



Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación

Ángel Alsina

Universidad de Girona, angel.alsina@udg.edu

Claudia Coronata

Pontificia Universidad Católica de Chile, ccoronata@uc.cl

Fecha de recepción: 10-02-2015

Fecha de aceptación: 17-02-2015

Fecha de publicación: 28-02-2015

RESUMEN

Este artículo presenta el proceso de diseño, construcción y validación de un instrumento para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil. Si bien es cierto que en los últimos años diversos organismos internacionales han señalado la importancia de trabajar los contenidos a través de los procesos desde las primeras edades, no existen instrumentos específicos para evaluar su presencia en las prácticas docentes.

Por esta razón, considerando los estándares de procesos matemáticos que propone el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos, se ha construido un instrumento cuyo principal objetivo es evaluar la presencia de estos procesos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil; es decir, que permita aportar evidencias sobre la presencia de la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la comunicación, las conexiones y la representación.

Palabras clave: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones, representación, instrumento de evaluación, enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, Educación Infantil.

Mathematical processes in the teaching practices: design, construction and validation of an evaluation instrument

ABSTRACT

This article presents the process of designing and validating an instrument for evaluating the presence of mathematical processes in the teaching-learning practices of mathematics in Early Childhood Education. Over recent years, different international bodies have emphasized the need to work on contents through processes from early ages. In spite of this, no specific instruments exist to evaluate their presence in teaching practices.

For this reason, and taking into account the mathematical process standards of the National Council of Teachers of Mathematics of the United States, an instrument has been constructed whose main objective is to evaluate the presence of these processes in the teaching-learning practices of mathematics in Early Childhood Education, thus enabling evidence to be gathered on the presence of problem-solving, reasoning and proof, communication, connections and representation.

Key words: problem-solving, reasoning and proof, communication, connections, representation, evaluation instrument, learning and teaching of mathematics, Early Childhood Education.

1. Introducción

Coincidiendo con la entrada al S. XXI, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos publicó la última versión de los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2000), que pretende ser un recurso y una guía para todos los que toman decisiones que afectan a la educación matemática. En estos Principios y Estándares se ofrece una visión de la enseñanza de las matemáticas que considera que para lograr una sociedad que tenga la capacidad de pensar y razonar matemáticamente, y una base útil de conocimientos y destrezas matemáticas, es necesario trabajar tanto los contenidos que se deben aprender, que denominan estándares de contenido, como las formas de adquisición y uso de estos contenidos, que denominan estándares de procesos. Señalan en total diez estándares: cinco estándares de contenido (números y operaciones, álgebra, geometría, medida) y cinco estándares de procesos (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación).

Desde la publicación de estos estándares han proliferado las orientaciones que señalan la importancia de implementar los procesos matemáticos desde las primeras edades para aprender a usar los contenidos. Algunos trabajos en esta línea se han publicado en EDMA 0-6, como por ejemplo la declaración conjunta de posición de las matemáticas en la Educación Infantil (NAEYC y NCTM, 2013), donde se explicita que para lograr una educación matemática de calidad para niños de 3 a 6 años, los maestros y otros profesionales "deberían utilizar currículos y prácticas docentes que fortalezcan los procesos infantiles de resolución de problemas y razonamiento, así como los de representación, comunicación y conexión de ideas matemáticas" (p. 7). En esta misma revista se han publicado también algunos trabajos que revisan la presencia de los procesos matemáticos en el currículo y ofrecen orientaciones didácticas para implementar los procesos en las prácticas docentes (Alsina, 2012; Coronata y Alsina, 2012), y en el último número publicado de EDMA 0-6 aparecen ya los primeros vestigios que avanzan en la dirección de evaluar la presencia de los procesos en las aulas (Torra, 2014), a partir de diversos indicadores competenciales que guardan un paralelismo evidente con los procesos matemáticos (Alsina, 2013).

En este artículo se pretende dar un paso más. Se parte de la base que la planificación, gestión y evaluación de prácticas docentes que incorporen los procesos matemáticos de forma sistemática como herramientas para trabajar los diferentes contenidos requiere elaborar indicadores de referencia que permitan analizar la presencia (o no) de los procesos en dichas prácticas. Desde este punto de vista, se ha elaborado un instrumento de evaluación que incluye cinco categorías que se corresponden con los cinco procesos indicados por el NCTM (2000). Para cada una de las categorías se aportan siete indicadores de evaluación, elaborados a partir de los aportes realizados por el NCTM (2000), Alsina (2011) y el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2013).

2. Los procesos matemáticos: una herramienta para aprender a usar los contenidos matemáticos en contextos relevantes

Parece que hoy en día nadie puede quedar ajeno al hecho de que muchos niños todavía siguen aprendiendo matemáticas a partir de un currículo orientado a la adquisición de contenidos. Diversos organismos internacionales como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico o el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos han advertido de los déficits asociados a este enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas, al comprobarse en distintos ámbitos de la sociedad que la ciudadanía demuestra dificultad para aplicar las matemáticas recibidas en los años de educación formal; evidenciando, muchas veces, incapacidad para interpretar gráficos, comprender análisis estadísticos simples o al ir al supermercado y poder usar el sentido numérico para adquirir productos en relación precio-cantidad.

Niss (2002) expone que esta mirada focalizada en los contenidos se centra exclusivamente en la adquisición de símbolos y de técnicas, y no tanto en su uso significativo. Esta visión reduccionista de la educación matemática, que conlleva algunas dificultades en el uso eficaz de los contenidos matemáticos, ha llevado en los últimos años a hacer propuestas desde el ámbito de la investigación en educación matemática que impulsan la necesidad de ampliar los conocimientos matemáticos que se tienen que trabajar en la escuela. Desde esta perspectiva, además de los bloques de contenido matemático, en los currículos actuales se ha empezado a dar protagonismo a los procesos matemáticos (Alsina, 2012).

Como se ha indicado, el NCTM (2000) presenta cinco estándares de procesos para favorecer la comprensión y el uso de los contenidos en diversos contextos significativos. Dicho de otra manera, los estándares de proceso presentan modos destacados de adquirir y usar el conocimiento: Resolución de Problemas, Razonamiento y Prueba, Comunicación, Conexiones y Representación. Además entrega una descripción precisa y resumida de cada uno de estos procesos:

- *La Resolución de Problemas*, siendo una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento matemático al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.
- *El Razonamiento y la Prueba*, que permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.
- *La Comunicación*, que en definitiva es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los alumnos aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez al escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.
- *Las conexiones*, para enfatizar que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los alumnos reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas y además es importante considerar conexiones matemáticas con otras disciplinas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- *La representación*, que se refiere a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen actualmente son el resultado de una construcción cultural, que llevó muchos años determinar. Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presentan y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

A partir de estos planteamientos genéricos, Alsina (2014) ofrece orientaciones específicas para que el profesorado de Educación Infantil pueda integrar el trabajo sistemático de los procesos matemáticos en sus prácticas docentes, y poder avanzar en el desarrollo de la alfabetización matemática. Estas orientaciones se concretan en cincuenta ideas clave, diez para cada uno de los cinco estándares de procesos matemáticos que propone el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos. Las diez ideas relativas a cada proceso se clasifican en dos grandes grupos: las ideas relativas al conocimiento matemático que utiliza el profesorado en el aula y las ideas relativas al conocimiento didáctico que utiliza el profesorado para favorecer el aprendizaje matemático de los niños. Dicha clasificación se inspira en el modelo MKT (Mathematical knowledge for Teaching) de Hill, Ball y Schilling (2008) y en el modelo teórico sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor propuesto por Godino (2009).

Como se ha indicado, las orientaciones anteriores han sido el punto de partida para determinar los indicadores incluidos en el instrumento de evaluación para analizar la presencia o ausencia de cada uno de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las aulas de Educación Infantil.

3. Diseño, construcción y validación del instrumento de evaluación de los procesos matemáticos en Educación Infantil

El diseño, construcción y validación del instrumento contempló seis fases: 1) análisis histórico-epistemológico de los procesos matemáticos y sus significados; 2) estudio de investigaciones sobre los procesos matemáticos en las prácticas docentes del profesorado de Educación Infantil; 3) análisis del tratamiento otorgado a los procesos matemáticos en el currículo; 4) construcción de la versión piloto del instrumento; 5) revisión mediante el juicio de expertos; y 6) construcción de la versión final del instrumento (Coronata, 2014). Las fases 1, 2 y 3 consideran la revisión de literatura e investigaciones que permiten diseñar el instrumento, mientras que las fases 4, 5 y 6 se relacionan específicamente con la construcción y validación del instrumento.

3.1. Construcción de la versión piloto del instrumento

La construcción de la versión piloto del instrumento de evaluación de los procesos matemáticos en Educación Infantil (fase 4) consta de dos partes: la primera se refiere a aspectos generales de las prácticas docentes que se pretenden analizar, incluyendo datos como el nivel educativo en el que se realiza la actividad, su descripción, etc.; y la segunda se enfoca en evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de aula.

Para elaborar el instrumento, primero se eligen las categorías que formarán parte del instrumento, que como se ha señalado se corresponden con los cinco estándares de procesos matemáticos indicados por el NCTM (2000), y segundo, se formulan ítems de evaluación o indicadores que contemplan las facetas del conocimiento del profesor. Bajo esta mirada, se orienta la construcción del instrumento considerando la selección de componentes de tipo curricular y conocimientos relativos al conocimiento didáctico-matemático del profesor que reflejen los aspectos centrales del significado de referencia global que se pretende evaluar (los procesos matemáticos).

De forma más concreta, la selección de los indicadores se realiza a partir de los aportes realizados por el NCTM (2000), Alsina (2011) y el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya (2013), como se ha indicado. Los indicadores, de acuerdo con Osterlind (1989), son una unidad de medida compuesta por un estímulo y una forma de respuesta, que proporciona información sobre el aspecto que se desea analizar. Tras dicha revisión, se seleccionan 7 indicadores de cada proceso que cubren el significado de referencia global del aspecto a evaluar y se asegura una validez satisfactoria (Millman y Greene, 1989).

3.2. Revisión del instrumento mediante juicio de expertos

El instrumento se somete a un proceso de validación (fase 5) que contempla dos aspectos: la validez del contenido, garantizada a partir de la selección de indicadores relacionados con los procesos matemáticos en Educación Infantil del NCTM (2000), y el contraste de la validez de los ítems a través del juicio de expertos.

El juicio de expertos lo realizaron 17 expertos en Didáctica de las Matemáticas de Chile, España, Estados Unidos y Argentina, quienes fueron seleccionados por su conocimiento experto en la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades. Para que emitieran su juicio se les entregó la

versión piloto del instrumento, la tabla de especificaciones del instrumento y una pauta para evaluar el grado de adecuación de cada uno de los ítems con la dimensión propuesta (Anexo 1).

En concreto, se solicita a los expertos evaluar tres aspectos en relación a cada una de las cinco categorías que conforman el instrumento:

- El grado de correspondencia, indicando si cada ítem en particular pertenece o no a la dimensión.
- La formulación, opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada ítem, refiriéndose a adecuada, no adecuada, a mejorar; y por último
- La pertinencia, referida al grado de pertinencia del ítem respecto a la dimensión, refiriéndose a pertinente, no pertinente, con dudas. Asimismo, disponían de una sección donde dejar algún comentario adicional y/o correcciones en cuanto a la redacción para cada uno de los ítems, así como cualquier sugerencia que consideraran relevante.

El análisis a partir del juicio de expertos permitió realizar una evaluación cualitativa de los ítems en relación al grado de adecuación que tiene cada uno con la dimensión propuesta (procesos matemáticos: resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones, representación). Además, a partir del Método Angoff (1971), se ha estimado la presencia mínima de los indicadores propuestos, para considerar si está presente o ausente cada categoría. Este método de establecimiento de normas, que es el utilizado con mayor frecuencia, por lo general implica tres etapas (orientación, formación y luego dos rondas de estimación de rendimiento). Dado que existen numerosas variaciones en estos procedimientos, en nuestro estudio se ha adaptado a la consulta de expertos y a una ronda de estimación de rendimiento para cada una de las categorías. De esta forma los expertos sugieren estimaciones y se calcula el promedio de todas sus estimaciones para establecer el *standard setting*. Las estimaciones para cada elemento de prueba se promedian, y los promedios se utilizan para determinar la puntuación de corte para considerar si está presente o ausente cada proceso matemático.

4. Resultados

El producto que generó este estudio fue el instrumento de evaluación para determinar la presencia o ausencia de los procesos matemáticos en prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de maestros de niños entre los 4 y 8 años, a través de análisis de video grabaciones.

A continuación se muestra la versión final de dicho instrumento, que fue reelaborada a partir del juicio de expertos. De este modo, a partir de las opiniones de los expertos en relación a los ítems, se han desechado aquellos ítems donde han coincidido los expertos en que son poco adecuados o que no pertenecen a la categoría y mantenido aquellos que obtuvieron una alta valoración, es decir, aquellos que mejor se ajustan al contenido específico que se pretende evaluar, y a la vez hemos realizado algunas modificaciones que consideramos pertinentes en base a las observaciones, especialmente en redacción y utilización de términos.

Algunos de los expertos consultados sugirieron también que, para mayor precisión, se consideraba necesario definir lo que se iba a entender por cada uno de los indicadores. En consecuencia de estas sugerencias, se adjuntó una aclaración junto a cada indicador en la pauta definitiva.

Tabla 1. Aspectos generales de la práctica de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Centro:
Maestro:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción breve de la actividad:
Tiempo analizado:

4.1. Resolución de problemas

Tabla 2. Indicadores de resolución de problemas

	SI/NO
1. Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema. (A través de las preguntas los alumnos se movilizan y se entusiasman por encontrar las soluciones. Preguntas abiertas, provocadoras).	
2. Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones. (De carácter directo o inverso. Que el planteamiento permita diversidad de respuestas).	
3. Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes. (Vincula con situaciones familiares de la vida de los niños. Por ejemplo, los enunciados incluyen nombres, lugares o experiencias de alguno de ellos).	
4. Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas. (Genera un diálogo con preguntas y respuestas con la participación de todos los alumnos, sin mantener un discurso unilateral).	
5. Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas. (Resguarda el ritmo y características de la clase, de manera que todos los alumnos están activos simultáneamente. Evita tiempos de espera).	
6. Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico). (Se observa variedad de situación problemática, oral, con elementos concretos, con imágenes. No siempre igual).	
7. Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas. (Al trabajar situaciones problemáticas dispone material concreto manipulable o material gráfico).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

4.2. Razonamiento y prueba

Tabla 3. Indicadores de razonamiento y prueba

	SI/NO
1. Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan. (Cuida la participación de todos los alumnos para que justifiquen su propio método).	
2. Invita a dialogar y hacer conjeturas. (A través de preguntas como: ¿Y tú qué piensas?, ¿cómo crees tú que se podría resolver esta situación?).	
3. Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana. (Los invita que analicen y prueben sus ideas relacionadas con el contexto donde se encuentran).	
4. Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones. (Promueve la argumentación preguntando: ¿por qué crees eso?).	
5. Promueve el apoyo al razonamiento matemático. (Considera el razonamiento de cada uno de los alumnos y retroalimenta).	

Tabla 3 (Continuación). Indicadores de razonamiento y prueba

	SI/NO
6. Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente. (Muestra diversas posibilidades de solución apoyándose con material concreto manipulativo).	
7. Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan. (Enfatiza y promueve los análisis de diversas posibilidades de solución).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	60%

4.3. Comunicación

Tabla 4. Indicadores de comunicación

	SI/NO
1. Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula. (Plantea preguntas que generen la participación e intercambio de ideas matemáticas).	
2. Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas. (Facilita el intercambio de ideas matemáticas entre los niños).	
3. Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso. (Promueve la justificación matemática que apoye sus decisiones).	
4. Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas. (Favorece la comunicación oral).	
5. Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos. (Se observa la utilización diversa de estrategias para la comprensión matemática).	
6. Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista. (Manifiesta explícitamente el valor de las respuestas diversas).	
7. Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones. (Promueve el razonamiento a través de preguntas, en lugar de entregar explicaciones).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

4.4. Conexiones

Tabla 5. Indicadores de conexiones

	SI/NO
1. Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales. (Conecta la enseñanza con la vida cotidiana y cercana de los alumnos).	
2. Realizan conexiones entre contenidos matemáticos. (Contenidos entre sí, por ejemplo, número con geometría o probabilidades, entre otros).	
3. Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales. (Enseña canciones que consideren elementos matemáticos).	
4. Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos. (Se observa recursos literarios que incluye contenidos o procesos matemáticos).	
5. Relaciona las matemáticas con la expresión artística. (Desarrolla comprensión matemática a través de la expresión gráfica y artes visuales).	
6. Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad. (Conecta las matemáticas con actividades que implican movimiento y expresión corporal).	
7. Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana. (Lleva el conocimiento matemático a las situaciones de la vida).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	80%

4.5. Representación

Tabla 6. Indicadores de representación

	SI/NO
1. Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica. (Pregunta y promueve un diálogo reflexivo acerca de las matemáticas).	
2. Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número. (Utiliza recursos educativos o promueve su uso, para lograr la comprensión de la noción de número).	
3. Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número. (Realiza dibujos o promueve su uso para provocar mayor comprensión de la noción de número).	
4. Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número. (Utiliza símbolos al enseñar la noción de número).	
5. Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas. (Acompaña sus explicaciones con material educativo concreto).	
6. Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas. (Acompaña sus explicaciones con esquemas, gráficos, entre otros).	
7. Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto). (Explica utilizando al mismo tiempo recursos concretos, pictóricos o abstractos).	
Porcentaje de corte del proceso matemático (Método de Angoff)	70%

Como puede apreciarse en las tablas 2 a 6, el porcentaje de corte obtenido para cada proceso matemático es del 70% en resolución de problemas y representación, el 60% en razonamiento y prueba, y el 80% en comunicación y conexiones. Ello significa que, a juicio de los expertos que participaron en la validación del instrumento, para considerar que un proceso matemático está presente en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de Educación Infantil debe alcanzar estos porcentajes.

5. Consideraciones finales

Como ya se ha indicado, las investigaciones en torno al análisis de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje son escasas y mucho más aquellas referidas a Educación Infantil. La realización de este estudio ha permitido observar la necesidad de contar con instrumentos de evaluación que describan de manera sistemática la presencia (o no) de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, con el objeto de poder diseñar programas de intervención posteriores que permitan aumentar la presencia de los procesos en las prácticas docentes, en la línea señalada por el NCTM (2000), Alsina (2011, 2012, 2014), NAYEC y NCTM (2013), entre otros. Es en este sentido que por medio de este trabajo se ha mostrado el proceso de diseño, construcción y validación del instrumento de evaluación de los procesos matemáticos en Educación Infantil, para tales propósitos. Dentro del desarrollo del instrumento destacan las etapas de construcción del significado de referencia global sobre los procesos, la valoración del juicio de expertos y el porcentaje de corte del proceso matemático siguiendo el Método de Angoff (1971), que han permitido informar acerca de la validez de los ítems, para refinar y elaborar así la versión final del instrumento.

Referencias

- Alsina, Á. (2011). *Aprender a usar las matemáticas. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo.
- Alsina, Á. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 1-14.
- Alsina, Á. (2013). Sobre el sentit de les matemàtiques a l'educació infantil. *Noubiaix*, 33, 49-62.
- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28.
- Angoff, W.H. (1971). Scales, norms, and equivalent scores. En R.L. Thorndike (Ed.), *Educational measurement* (2nd ed.) (pp. 508-600). Washington, DC: American Council on Education.
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la Educación Infantil y Elemental*. Tesis doctoral. Girona: Universidad de Girona. Disponible en: <http://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/9750>
- Coronata, C., y Alsina, Á. (2012). Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 42-56.
- Departament d'Ensenyament (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions.
- Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Hill, H.C., Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Millman, J. y Greene, J. (1989). The specification and development of test of achievement and ability. En R.L. Linn (Ed.), *Educational Measurement* (pp. 335-366). London: Macmillan.
- National Association for the Education of Young Children, & National Council of Teachers of Mathematics (2013). Matemáticas en la educación infantil: Facilitando un buen inicio. Declaración conjunta de posición. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 2(1), 1-23.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics (Trad. Castellana, Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003).
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project*. Roskilde: Roskilde University.
- Osterlind, S. J. (1989). *Constructing test items*. Boston: Kluwer.
- Torra, M. (2014). Indicadores competenciales: un instrumento para la mejora del desarrollo de la competencia matemática. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(1), 81-86.

Ángel Alsina. Profesor de Didáctica de las Matemáticas. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en toda la geografía española y en América Latina.

Email: angel.alsina@udg.edu

Claudia Coronata. Profesora de Didáctica de las Matemáticas. Ha participado activamente en el diseño de la nueva carrera de Pedagogía en Educación Parvularia de la Pontificia Universidad Católica de Chile, sede Villarrica, para la admisión 2013. Durante muchos años ha sido maestra de Educación Parvularia, obteniendo una amplia experiencia contrastada como maestra de escuela antes de acceder a la formación inicial del profesorado.

Email: ccoronata@uc.cl

Anexo 1. Envío del instrumento para juicio de expertos

EVALUACIÓN DE EXPERTO

Estimado evaluador,

Le presentamos nuestra propuesta de instrumento¹ para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de profesores de niños entre 4 y 8 años, registrada en video grabación.

Para este propósito, hemos propuesto establecer la presencia o ausencia de los indicadores que definen cada uno de los procesos matemáticos.

Se proponen cinco estándares de procesos matemáticos (categorías), es decir, se explicitan las diversas herramientas que proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos. Los procesos que incluye el instrumento son:

- a. Resolución de problemas, es una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.
- b. Razonamiento y prueba, permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.
- c. Conexiones, enfatiza que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los alumnos reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- d. Comunicación, es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los alumnos aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez al escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.
- e. Representación, corresponde a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen. Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

¹ El instrumento se encuentra compuesto por 5 ítems de respuesta cerrada, en relación a la presencia o ausencia de cada uno de los indicadores correspondientes a los procesos matemáticos propuestos por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000). Su construcción se basó además en los aportes realizados por Alsina (2011). *Aprender a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo; y por la Direcció General d'Educació Infantil i Primària de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació primària*. Barcelona: Generalitat de Catalunya, Departament d'Ensenyament.

Para lo cual, le solicitamos su evaluación en dos sentidos:

1) Por favor, evalúe el grado de adecuación que tiene cada indicador con la categoría propuesta:

- Grado de correspondencia: determine si cada indicador en particular pertenece o no a la categoría, de acuerdo a la definición entregada (refiérase a: pertenece, no pertenece).
- Formulación: defina su opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado en cada indicador (refiérase a: adecuada, no adecuada, a mejorar)
- Pertinencia: indique el grado de pertinencia del indicador respecto a la categoría (refiérase a: pertinente, no pertinente, con dudas)

2) También se le solicita que, basándose en el Método Angoff², pueda estimar la presencia mínima de los indicadores propuestos, para considerar si está presente o ausente cada categoría.

1. Grado de adecuación:

A. Categoría Resolución de problemas

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

B. Categoría Razonamiento y Prueba

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

C. Comunicación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

² Método de establecimiento de normas utilizado con mayor frecuencia (Angoff, 1971). Por lo general implica tres etapas, orientación y formación y luego dos rondas de estimación de rendimiento, Existen numerosas variaciones en estos procedimientos, en esta ocasión, se adapta a la consulta de expertos y a una ronda de estimación de rendimiento para cada una de las categorías. De esta forma los expertos sugieren estimaciones y se calcula el promedio de todas sus estimaciones para establecer el *standard setting*. Las estimaciones para cada elemento de prueba se promedian, y los promedios se utilizan para determinar la puntuación de corte.

D. Conexiones

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

E. Representación

Indicador	Correspondencia	Formulación	Pertinencia
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

2. Estimación porcentaje punto de corte

Categoría	Porcentaje estimado
Resolución de problemas	
Razonamiento y demostración	
Conexiones	
Comunicación	
Representación	

“PAUTA DE EVALUACIÓN”

Esta pauta evalúa la presencia de los procesos matemáticos en las prácticas de enseñanza-aprendizaje de los profesores entre los 4 y 8 años que sugiere el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000).

Estos procesos (Categorías) son: a) Resolución de Problemas, b) Razonamiento y Demostración, c) Conexiones, d) Comunicación y e) Representación.

Establecimiento:
Profesor:
Nivel Educativo:
Fecha:
Descripción de la actividad:
Tiempo analizado:

a) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Realiza preguntas que generan la investigación y exploración para dar solución al problema	
Propone situaciones problemáticas amplias en las cuales son válidas distintas soluciones	
Contextualiza las situaciones problemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes	
Promueve la discusión y debate oral para lograr la resolución de problemas	
Mantiene el interés y la curiosidad de los niños a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas	
Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo (oral, visual, gráfico)	
Permite a los niños la utilización de material concreto y/o dibujo con apoyo oral para la resolución de problemas	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

b) RAZONAMIENTO Y PRUEBA

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Ayuda a los niños para que expliquen lo que piensan	
Invita a dialogar y hacer conjeturas	
Promueve que los niños comprueben conjeturas de la vida cotidiana	
Plantea interrogantes para que los niños desarrollen y evalúen argumentos y demostraciones	
Promueve el apoyo al razonamiento matemático	
Entrega retroalimentación permitiendo el razonamiento divergente	
Permite que los propios niños descubran, analicen y propongan	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

c) COMUNICACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Promueve la comunicación por encima de la entrega de información en el aula	
Favorece la interacción con otros para aprender y comprender las ideas matemáticas	
Impulsa la participación de los niños con un vocabulario matemático más preciso	
Invita a hablar sobre matemáticas, donde el niño describe sus estrategias y explica sus respuestas.	
Promueve que los niños intercambien ideas matemáticas de forma oral, con gestos, dibujos, objetos y finalmente símbolos.	
Apoya para que los niños se escuchen en relación a las diferentes formas de pensar y se observen en exponer sus puntos de vista.	
Interviene mayoritariamente a través de preguntas, más que a través de explicaciones.	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

d) CONEXIONES

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Toma en cuenta las prácticas informales de los niños para avanzar hacia las más formales	
Realizan conexiones entre contenidos matemáticos	
Desarrolla actividad matemática vinculada a contextos musicales	
Trabaja las matemáticas vinculándolas con la narración de cuentos	
Relaciona las matemáticas con la expresión artística	
Ayuda a generar conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad	
Promueve que los niños apliquen el conocimiento matemático a las situaciones de la vida cotidiana	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	

f) REPRESENTACIÓN

Indicador	Presencia del indicador SI/NO
Impulsa que los niños hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica.	
Trabaja en los niños las representaciones concretas en relación a la noción de número.	
Trabaja en los niños las representaciones pictóricas en relación a la noción de número.	
Trabaja en los niños las representaciones simbólicas en relación a la noción de número.	
Utiliza modelos manipulables (materiales) como recursos para representar ideas matemáticas.	
Utiliza modelos ejemplificadores (esquemas, etc.) para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas.	
Muestra un trabajo bidireccional en el desarrollo de la noción de número (de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto a lo concreto).	
ESTÁNDAR DE PRESENCIA DEL PROCESO MATEMÁTICO (Método de Angoff)	