LA INCORRECTA "LEY DE WALRAS" Y UNA POSIBLE CORRECCIÓN

Ramón García-Cobián Jáuregui

RESUMEN

La llamada ley de Walras suele presentarse como si afirmara la imposibilidad de desequilibrio en un único mercado. Se muestra la incorrección de esta "ley" mediante un contraejemplo simple. Luego, se proponen versiones alternativas que corrigen el error, imponiendo, sobre las relaciones de preferencias, condiciones suficientes para la validez de la correcta ley de Walras.

ABSTRACT

The so-called Walras law tends to be presented as if to confirm the impossibility of imbalances in a single market. The author provides us with and example that shows us where the "law" is off the mark. The article then proposes a number of alternative versions that correct its errors, imposing sufficient conditions on relations of preference to demonstrate the validity of the correct form of the Walras law.

La incorrecta ley

En casi todos los libros de microeconomía de nivel introductorio se encuentran enunciados de la ley de Walras como los siguientes:

1. "Este resultado se conoce como la ley de Walras. Establece dicha ley que en una economía con **n-mercados,** el equilibrio en **n - 1** de ellos asegura que el equilibrio debe existir también en el mercado n"[1].
2. "El valor de los excesos de demanda a los precios dados siempre iguala al valor de los excesos de oferta; el equilibrio en todos los mercados, excepto en uno, implica que el restante también se encuentra en equilibrio"[2].
3. "Si en una economía de n mercados, n - 1 están en equilibrio Walrasiano, el n-ésimo mercado estará necesariamente también en equilibrio Walrasiano. La ley de Walras no depende de que el modelo bajo análisis sea o no de competencia perfecta, como ya se indicó; sea estático o dinámico, como se verá más adelante; que sea de tecnología neoclásica o de Leontieff; **tampoco depende del tipo de preferencias** de los individuos ni de la distribución de la propiedad. Es una ley de los mercados, del intercambio. La ley de Walras se basa en las ecuaciones de gasto e ingreso de los individuos, es decir, en el hecho de que no se puede obtener un bien sin dar otro a cambio"[3].

Aun en libros de nivel avanzado se halla tal clase de enunciados[4]. Tales enunciados caen en una de las dos siguientes formas:

LW1: "En un sistema mercantil de n mercados, del equilibrio de n-1 de ellos se sigue el equilibrio de todos".
LW2: "Cualesquiera que sean los precios en un sistema mercantil, el valor de la demanda excedente es nulo".

Ha de tenerse en cuenta que LW_2 no pretende que los precios sean de equilibrio para ninguno de los mercados; además, se suele sostener que ambas formas son lógicamente equivalentes, es decir, que cualquiera de ellas se sigue lógicamente de la otra.

Ahora bien, es el caso que ambos enunciados son falsos en general como lo muestra el siguiente contraejemplo de un sistema bimercantil de dos bienes, dos consumidores y una empresa productora en la que sólo uno de los dos mercados alcanza el equilibrio.

Para ambos consumidores el conjunto de consumo es el cuadrante innegativo de $\mathbb{R}^2$.

Sus funciones de utilidad son:

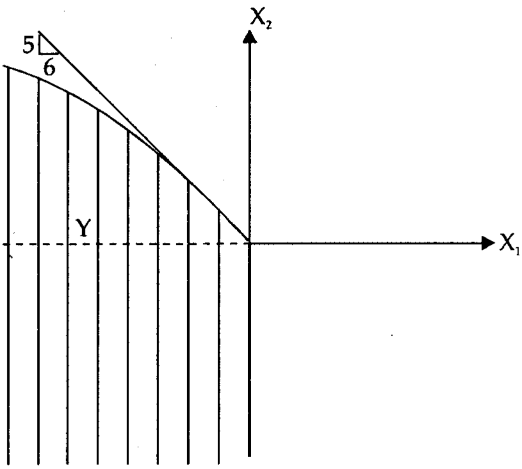
$$u_1(x_1,x_2):=10-(x_1-1)^2+(x_2-1/2)^2,\ u_2(x_1,x_2):=x_1^{1/5}x_2^{4/5}.$$

Sus dotaciones iniciales son:

$$w^1=(3{,}0), w^2=(0{,}5/4).$$

La única empresa de esta economía tiene como conjunto de posibilidades de producción el

$$Y=\{x\in R^2 \mid x_1\leq 0 \wedge \ x_2\leq -\frac{5}{6}x_1-\frac{1}{9}x_1^2\}.$$



El sistema de precios es $p = (1\ ,\ 2)$, con lo que la primera mercancía es el numerario. El total de acciones de la empresa pertenece al primer consumidor. En consecuencia, la oferta de la empresa se determina a partir de:

$$max\ 2f(z)-z,\ con\ \ f(z):=\frac{5}{6}z-\frac{1}{9}z^2 \wedge z:=x_1\geq 0.$$

Así, resulta que el máximo es $z = 3/2$. Entonces, como f(3/2)=2, la oferta empresarial es $\hat{y}$ = (-3/2,2), y la ganancia realizada es 2f(3/2) - 3/2 = 5/2. Esta ganancia pertenece totalmente al primer consumidor.

Las demandas de los consumidores se determinan a partir de:

- *para el primero*:

$$\max(10-(x_1-1)^2-(x_2-1/2)^2 \quad \text{sujeto a:}$$

$$x_1+2x_2\leq 3\times 1+0\times 2+5/2 \wedge x_1,x_2\geq 0;$$

lo que da como su demanda $\hat{x}^1=(1{,}1/$ como es fácil comprobar[5];

- *para el segundo*:

$$\max \quad x_1^{1/5}\,x_2^{4/5} \qquad \text{sujeto a:}$$

$$x_1+2x_2\leq 0\times 1+\frac{5}{4}\times 2+0 \wedge x_1,x_2\geq 0;$$

lo que da como su demanda $\hat{x}^1$ = (1/2,1) como es fácil comprobar[6].

En suma, la oferta agregada es:

$$\omega^1+\omega^2+\hat{y}=(3{,}0)+(0{,}1\frac{1}{4})+(-\frac{3}{2}{,}2)=(\frac{3}{2},\frac{13}{4});$$

la demanda agregada es

$$\hat{x}^1+\hat{x}^2=(1,\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}{,}1)=(\frac{3}{2})(1{,}1).$$

En consecuencia, la oferta en el primer mercado iguala a la demanda, con lo que se tiene equilibrio en el primer mercado; pero no así en el segundo mercado, donde hay una oferta excedente de 7/4.

La corrección

En el contraejemplo anterior ha de advertirse que el primer consumidor no es insaciable, pues el complejo mercantil (1,1/2) se sacia, ya que en cualquier otro complejo mercantil bastante próximo a él, la función de utilidad alcanza un valor menor que el que alcanza en (1,1/2). Esto no es accidental, pues para la correcta formulación se ha de requerir que todos los consumidores sean insaciables. En efecto:

L_cW_1 : "Si todos los consumidores de un sistema mercantil de n mercados tienen relaciones de preferencia monótonas crecientemente ($x \geq y \wedge x \neq y \Rightarrow x$ preferido a y), entonces del equilibrio de **n-1** mercados se sigue el equilibrio de todos los mercados".

L_cW_2 : "Si todos los consumidores de un sistema mercantil de n mercados tienen relaciones de preferencias monótonas crecientemente; entonces, cualesquiera que sean los precios, el valor de la demanda excedente es nulo".

Estas dos formulaciones de la ley de Walras son correctas y cualquiera de ellas se sigue de la otra. La demostración detallada de esto puede verse, por ejemplo, en: Debreu[7].

La justificación intuitiva, sin embargo, consiste en que por la monotonía creciente de la relación de preferencias, el complejo óptimo de cada consumidor tiene que estar en la "tapa" de la región factible, es decir, en el hiperplano normal al vector de precios, que corresponde al de aquellos complejos que a dichos precios valen toda la riqueza o ingreso del consumidor. De este modo, el valor de la demanda excedente, que es igual a la suma de valores de las demandas individuales, menos la suma de valores de las dotaciones individuales y menos la suma de valores de las ofertas individuales, resulta ser nula, ya que la suma de valores de las demandas individuales (por la monotonía creciente de las relaciones de preferencia) resultará ser igual a la suma de valores de las dotaciones individuales, más la suma de valores de los portafolios individuales; pero esta última suma coincide, obviamente, con la suma de ganancias empresariales que, a su vez, coincide con la suma de valores de las ofertas individuales.

Dicho simbólicamente: si $x^1,\ldots,x^n$ son las demandas individuales a precios $p = p\ (p_1,\ldots, P_k)$, si $\omega^1,\ldots,\omega^n$ son las dotaciones individuales y si $y^1,\ldots,y^m$ son las ofertas individuales a p; entonces el valor de la demanda excedente es

$$p.\sum_i x^i - (\sum_i \omega^i + \sum_j y^j)) = \sum_i p.x^i - \sum_i p.\omega^i - \sum_j p.y^j$$

.

Pero como cada consumidor gasta toda su riqueza o ingreso, entonces para todo i se tiene que

$$p\,.\,x^i = p\,.\,\omega^i + \sum_j \theta_{ij}\, p\,.\,y^j\,,$$

donde $(\theta_{i1},\ldots, \theta_{im})$ es el portafolio de acciones del i° consumidor, con

$$\theta_{ij} \geq 0 \wedge \theta_{1j} + \ldots + \theta_{nj} = 1,\ \forall j$$

Así, resulta que el valor de la demanda excedente es

$$\sum_i p.\omega^i + \sum_i \sum_j \theta_{ij} p.y^j - \sum_i p.\omega^i - \sum_j p.y^j = \sum_j \sum_i \theta_{ij} p.y^j - \sum_j p.y^j$$

$$= \sum_j p\,.\,y^j - \sum_j p\,.\,y^j = 0\,.$$

Conclusión

Los enunciados habituales LW_1 y LW_2 de la ley de Walras son incorrectos. Una condición suficiente para ellos es que **todas** las relaciones de preferencias de los consumidores sean monótonas crecientemente (no basta que sólo sean insaciables). Sin embargo, esto no es necesario para la validez de Lw1 y Lw2. Dos posibles correcciones son L_cW_1 y L_cW_2.

NOTAS

1. Ferguson, C.E. y J.P. Gould, *Teoría microeconómica*, Fondo de Cultura Económica, 1979, p. 439.
2. Gravelle, H. y R. Rees, *Microeconomía*, Alianza Editorial, 1981, p. 276.
3. Figueroa, A., *Teorías económicas del capitalismo*, Lima: PUCP, 1992, p. 110.
4. Malinvaud, E., *Lectures on Microeconomics*, North Holland, 1972.
5. Es que el gradiente de u_1 en (1,1/2) es nulo y u_1 es estrictamente cóncava.
6. Es que el gradiente de u_2 en (1/2,1) es $(1/5 (2)^{4/5}, 4/5(1/2)^{1/5}$ que es paralelo a p = (1.2).
7. Debreu G., *Teoría del valor*, Ed. Bosch, 1959.