# Representaciones semióticas sobre el número racional*

*Ligia Inés García***
*Claudia María Campuzano****

Recibido: 1 de junio de 2014
Aprobado: 15 de Junio de 2014

Para citar este artículo | To cite this article | Pour citer cet article
Campuzano C. M. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8(15), pp. 157-181.

## Resumen

El trabajo descrito a continuación, se ubica en el conjunto de las investigaciones didácticas que estudian los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos. Específicamente el interés de esta investigación se basa en analizar cuáles son las representaciones semióticas que poseen los niños de los grados 2°, 3° y 4° frente al número racional. Realizar el mencionado análisis permite identificar los aciertos y errores de los estudiantes frente al concepto matemático, pero a su vez nos ayuda a reflexionar sobre las situaciones didácticas necesarias para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos. El análisis

* Artículo de Investigación. Trabajo desarrollado en el marco de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Autónoma de Manizales.

** Ligia Inés García Castro. Doctora en Ciencias Sociales Niñez y Juventud Universidad de Manizales - Cinde. Magister en Pedagogías Activas y Desarrollo Humano Universidad de Manizales. Licenciada en Orientación y Consejería Universidad Católica de Manizales. Docente Investigadora Universidad Autónoma de Manizales. contacto: ligiaines.garcia@gmail.com

*** Claudia María Campuzano. Magistra en Enseñanza de las Ciencias de la Universidad Católica de Manizales.

realizado en este trabajo parte desde las nociones de las representaciones y la teoría de diversos campos conceptuales.

**Palabras clave**: representaciones semióticas, número racional, aprendizaje de las matemáticas.

# Semiotic representation on the rational number

## Abstract

The work described below is situated in the set of didactic research that studies teaching and learning processes in math contents. Specifically the interest of this research is based on analyzing the semiotic representations that children have in 2nd, 3rd and 4th grade face to a rational number. Making this analysis allows to identify rights and wrongs of students before the mathematical concept, but in turn helps us reflect on the necessary didactic situation to facilitate teaching and learning of mathematical contents. The analysis made in this paper derives from the notions of representations and theory of several conceptual fields.

**Keywords:** Semiotic representations, rational number, learning of mathematics.

# Représentations sémiotiques face au nombre rationnel


## Résumé

Le travail décrit ci-dessous se situe au sein des recherches didactiques qui étudient les processus de l´enseignement et de l'apprentissage des contenus mathématiques. Plus précisément, l'intérêt de cette recherche est d´analyser quelles sont les représentations sémiotiques qui ont les enfants dans les 2ème, 3ème et 4ème niveaux scolaires par rapport aux nombres rationnels. Effectuer cet analyse permet d´identifier les réussites et les erreurs des étudiants face au concept mathématique, mais fait aussi un appel à la réflexion à propos des mesures didactiques nécessaires pour faciliter l'enseignement et l'apprentissage des contenus mathématiques. L'analyse présentée dans ce document prend comme point de départ les notions des représentations et la théorie des différents domaines conceptuels.


**Mots-clés**: représentations sémiotiques, nombre rationnel, apprentissage des mathématiques.

## 1. Planteamiento del problema

El aprendizaje de las matemáticas constituye, un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas, e incluso, la comprensión de textos. La particularidad del aprendizaje de las matemáticas, hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y representación distintos a los del lenguaje natural o de las imágenes: variados sistemas de escritura, notaciones simbólicas para los objetos, escritura algebraica y proposicional que toman el estatus del lenguaje, paralelos al sistema natural para expresar las relaciones y operaciones, figuras geométricas, representaciones en perspectiva, gráficos cartesianos, diagramas, esquemas, entre otras.

De acuerdo con lo planteado por Duval (1999) para lograr la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas, se asumen los siguientes supuestos: el primero es que no puede haber compresión en matemáticas si no se distingue el objeto de su representación. Desde esta perspectiva, es esencial no confundir jamás los objetos matemáticos, es decir, los números, las funciones, las rectas, con sus representaciones, es decir, las escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de las figuras, pues se considera que un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

Es el objeto representado lo que importa y no sus diversas representaciones semióticas posibles. Toda confusión entre el objeto y su representación provoca, en un plazo más o menos amplio, una pérdida en la comprensión: los conocimientos adquiridos se hacen rápidamente inutilizables por fuera de su contexto de aprendizaje, sea por no recordarlos, o porque permanecen como representaciones inertes que no sugieren ninguna transformación productora.

El segundo argumento es más global y más psicológico. Se basa en la existencia de representaciones mentales, es decir, de todo aquel conjunto de imágenes y de concepciones que un individuo puede tener de un objeto, sobre una situación y sobre todo aquello que les está asociado. Las representaciones semióticas, aquellas producciones constituidas por el empleo de signos, no parecen ser más que el medio del cual dispone el individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; para hacerlas visibles o accesibles al otro. Las representaciones semióticas estarían, pues, subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación.

Las representaciones semióticas son necesarias para la actividad matemática, en efecto, la posibilidad de efectuar transformaciones sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. Las transformaciones matemáticas no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación y este sistema de representación solo lo pueden cumplir las representaciones semióticas y no las representaciones mentales.

Por último, desde un punto de vista genético, las representaciones mentales y las representaciones semióticas no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes. El desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas, de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los preceptos (Vygotsky, 1985; Piaget, 1968). A esto es necesario añadir el hecho de que la pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto sus representaciones mentales.

Se aborda el concepto de representaciones semióticas, por considerar los objetos matemáticos, en términos de Puig (2003), como producciones constituidas de signos y se convierten en el medio del cual disponemos para reconocer las representaciones internas que elabora el sujeto y, por lo tanto, cumplen la función de comunicación, pero también se encuentran ligadas a la actividad matemática misma.

De acuerdo con Duval (1999), un sistema representacional semiótico debe cumplir tres condiciones cognitivas: en primer lugar, la representación de algo, en segundo lugar el tratamiento de las representaciones está de acuerdo con las reglas de un sistema semiótico, y en tercer lugar, hace posible el tránsito de un registro a otro. El tratamiento de los registros semióticos que hace el sujeto determina su aprendizaje y de allí surge la pregunta: ¿cuáles son las representaciones semióticas que poseen los niños antes de acercarse al concepto de numero racional?

Se parte del supuesto de que el aprendizaje de los objetos matemáticos se hace por medio de sus representaciones semióticas, y solo a través de ellas, es posible una actividad sobre los objetos matemáticos, por lo tanto, la disponibilidad y el uso de diversos sistemas de representación semiótica, su tratamiento y conversión que hace el sujeto, son imprescindibles para reconocer el aprendizaje del objeto matemático, en este caso del número racional.

Los contextos de representación, es decir, los sistemas en los que se ponen en juego las representaciones, son necesariamente semióticos, porque los signos matemáticos, las notaciones matemáticas expresadas de diversas formas, cumplen la función de ponerse en lugar del objeto matemático.

La función semiótica de la matemática supone tener en cuenta el recurso cognitivo que se encuentra implicado en ella, pues el sujeto necesariamente debe hacer uso de los diferentes sistemas de representación y elegir uno de ellos, dependiendo del propósito de la situación o de la demanda de la misma.

En síntesis, para este estudio es imprescindible considerar las representaciones semióticas que dan cuenta del objeto matemático, en este caso el número racional.

## 2. Objetivos

- Reconocer las representaciones semióticas que tienen los niños antes del aprendizaje del concepto del número racional.

- Identificar las representaciones semióticas que poseen los niños sobre el número racional.

- Identificar el tratamiento que los niños hacen de las representaciones semióticas sobre el número racional.

Vemos a continuación algunos contenidos matemáticos empleados para el desarrollo del mencionado trabajo.

# 3. Marco Teórico

## 3.1 Los objetos matemáticos

Este estudio se ubica en el campo disciplinar de la enseñanza de la matemática, considerada como un sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman la actividad de enseñanza y aprendizaje de la matemática (Godino 2000, citando a Sierra & castro, 2000). La didáctica de la matemática se encarga de estudiar los problemas que surgen en el proceso de enseñanza y de aprendizaje, y propone acciones para su desarrollo que, en relación con el número racional, implica la comprensión de este como objeto matemático.

Duval (1999 y 2006) plantea que no puede haber comprensión en la matemática si no se distingue el objeto matemático de su representación, pues un mismo objeto matemático puede representarse de diferentes maneras. Para el concepto de racional, esta apreciación es de gran utilidad por la multiplicidad de registros representacionales existentes y por la posibilidad que ofrecen de expresar los actos de pensamiento, y a la vez enriquecer los procesos de construcción del conocimiento matemático.

Un objeto matemático es todo aquello que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemáticas (Godino, 2002). Esta idea es tomada de Blumer (1969 ed. 1982, p. 8): un objeto es cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo.

En trabajos anteriores se han considerado los siguientes tipos de objetos matemáticos:

- Lenguaje (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, textual…).
- Situaciones (problemas, aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios…).
- Acciones (operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos…).
- Conceptos (introducidos mediante definiciones o descripciones), (recta, punto, número, medida, función…).

- Propiedad o atributo de los objetos (enunciado sobre los conceptos).
- Argumentos (por ejemplo, los que se usan para validar o explicar los enunciados, por deducción o de otro tipo…).

### 3.2 La enseñanza del número racional

El trabajo escolar en el número racional inicia con el estudio de las fracciones, a través de estrategias metodológicas y conceptuales centradas en la particiones y el conteo, y en la mecanización de reglas y algoritmos; en consecuencia, en el proceso de conceptualización de las fracciones, la medición ni es el eje central ni hay un tratamiento cuidadoso del tipo de magnitud y del tipo de unidad. Estos elementos son fuentes de dificultades en los procesos de conceptualización de los estudiantes.

En efecto, al centrar la atención en el número de partes que representa el numerador y el denominador, y no en la relación cuantitativa entre las cantidades de magnitud de la parte y el todo, se piensa en la fracción como 2 números naturales separados por una rayita y no como una relación de parte y todo.

Pero además, como el proceso de partición no se basa en la medida de la magnitud que se desea repartir, entonces debe realizarse a partir de procesos visuales que privilegian la congruencia geométrica entre las partes para garantizar su igualdad.

Otra consecuencia de que las actividades no pongan énfasis en la medición sino en el conteo, es precisamente que la noción de equivalencia entre fracciones queda significada en la congruencia de las partes en que se ha dividido cada unidad, lo cual constituye un significado muy débil, por demás basado en la percepción y no en las relaciones numéricas.

Luego, el trabajo centrado en las particiones y el conteo hace que el proceso de conceptualizar fracciones impropias sea de difícil comprensión para los estudiantes.

Si el denominador representa las cantidades en que divido la unidad y el numerador las partes que se toman, entonces, ¿cómo tomar una cantidad de partes que sea mayor de las que se obtuvieron al dividir la unidad?

En los procesos de enseñanza desarrollados en la escuela, muchas veces no se da un tratamiento cuidadoso del tipo de unidad ni del tipo de magnitud, lo que lleva a que se propongan de manera indiscriminada actividades en contextos de colecciones o de magnitudes continuas, desconociendo que los procesos de conceptualización en los niños son distintos en uno u otro contexto.

La fracción, como relación parte todo, puede ser definida como otra cantidad que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad de magnitud tomada como el todo y otra magnitud tomada como parte. Pensar en la fracción en el sentido antes denotado implica, fundamentalmente, la realización de procesos de medición para establecer la cuantificación de la parte y el todo, y por consiguiente la relación cuantitativa entre ambos. Igualmente, obliga a explicitar la magnitud sobre la cual se debe realizar la cuantificación. Hay en este sentido una diferencia importante entre la forma usual, ya que en ellos la medición no es un aspecto fundamental en el proceso de conceptualizar la fracción.

Otra forma de interpretar la fracción es como una razón entre dos cantidades. Claro está que no se trata de cualquier tipo de razón, sino de la razón entre dos cantidades que puede ser interpretada como relación parte todo solo cuando una es parte de la otra, o cuando sin estar una contenida en la otra, se miden en la misma unidad de medida.

Es importante destacar que al admitir como una posible interpretación de la razón la relación parte todo, esta es solo eso, una posible interpretación para una familia de razones, y que si se requiere que el alumno conceptualice esta familia como razones, se debe hacer que él se movilice desde esta primera interpretación (relación parte todo), a una significación de la razón más cercana a sus propiedades matemáticas.

La medida como acto de "medir" es importante en el proceso de conceptualizar los números racionales, pues de ella se derivan las fracciones, cuando lo que se mide no es múltiplo entero de veces la unidad patrón de medida usada. También como resultado de la comparación de dos mediciones puede surgir una razón.

Pero la medición con respecto a los números racionales merece ser estudiada en detalle, no solo porque sea utilizada en la solución de numerosos problemas relacionados con estos, sino también porque los sistemas de medidas tienen características que le dan identidad. En efecto, a simple vista se puede pensar que al realizar una medición se establece una relación parte todo, pero las características de los sistemas de medidas, y por consiguiente, la interpretación del resultado de la medición, la diferencian de la relación parte todo, aunque pueden confundirse fácilmente.

### 3.3 Las representaciones semióticas y el aprendizaje del número racional

El aprendizaje y la representación son dos funciones cognitivas estrechamente relacionadas, de acuerdo con Pozo (2005), "aprender es adquirir y modificar representaciones sobre el mundo tanto interno como externo".

El concepto de representaciones ha tomado diversas interpretaciones en el enfoque filosófico y psicológico al cual se suscribe. A continuación, se hace un esbozo general del concepto, teniendo en cuenta que la pretensión de la autora se ubica en el concepto de representaciones semióticas.

Una primera postura es la de Piaget, que plantea la noción de representación como evocación de los objetos ausentes, es una oposición entre el plano de la acción y el de la representación. En su libro la formación del símbolo en el niño (1959), intenta establecer el puente entre la actividad sensorio-motora precedente a la representación según su teoría y las formas operatorias del pensamiento. La representación deriva de la imitación misma, pero, la imitación no constituye sino una de las fuentes de la representación, a la cual aporta sus significantes imaginados.

Desde esta postura Piagetiana, se considera el juego como un conducto de la acción a la representación, en la medida en la que evoluciona en su forma inicial de ejercicio sensorio-motor a su forma secundaria de juego simbólico o juego de imaginación. Se puede pensar que el pensamiento lógico matemático sobre el cual centra la construcción del conocimiento matemático, asume este concepto.

Al hablar de representación, según Piaget (1959), se debe pensar en la reunión de un significador que permite la evocación de un significado procurado por el pensamiento. La institución colectiva del lenguaje es el factor principal de formación y socialización de las representaciones.

En esta perspectiva, se propone qué representaciones son consideradas como una forma de evocación de lo real, es decir, no es posible establecer otras formas representacionales que no estén estrechamente ligadas a un objeto susceptible de manipulación por parte del sujeto. De allí la insistencia en considerar la imagen como la única forma de elaborar las representaciones, reduciendo la riqueza que poseen las múltiples formas representacionales.

Para Perner (1994), la representación tiene un carácter nodal, donde interactúan el medio y el contenido. El medio es la imagen expresión de la simbolización, y el contenido es de lo que da cuenta a través del medio representacional.

En esta misma posición, Manuel de Vega (1984) reconoce la representación interna o computacional, y propone una hipótesis dual de representación bajo dos formatos, uno proposicional y otro de imágenes. De acuerdo con el paradigma del procesamiento de la información, concibe las representaciones como una analogía entre el procesamiento en paralelo y el procesamiento serial. En el caso de los conceptos matemáticos, este autor excluye otros formatos representacionales como es el caso de los tabulares y gráficas.

Perner (1994) define que las representaciones se construyen en la relación entre el medio y el contenido, y esta relación puede darse a partir de funciones literales con el contenido. Propone tres tipos de representaciones, de acuerdo con la correspondencia posible con el contenido pueden ser: primarias, secundarias o meta representaciones.

Ambos autores, ubicados en la ciencia cognitiva dura, asumen un paralelismo entre la mente y el ordenador, no reconocen en el sujeto sino dos formas representacionales, la imagen y las proposiciones, reduciendo los sistemas cognitivos a sistemas de cómputo que codifican la información.

Tanto en Perner (1994) como en Manuel de Vega (1984), el concepto de representación da cuenta de una relación unidireccional entre el medio y el contenido representacional, asumiendo que no es posible pensar en una posible reelaboración permanente de las representaciones en la mente del sujeto, pues este es un fenómeno cognitivo que solo se produce desde lo interno a lo externo.

Para Bruner (1964), el sujeto transforma la información que llega del medio externo a través de tres sistemas de información: innata, icónica y simbólica. El concepto de representación de Bruner da cuenta de los medios con los cuales se evidencian las representaciones internas, que se relacionan entre sí evolutivamente y por consiguiente deben enseñarse en este mismo orden. Es decir, los conceptos en el aula deben presentarse inicialmente de forma inactiva, posteriormente icónica y finalmente simbólica.

En los planteamientos de Bruner ya se asumen al menos tres registros representacionales, entendidos como formas de procesar la información, pero ubicada en una postura evolutiva Piagetiana, al considerar que las representaciones simbólicas son formas representacionales más elaboradas que en la enactiva y la icónica.

La idea de modelos mentales se inserta en una de las suposiciones básicas una especie de postulado de la psicología contemporánea, que es la de considerar que los seres humanos no captan el mundo directamente, sino que lo representan inter y mentalmente. Para este estudio, los modelos mentales concebidos por Johnson Laird, reconocen que hay una diferencia entre el lenguaje de la mente y el lenguaje propiamente dicho, lo que establece una diferenciación entre las representaciones internas y las representaciones externas, además reconoce que cuando el sujeto elabora las representaciones reconoce otros aspectos motivacionales, afectivos y situacionales, lo que enriquece los componentes del modelo, que para el caso de los demás autores mencionados, la elaboración de las representaciones se reduce a una forma de procesar información.

Finalmente, surge un planteamiento en el estudio de las representaciones, de acuerdo con Duval (1999), está el fundamento en dos oposiciones clásicas que son: la oposición interna y externa, y la oposición consciente y no consciente, como consecuencia del estudio de las representaciones. Para el caso del aprendizaje de las matemáticas, las representaciones semióticas serán consideradas representaciones externas, aquellas que han sido objetivadas y son compartidas por otros sujetos y se consideran conscientes porque cumplen con una función intencional de comunicación.

El concepto de representación semiótica (Duval, 1999-2006), obedece a un sistema particular de signos que pueden ser convertidos en representaciones análogas en otro sistema semiótico. Además, son consideradas representaciones externas y conscientes. Las representaciones semióticas cumplen la función de comunicación y de objetivación, además, cumplen con la función de tratamiento, es decir, de utilización práctica en un sistema semiótico.

Hay tres actividades cognitivas fundamentales de la semiosis: la formación de las representaciones, el tratamiento de las representaciones cuando la transformación se produce en el mismo registro semiótico y la conversión de las representaciones, cuando se produce en un registro distinto. Estas dos últimas actividades están ligadas a la propiedad fundamental de las representaciones semióticas y es su posibilidad de transformarse en otras representaciones conservando el contenido o parte del contenido inicial.

# 4. Metodología

## 4.1 Diseño metodológico

De acuerdo con las características de las investigaciones cualitativas, y por la naturaleza de este estudio de corte exploratorio, los momentos del estudio fueron los siguientes:

El diseño, al igual que la selección de la unidad de trabajo, la recolección de datos y el análisis va surgiendo desde el planteamiento mismo del problema, en este caso, se hizo una exploración previa que sirvió como pilotaje de los instrumentos, el aplicar un taller a estudiantes de primero, segundo, tercero y cuarto grado de básica primaria, para finalmente profundizar en los datos obtenidos por los estudiantes de tercer grado.

Los diseños cualitativos se enmarcan en los marcos interpretativos debido a la necesidad de hacer inferencias a partir de los datos obtenidos, en este caso, se reconoce que después de explorar a partir de talleres y de actividades de clase las nociones y concepciones que poseen los niños en torno al concepto de número racional, se pudieron identificar algunas representaciones semióticas empleadas por ellos, pues en todo momento de las actividades realizadas se les pedía que expresaran en forma verbal, escrita y gráfica la manera de representar las cantidades obtenidas.

## 4.2 Procedimiento

El estudio tuvo en cuenta los siguientes momentos:

Primer momento de selección de la unidad de análisis, ya que era necesario determinar con qué grupo escolar se iba a trabajar, pues era necesario que cumpliera con los siguientes criterios:

- Que tuvieran un nivel escolar que les permitiera leer y escribir correctamente con el fin de poder evidenciar qué tipo de representaciones semióticas emplean.

- Que no hubieran accedido al concepto de fracción que es el primero que se incluye en la enseñanza de los racionales, para poder determinar cómo lo incorporan en su discurso y sobre todo en la solución de problemas que llevaran consigo acciones como repartir.

Realización de talleres con los niños a partir de dos actividades de clase: la primera fueron las pruebas de exploración de representaciones, en donde se indagó la relación parte-todo y se les propuso algunas acciones de repartición. Posterior a ello se realizó un taller en donde se les presentaba a los niños de tercero algunas láminas o figuras que simulaban objetos repartidos o se realizaba la acción de repartir, con el fin de que los niños expresaran verbalmente y a través de dibujos lo que interpretaban o de qué manera expresaban las cantidades obtenidas.

El tercer momento, corresponde al análisis propiamente dicho, en donde en primera instancia se hizo un análisis literal de los hallazgos en los tres grupos iniciales con los cuales se trabajó, para luego profundizar en el análisis de la actividad realizada en el grado tercero.

## 4.3 Técnicas e instrumentos

Para la recolección de información se emplearon dos instrumentos: un taller y una actividad realizada en el aula de clase.

- El taller pretendía recoger las representaciones que poseen los niños en torno a la relación parte-todo.

- La actividad realizada en la clase, proponía algunas situaciones con el fin de identificar las posibles representaciones empleadas por los niños, así como la presentación de algunas representaciones semióticas.

# 5. Análisis

## 5.1 Análisis de información y conclusiones

De acuerdo con los momentos del proceso investigativo, se hizo un análisis descriptivo de los observado en el primer taller desarrollado con los niños de primero, segundo, tercero y cuarto de básica primaria, con miras a identificar las posibles representaciones que empleaban los niños, pero especialmente para evidenciar las posibles representaciones semióticas.

### *5.1.1 En cuanto a la relación parte-todo*

En este sentido, la fracción como relación parte-todo, es interpretada como un número que expresa la relación cuantitativa entre una cierta cantidad tomada como unidad (todo) y otra cantidad tomada como parte.

Frente al ejercicio: "pinta esta pared lo mismo azul que rojo", los niños realizan las siguientes acciones:

*Dividen el cuadrado en dos partes y sombrean una de azul y otra de rojo.*
*Realizan varios cuadrados azules y rojos dentro del cuadrado.*
*Dividen el cuadrado en cuatro partes no equivalentes, de las cuales 2 son rojas y 2 son azules.*

Tal como se evidencia en la imagen en la página siguiente:


En este primer caso, el niño logra identificar que dividir el cuadrado en dos partes indica dividirlo a la mitad y pintar una parte roja y otra azul.

La noción parte-todo es la relación de una unidad o un todo con sus partes, teniendo como condición su división en partes iguales. Cuando una totalidad se divide en varias partes iguales, a la relación multiplicativa existente entre la magnitud de cada una de estas partes y la magnitud de la totalidad, se suele llamar "fracción" de la magnitud total. En el instrumento diseñado, Se enfrentó en primera instancia a los estudiantes a la necesidad de partir, distribuir, teniendo como condición *"en partes iguales"*, aunque explícitamente no se propone dividir en partes iguales, si se les dice que hay que pintar igual cantidad de azul que de rojo.

Otro niño ante la misma instrucción realiza lo siguiente: divide la figura en 4 partes, y dos de ellas las pinta de rojo, y las otras dos las colorea de azul; continúa manteniendo el concepto de igualdad, que para él significa


pintar la misma cantidad de azul que de rojo, tal como se le dijo en la instrucción.

En las dos ocasiones anteriores, ambos estudiantes hacen particiones y logran agotar el todo, en este caso del cuadrado.

Se nota además que aunque en la instrucción no se dice en cuántas partes hay que dividir el todo, los niños en el primer caso lo parten en dos y en el segundo en cuatro partes.

Hay una acción concreta de partir objetos en "partes iguales", pero esta acción no lleva a la utilización de operadores matemáticos porque no se considera la magnitud como aquello que hay que partir, sino que es un todo, que tiene una forma y es ella la que se hace necesario partir.

En esta acción de dividir un todo en partes, tal como se les propone en el ejercicio, otro estudiante realiza lo siguiente: hace pequeñas divisiones en el todo, en este caso del cuadrado, pintando en lo posible igual número


de partes azules que de rojas, pero no se agota el todo, como en las dos anteriores.

Se nota además que el niño no reconoce el número de partes en las que hay que dividir el todo, sino que pretende "rellenar" el todo con igual cantidad de manchas azules que rojas. En este sentido, también se reconoce que el niño, se centra en la parte, para llegar al todo.

El concepto de fracción surge de la necesidad de dividir la unidad, pues históricamente los babilonios y los egipcios fraccionaban la unidad según sus sistemas de numeración, reconociendo la infinitud de veces en que la unidad puede ser "partida" Chamorro (2003).

Además de asumir que el todo se puede dividir en cualquier número de partes, los estudiantes también reconocen que mientras haya más partes en que tenga que dividir, estas serán más pequeñas, tal como se evidencia en la imagen anterior, en donde las porciones pintadas de azul y de rojo son más pequeñas en comparación con las dos imágenes anteriores, en donde la unidad se divide en dos y en cuatro partes respectivamente.

### *5.1.2 Con respecto a la relación de la parte al todo*

Se propone la siguiente situación:

*Rodrigo, Ramiro, Sebastián y Matías comen galletitas. Cada uno me dio ½ galleta. ¿Cuántas tengo?* Los niños responden "cuatro".

Lo anterior significa que los niños identifican el todo, como el número de sujetos que se encuentran comiendo galletas, por lo tanto asumen que hay 4 galletas y siguen manteniendo el todo, aun cuando se hayan dividido (media galleta) para compartirlas con él.

En este caso, y de acuerdo con Valdemoros (2004), hay un centramiento en el todo, porque reconoce una parte, en este caso media galleta como un todo.

En otra situación propuesta:

*Cuatro niños van a comer 3 galletas, ayúdales a repartir de tal forma que a todos les toque la misma cantidad.*

La respuesta de los niños fue la siguiente:

*"A cada uno le toca de a 3 pedazos".*

Tal como ocurre con la situación anterior, el todo se asume como el número de galletas y esa misma cantidad es la que se reparte, aun cuando se siguen considerando que son porciones.

La relación parte-todo, también es la expresión del resultado de repartir equitativamente determinada cantidad de unidades entre cierto número de personas, en donde intervienen la cantidad a repartir y el número de personas a quien se va a repartir.

La ordinalidad como noción presente en la construcción del concepto de número, entra en conflicto al hablar de los números racionales, por no ser en palabras de Vasco, *"números de contar"*.

Veamos las siguientes situaciones planteadas:

Repartir 3 turrones entre 5 niños. ¿Cuánto le tocará a cada niño si queremos que todos reciban lo mismo?

5 ÷ 3 = 5 hay que partirlos en pedacitos y a cada uno le tocan 3 pedacitos.

Se sigue considerando el todo como la cantidad de personas, en este caso niños a los cuales hay que repartir, y se recurre a la división como repartición en cantidades iguales.

También responden así:

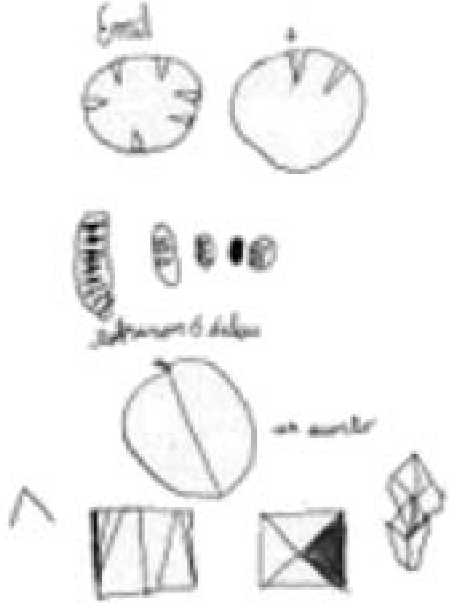
*"5/3 a cada uno le daría un turrón y sobraría uno".*

En este caso, el estudiante recurre a la repartición como cociente, pero no agota el todo en la repartición, al considerar que sobraría uno.

Cuando se les propone a los niños en una actividad de clase, varias acciones relacionadas con la relación parte-todo, se presentan las siguientes representaciones en los estudiantes:

*"Se pide a los estudiantes que dibujen una pizza dividida en 8 partes y luego se coman 2 pedazos".*

Al respecto el estudiante 1 realiza lo siguiente:



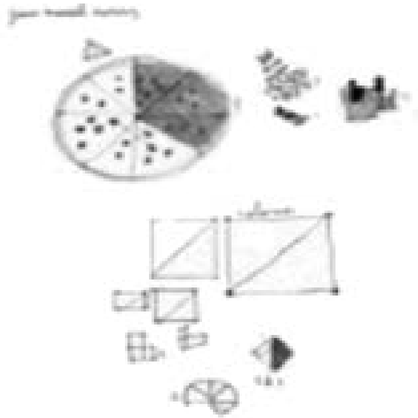
El niño reconoce una unidad, en este caso la pizza, y en ella representa 6 pedazos, pero en esa partición no agota el todo.

Otro de los aspectos importantes en el desarrollo de las nociones asociadas al proceso de partición, es la comprensión de la relación entre el tamaño y la forma de la unidad y el número necesario para dividirla, esto quiere decir que cuanto menor sea la unidad de medida, tantas más veces será preciso repetirla, hasta "cubrirla" toda.

La constitución de la unidad o magnitud en primera instancia está ligada a lo visual, de acuerdo con la forma del objeto sobre el cual se está repartiendo, lo que nos lleva a corroborar lo que reiterativamente se ha dicho, la partición se asume por la forma del objeto a dividir y no por su magnitud.

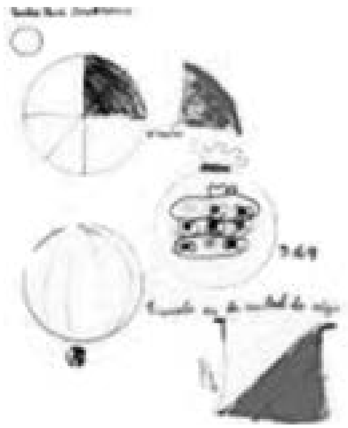
Hay una acción concreta de partir objetos en "partes iguales", pero esta acción no lleva a la utilización de operadores matemáticos porque no se considera la magnitud como aquello que hay que partir, sino que es un todo, que tiene una forma y es ella la que se hace necesario partir.

En el caso del estudiante 2, realiza lo siguiente:



El niño hace una partición exacta de la forma circular que simula una pizza en 8 partes iguales y sombrea 3 porciones.

El estudiante 3 realiza lo siguiente:



Además de hacer la partición, extrae de la figura que simula la pizza las dos porciones que se le están pidiendo.

De acuerdo con Vasco (1994), la partición física y la selección de la unidad no es lo mismo que la partición matemática, en la partición física no se tiene en cuenta la magnitud que es la que se parte o divide, en tanto al realizar la acción matemática, si se tiene en cuenta la magnitud, como el largo, el área o la masa.

## Referencias


Beher, M. & Leser, T. (1993). "Ideas los números racionales y el rol de los sistemas representativos". En trabajo sobre la enseñanza de las fracciones. *Matemática Educativa.* México: I.P.N.

Cortés Salazar, H. M. & Pérez Duarte, L. F. (s.f) *Algunas dificultades en la comprensión y aplicación del concepto de número fraccionario.* Bogotá: Fundación Universitaria Panamericana.

D'amore, B. (2006). "Objetos, significados y representaciones semióticas y sentido". En revista Latinoamericana de investigación. *Matemática Educativa* (pp. 177-195).

Delgado Monroy, D., Olaya, L. F. & Gómez Velásquez, M. (s.f). *Razón y proporción: Un análisis desde los procesos de unitización y formación*. Bogotá: Universidad Francisco José de Caldas.

Dickson, L. Brown, M. & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas.* Labor.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano.* Colombia: Editorial Universidad del valle.

Hernández Sampieri, R., et al. (1999). *Metodología de la investigación*, 2 edición. México: Mac Graw Hill. Interamericana.

Kieren Thomas. E. (1980). "Recent Research on Number Learning"¨. En: Eric. Clearinghouse for science. *Mathematics and environmental education.* Colombus, Ohio (pp. 2-175).

Llinares, S. & Sánchez, M. A. (1988). *Fracciones.* Madrid: Síntesis.

Llinares, S. (2003). "Fracciones, decimales y razón: Desde la relación parte todo al razonamiento proporcional". En *Didáctica de las matemáticas.* Chamorro, M. Madrid: Prentice Hall. pp.187-220).

Luelmo Rivas, M. (2004). *Concepciones matemáticas de los docentes de primaria en relación de la fracción como razón y como operador multiplicativo.* En: tesis. Universidad de la Salle.

Obando, G. (1999). *Enseñanza de los números racionales.* En: tesis de maestría.

Obando, G. (2003). *La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo*. Revista EMA. Vol. 8. No. 2.

Ohlsson, S. (s.f). *"Mathematical Meaning and applicational Meaning in the semantics of fractions and related concepts"*. En: Learning Research and development center University of Pitts Burgh. (pp. 53-92).

Puig, H. (2003). *Investigaciones en matemáticas. Departamento de educación Matemática Educativa del centro de investigaciones y estudios avanzados.* México.

Pujadas, M. & Eguiluz, L. (2000). *Fracciones un quebradero de cabeza.* México: Editorial Novedades educativas.

Serrano Pérez, G. (1994). *Investigación Cualitativa.* Retos e interrogantes. II. Técnicas y análisis de datos. Madrid: Editorial La muralla, S.A.

Valdemoros, M. E. (2004). "Lenguaje, Fracciones y reparto". En: *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Cap. 7, (pp. 235-256).

Valdemoros, M. E. & Ruíz, E. F. (2008). *El caso Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos.* En: tesis. Bogotá: Universidad Autónoma.

Vernaud, G. (1993). *"Conceptos y esquemas en una teoría operatoria de la representación"*. En: Sánchez, Ernesto y Zubieta, Gonzalo. Lecturas en Didáctica de las Matemáticas. Escuela francesa. México: CINVESTAV, Departamento de Matemática Educativa.

Vizcarra Escolano, R. & Guarín Sallan, J. (2005). "Modelos de medida para la enseñanza del número racional en educación primaria". En: *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* (pp. 17-35).