



ISSN 1029-3450



Modelación matemática de la distribución de la carga docente de los profesores en la universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”

Mathematical modeling of the distribution of the professors’ teaching load in the university of Matanzas “Camilo Cienfuegos”

Ana Elena Hernández Aznard
CONAS
Cuba
E-mail: anaelena@conas.co.cu

RESUMEN

La modelación matemática de un problema real permite enfrentarlo con métodos científicos para encontrar soluciones. La distribución de la carga docente (DCD) es un proceso donde las soluciones no se obtienen de forma rápida, requiere experticia en el tema, y se vuelve complejo al tener que manejar gran cantidad de información. Este trabajo tiene como objetivo la modelación matemática de la DCD en la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos” (UMCC). Este proceso consiste en la asignación del número de grupos y las asignaturas que deberá impartir cada profesor en un período lectivo, generalmente un semestre; y se lleva a cabo por los departamentos de la UMCC. El proceso está sujeto a un conjunto de restricciones: las horas de cada asignatura para un grupo deben ser asignadas de forma completa y no parcialmente, no pueden quedar grupos sin asignar, y los profesores tienen un fondo de tiempo a distribuir que no debe excederse. La meta de este proceso es hacer la mejor asignación profesor-asignatura, para lo cual debe conocerse la evaluación de cuan efectivo es cada profesor en las asignaturas. Este problema fue representado como un modelo de programación lineal entera, donde se persigue la optimización de la calidad de la DCD. El óptimo asignará el mayor número de horas clases a los profesores con mejores evaluaciones, lo que garantizará elevada calidad del proceso docente.

Palabras claves: Carga docente, planificación docente, modelación

matemática, programación lineal entera, optimización.



ISSN 1029-3450



ABSTRACT

The mathematical modeling of a real problem allows facing it with scientific methods in order to find solutions. The distribution of the professors' teaching load (DTL) is a process where the solutions were not obtained quickly, demands expertise in the topic, and becomes complex because a lot of information must be handled. The objective of this work is the mathematical modeling of the DTL in the University of Matanzas "Camilo Cienfuegos" (UMCC). This process consists of the assignment of the quantity of groups and the subjects which should be taught by each professor per term, generally a semester; and is developed by the departments in the UMCC. This process is limited by a set of constrains: the hours of each subject for a group should be assigned completely and not partially, there can not be groups out of the assignment, and the professors have a time fund which should not be exceeded. The goal of this process is to achieve the best assignment professor-subject, it is necessary to know the evaluation of how effective each professor is in the subjects to get it. This problem was represented as a model of integer lineal programming, in which the optimization of the DTL's quality is pursued. The optimum assigns the majority of the class hours to the professors with better evaluations, which will guarantee high quality of the teaching process.

Keywords: Teaching load, teaching planning, mathematical modeling, integer lineal programming, optimization.

INTRODUCCIÓN

El capital humano es elemento esencial de toda organización. En los centros educacionales el capital de mayor valor lo conforma el claustro de profesores. El conocimiento de los docentes, constituye la herramienta esencial para la transformación de la materia prima: los estudiantes. El uso efectivo de estos recursos es la garantía de una buena calidad en la enseñanza. Son las universidades los centros de educación donde esto se vuelve más complejo por dos causas fundamentales: la variedad de asignaturas, formas de enseñanza, tipos de cursos y el elevado número de profesores con niveles variables de especialización, calidad y experiencia.

Los profesores de la enseñanza universitaria dedican sus horas de trabajo a diferentes labores: la primordial suele ser la docencia, a esta se suman la investigación, los servicios científico-técnicos, y en algunos casos tareas administrativas o de dirección. El número de horas concebidas para la



ISSN 1029-3450



docencia, particularmente las dedicadas a la docencia presencial, es lo que en la presente investigación se denominará carga docente.

Será esta, la carga docente de un período lectivo determinado, el objeto de la distribución. Distribuir puede ser definido como la forma de dividir algo entre varios, asignando a cada uno lo que corresponda según alguna regla. La distribución que se presenta consiste en dividir esta carga docente entre los profesores capacitados para ello. A este proceso mediante al cual se asignan a los profesores las asignaturas que deben impartir en cada semestre se denomina Distribución de la Carga Docente (DCD).

La DCD se realiza de forma completamente manual e independiente, como un proceso separado en cada departamento de la UMCC. Se inicia cuando la persona encargada del mismo en el departamento tiene todos los elementos necesarios para hacer la distribución: la disponibilidad de profesores, las solicitudes de sus asignaturas, y otros detalles específicos del tema. De manera sintética podría decirse que distribuir la carga docente equivale a asignar a cada profesor el número de grupos y las asignaturas que impartirá en el semestre garantizando que se cubran todas las necesidades del proceso docente.

Se emplean generalmente varios días para alcanzar una solución final, lo que da idea de su ineficiencia temporal. A esto se le suma que su eficacia depende entre otros aspectos del número de profesores y asignaturas a distribuir en el departamento, y muy especialmente de la experticia del distribuidor. Aún el personal con varios años de trabajo en el mismo lo considera complejo, por el volumen de información que tiene que manejar entre otros elementos y le toma días.

Actualmente en la UMCC no existe un procedimiento u otro medio, donde se describa formalmente la DCD, por lo que para entenderla completamente se recogió información por medio de encuestas y entrevistas. A partir de ahí se pudo caracterizar, e identificar que este proceso podía ser modelado matemáticamente. Realizar la modelación matemática de la DCD de los profesores en la UMCC, constituye el objetivo principal del presente trabajo.

La modelación matemática permite la representación de un problema de la vida real como un problema matemático a resolver. Para desarrollar la modelación es preciso seguir una secuencia básica que consiste en: identificar las variables del problema, determinar el objetivo que persigue el proceso y crear el modelo que se ajuste a las características del mismo.



ISSN 1029-3450



Las características del trabajo en cuestión lo identifican con los modelos lineales que describe la programación lineal entera (PLE). El campo de estudio de la PLE recoge los modelos de optimización de objetivos que pueden estar limitados por un conjunto de restricciones, con variables en el dominio de los números enteros. Todas las funciones que en estos se presentan, objetivo y restricciones, son lineales.

Disponer de esta modelación permitirá enfrentar los problemas de DCD en la UMCC con métodos diversos que ofrece la PLE para obtener soluciones de forma puntual. Este modelo puede servir de base para trabajos posteriores de diseño de algoritmos de solución con el objetivo de automatizar este proceso.

DESARROLLO

La distribución de la carga docente en la UMCC surge con la fundación de la misma. Podría analizarse entonces que en sus primeros años (curso 1975-76) contaba con una matrícula de 4121 estudiantes, y 288 docentes impartían clases, de los cuales 93 eran profesores adjuntos y 61 alumnos ayudantes, además se contaba con 5 facultades y 11 especialidades(1). Para el actual curso 2008-2009 se cuenta con un total aproximado de 24 000 estudiantes de pregrado, que reciben clases de 608 profesores a tiempo completo, cifra a la que se le suman 2730 profesores a tiempo parcial. Estos estudiantes cursan 21 especialidades en 7 facultades. (2)

Puede apreciarse que las cifras de estudiantes y profesores se han sextuplicado, no siendo tan grande la ampliación de la gama de especialidades impartidas, que no ha llegado a duplicarse. Esto muestra como la tendencia histórica ha ido hacia la masificación de la enseñanza universitaria. Lo que provoca que el volumen de información que debe manejarse en cada departamento es mayor en: número de profesores y grupos de estudiantes. Por lo cual el proceso de asignar profesores a grupos de estudiantes se hace más complejo, y su manejo manual se convierte en un reto.

La distribución de la carga docente de los profesores es un problema del ámbito de la organización del tiempo de trabajo. Al igual que se distribuyen los horarios de los chóferes de ómnibus, o los turnos de enfermería, se está en este caso realizando una asignación de tiempos de trabajos a los profesores. Como todos estos tipos de problemas, el presente incluye características y restricciones propias que tienen como meta hacer de alguna manera eficiente esta asignación de los tiempos de trabajo.



ISSN 1029-3450



En todos estos tipos de distribuciones el objetivo es lograr una solución óptima, ya sea para lograr eficiencia en tiempos, espacios, disminuir costos o como en el caso que se presenta para obtener mayor calidad de la enseñanza. Calidad que radica en hacer un uso óptimo de los recursos disponibles, al asignar el profesor a la asignatura donde sea más capaz. La optimización puede considerarse como la búsqueda de la mejor entre las posibles soluciones a un problema determinado. Muchas veces para facilitar el encuentro de la solución óptima, es conveniente formularlo en términos matemáticos antes de abordar su resolución. Esto permite que se puedan aplicar entonces, métodos o algoritmos matemáticos para la obtención de soluciones.

Los modelos matemáticos se pueden dividir en deterministas y estocásticos. En los deterministas se considera que los parámetros asociados al modelo son conocidos con certeza absoluta, a diferencia de los estocásticos, donde algunos parámetros tienen una distribución de probabilidad asociada. En el proceso de DCD se ha considerado que los parámetros son conocidos con claridad, por lo que se utilizará un modelo determinista.

La trayectoria histórica de la ciencia muestra dos tendencias en la investigación que podrían designarse como (3):

- Investigación Pura. Se concentra en la investigación en sí misma y no en la utilidad posterior de sus trabajos.
- Investigación Aplicada. Siempre tiene en cuenta la utilidad humana, social, económica u otras, de sus posibles resultados.

Este último tipo de investigación basada en la utilidad a la vida real, es lo que se conoce como investigación operativa, o de operaciones. La esencia de esta descansa en la construcción de modelos de sistemas reales y el análisis de los sistemas a través de esos modelos(4). Basándose en la hipótesis de que los modelos son lo suficientemente precisos en la representación de las características esenciales de la situación, que las soluciones obtenidas son válidas también para el problema real.(5)

Una de las principales ramas de la investigación operativa, es la programación lineal. En este grupo se consideran los modelos lineales y los métodos de optimización bajo certidumbre. En estos modelos las funciones que lo componen, es decir, función objetivo y restricciones, son funciones lineales en las variables de decisión.

Al analizar las características de los problemas de Programación Lineal, se encuentran los siguientes elementos comunes:



ISSN 1029-3450



- Función Objetivo: es la meta que se quiere alcanzar, la función a optimizar.
- Restricciones: estas vendrán determinadas por las condiciones existentes a la hora de optimizar la función.
- Linealidad: tanto la función objetivo como las restricciones, son funciones lineales de las variables consideradas.

La programación lineal, en términos generales va a consistir en:

Optimizar una función objetivo $z=c.x$

Bajo las restricciones $Ax \leq \text{ó} \geq b$

Donde $x \geq 0$

El elevado número de variables de decisión, unido a la gran cantidad de restricciones a cumplir es lo que hace que este tipo de problemas sea complejo.(6)

Esto hace pensar que pudiera representarse la situación a tratar como un problema de la programación lineal. Pero existen restricciones en la DCD sobre las variables que las obligan a ser enteras además de no negativas, porque no puede asignarse una fracción de grupo a un profesor para que le imparta una asignatura, al menos así no se encuentra concebido dentro de la UMCC. Esto hace que la rama de la investigación de operaciones donde se encuentra sea más específica: la programación lineal entera.

Definiciones

Antes de comenzar a adentrarse en el modelo es importante la definición de una serie de términos que se necesitan para la correcta interpretación de la modelación matemática de la distribución de la carga docente de los profesores en la UMCC. Estos son:

Asignatura: Se refiere a la asignatura a impartir en una forma de enseñanza específica. Ejemplo: Matemática I Conferencia y Matemática I Clase Práctica, se consideran dos asignaturas diferentes.

Grupo: Constituye el conjunto de estudiantes que recibe una asignatura. Ejemplo: I11, C32 o el conjunto de estudiantes que reciben conferencias.

Horas profesor: Número máximo de horas que puede impartir un profesor durante un período lectivo.



ISSN 1029-3450



Horas asignatura: Número de horas que tiene una asignatura para un solo grupo durante el período lectivo.

Evaluación del profesor: Evaluación que se hace del profesor por el departamento en función de una serie de parámetros que cuantifican la calidad de un profesor para impartir una asignatura.

Construcción del modelo

Para realizar la modelación los pasos a seguir pueden enumerarse como los siguientes:

1. Identificar las variables de decisión del problema.
2. Describir la función objetivo, que es la función a optimizar.
3. Encontrar las restricciones.
4. Garantizar la condición de no negatividad, que constituye otra restricción.

Identificación de variables

Los elementos que inciden en el modelo son:

- La evaluación de cada profesor por asignatura
- Número de horas profesor
- Número de horas asignatura
- Cantidad de grupos que recibirán la asignatura
- Cantidad de grupos asignados por profesor en cada asignatura

Este último representa las variables sobre las que decidirá el modelo.

Función objetivo

La función que se quiere optimizar, va a estar compuesta por los elementos que influyen en el objetivo definido para el problema. Estos son la evaluación del profesor en la asignatura, el número de grupos asignado al profesor en la asignatura y el número de horas que tiene la asignatura. Lo que podrá representarse como el producto de estos elementos por profesor y asignatura que son sumados en busca del óptimo.

Para un caso específico de este problema los términos: evaluación profesor-asignatura, y número de horas asignatura; estarán definidos y serán



ISSN 1029-3450



coeficientes de la función objetivo, la que quedará expresada en las variables de decisión que representan el número de grupos asignado al par profesor-asignatura.

Restricciones

Esta asignación está limitada por ciertas restricciones que fueron definidas a través de encuestas y entrevistas a las personas relacionadas con este proceso de DCD: ejecutores y solicitantes. Estas son:

- El conjunto de horas de todas las asignaturas tiene que ser repartido totalmente.
- Las horas de una asignatura deben asignarse completamente a un solo profesor para un mismo grupo.
- Un profesor no debe impartir en el semestre más de un número de horas previamente definidas para él.

La condición de no negatividad de las variables de la función objetivo está asegurado porque no puede existir para el número de grupos, un valor negativo. Y esto se expresará en el modelo concebido.

Resulta claro que no sería posible tener consideradas todas las restricciones que pueden aparecer en un problema como este, y aún cuando en la práctica pueden existir otras restricciones no consideradas, algunas pudieran resolverse a través de:

- Imposibilitar a un profesor para impartir una asignatura
- Reducir o ampliar el número de horas profesor
- Cambiar otras de las entradas del problema (Evaluaciones)

Existe otra restricción que aparece luego del análisis del proceso de distribución, y que tiene que ser considerada para permitir la existencia de soluciones:

- El total de horas de los profesores tiene que ser mayor o igual que el total de horas de las asignaturas.

Esta restricción no incluye a las variables de decisión por lo que debe ser una condición previa para que puedan existir soluciones pero no se incluye dentro del modelo.



ISSN 1029-3450



En este punto ya se han descrito los elementos necesarios para presentar el modelo matemático.

Modelación matemática del problema

Hacer la modelación matemática del problema requirió de un análisis detallado de lo que se espera del proceso, y de las restricciones que se consideraron para encontrar la solución. En el modelo se consideró la optimización de la calidad del total de horas impartidas, siendo la calidad expresión directa de la evaluación de los profesores en las asignaturas a él asignadas. Las restricciones fundamentalmente consideran que la cantidad total de horas de las asignaturas tiene que ser asignada completamente, y que los profesores tienen una cantidad de horas límite para cubrirse en el semestre, el cual no puede ser excedido. Con estas definiciones se describió el modelo matemático a resolver.

La modelación matemática del problema se presenta como sigue:

Sea D un departamento docente de la UMCC, donde se quiere hacer la distribución de la carga docente de los profesores pertenecientes a dicho departamento.

Sean los conjuntos:

$A = \{a_j\}, j \in [1, m]$ Asignaturas que se deben impartir por D

$P = \{p_i\}, i \in [1, n]$ Profesores que pertenecen a D

S : Matriz de tamaño $m \times n$ de elementos solución

Las variables de decisión:

$Y_{ij} \in \mathbb{N}$, Y_{ij} es un elemento de la matriz S , y representa la cantidad de grupos que se asignan al profesor p_i en la asignatura a_j

Los parámetros siguientes, que son conocidos y constantes para el período y el departamento:

$H_j \in \mathbb{N}$, número de horas de la asignatura a_j en el semestre para un grupo



ISSN 1029-3450



$T_i \in \mathbb{N}$, número de horas máximo para el profesor p_i

$G_j \in \mathbb{N}$, número de grupos que deben recibir la asignatura a_j

$E_{ij} \in \mathbb{N}$, evaluación del profesor p_i en la asignatura a_j

Este último indicará la evaluación que hace el distribuidor del profesor para la asignatura, y tomará los valores y significados siguientes:

1. Excelente
 2. Muy bueno
 3. Bueno
 4. Regular
 5. Aceptable
- M. No admisible (No puede ser asignado). M = Número entero muy grande

Esta forma de escalar la evaluación determina que la función a optimizar se represente como:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m E_{ij} H_j Y_{ij}$$

Sujeta a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^m H_j Y_{ij} \leq T_i \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n H_j Y_{ij} = G_j H_j \quad \forall j = 1, \dots, m$$

$$Y_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad \forall j = 1, \dots, m$$

Este modelo matemático propuesto constituye un modelo lineal entero de $n \times m$ variables. A partir de las entrevistas se estima que el rango aproximado de variables en la UMCC esté en el orden de las 25×50 , unas 1250. El problema puede ser resuelto por medio de diversas técnicas de la programación lineal como el Método Simplex, Método de Punto Interior u otro, para luego encontrar la solución entera por alguno de los métodos de acotación como el Ramificar y



ISSN 1029-3450



Podar, o usar algoritmos heurísticos de aproximación(7). También pudiera investigarse otros métodos de solución, específicos para el problema en cuestión. Crear técnicas de solución a la medida puede ser más eficiente en modelos enteros que los métodos de propósito general.

CONCLUSIONES

- El modelo representa al proceso de distribución de la carga docente de los profesores en la UMCC de manera efectiva, para el objetivo y el conjunto de restricciones identificadas.
- Es posible que no se recojan la totalidad de las restricciones que pudieran existir, pero se desarrolló en base a las obtenidas en el estudio del proceso.
- El modelo permite que puedan encontrarse soluciones, óptimas o cercanas a esta, de la DCD mediante métodos conocidos de la PLE.

RECOMENDACIONES:

- Crear métodos de solución específicos para el problema tratado.
- Utilizar el modelo como punto de partida para algoritmizar el proceso con vistas a su posterior automatización.

BIBLIOGRAFÍA

1. Ramos J, García JR. El Centro Universitario de Matanzas: Diez Años de Vida. Matanzas, Cuba: Centro Universitario de Matanzas; 1984.
2. ESTRATEGIA DE COMUNICACIÓN. Matanzas; 2008.
3. Hernández Z. Modelos de Programación Lineal. 2005. Disponible en: www.unirioja.es/cu/zehernan/docencia/OPTIMIZACION.

Consultado Octubre 18, 2008.

4. Ríos S. Investigación operativa: Programación Lineal y aplicaciones. Madrid, España: Editorial Ramón Areces; 1996.
5. Hillier FS, Lieberman GJ. Introduction to Operations Research. Singapore: McGraw-Hill International; 2005.



ISSN 1029-3450



6. Vanderbei RJ. Linear Programming: Foundations and Extensions. 2007.
7. Pastoriza RA. INTENT Un Algoritmo Interior para Programación Entera. Caracas, Venezuela: Universidad Central de Venezuela. 1999. Disponible en: <http://www-2.dc.uba.ar/alio/io/pdf/1999/paper-5.pdf>.

Consultado Septiembre 5, 2008.

Fecha de recepción: 27/12/2008

Fecha de aprobado: 24/02/2009