matemáticos para trabajar la relación de estos conceptos en diferentes contextos, cuando queremos hacer problemas sobre algún contenido o en la fase final de la resolución de problemas para permitir la transferencia del conocimiento aprendido en el problema a otras situaciones posibles.

La necesidad de analizar e interpretar diferentes situaciones sociales, culturales del entorno inmediato, etc., es referida de manera reiterada en el currículo con diferentes propuestas de manera general o en referencia a contenidos específicos. Ello transmite la idea de que la matemática puede ayudar a producir, interpretar, representar y expresar distintos tipos de información que serviría para “*ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad*” (p. 7834-P), para comprender lo que nos rodea y plantear, a partir de ello, problemas que nos ayuden a encontrar mejores alternativas. Esta idea aparece ligada a diferentes contenidos específicos:

“Interpretación de gráficos que permitan detectar situaciones problemáticas relacionadas con temas de salud, consumo, medio ambiente, educación vial” (p. 7923-P).

“Interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano de casas y maquetas) realizada a partir de un sistema de referencia y de objetos o situaciones familiares” (p. 7924-P).

iii. Modelo General de Resolución de Problemas

El texto curricular nos propone explícitamente un proceso de solución de los problemas que es similar al propuesto inicialmente por Polya (1986). Ello, se apre-

cia en las diferentes Unidades de Análisis que aparecen en relación al modelo general o a las diferentes fases del modelo.

En el currículo de Primaria se puede leer:

“La RPM... requiere...: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados” (p. 7912-P).

“La resolución de problemas tiene, al menos, tres vertientes complementarias asociadas al desarrollo de esta competencia (de Resolución de Problemas): la planificación, la gestión de los recursos y la valoración de los resultados” (p. 7911-P).

En el Currículo de Secundaria, también, encontramos otra UA similar aún más detallada:

“Utilización de estrategias y técnicas de resolución de problemas: análisis y comprensión del enunciado, uso del método de ensayo y error, descomposición del problema en partes más sencillas, concepción de un plan, elección de las operaciones apropiadas y comprobación de los resultados que se vayan obteniendo” (p. 8102-S).

Como señalábamos anteriormente, los textos analizados señalan, reiteradamente, la importancia de trabajar las diferentes fases del modelo general. Así, en un párrafo posterior señala literalmente entre los contenidos comunes:

“Sistematización de los pasos que permiten resolver correctamente un problema” (p. 8110-S).

Esta referencia al trabajo sobre la resolución de problemas no es nueva en el currículo de Matemáticas ya que en la

propuesta curricular de 1992 podemos encontrar la siguiente cita que nos parece más completa:

“...el alumno debe desarrollar y perfeccionar sus propias estrategias, a la vez que adquiere otras generales y específicas que le permiten enfrentarse a las nuevas situaciones con probabilidad de éxito. En este sentido, se brindará a los niños la oportunidad de familiarizarse con procesos que facilitan la exploración y resolución de problemas como: comprensión y expresión de la situación matemática (verbalización, dramatización, discusión en equipo), extracción de datos y análisis de los mismos, representación en forma gráfica del problema o situación, formulación de conjeturas y verificación de su validez o no, exploración mediante ensayo y error, formulaciones nuevas del problema, comprobación de resultados y comunicación de los mismos. Se hace necesario, asimismo, desarrollar la capacidad de persistir en la exploración de un problema” (MEC, 1992: 92).

Todo lo anterior nos muestra cómo en el currículo está presente un modelo general de resolución de problemas que los estudiantes deben experimentar y aprender. Un modelo sugerido de la aportaciones Blanco (1993), Bransford y Stein (1987), Guzman (1991), Mason, Burton y Stacey (1988), Pino (2013), Santos (2007) y Schoelfend (1985), que desarrolla de manera diferenciada, al menos, cuatro fases: i. Analizar y comprender la situación planteada; ii. Diseño de estrategias, desarrollo de las estrategias; iii. Eje-

cución de las estrategias hasta alcanzar la solución y iv. Revisión de los resultados y del proceso a nivel cognitivo y afectivo.

Nuestro Grupo de Investigación³ está trabajando para adaptar el modelo considerando de manera integrada aspectos cognitivos y afectivos sobre la resolución de problemas, pasando de cuatro a cinco pasos (Blanco, Guerrero y Caballero, 2013). En esta nueva fase se indica la necesidad de aprovechar la revisión del proceso para que los alumnos evalúen su implicación en la resolución del problema y ganen en confianza y autoestima como resolutores.

De una manera más específica, el currículo nos señala la importancia de algunos de estos pasos y nos indica algunas características que debiéramos considerar en el trabajo docente, y que consecuentemente debieran ser referentes específicos de nuestra actividad en el aula.

De acuerdo al Modelo General de RPM hemos establecido las siguientes subcategorías: a) Analizar y comprender el problema; b) Diseño de estrategias; c) Ejecución de las estrategias y d) Revisión del problema, del resultado y toma de decisiones

a) Analizar y comprender el problema

Existen diferentes UA que nos orientan sobre la manera de abordar los problemas y los objetivos de esta primera fase del Modelo General y que es considerada esencial para poder continuar con el proceso de solución del problema. Así, nos indica que:

(3) El Grupo de Investigación DEPROFE ha desarrollado diferentes proyectos de investigación sobre aspectos cognitivos y afectivos de la resolución de problemas de Matemáticas, cuyos resultados han sido publicados en diversos artículos, libros y capítulos de libros.

“La planificación (en la Resolución de problemas) está aquí asociada a la comprensión en detalle de la situación planteada para trazar un plan” (p. 7911-P).

La necesidad de una lectura comprensiva es evidente y por ello es reiteradamente referenciada en ambos textos curriculares:

“La resolución de problemas requiere... leer comprensivamente” (p. 7912-P).

La importancia de comprender la situación planteada ha sido considerada por diferentes autores que señalan, además, algunas actividades específicas que ayudarían a los alumnos en esa fase de la resolución de los problemas (Blanco 2009; Castro et al, 1995; Figueras, 1994; García, 1992; Luceño, 1996).

Por otra parte, y ligado al valor de la comprensión de la situación planteada, Lohead y Mestre, (1988), realizan una importante contribución en relación a la dificultad de la traducción de los enunciados a expresiones matemáticas. Los autores se refieren específicamente a problemas algebraicos señalando tres niveles de comprensión de los enunciados: comprensión cualitativa, comprensión cuantitativa y comprensión conceptual.

b) Diseño de estrategias

La comprensión y análisis de la situación planteada debe llevar al resolutor a elaborar/diseñar una estrategia sobre cómo alcanzar los objetivos señalados en el problema. Este es uno de los aspectos más repetidos en los currículos que señalan la necesidad de: *“Elaborar con flexibilidad estrategias personales a la hora de analizar situaciones o identificar y resolver problemas”* (p. 8099-S).

La referencia a la *“utilización de es-*

trategias personales de resolución” (p. 7920-P) se repite numerosas veces en los textos lo que indica la importancia que se le da.

De igual manera, indican que es importante:

“...observar la facultad de emplear más de un procedimiento y la perseverancia en la búsqueda de soluciones, y la expresión, oral y escrita en el proceso seguido” (p. 7920-P).

“...la toma de conciencia de los procedimientos mentales y las estrategias (p. 7840-P).

“...Valorar las diferentes estrategias...” (p. 7924-P).

De las unidades anteriores podríamos resumirlas al señalar que los aprendices deben elaborar, utilizar y explicar oralmente y por escrito diversas estrategias, personales o con los procedimientos propios de Primaria, para resolver los problemas

c) Ejecución de las estrategias

El proceso de solución del problema viene reflejado en el currículo señalando algunas características que debiéramos considerar en el trabajo de los alumnos. La observación del trabajo de los alumnos de Primaria muestra una cierta desorganización y falta de rigor en los modos en los que estos resuelven los problemas. De esta manera, podemos encontrar expresiones como

$$2 \times 3 = 6 + 4 = 10$$

que se corresponderían con una forma de hablar pero cuya expresión escrita no se corresponde con la representación dada.

Por ello, en los currículos se señala que se tendrá en cuenta la:

“Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas” (p. 8106-S).

O el

“Interés por la presentación limpia, ordenada y clara de los cálculos y de sus resultados” (p. 7917-P).

Pero, también se hace referencia al control del proceso por parte del resolutor, al señalar que:

“La gestión de los recursos (en la resolución de problemas) incluye la optimización de los procesos de resolución” (p. 7911-P).

Es decir, este tercer paso requiere de algunas actitudes personales que facilitarán la correcta resolución del problema. Así, parece importante considerar la elección y uso de las diferentes estrategias para resolver las situaciones planteadas, señalando sus pensamientos, sus dudas, sus conjeturas, en definitiva, que nos expliquen lo que ha pasado por su mente y lo que han ido haciendo. Hay que procurar que el alumnado trate de resolver el problema de forma lógica y reflexiva, incluyendo la estimación, cálculo mental o anticipación de la solución. Habrá que procurar que sea capaz de desarrollar y explicar el proceso con rigor, controlando las diferentes partes del mismo. Y, actuar con orden y precisión, resaltando los posibles logros intermedios.

Todo ello, facilitaría que el resolutor volviera al problema para aprender del trabajo realizado.

d) Revisión del problema, del resultado y toma de decisiones

Parece usual considerar que una vez se ha obtenido la solución se hubiera terminado la actividad. Pero, entre las finali-

dades por las que se proponen problemas de matemáticas a los alumnos consideramos: aprender a resolver problemas y trabajar las matemáticas. Y es por ello que es necesario considerar otra etapa que nos permita reflexionar y aprender sobre el trabajo realizado y sobre los resultados obtenidos para facilitar la transferencia de conocimiento a situaciones posteriores. Y esto es recogido en el currículo de diferentes maneras. Unas veces para referirse al resultado obtenido que hay que comprobar, valorar su coherencia y comunicar:

Así, encontramos unidades de análisis que nos hablan de:

“La resolución de problemas... requiere... comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados” (p. 7912-P) y

“...comprobación del ajuste de la solución a la situación planteada” (p. 8105 - 8106)

“valorando la coherencia de los resultados” (p. 7912-P),

y la

“Capacidad... para argumentar sobre la validez de una solución identificando, en su caso, los errores” (p. 7921-P).

Una argumentación que le puede llevar a ser

“Crítico con la solución obtenida, integrándola en el contexto” (p. 8108-S),

ya que cuando se plantean (problemas) de la vida cotidiana deberemos tener en cuenta

“la flexibilidad para modificar el punto de vista” (p. 8099-S).

También se insiste en la importancia de revisar el proceso como premisa para transferir conocimiento a situaciones posteriores. Así,

“...la valoración de los resultados (en

la Resolución de problemas) permite hacer frente a otros problemas o situaciones con mayores posibilidades de éxito” (p. 7911-P).

Y, concretamente, indica que esta referencia a otras situaciones puede hacerse a partir de

“...la búsqueda de problemas afines” (p. 8106-S)

iv. Dominio afectivo

En esta categoría consideramos aspectos diferenciados de lo cognitivo y relacionados con las creencias, actitudes y emociones. Es decir, aspectos considerados dentro del dominio afectivo (Blanco, 2012; Gómez-Chacón, 2001, 2002; McLeod y Adams, 1989) como la motivación, interés, perseverancia, etc., que son nombrados en el currículo de manera reiterada.

Así, son diversas las referencias que se establecen en relación a diferentes descriptores del dominio afectivo en relación a la resolución de problemas:

“*confianza en las propias posibilidades y curiosidad, interés y constancia en la búsqueda de soluciones*” (p. 7913-P)

“*Valoración del propio esfuerzo (en la resolución de problemas)*” (p. 7913-P)

“*Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas*” (p. 8099-S)

“*...actitud positiva y capacidad para valorar y comprender la utilidad de los conocimientos matemáticos y experimentar satisfacción por su uso, por el modo en que permite ordenar la información, comprender la realidad y resolver determinados problemas*” (p. 7912-P).

“*Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar*

confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito y adquirir un nivel de autoestima adecuado, que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de las matemáticas” (p. 8099-S)

Otras UA sugieren que las acciones específicas para aprender a resolver problemas no debe limitarse al manejo de algoritmos o la mecánica de cálculos adecuados, así se indica que la actividad matemática debiera desarrollarse en un ambiente de resolución de problema permitiendo que se favorezca el autoaprendizaje de los estudiantes:

“*Se pretende que el alumno haga también suyos los métodos de trabajo en matemáticas... es ésta una forma de fomentar la autonomía personal y la capacidad de autoaprendizaje*” (p. 8098-S).

Es evidente la relación de esta unidad con las competencias curriculares 7 (Competencia para aprender a aprender) y 8 (Autonomía e iniciativa personal) que se refieren a la capacidad de aprender a aprender y de la autonomía e iniciativa personal.

Dentro de esta categoría hemos incluido las referencias al trabajo en equipo y la relación con los compañeros:

“*Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo mostrando interés y respeto por las estrategias diferentes a las propias*” (p. 8100-S).

En los últimos años se han realizado importantes estudios sobre la influencia del dominio afectivo en la resolución de problemas con estudiantes de Secundaria cuyo resultados debería considerarse para procurar una mayor eficacia en el aprendizaje sobre la resolución de problemas (Gil, Guerrero y Blanco, 2006). En Blanco, Guerrero y Caballero (2006) se

profundiza en la relación entre dominio afectivo y resolución de problemas de matemáticas proponiéndose un taller de trabajo sobre la resolución de problemas de matemáticas que considera de manera integrada aspectos cognitivos y afectivos.

v. Tecnología de la información y de la comunicación

A pesar del tiempo transcurrido y del mayor acceso de los centros, profesores y alumnos de Secundaria a los medios tecnológicos, el uso de las TIC sigue teniendo resistencia por parte de muchos profesores de matemáticas en los niveles de enseñanza obligatoria.

Este resultado parece, en cierto sentido sorprendente, por cuanto el uso de las TIC en la enseñanza en Primaria y Secundaria es una recomendación específica y reiterada, más allá del mero recurso motivador, del currículo en la enseñanza obligatoria:

“Es necesario revisar los planteamientos metodológicos de cada área del currículo, de manera que las nuevas formas de aprender, que se generan desde la utilización de las TIC en el aula, permitan a los alumnos buscar, indagar, probar, comprobar, experimentar, observar, resumir, concluir, sin necesidad de contar previamente con nuestras explicaciones e instrucciones” (p. 7841-P).

El uso de las TIC (incluida la calculadora) en las diferentes fases de la resolución de problemas es reiterado en los documentos utilizados: *“La resolución de problemas no debe reducirse a la utilización exclusiva de métodos algebraicos pues puede combinarse... (con) el uso de tecnologías de la información”* (p. 8112-S).

La funcionalidad de las TIC en clase de matemáticas debiera llevar a los resolutores a tomar decisiones sobre su uso:

“Utilización de la calculadora o el ordenador en la resolución de problemas de la vida cotidiana, decidiendo sobre la conveniencia de su uso en función de la complejidad de los cálculos” (p. 7917-P - 7921-P).

Generando en los mismos una:

“Actitud crítica ante el uso de estas herramientas (tecnológicas)” (p. 8106-S)

Además se insiste en el uso de las TIC como recurso ‘necesario’ e ‘ineludible’ en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas en general y, específicamente, en la resolución de problemas:

“El uso de las nuevas tecnologías en el desarrollo de muchos de los contenidos del currículo de matemáticas es más una necesidad que una recomendación” (p. 8099-S)

“Las tecnologías de la información y la comunicación deben constituir un recurso didáctico ineludible en todas las áreas que conforman la etapa” (p. 7828-P).

El currículo lo justifica porque señala que los

“Ordenadores y calculadoras no sólo facilitan cálculos que pudieran ser improductivos o automatizan la elaboración de gráficos, sino que también y sobre todo, acercan al alumno conceptos e ideas abstractos, permiten manipular situaciones y visualizar propiedades y relaciones facilitando, en definitiva, el análisis y la elaboración de conclusiones” (p. 8099-S)

Es decir, el uso de la TIC no solo es conveniente porque facilita los cálculos, si no porque es una herramienta útil para el aprendizaje matemático. Son numerosos los trabajos realizados al respecto por

lo que parece un contrasentido dudar de su utilidad como recursos para la enseñanza de las Matemáticas en el siglo XXI.

vi. Fuentes de situaciones y datos para plantear problemas

En Blanco, Guerrero y Caballero (2013) se denuncia que los contextos comunes en las aulas de matemáticas en la actualidad reflejados en los enunciados de los problemas, son los mismos que los que se reflejaban en los problemas de los libros de matemáticas a inicio del siglo XX. Es evidente que los intereses, preocupaciones y pensamientos de los alumnos del siglo XXI han cambiado enormemente respecto de los alumnos de hace 100 años.

A pesar de esta inadaptación a la situación actual, cuando analizamos el currículo encontramos diferentes párrafos en los que se indican los contextos, generales y específicos, donde se pueden plantear y resolver problemas de matemáticas, diferentes a los encontrados y que continúan en la mente de los alumnos y profesores de Secundaria (Pino y Blanco). En Alsina (1994) se nos muestran aspectos concretos de la vida útiles como referencias para trabajar las matemáticas, y cita 50 motivos concretos en relación con la enseñanza de las matemáticas, y donde aparecen temas relacionados con el cuerpo humano y salud; naturaleza y ecología; economía; vivienda; consumo comercial; medios de transporte y servicios; tecnología normal; educación para la paz y la democracia.

La referencia a ‘contextos cotidianos’ es frecuente. En primer lugar, como primer referente para que se pueda construir el conocimiento:

“Los alumnos y las alumnas deben aprender matemáticas utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para adquirir progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos” (p. 7909-P).

La necesidad de comprender la realidad utilizando diferentes representaciones matemáticas es frecuente en relación a los contenidos específicos de matemáticas:

“Interpretación de gráficos que permitan detectar situaciones problemáticas relacionadas con temas de salud, consumo, medio ambiente, educación vial” (p. 7923-P).

Y, en general a la resolución de problemas:

“Resolver problemas sencillos relacionados con objetos, hechos y situaciones de la vida cotidiana” (p. 7916-P).

A modo de recordatorio, existen numerosas propuestas que considera a los medios de comunicación como fuentes para las actividades matemáticas que facilitarían llevar estas recomendaciones al aula (Corbalán, 1991 y 1995; Fernández y Rico, 1992)

vii. Matemáticas, lenguaje y comunicación

La referencia a la competencia lingüística es reiterada en los textos curriculares desde diferentes perspectivas. Así, la comunicación oral sobre la actividad escolar se entiende, al inicio del texto curricular, como un recurso que facilita el aprendizaje:

“...la verbalización del proceso seguido en el aprendizaje,... ayuda a la reflexión sobre qué se ha aprendido, qué

falta por aprender, cómo y para qué, lo que potencia el desarrollo de estrategias que facilitan el aprender a aprender" (p. 7911-P).

También esta sugerencia se relaciona con la educación matemática y con la resolución de problemas, específicamente. Esta incorporación del lenguaje a la actividad matemática se considera desde dos aspectos. La primera al considerar la necesidad de precisión en la adquisición del lenguaje matemático:

"...la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso" (p. 7911-P).

Y la segunda, al asumir la comunicación oral y escrita como competencia específica ligada al aprendizaje de las matemáticas:

"Para fomentar el desarrollo de la competencia en comunicación lingüística desde el área de Matemáticas... es necesario incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos". (p. 7911-P).

Se plantea en relación al modelo general de resolución de problemas globalmente:

"Resolución de problemas... explicando oralmente y por escrito el significado de los datos, la situación planteada, el proceso seguido y las soluciones obtenidas" (p. 7920-P).

Y, específicamente, sobre algunas de las fases del Modelo General:

"Explicar oralmente el proceso seguido para resolver un problema" (p. 7916-P).

Nos parece importante resaltar la importancia de la comunicación como medio necesario para que se produzca aprendizaje, ya que la expresión oral o escrita

del trabajo realizado obliga a un esfuerzo de síntesis y precisión para que el interlocutor nos entienda, lo que nos ayuda en la comprensión y síntesis de lo realizado. En nuestra actividad docente hemos comprobado, por ejemplo, las dificultades que los alumnos tienen para explicar de una manera clara y concisa las estrategias seguidas en la resolución de los problemas. Mayor dificultad aún si se les pide que las escriban.

Por otra parte, la observación del trabajo de los alumnos y las explicaciones, orales y escritas, que estos dan en su actividad parece una referencia necesaria para una evaluación más eficaz del aprendizaje.

viii. Evaluación

La evaluación es un organizador fundamental del currículo y su importancia en todo el proceso de enseñanza/aprendizaje (E/A) parece obvia. Es el recurso que tenemos los profesores para conocer lo que los estudiantes aprenden sobre un tópico y, consecuentemente, tomar decisiones significativas para la práctica docente.

Sin embargo, existe una opinión generalizada entre los profesores de que los criterios e instrumentos utilizados en el aula al evaluar las matemáticas han evolucionado muy poco, a pesar de los cambios desarrollados en las diferentes propuestas curriculares y en las leyes sobre educación.

Si asumimos que la evaluación es una parte importante e indisoluble del proceso de enseñanza/aprendizaje deberemos considerar que debiera darse una estrecha relación entre lo que el currículo señala como objetivos del aprendizaje y los contenidos e instrumentos de evalua-

ción. Es decir, si el currículo señala que los aspectos que hemos destacado para la resolución de problemas en los apartados anteriores deben formar parte del trabajo de los alumnos, también debieran tener reflejo en la evaluación. Lo que implica, necesariamente, una reconceptualización sobre la evaluación en la RPM (Cárdenas, Blanco, Gómez y Guerrero, 2012).

Este cambio es necesario, ya que las decisiones que los profesores toman sobre la evaluación influyen decisivamente en el aprendizaje. Si la decisión va enfocada sobre qué se evalúa, los estudiantes centran sus esfuerzos en torno a ese contenido en busca de un mejor rendimiento. Así, “los estudiantes consideran importantes los aspectos de la instrucción que los profesores enfatizan y evalúan regularmente” (Lester, y Kroll, 1991, p. 277). En caso contrario, como afirma Abraira (1993: 84) “los objetivos que no se evalúan difícilmente se consiguen, ya que los alumnos desplazan su atención y esfuerzo hacia aquellos que son objeto de evaluación”.

Sin embargo, hablar de la evaluación de la resolución de problemas no es algo reciente, ni desconocido en el currículo. En 1991, the National Council Teachers of Mathematics (NCTM) señalaba que “la evaluación debe determinar la capacidad que tenga el alumno para realizar todos los aspectos de la resolución de problemas. Para determinar si son capaces de formular problemas es esencial contar con los datos sobre su capacidad de hacer preguntas, utilizar una información sobre el uso que hacen los estudiantes de estrategias y técnicas de resolución de problemas y de la capacidad que tengan para comprobar e interpretar resultados. Finalmente, ya que la potencia de las matemáticas se deriva

en parte de la posibilidad de generalizar, también debe evaluarse este aspecto de la resolución de problemas” (NCTM, 1991: 216).

Más recientemente, Santos (2007: 171) profundizaba en esta idea y recomendaba que “es importante diseñar actividades adecuadas que capturen información de los momentos identificados en el modelo (de resolución de problemas)”.

En los textos curriculares utilizados se establecen criterios de evaluación en relación a la resolución de problemas:

Este criterio evalúa aspectos básicos relacionados con la resolución de problemas. *“La planificación de este proceso requiere tareas como la comprensión del enunciado, la concepción de un plan o estrategia, la elección y aplicación de las técnicas matemáticas requeridas y el análisis de los resultados que se van obteniendo”* (p. 8113-S).

Y en otros momentos establece referencias concretas a los diferentes aspectos que hemos destacado, y sobre los que siguiendo la recomendación anterior de Santos (2007) debiéramos diseñar actividades específicas de evaluación. Por ejemplo en relación a la formulación/inventación de problemas señala:

“...es básico e imprescindible saber si el alumnado ha adquirido... autonomía e iniciativa personales para la formulación de problemas sencillos en situaciones inventadas” (p. 7915-P).

Pero, también, el currículo indica la necesidad de la evaluación de las diferentes fases del modelo general. Así:

“En este criterio se valoran las competencias básicas relacionadas con la resolución de problemas. Se evalúa desde la comprensión del enunciado a partir del análisis de cada una de las partes del

texto y la identificación de los aspectos más relevantes, hasta la aplicación de estrategias de resolución, incluyendo hábitos como el de comprobar la solución y su coherencia dentro del contexto planteado. Se trata de evaluar, asimismo, la capacidad de transmitir con un lenguaje suficientemente preciso, las ideas y procesos desarrollados de modo que se hagan entender y entiendan a sus compañeros. Se valoran actitudes personales como la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la confianza en la propia capacidad para lograrlo o la actitud positiva a la hora de contrastar soluciones con los compañeros” (p. 8105-S)

Por nuestra parte, asumimos que sería necesario comprobar que el alumno sea capaz de recoger y registrar una información que se pueda cuantificar, formular problemas a partir de una información general, utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica (tablas, diagramas, ecuaciones, etc.) y que entienda y comunica la información así expresada. Igualmente, habría que observar si comprueban o no los datos, si comparan los resultados obtenidos con la situación original, para ver lo razonable de los mismos, o si realizan o no algún tipo de generalización. La capacidad para transferir conocimiento (conceptual o procedimental) a otros problemas, puede observarse al final del proceso de resolución al plantear que los alumnos formulen nuevos problemas, en diferentes contextos, relacionados con el problema resuelto.

Ligado al procedimiento seguido en la resolución de problemas, la evaluación debe tener en cuenta las creencias y la actitud personal del resolutor ante la resolución de problemas. El interés por la activi-

dad, la autoconfianza, autovaloración que hacen de ellos mismos, como resolutores de problemas, la ansiedad con que intentan resolver problemas; la perseverancia cuando fallan los primeros intentos, etc. son algunos factores que también hay que considerar en la evaluación.

Probablemente, la falta de atención a estos factores pueda ser una de las causas de que en diferentes investigaciones se encuentre que “los alumnos independientemente de la edad tienden a aprenderse de memoria los problemas de matemáticas hechos en clase como estrategia metacognitiva” Hidalgo, Maroto, Ortega y Palacios (2013: 230).

Conclusión

El artículo muestra que el currículo señala de manera específica diferentes aspectos concretos que el alumno debe trabajar y asumir sobre la resolución de problemas de Matemáticas. Estas indicaciones se convierten en contenidos específicos para el profesor en el aula de matemática, que además debiera incluir en las actividades de evaluación.

No obstante y a pesar de que estas orientaciones vienen indicándose en las propuestas curriculares desde la década de los 90, estos contenidos no aparecen de manera clara entre las actividades de aula como muestran los trabajos de Álvarez, (2011) y Pino y Blanco (2008). Los informes recientes de evaluación (INECSE, 2001 y 2004; OCDE, 2005; PIRLS – TIMSS, 2011) parecen ratificar esta idea al mostrar que los alumnos de enseñanza obligatoria tienen serias dificultades cuando resuelven problemas de matemáticas. A este respecto, es también, signifi-

cativo recordar la ausencia de atención al aprendizaje de estrategias heurísticas para la resolución de problemas en los libros de texto (Álvarez, 2011; Pino y Blanco, 2008; Schoenfeld, 2007).

Es por ello, que consideramos debería potenciarse la resolución de proble-

mas como un contenido específico en la línea de lo que viene sugiriéndose en los currículos desde hace más de 20 años, y asumimos la necesidad de incorporar, al menos, los contenidos señalados en este trabajo en las tareas usuales en el aula de Matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- ABRAIRA, C. *Efectos de la evaluación formativa en alumnos de matemáticas de E.U. de profesorado de E.G.B.* Universidad de León, 1993. Tesis Doctoral. No publicado.
- ALSINA, C. ¿Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas? En *revista de didáctica de las matemáticas: UNO*. 1994, n.1, p.37-44
- ÁLVAREZ, R. *Evaluación en Matemáticas: Introducción al Álgebra y Ecuaciones en 1º de ESO*. Badajoz-España: Universidad de Extremadura, 2011. Trabajo Final de Máster no publicado
- BLANCO, B. y BLANCO, L. J. Contextos y estrategias en la resolución de problemas de Primaria. En revista *Números*. 2009, n.71, p.75–85.
- BLANCO, L. J. *Consideraciones elementales sobre resolución de problemas*. Badajoz: Univérsitas, 1993.
- BLANCO, L. J. Influencias del dominio afectivo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En PLANAS, N. (Coord.) *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. España: Ed. Graó, 2012, p.171–185.
- BLANCO, L. J. y BARRANTES, M. Concepciones de los estudiantes para maestro en España sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje. En *RELIME*, 2003, vol.6, n.2, p.107–132
- BLANCO, L. J., GUERRERO, E. y CABALLERO, A. Cognition and Affect in Mathematics Problem Solving with Prospective Teachers. En *The Mathematics Enthusiast*. 2013, vol.10, n.1 y 2, p.335–364.
- BRANSFORD, J. y STEIN, B. *Solución IDEAL de Problemas*. Barcelona. Labor, 1987
- BLANCO, L. J., GUERRERO, E. y CABALLERO, A. Problem Solving and Emotional Education in Initial Primary Teacher Education. En *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*. 2011, vol.7, n.4, p.281-292.
- CABALLERO, A. (2013). *Diseño, aplicación y evaluación de un Programa de Intervención en Control Emocional y Resolución de Problemas Matemáticos para Maestros en Formación Inicial*. Tesis Doctoral leída en el Dpto de Didáctica de las ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la Universidad de Extremadura
- CÁRDENAS, J. A., BLANCO, L. J., GÓMEZ, A. y GUERRERO, E. Resolución de problemas de matemáticas y evaluación: aspectos afectivos y cognitivos. En V. MELLADO, L.J. BLANCO, A.B. BORRACHERO y J.A. CÁRDENAS (Eds.), *Las Emociones en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas*. Badajoz-España: DEPROFE. 2012, p.67-88.
- CASTRO, E. Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. LUENGO, B. GÓMEZ, M. CAMACHO, y L.J. BLANCO, *Actas del XIII Simposio de la SEIEM*. Badajoz-España. 2008, p. 93-111.
- CASTRO, E.; CASTRO, E.; RICO, L.; VALENZUELA, J.; GARCÍA, A.; PÉREZ, A.; SERRANO, M.; GONZÁLEZ, E.; SEVILLA, J.; GUTIÉRREZ, J.; IBÁÑEZ, B.; MIÑÁN, A.; MORCILLO, N.; SEGOVIA, I.; TORTOSA, A.; FERNÁNDEZ, F.; TAMAYO, R. y TORRES, C. Resolución de problemas en el Tercer Ciclo de E.G.B. Granada-España: Universidad de Granada, 1995.

- CORBALÁN, F. *Prensa, Matemáticas y enseñanza*. Zaragoza-España: 1991
- CORBALÁN, F. *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó, 1995.
- CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN. Decreto 82/2007 por el que se establece el Currículo de Educación Primaria para la Comunidad Autónoma de Extremadura. DOE, nº 50 de 3 de Mayo de 2007.
- CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN. Decreto 83/2007 por el que se establece el Currículo de Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad Autónoma de Extremadura. DOE, nº 50 de 5 de Mayo de 2007.
- FERNÁNDEZ, A. y RICO, L. *Prensa y educación Matemática*. Madrid-España: Síntesis, 1992.
- FIGUERAS, E. (1994). Leer, escribir, comprender matemáticas. Los problemas. En revista *Suma*. 1994, n.19, p.20-34
- GARCÍA, E. Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. En revista *Aula*. 1992, n.6, p.14-21
- GAULÍN, C. Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas I. En revista *Números*. 1986, n.14, p. 11-18.
- GIL, N., GUERRERO, E. y BLANCO, L. J. El papel de la afectividad en la resolución de problemas. En *Revista de Educación*. 2006, n.340, p.551-569.
http://www.revistaeducacion.mec.es/re340/re340_20.pdf
- GÓMEZ-CHACÓN, I. The emotional dimension in mathematics education: a Bibliography. *Statistical Education Research Newsletter*. 2001, vol. 2, n.2. International Association for Statistical Education
- GUZMÁN, M. *Para pensar mejor*. Barcelona: Labor. 1991.
- GUZMAN, M.; CÓLERA, J. y SALVADOR, A. *Matemáticas. Bachillerato 1*. Madrid: Anaya. 1991.
- HIDALGO, S.; MAROTO, A. ORTEGA, T. y PALACIOS, A. (2013). Influencia del Dominio Afectivo en el Aprendizaje de las Matemáticas. En V. MELLADO, L.J. BLANCO, A.B. BORRACHERO y J.A. CÁRDENAS (Eds.), *Las Emociones en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas*. Badajoz-España: DEPROFE. 2012.
- INECSE. *Evaluación de la educación Secundaria obligatoria 2000: datos básicos*. Madrid: MEC. 2001.
- INECSE. *Evaluación de la educación Primaria 2003: datos básicos*. Madrid: MEC. 2004.
- LESTER, K.L. y KROLL, D.L. Evaluation: a new vision. En *Mathematics teacher*. 1991, vol. 84, n.4, p.276-284
- LOCHHEAD, J. y MESTRE, J.P. From words to algebra: mending misconceptions. En A.F. COXFORD y A.P. SHULTE. *The ideas of Algebra, K-12. Yearbook*. NCYM. 1988, p.127-135.
- LUCENÓ, J.L. *El número y las operaciones aritméticas básicas: su psicodidáctica*. Marfíl. Alcoy. 1986.
- MCLEOD, D.B. y ADAMS, V.M. *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer. 1989, p. 20-36.

- MASON, J.; L. BURTON y STACEY, K. *Pensar matemáticamente*. Barcelona. MEC-Labor. 1988.
- MEC. *Educación Primaria. Matemáticas*. Madrid. 1992
- NCTM. Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Sevilla. S.A.E.M. 1991
- OCDE. *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana*. Santillana. Madrid. 2005
- PINO, J. La resolución de problemas y el dominio afectivo: un estudio con futuros profesores de matemáticas de Secundaria. En V. MELLADO, L.J. BLANCO, A.B. BORRACHERO y J.A. CÁRDENAS (Eds.), *Las Emociones en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas*. Badajoz-España: DEPROFE. 2012, p.117-148
- PINO, J. y BLANCO, J.L. Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. En *Publicaciones*. 2008, n.38, p.63-88.
- PIRLS – TIMSS. *Estudio Internacional de progreso en comprensión lectora, matemáticas y ciencia*. IEA. 2011
- POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas. 1986
- PUIG, L. Aprender a resolver problemas, aprender resolviendo problemas. En *Revista aula de innovación educativa*. 1991, n.6, p.10-12
- PUIG, L. Resolución de problemas: 30 años después. En R. LUENGO, B. GÓMEZ, M. CAMACHO y L.J. BLANCO, *Actas del XIII Simposio de la SEIEM*. Badajoz-España. 2008, p.93-111.
- SANTOS, M. *La resolución de problemas matemáticos*. Trillas. México. 2007
- SCHOENFELD, A. *Mathematical Problem Solving*, Orlando: Academic Press Inc. 1985
- SCHOENFELD, A. Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. En *ZDM The International Journal on Mathematics Education*. 2007, vol.39, n.5-6, p.537-551
- SCHROEDER, T. L. y LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. N.C.T.M. En *New directions for elementary school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM. 1989 Yearbook., p.31-42.