

Control Local en el Espacio de Estados para un Prototipo Real de Péndulo Invertido Traslacional*

State-Space Local Control for a Real Prototype of a Translational Inverted Pendulum

Artículo de Investigación Científica - Fecha de Recepción: 16 de mayo 2014 - Fecha de Aceptación: 22 de septiembre 2014

Lyda Vanessa Herrera Sepúlveda

Ingeniera Electrónica. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T)
Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga (Colombia). lyda.herrera@correo.uis.edu.co

Uriel Alberto Melo Pinzón

Ingeniero Electrónico. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T)
Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga (Colombia). uriel.melo@correo.uis.edu.co

Ricardo Alzate Castaño

Doctor en Automática, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones (E3T)
Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga (Colombia). ralzatec@uis.edu.co

Para citar este artículo / To reference this article:

L. Herrera, U. Melo and R. Alzate, "Control Local en el Espacio de Estados para un Prototipo Real de Péndulo Invertido Traslacional," *INGE CUC*, vol. 10, no. 2, pp. 36-42, 2014.

Resumen: Este artículo aborda la readecuación de un prototipo de laboratorio para péndulo invertido traslacional, buscando recobrar su capacidad funcional y ejercer control local para mantener erguido el brazo del péndulo. En términos de control, el problema que se va a resolver será la viabilidad de una técnica de control por realimentación de estados en el prototipo experimental empleando un dispositivo de proceso de bajo costo. Se realizó por tanto, el diseño y la implementación de circuitos para el acondicionamiento de señales entre los dispositivos de medida, actuación y control. Se diseñó e implementó una estrategia de control por realimentación de estados en un microcontrolador Arduino Mega. Los resultados de simulación predicen la regulación del estado, que posteriormente fue corroborada de manera experimental con el prototipo de laboratorio. Actividades complementarias incluyen el análisis de técnicas avanzadas de control sobre el sistema, al igual que la inclusión de términos de no-linealidad en los modelos.

Palabras clave: control local, control por realimentación de estados, microcontrolador arduino, péndulo invertido traslacional, prototipo experimental.

Abstract: This paper describes the restructuring of an inverted pendulum prototype in order to recover its functional capacity and perform local control to uphold pendulum's arm upright position. Regarding control, state-feedback control feasibility for the experimental prototype using a low-cost process device was studied. For this, the design and implementation of signal conditioning circuitry for measurement, performance, and control devices was accomplished. An experimental procedure was performed to validate the mathematical model proposed for the system, and therefore, the state-feedback controller was designed based on this. State regulation towards zero was obtained on both simulations of the model and the experimental rig when trying to keep the vertical position of the pendulum. Ongoing tasks include the analysis of advanced state-space control techniques and considerations regarding nonlinearities in the model of the system.

Keywords: Arduino microcontroller, Experimental rig, Local control, State-feedback control, Translational inverted pendulum.

* Artículo de investigación científica derivado del proyecto de grado en la modalidad de investigación, titulado: "Control en espacio de estados para un prototipo real de péndulo invertido", de la Universidad Industrial de Santander (UIS). Fecha de inicio: junio de 2012. Fecha de terminación: octubre de 2013.

I. INTRODUCCIÓN

Dada la alta complejidad de los sistemas actuales de ingeniería, se hace necesaria la elección de técnicas de análisis y síntesis que permitan obtener mejores aproximaciones de su comportamiento dinámico, para facilitar el desarrollo de controladores con mayor desempeño respecto a los cada vez más exigentes requerimientos de diseño y de respuesta. Al respecto, las técnicas tradicionales en el dominio de la frecuencia (control clásico) brindan un limitado conjunto de posibilidades tras reducirse a sistemas lineales e invariantes en el tiempo, con una entrada y una salida, dentro de las cuales se destacan las aplicaciones con controladores de acción proporcional, integral, derivativa PID [1], [2], [3]. En contraste, diversos problemas prácticos requieren la interacción de múltiples señales de entrada y salida, relacionadas mediante descripciones matemáticas no necesariamente lineales y con presencia de dependencia temporal en sus parámetros. Estos casos son fácilmente abordados mediante el control moderno (en el espacio de estados); siendo el péndulo invertido un caso particularmente estudiado en la literatura como ejemplo de aplicación para verificar predicciones teóricas sobre este tipo de técnicas. Algunas aplicaciones prácticas del péndulo están relacionadas con medios de transporte personal como el Segway [4], [5], [6] y sensores sísmicos como el expuesto en [7]. Investigaciones relacionadas con el control para sistemas de péndulo invertido incluyen: [8], [9], [10], [11], [12]. Sin embargo, muchos de tales estudios se restringen a resultados de análisis por simulación, o sobre prototipos comerciales producidos por compañías como Quanser® [13], Feedback® [14], Lab-Volt® [15] o ECP Systems® [16], los cuales proveen soluciones integradas para verificación experimental en laboratorio, que al mismo tiempo limitan las plataformas de desarrollo a entornos cerrados, con altos costos de mantenimiento y dependencia del fabricante. Por tanto, en favor de desarrollar una capacidad tecnológica para el entorno regional en este trabajo se propone la implementación de un prototipo de laboratorio para un péndulo invertido traslacional, buscando aplicar sobre el mismo una técnica de control en el espacio de estados empleando un procesador genérico de bajo costo, como banco de pruebas para potenciar futuras aplicaciones en el ámbito industrial. Ideas similares destacan el trabajo del Dr. Kevin Passino en la Universidad Estatal de Ohio (USA) a través del proyecto weLAB: *Low-Cost Engineering Laboratory Project* [17]. Este artículo ha sido organizado del siguiente modo: la sección I presenta las ideas generales a manera de introducción; la sección II realiza una descripción del prototipo de laboratorio implementado; la sección III presenta la metodología propuesta para ejecutar un control por realimentación de estados en el prototipo experimental; finalmente la sección IV presenta resultados a partir de los cuales se generan conclusiones.

II. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El prototipo de laboratorio (Fig. 1) fue diseñado y construido por ingenieros de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander, según se describe en [18]. Está compuesto por un carro que se puede desplazar $\pm 0.46 m$ y acoplado a él un péndulo, formado por un brazo y una masa en el extremo del mismo, con un rango de giro limitado a $\pm 20.3^\circ$. El banco posee como sensor para el ángulo del péndulo un *encoder* absoluto de 256 revoluciones por vuelta; como sistema de actuación, un variador de frecuencia, y como elemento final de control, un motor trifásico. Para implementar la técnica de control por realimentación de estados sobre un microcontrolador fue necesaria la adecuación de señales, la adición de un sensor para la posición del carro y un conversor digital-analógico (DAC) para poder manipular el variador de frecuencia y este a su vez el motor. Los circuitos de adecuación llevan las señales provenientes del *encoder* absoluto e interruptores de un nivel de tensión de 24 a 5 V, y las salidas del microcontrolador a dispositivos como relés e indicadores luminosos de 5 a 24 V. Se diseñó además un circuito amplificador que lleva la salida del DAC de aproximadamente 0-5 V a un rango de 0-10 V, el cual era requerido por la entrada analógica del variador de frecuencia; para el *encoder* incremental que cuenta con una resolución de 900 *pulsos/revolución*, se adicionaron dos inversores *Schmitt trigger* a la salida para obtener una señal cuadrada apropiada como entrada al microcontrolador. Finalmente se utilizó un transistor MOSFET como interruptor para manejar la señal de cambio de giro. Las rutinas para la lectura de los sensores y el algoritmo de control fueron implementadas sobre una tarjeta Arduino Mega 2560, de la cual fueron usadas: 1) entradas y salidas digitales para leer el *encoder* absoluto y las señales de entrada; 2) interrupciones externas para leer los canales del *encoder* incremental y 3) el módulo de comunicación SPI para manejar un DAC externo.

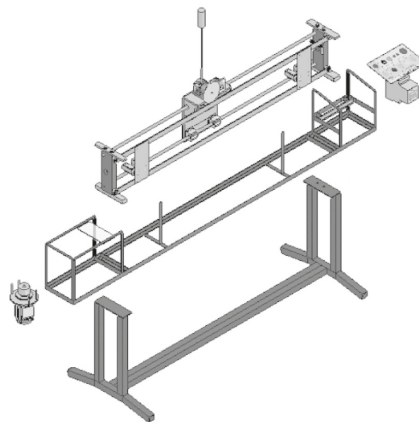


Fig. 1. Estructura del prototipo de péndulo invertido
Fuente: Autores.

III. METODOLOGÍA

A continuación se ilustrará la metodología a seguir para obtener el control en el espacio de estados del sistema de péndulo invertido:

- Inicialmente se realizará el modelado matemático del sistema atendiendo a resultados propuestos en la literatura para configuraciones traslacionales. Asimismo, se definirán valores de parámetros, validados experimentalmente tras una comparación de curvas.
- Con este modelo y los valores de parámetros se procederá a calcular la matriz de realimentación de estados mediante herramientas computacionales (*i.e.* función *place()* de MATLAB®), atendiendo a consideraciones de diseño especificadas por las posiciones de polos deseados.
- Posteriormente se describirá el algoritmo implementado mediante la plataforma Arduino® para ejecutar la estrategia de control en el espacio de estado diseñada sobre el sistema de péndulo invertido.

A. Modelado del sistema

Para obtener el modelo matemático del sistema de péndulo invertido se toman en cuenta los desarrollos propuestos en [19], según se describe a continuación. En los mismos se asume que el modelo del sistema es lineal, puesto que la técnica de control propuesta en este artículo (control por realimentación de estados simple) se aplica a este tipo de casos. Se deja como trabajo futuro el análisis de modelos más complejos con elementos de no linealidad.

A partir de la sumatoria de fuerzas y torques para los diagramas de cuerpo libre mostrados en la Fig. 2 es posible deducir las ecuaciones diferenciales que predicen el comportamiento del sistema.

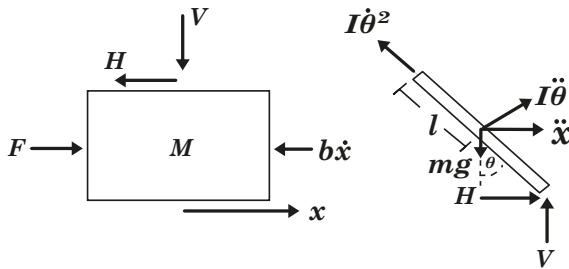


Fig. 2. Diagramas de cuerpo libre: carro (izquierda); brazo del péndulo (derecha)
Fuente: Autores.

El acople del movimiento traslacional realizado por el carro y rotacional realizado por el péndulo está descrito por las ecuaciones (1) y (2):

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F \quad (1)$$

$$(I+ml^2)\ddot{\theta} + mlg\sin\theta = -ml\ddot{x}\cos\theta, \quad (2)$$

Donde F es la fuerza aplicada al carro, M es la masa del carro, b es el coeficiente de fricción viscosa, I es la inercia del péndulo, m es la masa del brazo, g es la fuerza de gravedad, l la mitad de la longitud del brazo del péndulo, θ y x son, respectivamente, el ángulo del péndulo y el desplazamiento del carro.

Si se considera que el objetivo de la estrategia de control es mantener el péndulo en una posición vertical, es decir, $\theta = 0$, se puede asumir $\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx -\theta$ y $\dot{\theta}^2 \approx 0$, y se obtiene por tanto, la representación linealizada del sistema mediante (3) y (4):

$$(M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} = F \quad (3)$$

$$(I+ml^2)\ddot{\theta} + mlg\theta = ml\ddot{x}. \quad (4)$$

Ahora bien, es posible determinar por completo el comportamiento del sistema seleccionando como variables de estado el ángulo del péndulo θ , la velocidad angular del péndulo $d\theta/dt$, la posición del carro x y la velocidad del carro dx/dt . Este conjunto de variables corresponde al vector de estados y la representación del sistema en espacio de estados queda descrita por las ecuaciones (5) y (6):

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (5)$$

$$y = Cx + Du, \quad (6)$$

Donde A corresponde con

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mlg(M+m)}{Z} & 0 & 0 & \frac{mlb}{Z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-m^2l^2g}{Z} & 0 & 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{Z} \end{bmatrix}$$

B es igual a

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -ml \\ \frac{Z}{Z} \\ 0 \\ \frac{I+ml^2}{Z} \end{bmatrix}$$

D es nula y C está dada por

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

De otro lado, el denominador Z equivale a

$$Z = I(M+m) + Mml^2.$$

La Tabla I resume los valores y las unidades de los parámetros del prototipo empleados en dichas ecuaciones. Parámetros como las masas y la longitud fueron medidos, mientras que la inercia y el coeficiente de fricción fueron calculados a partir de otras mediciones. En todos los casos las medidas fueron tomadas con una incertidumbre no mayor al 1%. Para mayores detalles se sugiere al lector interesado consultar la referencia [20].

TABLA I. PARÁMETROS DEL SISTEMA

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Masa carro	M	6.23	kg
Masa cilindro	m	0.0158	kg
Longitud barra	l	0.4	m
Coefficiente fricción	b	0.3	kg/s
Gravedad	g	9.8	m/s^2
Inercia péndulo	I	0.0322	$kg.m^2$

Fuente: Autores.

Para validar el modelo propuesto por las ecuaciones y parámetros presentados se hizo oscilar el péndulo experimental sin colisión (a partir de una frecuencia del variador de 10.2 Hz). Posteriormente se realizó una superposición del movimiento del péndulo desde el valor máximo de amplitud (0 °) junto con la simulación para $\theta(t)$ cuando $u(t)$ es un estímulo de tipo escalón. Como resultado, la Fig. 3 muestra un comportamiento similar entre las predicciones teóricas del modelo y las medidas experimentales para el movimiento de caída del péndulo, que se hace más precisa en la medida que el tiempo aumenta debido al desvanecimiento de dinámicas no modeladas que afectan principalmente el estado transitorio del sistema.

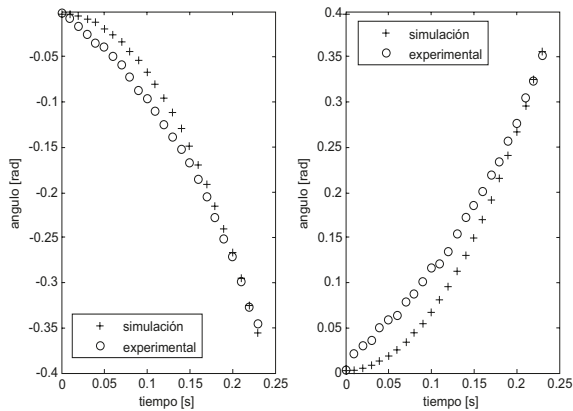


Fig. 3. Evolución temporal para ángulo del péndulo:

Modelo vs. Experimento

Fuente: Autores.

B. Diseño e implementación del controlador

Una vez determinados los parámetros para el sistema de péndulo invertido y validado el modelo que describe la dinámica del mismo, se abordará el diseño de la estrategia de control para regular la posición del brazo.

Los polos del sistema (5)–(6) corresponden con $s = \{0, 2.8385, -2.8387, -0.0470\}$ y evidencian inestabilidad, lo cual deberá corregirse mediante una estrategia de control por realimentación de estados

a partir de la ubicación deseada de los nuevos polos del sistema.

Si la entrada u en la ecuación de estado (5) se hace $u = -Kx$, se obtiene que la dinámica del estado depende únicamente de las matrices A , B y la ganancia K , como se muestra en (7).

$$\dot{x} = (A - BK)x. \tag{7}$$

Al ser A y B matrices de parámetros fijos, la selección de K modifica los valores propios del sistema en lazo cerrado, es decir, altera la respuesta transitoria y el error en estado estable. Por tanto, el diseño del controlador se resume a encontrar el vector de ganancia de realimentación K .

Dicha ganancia existe si el sistema es de estado completamente controlable; o de manera equivalente, si es posible transferir el estado del sistema de un valor inicial arbitrario a cualquier estado deseado en un periodo finito de tiempo [19]. Al construir la matriz de controlabilidad para el sistema de péndulo invertido y hallar su rango se encontró que este corresponde con el número de estados, por lo cual es de estado completamente controlable.

La selección de los polos deseados se basó en el tiempo pico t_p y el tiempo de establecimiento t_s , los cuales corresponden, respectivamente, a parámetros de respuesta transitoria y de estado estacionario del sistema. Seleccionando para el ángulo del péndulo un $t_p = 0.43s$ y un $t_s = 4.5s$ y para la posición del carro un $t_p = 0.35s$ y un $t_s = 5.5s$, se obtuvieron los siguientes polos para el sistema controlado:

$$s = \{-2.857, -0.1777 + j4.3068, -0.1777 - j4.3068, -0.5347\}$$

Con base en ello y empleando la función *place()* de MATLAB® se determinó la siguiente ganancia de realimentación de estados:

$$K = [-4.47, -1.58, 10.00, 22.50].$$

C. Implementación de la estrategia de control

Teniendo el prototipo de péndulo invertido instrumentado a partir de los dispositivos sensores y actuadores descritos en la Sección II, se procedió a implementar una rutina computacional sobre la tarjeta Arduino® MEGA para ejecutar el algoritmo de control por realimentación de estado calculado para el sistema.

El algoritmo de control fue desarrollado en la herramienta de código abierto suministrada por el fabricante del microcontrolador. La Fig. 4 ilustra a manera de diagrama de bloques las operaciones realizadas.

La primera de ellas consiste en configurar e inicializar los puertos del sistema. En el primer bloque también se inicializa la comunicación SPI estableciendo la tasa de baudios y la frecuencia de trabajo, además se declaran las interrupciones utilizadas.

Para el posicionamiento manual del carro se hace uso de pulsadores del panel de control (Fig. 1) y se ajusta el cero para el encoder incremental. Al establecer el cero y una condición inicial para el ángulo del péndulo cercana al equilibrio, se procede a activar la rutina de control cuyo primer paso es la medición de la posición del carro y el ángulo del péndulo.

Para medir el ángulo del péndulo se debe leer el registro mediante una función creada para convertir el valor de código gray a binario en el rango 77 - 228 (equivalente a $\pm 20.3^\circ$).

Los dos canales, A y B, del encoder incremental usado para medir la posición del carro fueron conectados a dos pines de interrupción externa de la tarjeta Arduino®.

Con la medida se procede a estimar las velocidades a partir de la diferencia de dos medidas consecutivas divididas en el intervalo de muestreo, el cual corresponde con 10 ms. Luego, empleando las mediciones y los estimados de las variables de estado se calcula la señal de realimentación, multiplicando cada variable de estado por su correspondiente ganancia.

Posteriormente se evalúa el signo de la señal de realimentación para decidir la dirección del carro y la magnitud de la misma es enviada como entrada al convertor digital-analógico, para determinar la frecuencia aplicada al motor a través del variador de velocidad quien hace las veces de actuador.

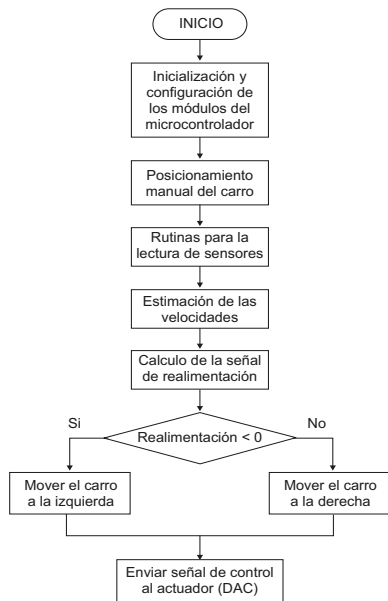


Fig. 4. Diagrama de flujo del algoritmo implementado
Fuente: Autores.

IV. RESULTADOS

Las figuras 5 a 8 muestran los resultados obtenidos para el ángulo del péndulo y para la posición del carro en los casos de simulación numérica y pruebas experimentales, para el sistema controlado.

El objetivo de la ley de control implica mantener la posición vertical del brazo del péndulo, lo cual significa un ángulo cero. Sin embargo, en la práctica (sistema experimental), debido a ruidos de medida y de aproximación de datos, se producirá una oscilación alrededor de dicho valor deseado, tal y como lo muestra la Fig. 5, verificando la obtención del objetivo de control en el sistema de péndulo invertido experimental. Note cómo el sistema parte de una condición inicial cercana al valor deseado de equilibrio y oscila alrededor del mismo, a pesar de perturbaciones que temporalmente llevan el ángulo a alejarse del valor deseado. También es importante notar que bajo estas condiciones de operación se satisfacen las premisas de linealidad consideradas en el modelado del sistema.

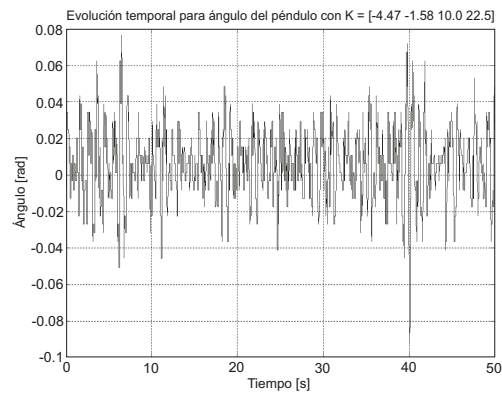


Fig. 5. Evolución temporal para ángulo del péndulo: experimental
Fuente: Autores.

Un comportamiento similar se observa en el movimiento del carro experimental. Partiendo de una posición cero, en equilibrio, el sistema oscila alrededor de esta condición de operación y se mantiene en ella en el tiempo a pesar de la influencia de los ruidos de medida y de cuantificación. Dicho comportamiento se observa en la Fig. 6.

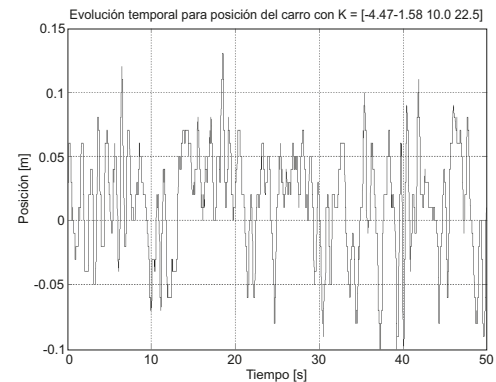


Fig. 6. Evolución temporal para posición del carro: experimental
Fuente: Autores.

De otro lado, graficar la respuesta del simulador implicaría ver una tendencia hacia cero para las variables de posición del péndulo y del carro. Por tanto, se agregó un valor aleatorio con distribución uniforme de límites ± 0.06 a la medida de ángulo del péndulo con el fin de emular las condiciones presentadas durante el experimento. A partir de esto se obtuvieron oscilaciones de aproximadamente ± 0.05 rad en el ángulo del péndulo y de ± 0.4 m en la posición del carro, ambos alrededor del cero correspondiente con la condición teórica de equilibrio. Los resultados respectivos se muestran en las figuras 7 y 8; a partir de las cuales vale la pena mencionar la captura cualitativa del comportamiento visualizado por el sistema experimental a través de estas simulaciones.

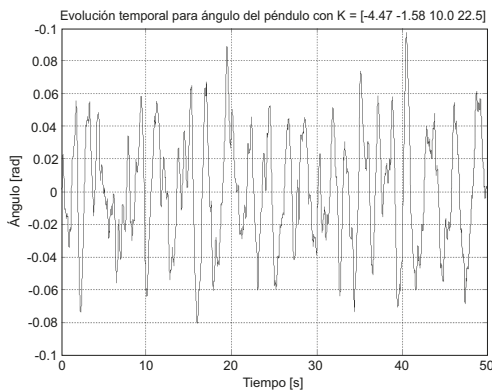


Fig. 7. Evolución temporal para ángulo del péndulo: simulación
Fuente: Autores.

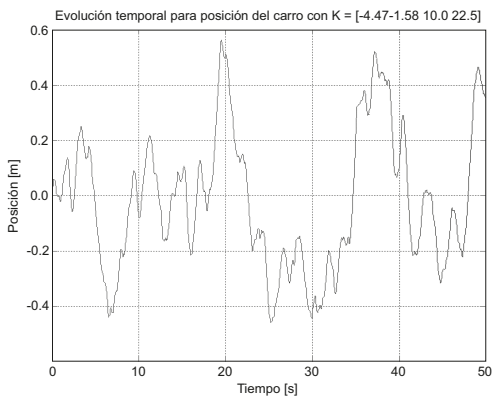


Fig. 8. Evolución temporal para posición del carro: simulación
Fuente: Autores.

V. CONCLUSIONES

- Se realizó la instrumentación de un prototipo experimental de péndulo invertido traslacional para implementar el control de posición del brazo del péndulo a partir de un microcontrolador de bajo costo.

- Se obtuvo un modelo matemático para el sistema y se determinaron valores de parámetro a partir de medidas, validados mediante contraste entre datos simulados y capturas experimentales.
- Se diseñó un control por realimentación de estados; posteriormente implementado mediante una rutina de cómputo ejecutada sobre un microcontrolador de 8 bits.
- Se obtuvo regulación de las variables de estado del sistema verificada por la tendencia, tanto experimental como numérica, hacia el valor de equilibrio en cero.
- Se configuró un sistema para verificar técnicas de control en el espacio de estados de bajo costo, con tecnología abierta y disponibilidad para desarrollos complementarios.
- Actividades futuras incluyen el análisis de estrategias complementarias a la realimentación de estados como el control LQR y LQG, y la inclusión de no linealidades en el modelo, para así implementar técnicas como la linealización por realimentación y otras basadas en la estabilidad de Lyapunov.

VI. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean reconocer la colaboración del profesor Jorge Enrique Meneses Flórez, de la Escuela de Ingeniería Mecánica (UIS), quien facilitó los recursos del Laboratorio de Automatización Industrial y brindó asesoría permanente en desarrollo del proyecto.

REFERENCIAS

- [1] G. Chong, Kiam Heong Ang, and Y. Li, "PID control system analysis, design, and technology", *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 13, n° 4, pp. 559-576, July 2005.
- [2] F. Padula and A. Visioli, "Tuning rules for optimal PID and fractional-order PID controllers", *J. Process Control*, vol. 21, n° 1, pp. 69-81, Jan. 2011.
- [3] J. A. Romero, R. Sanchis, and P. Balaguer, "PI and PID auto-tuning procedure based on simplified single parameter optimization", *J. Process Control*, vol. 21, n° 6, pp. 840-851, July 2011.
- [4] M. U. Draz, M. S. Ali, M. Majeed, U. Ejaz, and U. Izhar, "Segway electric vehicle", in *2012 International Conference of Robotics and Artificial Intelligence*, 2012, pp. 34-39.
- [5] T. Kuwata, M. Tanaka, M. Wada, T. Umetani, and M. Ito, "Localization of Segway RMP", in *SICE Annual Conference (SICE)*, 2011, pp. 1675-1680.
- [6] H.-W. Lee, S.-W. Ryu, and J. Lee, "Optimal posture of Mobile Inverted Pendulum using a single gyroscope and tilt sensor", in *ICCAS-SICE*, 2009, pp. 865-870.
- [7] M. Rohmanuddin, E. M. Budi, and R. Purnama, "Design of horizontal seismic sensor with spherical inverted pendulum and magnetic levitation", in *2011 2nd International Conference on Instrumentation Control and Automation*, 2011, pp. 200-204.
- [8] J. Yi, N. Yubazaki and K. Hirota, "Upswing and stabilization control of inverted pendulum system based on the SIRMs dynamically connected fuzzy inference model", *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 122, n° 1, pp. 139-152, Aug. 2001.

- [9] J.J. Wang, "Stabilization and tracking control of X-Z inverted pendulum with sliding-mode control", *ISA Trans.*, vol. 51, n° 6, pp. 763-70, Nov. 2012.
- [10] M. Bettayeb, C. Boussalem, R. Mansouri, and U. M. Al-Saggaf, "Stabilization of an inverted pendulum-cart system by fractional PI-state feedback", *ISA Trans.*, vol. 53, n° 2, pp. 508-16, March 2014.
- [11] E. Vinodh Kumar and J. Jerome, "Robust LQR Controller Design for Stabilizing and Trajectory Tracking of Inverted Pendulum", *Procedia Eng.*, vol. 64, pp. 169-178, Jan. 2013.
- [12] Z. Li and Y. Zhang, "Robust adaptive motion/force control for wheeled inverted pendulums", *Automatica*, vol. 46, n° 8, pp. 1346-1353, Aug. 2010.
- [13] Quanser®, Automation systems, 2014. [Online]. Available: <http://www.quanser.com/>
- [14] Feedback®, Automation systems, (2014). [Online]. Available: <http://www.feedback-instruments.com/>
- [15] Lab-Volt®, Automation systems, (2014). [Online]. Available: <https://www.labvolt.com/>
- [16] ECP Systems®, Automation systems, (2014). [Online]. Available: <http://www.ecpsystems.com/>
- [17] K. Passino, weLAB: Low-Cost Engineering Laboratory Project, (2014). [Online]. Available: <https://welab.engineering.osu.edu/>
- [18] O. Ortiz y E. Marin, "Control mediante lógica Fuzzy De un péndulo invertido", B.Sc. thesis, School of Mech. Eng. Univ. Ind. de Santander, Bucaramanga (Santander), 2005.
- [19] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th ed. New York: Prentice Hall, 2009, p. 912.
- [20] L. Herrera, U. Melo, "Control en Espacio de Estados para un Prototipo Real de Péndulo Invertido," B.Sc. thesis, School of Elect. Eng. Univ. Ind. de Santander, Bucaramanga (Santander), 2013.