



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

Creencias de Profesores y Estudiantes de Profesor de Educación Primaria y Secundaria sobre los Problemas de Matemáticas

Celia Giné de Lera¹ & Jordi Deulofeu Piquet¹

1) Universitat Autònoma de Barcelona, Spain.

Date of publication: June 24th, 2015

Edition period: June 2015-October 2015

To cite this article: Giné de Lera, C. & Deulofeu Piquet, J. (2015). Creencias de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria sobre los problemas de matemáticas. *REDIMAT*, Vol 4(2), 161-178. doi: [10.4471/redimat.2015.1398](https://doi.org/10.4471/redimat.2015.1398)

To link this article: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2015.1398>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CC-BY).

Teachers' and Students of Elementary and Secondary Education' Beliefs About Problems of Mathematics

Celia Giné de Lera
*Universitat Autònoma de
Barcelona*

Jordi Deulofeu Piquet
*Universitat Autònoma de
Barcelona*

(Received: 25 January 2015; Accepted: 11 June 2015; Published: 24 June 2015)

Abstract

Beliefs that students have about mathematics as a discipline, the purpose of teaching it, the meaning and sense of the problems, etc., depend heavily on teacher's beliefs, which are unconsciously transmitted to students through all what they do in the classroom. On the other hand, problem solving is one of the core aspects of mathematics' teaching, and it is accepted that this may be one of the key tools to help make sense of mathematics. This article aims to characterize and compare the beliefs of pre-service and in-service teachers of mathematics, both at primary and secondary school level, about math's problems.

An essentially qualitative method is conducted, analyzing math problem definitions and examples of problems and exercises obtained by a questionnaire answered by the four samples. The analysis performed has enabled to characterize the beliefs of each sample and to confirm that there are significant differences among the beliefs of the four samples investigated.

Keywords: Mathematics education, problems solving, teacher beliefs



Creencias de Profesores y Estudiantes de Profesor de Educación Primaria y Secundaria sobre los Problemas de Matemáticas

Celia Giné de Lera
Universitat Autònoma de
Barcelona

Jordi Deulofeu Piquet
Universitat Autònoma de
Barcelona

(Recibido: 25 Enero 2015; Aceptado: 11 Junio 2015; Publicado: 24 Junio 2015)

Abstract

Las creencias que tienen los alumnos de las matemáticas como disciplina, su finalidad en la enseñanza, el significado y sentido de los problemas, etc., dependen en gran medida de las propias creencias de los profesores, que son transmitidas, consciente o inconscientemente, a los alumnos mediante todo aquello que dicen y hacen en el aula. Por otro lado, la resolución de problemas constituye uno de los ejes principales en la enseñanza de las matemáticas, y es una de las herramientas que ayudan a dar sentido a esta ciencia. En este artículo nos proponemos caracterizar y comparar las creencias de los profesores y estudiantes de profesor de matemáticas de primaria y de secundaria sobre el objeto *problema de matemáticas*.

La investigación utiliza una metodología esencialmente cualitativa, mediante la cual se analizan definiciones de problema de matemáticas y ejemplos de problema y de ejercicio obtenidas mediante un cuestionario pasado a cada una de las cuatro muestras del estudio. El análisis realizado nos ha permitido caracterizar las creencias de cada muestra y constatar que hay diferencias relevantes entre ellas..

Keywords: Educación matemática, resolución de problemas, creencias del profesor

La resolución de problemas constituye uno de los ejes principales de la enseñanza de las Matemáticas. Las dificultades de los alumnos de todos los niveles para resolver problemas y el papel de la Resolución de Problemas en la enseñanza son uno de los temas de investigación más relevantes en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas (Polya, 1957; Mason, Burton y Stacey, 1982; Schoenfeld, 1985, 1992; Castro 2008; Puig, 2008).

Por otro lado, las creencias que el profesor posee sobre las matemáticas y sobre su proceso de aprendizaje son factores esenciales a la hora de planificar, desarrollar y evaluar los procesos de enseñanza / aprendizaje, determinando en gran parte su actuación profesional (Azcárate, 2001). Pero, como dice Contreras (1999), citando a Guimaraes, el problema no está tanto en la elección de un determinado contenido matemático, sino más bien en los objetivos que esta opción persigue y los medios a través de los cuales se pretenden alcanzar:

Un mismo asunto matemático puede ser abordado de diversas maneras, integrado en diferentes secuencias programáticas... Un determinado abordaje de la Matemática puede hacerse con diferentes fines. ¿Qué justifica la opción del profesor?, ¿qué está detrás de sus opciones metodológicas? (p.23)

La visión que los alumnos tienen de las matemáticas como disciplina, su finalidad en la enseñanza, la toma de conciencia de sus capacidades para aprender, los valores socioculturales que puedan llegar a atribuirle, el significado y sentido de los problemas, dependen en gran medida de los mensajes que reciben del profesor; mensajes que son elaborados desde sus creencias (Contreras, 1999).

El objetivo de este artículo es comparar las creencias de los profesores y futuros profesores de matemáticas de primaria y secundaria sobre el objeto Problema de matemáticas. Es decir, queremos estudiar las creencias que los profesores y estudiantes de profesor de matemáticas de estas dos etapas educativas tienen sobre qué es un problema de matemáticas en relación a diversos aspectos, principalmente, su contexto, su forma de resolución, las herramientas necesarias para resolverlo, los contenidos matemáticos involucrado, teniendo en cuenta también la posible percepción de la dicotomía problema - ejercicio. La razón que motiva el estudio de las

creencias en este trabajo es el conocimiento de uno de los factores del pensamiento de los profesores fundamental para la toma de decisiones en el aula y con la finalidad de acercarnos a las opciones educativas de distintos grupos de profesores de la enseñanza obligatoria (primaria y secundaria) en relación con el papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. Este trabajo forma parte de un estudio más amplio en el cual se caracterizan y comparan los conocimientos y las creencias sobre la resolución de problemas de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria (Giné, 2012). Otros resultados de esta investigación, en particular los referidos a los conocimientos, muestran la influencia tanto de la formación como de la experiencia docente en los conocimientos de maestros y profesores y de estudiantes para maestro y para profesor (Giné, 2014).

La Idea de Problema en Educación Matemática

Schoenfeld (1992) afirma que la idea de *problema* ha tenido diferentes significados, incluso a veces contradictorios, lo que hace que la literatura sobre resolución de problemas de matemáticas sea a menudo difícil de interpretar. El término *problema* (a menudo en contraposición a *ejercicio*) se ha definido considerando o no factores como el resolutor, el profesorado, el contexto en el que es propuesto, la existencia de un procedimiento que conduzca a la solución, la aplicación, o su papel en el aula.

Desde la perspectiva tradicional de la educación matemática, a menudo se ha puesto el énfasis en la dicotomía ejercicio - problema. Para Kantowski (1980), en una de las definiciones consideradas clásicas y citadas a menudo por diferentes autores, "*un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que le conduzca con certeza a una solución*" (p.1), se observa la idea de problema como contraposición a la idea de ejercicio, presuponiendo el carácter mecánico e inmediato de éste, y reservando la idea contraria para el término problema.

En esta misma línea, pero aportando argumentaciones más ricas, Schoenfeld (1985) afirma que:

Ser un problema no es una propiedad inherente de una tarea matemática. Más bien es una relación entre el individuo y la tarea

lo que hace de la tarea un problema para esa persona. La palabra problema se usa aquí en su sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que está intentando resolverla. Más aún, esta dificultad debe ser un "lío" intelectual más que de cálculo (...) Con el fin de enunciar las cosas más formalmente, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, esta tarea es un ejercicio y no un problema. (p.74)

Finalmente, en esta investigación hemos compartido y asumido la definición de Callejo (1994):

Se reservará el término "problema" para designar una situación que plantea una cuestión matemática el método de la cual no es inmediatamente accesible al que intenta resolverla porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o los datos y la conclusión, y debe, por tanto, buscar, investigar, establecer relaciones, implicar a sus afectos, etc. para hacer frente a una situación nueva.

Metodología

Para la realización de la investigación se han obtenido datos a partir de un cuestionario suministrado a cuatro muestras de maestros/profesores y estudiantes para maestro/profesor y se ha llevado a cabo un análisis mixto cuantitativo-cualitativo: primero de los resultados obtenidos para el global de las muestras, y después a partir del análisis de las respuestas de individuos concretos. El análisis de los datos del conjunto de las muestras consta de dos fases diferenciadas: la primera, con el objetivo de dar una visión general de los resultados, es de carácter esencialmente cuantitativo, mientras que la segunda, de carácter más cualitativo, nos permite realizar una mirada específica a los datos más representativos. En relación a los resultados obtenidos con este análisis, se han descrito las características del conjunto de sus respuestas y se han comparado entre sí.

Concretamente, se han analizado las definiciones de problema de matemáticas de cada una de las muestras, con especial atención en el tipo de situación planteada y en las herramientas que los participantes en el estudio creen necesarias para resolverlos, y posteriormente se han analizado los ejemplos propuestos tanto de problema como de ejercicio; este análisis

nos han permitido, por una parte, conocer con detalle las creencias sobre qué es un problema, y por otra, poder contraponerlo con las creencias sobre la dicotomía creencia-ejercicio.

Para la obtención de los datos se ha elaborado un cuestionario que ha sido validado con una muestra piloto y triangulado con un experto para mejorar su calidad y eficacia. Posteriormente, se ha pasado el mismo cuestionario a cuatro muestras: estudiantes de profesor de secundaria, profesores de secundaria, estudiantes de profesor de primaria y profesores de primaria.

Instrumento de Recogida de Datos

Con el objetivo de analizar las creencias de los individuos de las muestras sobre el objeto *problema de matemáticas*, se ha elaborado un cuestionario con tres preguntas abiertas, la primera directa y las otras dos indirectas:

1. Si tuvieras que explicar *qué es un problema de matemáticas* a alguien que no lo sabe, ¿cómo se lo explicarías para que te entendiera fácilmente?
2. Pon dos ejemplos de *problemas de matemáticas* que consideres que no son ejercicios (no es necesario que los resuelvas).
3. Pon dos ejemplos de *ejercicios de matemáticas* que no sean el cálculo de unas operaciones y que consideres que no son problemas (no es necesario que los resuelvas).

El estudio piloto nos llevó a introducir un matiz en la tercera pregunta, relativa a la ejemplificación de ejercicios, que consiste en especificar que dichos ejemplos no pueden ser el cálculo de operaciones, puesto que esta era la respuesta mayoritaria en la versión preliminar, que no contenía este matiz, y nos interesaba que los individuos de la muestra pensarán en ejercicios más allá de las operaciones.

Selección de la Muestra

Para la elaboración de la muestra se ha tenido en cuenta la heterogeneidad en cuanto a la etapa educativa (primaria – secundaria) y en cuanto a la experiencia docente: (estudiantes de profesor - profesores en activo).

De un total de 50, el número de individuos de cada muestra es el siguiente:

Tabla 1
Distribución de la muestra

A–Estudiantes de profesor de secundaria	13
B–Profesores de secundaria	11
C–Estudiantes de profesor de primaria	16
D–Profesores de primaria	10
Total	50

La recogida de datos ha sido realizada durante el año 2011, en diferentes momentos y maneras según las muestras.

En concreto, los datos de la muestra de estudiantes de profesor de secundaria han sido tomados de un grupo clase de la Universidad Autónoma de Barcelona: los estudiantes del Máster de Secundaria de la promoción 2010-2011. En cambio, los datos de la muestra de profesor de primaria se obtuvieron en el curso siguiente, 2011-2012, en un grupo clase de la misma universidad de 3º de Educación Primaria (en un momento en el que ya habían cursado todas las asignaturas de matemáticas y de su didáctica de sus estudios de magisterio).

Los datos de la muestra de profesores, tanto de primaria como de secundaria, han sido tomados de una forma más heterogénea, entre los cursos 2010-2011 y 2011-2012. Estas dos sub-muestras están formadas por maestros y profesores de diferentes centros de Cataluña, tanto públicos como privados, y sólo se consideró, además de que fueran profesores de matemáticas en activo, que tuvieran, por lo menos, cinco años de experiencia.

Análisis de Datos y Resultados

Antes de realizar el análisis cualitativo de los datos, hemos realizado una primera aproximación cuantitativa con el fin de tener una visión general sobre las creencias de cada muestra respecto a la definición de problema y respecto al tipo de problemas y ejercicios propuestos.

Tabla 2 - Estudio cuantitativo de los resultados

Definición de problema	Total A n=13		Total B n=11		Total C n=16		Total D n=10		Total n=50	
	n	%	n	%	n	%	n	%	n	%
Tipo de situación										
Contexto real	0	0	0	0	2	12,5	5	50	7	14
Nueva, sin camino directo, no la sabemos resolver	8	61,5	4	36,4	5	31,3	2	20	19	38
Se resuelve aplicando:										
Conocimientos / Procedimientos	10	77	4	36,4	6	37,5	5	50	25	50
Heurísticas / Razonamientos	8	61,5	7	63,7	1	6,3	3	30	19	38
Formulación de problemas		100		90,9		43,7		100		80
Contenido										
1. Numeración y cálculo	10	38,5	9	45	13	93	12	60	44	55
1.1. Aritméticos	0	0	0	0	12	86	8	40	20	25
1.2. Otros	10	38,5	9	45	1	7	4	20	24	30
2. Cambio y relaciones	2	7,7	4	20	0	0	2	10	8	10
3. Espacio y forma	14	53,8	7	35	1	7	6	30	28	35
Contexto										
Real	7	26,9	13	65	14	100	17	85	51	64
Matemático	19	73,1	7	35	0	0	3	15	29	36
Formulación de Ejercicios		100		90,9		25		90		72
Contenido										
1. Numeración y cálculo	5	19,2	5	25	7	87,6	7	39	24	33
2. Cambio y relaciones	8	30,8	7	35	0	0	1	5,5	16	22
3. Espacio y forma	13	50	6	30	1	12,4	10	55,5	30	42
5. Estadística y azar	0	0	2	10	0	0	0	0	2	3
Contexto										
Real	5	19,2	8	40	7	87,6	2	11	22	30,5
Matemático	21	80,8	12	60	1	12,4	16	89	50	69,5

En cuanto a la definición de problema, una característica general presente en todas las muestras consiste en considerar que se trata de una situación para resolver; sin embargo, algunos individuos expresan diferentes matices tanto en relación con el tipo de situación, como en la caracterización de aquello que es necesario para su resolución. Respecto a la formulación de problemas y de ejercicios, preguntas 2 y 3 del cuestionario, nos hemos centrado fundamentalmente en dos características: el tipo de contexto utilizado y el contenido matemático subyacente en los enunciados. De acuerdo con estos criterios, hemos hecho un estudio cuantitativo de las respuestas de las cuatro muestras, cuyos datos se muestran en la tabla 2.

Antes de comenzar el análisis haremos algunos comentarios para entender mejor los resultados mostrados en la tabla anterior. En todos los casos, la primera columna es la frecuencia absoluta. Hay que tener en cuenta, sin embargo, que en el caso de la formulación de problemas y ejercicios a cada individuo se le pedían dos ejemplos de cada, por lo tanto la frecuencia se refiere al número de actividades y no al número de individuos. La segunda columna es el porcentaje: en el caso de la definición de problema sobre el total de la muestra, en el caso de la formulación de actividades sobre el número total de actividades propuestas, y no sobre el número de actividades que se deberían haber propuesto si todos los individuos hubieran contestado. El porcentaje de la muestra que ha formulado problemas / ejercicios, lo podemos encontrar en la fila formulación de problemas y formulación de ejercicios.

A primera vista, podemos observar que la participación ha sido muy alta (entre el 90 y el 100%), a excepción de la muestra C, la de estudiantes de profesor de primaria (43,7 y 25%), lo que debe tenerse en cuenta cuando se interpreta el análisis de los resultados (aún así, al ser la muestra más numerosa, el número absoluto de individuos que han contestado no es despreciable).

Definición de Problema

Tomando como denominador común la consideración de que un problema es una situación que hay que resolver, nos hemos fijado, por un lado, en dos de los aspectos que caracterizan esta situación y que más han usado tanto estudiantes como profesores (situación de contexto real, y situación que no

tiene camino directo de resolución), y por otro, en las herramientas aplicadas para resolverla (conocimientos / procedimientos o heurísticas / razonamientos).

La definición de problema como situación cotidiana es una creencia básicamente de los profesores de educación primaria y también, aunque en menor medida, de los estudiantes para maestro: ni estudiantes de profesor ni profesores de secundaria toman en consideración esta característica, mientras que aproximadamente la mitad de los profesores de primaria y un cuarto de los estudiantes de profesor de primaria han considerado que los problemas son, de acuerdo con su definición, situaciones de contexto real. Entendemos por contexto real todo aquel que utiliza elementos no estrictamente matemáticos, sin especificar si se trata de situaciones que tienen sentido fuera de las matemáticas o simples simulaciones de problemas matemáticos en un contexto supuestamente más amigable. De acuerdo con esto, dentro del contexto real incluimos, obviamente, las situaciones cotidianas.

Una definición que ejemplifica esta creencia (extraída de un profesor de primaria) es la siguiente:

D4: Un problema es resolver cualquier situación de la vida cotidiana en la que necesitamos hacer un cálculo matemático.

Aquello que caracteriza el objeto problema en esta definición, además del contexto real expresado en los términos *situación de la vida cotidiana*, es que el método para resolver el problema consiste en la realización de un cálculo matemático, y por lo tanto excluye un gran número de problemas de matemáticas, entre ellos, cualquier problema que no sea de contexto cotidiano e incluso, dentro de los considerados como cotidianos cualquier problema, por ejemplo geométrico, que se pueda resolver sin realizar cálculos. Así pues, de acuerdo con la definición dada por este maestro de primaria, la idea que manifiesta de lo que es un problema de matemáticas está muy delimitada por unas creencias muy concretas y cerradas sobre dicho objeto.

El hecho de considerar que un problema es siempre una situación nueva, de la que no conocemos un camino directo para su resolución, es una creencia que tienen sobre todo los estudiantes de profesor de secundaria (2/3 de la muestra A), mientras que la proporción baja a 1/3 en la muestra

de los profesores de secundaria y de manera similar en los estudiantes de profesor de primaria, reduciéndose todavía más en el caso de los maestros de primaria (1/5 de la muestra D).

En cuanto a las herramientas utilizadas para resolver problemas (puntualizamos que no todos los individuos lo han especificado en la definición dado que esto no se pedía explícitamente), en general se da más importancia a los conocimientos y procedimientos matemáticos – entendidos como técnicas y/o algoritmos – que a los razonamientos o heurísticas, aunque, en este punto no existe una gran diferencia en la muestra global (50 – 40%). Sin embargo, si miramos cada una de las muestras observamos que en los estudiantes de maestro de primaria la diferencia entre conocimientos – razonamientos es mucho más acusada (37,5 – 6%), y también hay una distancia significativa en los profesores de secundaria, pero en sentido inverso ya que ahora la proporción es aproximadamente de 30% – 60% en este caso favorable a los razonamientos. Cabe señalar también que la muestra que más ha introducido en la definición los métodos de resolución, con una diferencia significativa, es la de los estudiantes de profesor de secundaria, mientras que la que lo hace menos es la de los estudiantes de maestro de primaria.

Un ejemplo significativo, tanto de la mención de las técnicas utilizadas como de la idea de problema como situación sin método directo de resolución, lo encontramos en la siguiente definición, que corresponde a un estudiante de profesor de secundaria:

A6: Un problema es una cuestión que no puede resolverse fácilmente, ni aplicando técnicas mecánicas, sino que se tiene que reflexionar y conectar los conocimientos adquiridos para resolverla. Debe estar adaptado al nivel del que debe resolverlo, para que no sea ni muy fácil ni imposible.

La definición de este estudiante destaca por un lado la necesidad de *reflexionar y conectar los conocimientos adquiridos* y por otro el carácter no absoluto del término problema, es decir la dependencia del resolutor, algo que expresa dando importancia a la elección del problema de acuerdo con la dificultad que este representa para un alumno determinado.

El contraste entre esta definición y el ejemplo anterior que correspondía a un maestro de es muy grande, hasta el punto que podemos llegar a

entender que no están hablando del mismo objeto, o dicho de otra manera, sus creencias respecto a lo que es un problema son totalmente distintas.

Formulación de Problemas

La diferencia de creencias sobre el objeto problema de matemáticas, constatada en las definiciones del punto anterior, se percibe, y en cierto sentido se complementa, en los ejemplos propuestos por los individuos de las cuatro muestras, donde encontramos paralelismos significativos.

Respecto a la creencia de que una característica fundamental de los problemas es que estos tienen un contexto real, constatada en las definiciones dadas por las muestras de maestros de primaria, podemos corroborar que también se da en los ejemplos que proponen al responder la segunda pregunta del cuestionario: el 100% de los problemas propuestos por los estudiantes de profesor de primaria y casi el 90% de los propuestos por los profesores de primaria son de contexto real. En cambio, al analizar los ejemplos dados por las muestras de secundaria, podemos afirmar que tal identificación no existe. En efecto, los estudiantes de profesor han propuesto más ejemplos de problemas de contexto matemático mientras que los profesores más de contexto real, pero en ambos casos las diferencias no son significativas.

En cuanto a los contenidos matemáticos de los ejemplos de problemas propuestos, cabe destacar que casi el 90% en la muestra de los estudiantes, y el 40% en la muestra de los profesores de primaria corresponden a problemas aritméticos, resultado que contrasta con las dos muestras de secundaria donde ningún problema tiene contenidos de tipo aritmético.

A continuación, mostramos dos ejemplos contrapuestos de problemas: un problema aritmético de contexto real propuesto por un estudiante de profesor de primaria, y un problema geométrico de contexto matemático propuesto por un estudiante de profesor de secundaria.

C6: Mamá me ha dado 3,40 € para la compra. Si me han devuelto 1,10 €, ¿cuánto me ha costado la compra?

Se trata de un problema aritmético estándar, de contexto real (vida cotidiana) que podríamos encontrar en cualquier libro de texto y que admite un método de resolución también estándar.

A2: ¿Por qué los ángulos de un triángulo suman 180° ?

En este caso se trata de un problema de prueba, de contexto matemático y contenido geométrico, no inmediato (a menos que se haya realizado en clase), con posibles resoluciones distintas y con distintos niveles de rigor posibles.

La contraposición entre estos dos ejemplos es evidente. Dejando de lado la dificultad, tanto el contexto, como el contenido matemático, como la existencia de método estándar, son totalmente distintos y corroboran las diferencias señaladas en el apartado anterior.

Formulación de Ejercicios

En relación con la formulación de ejercicios, el análisis del conjunto de respuestas muestra que en cuanto al contexto utilizado este es mayoritariamente matemático (excepto en la muestra de estudiantes de profesor de primaria, que no encontramos significativa porque sólo ha puesto ejemplos un 25% de los estudiantes). Las muestras donde la proporción de ejercicios de contexto matemático es más alta corresponden a la de estudiantes de profesor de secundaria (alrededor del 80%) y a la de profesores de primaria (alrededor del 90%). Sin embargo, consideramos que la interpretación de estos datos es distinta, si tenemos en cuenta los datos relativos a la formulación de problemas. En efecto, en los estudiantes de profesor el contexto no necesariamente es una característica distintiva de los ejercicios frente a los problemas, ya que en la formulación de estos también la presencia del contexto matemático es relevante, por lo que entendemos que en el conjunto de actividades matemáticas, tanto ejercicios como problemas, el contexto matemático es preponderante, creencia que puede estar relacionada con los últimos estudios cursados.

En cambio, consideramos que en el caso de los profesores de primaria sí podemos extraer de los resultados una tendencia a identificar ejercicios con contexto matemático, apoyada por su identificación de problema con contexto real.

Por otra parte, en relación con los contenidos matemáticos presentes en los ejemplos de ejercicios propuestos, no encontramos que haya ningún dato significativo, más allá de una cierta tendencia general al cálculo de

áreas geométricas motivada, posiblemente, por el hecho de que no podían poner como ejemplo la realización de un cálculo numérico.

A continuación mostramos dos ejemplos contrapuestos de ejercicios formulados por profesores de primaria y de secundaria. El primero, un cálculo de áreas (se trata del ejemplo más utilizado), y el segundo, un ejercicio de contexto real que quizás para algunos podría parecer un problema, i que según el nivel de los estudiantes puede ser claramente un problema al no ser inmediato el método de resolución del mismo.

D8: Calcular la superficie de diversas figuras geométricas

Las figuras son rectángulos y triángulos de los cuales se conocen las medidas de todos los elementos necesarios para calcular el área a partir de la fórmula habitual.

B5: Si me tomo 2 cafés y un bocadillo me cobran 3,75 €. Si me tomo 1 café y 3 bocadillos me cobran 6,25 €. ¿Cuánto cuesta un café? ¿Y un bocadillo?

Se trata de un enunciado prototípico en una situación de contexto, si se entiende como una tarea para aplicar el álgebra, es decir, plantear un sistema de dos ecuaciones lineales. No obstante, podría ser un auténtico problema si los alumnos no tienen los conocimientos de álgebra necesarios para su resolución.

Dicotomía Problema-Ejercicio

Los resultados obtenidos por las cuatro muestras tanto en la definición de problema como en los ejemplos propuestos sobre problemas y ejercicios de matemáticas, nos permiten caracterizar cada muestra según sus creencias sobre la diferencia existente entre problemas y ejercicios, es decir, sobre la dicotomía problema-ejercicio.

Los estudiantes de profesor de secundaria no diferencian los problemas y los ejercicios según su contexto o contenido matemático: en ambos tipos de actividades muestran una tendencia clara al contexto matemático (entre el 70 y 80% de actividades de cada tipo) y al contenido geométrico (alrededor del 50% de actividades en ambos casos). Para estos estudiantes,

lo único que, en general, diferencia los problemas de los ejercicios es la existencia o no de un camino directo de resolución, como muestran los siguientes ejemplos:

Problema: Dibuja 2 cuadrados cuya suma dé un cuadrado de lado 6.

Ejercicio: Si tenemos un triángulo rectángulo de lados 8 cm y 7 cm, ¿cuánto mide su hipotenusa?

Los profesores de secundaria, en cambio, no tienen unas creencias unificadas en cuanto a la diferencia entre problema y ejercicio. No hay diferencia en cuanto a los contenidos, muy homogéneos en ambos casos, y pocas en cuanto al contexto real o matemático (en el caso de los problemas 60 - 40%, en el caso de los ejercicios, 40 - 60%). Hay una cierta tendencia a considerar que para resolver problemas se hace más uso de razonamiento y para resolver ejercicios más uso de procedimientos. A continuación mostramos un problema y un ejercicio de los propuestos por los profesores:

Problema: La cabeza de un dragón mide 9 cm. La cola mide tanto como la cabeza más la mitad del cuerpo, y el cuerpo mide la suma de las medidas de la cabeza y la cola. ¿Cuánto mide el dragón?

Ejercicio: ¿Qué probabilidad hay de que al tirar un dado salga un 3?

Teniendo en cuenta los pocos problemas y ejercicios formulados por los estudiantes de profesor de primaria, nos basaremos en éstos para comentar los resultados. En general, no se detecta que diferencien, de manera uniforme entre ellos, problema de ejercicio, por lo menos en los términos que hemos analizado. En ambos casos, alrededor del 90% de los contenidos son de cálculo (en el caso de los problemas, la gran mayoría aritméticos), y el resto de geometría (no tienen mucha variedad). En cuanto al contexto, tanto en problemas como en ejercicios predomina de manera casi absoluta el contexto real, en los problemas el 100% y en los ejercicios el 88%. Éste es un ejemplo propuesto por un estudiante de maestro:

Problema: Marc tiene 14 años y su padre 42, ¿con qué edad el padre de Marc tuvo a su hijo?

Ejercicio: Marc tiene 14 años y su padre 42, ¿cuántos años es mayor el padre que el hijo?

En los profesores de primaria, sin embargo, la dicotomía entre problema y ejercicio es muy marcada, y básicamente se basa en el tipo de contexto: real para los problemas (casi el 90%), y matemático para los ejercicios (casi el 90% también). En cuanto a los contenidos, quedan repartidos de forma bastante equitativa entre cálculo y geometría, y no hay diferencias destacables - recordemos que puede haber influido el hecho de no dejar que los ejercicios sean un cálculo de operaciones. Las siguientes actividades ejemplifican las creencias de los profesores de primaria:

Problema: En un depósito hay 3591 litros de aceite para envasar en garrafas de 3,5 litros cada una. ¿Cuántas garrafas necesitarán?

Ejercicio: Clasifica figuras geométricas en paralelogramos y no paralelogramos.

Conclusiones

Recordemos que los objetivos del artículo son la caracterización y la comparación de las creencias sobre el objeto problema de matemáticas. De acuerdo con los distintos datos analizados, tanto cuantitativa como cualitativamente, y los resultados de cada una de las muestras, podemos realizar una caracterización de la idea de problema para cada uno de los colectivos estudiados.

Muestra A: Para los estudiantes de profesor de secundaria la diferencia fundamental entre un ejercicio y un problema es que el primero tiene un camino directo de resolución y el segundo no lo tiene. El tipo de contexto no es relevante, aunque muchos de los ejemplos son de contexto matemático. Al definir problema dan mucha importancia a las herramientas necesarias para resolverlo, tanto a los conocimientos como a las heurísticas.

Muestra B: Los profesores de secundaria no tienen unas creencias demasiado uniformes en cuanto a la dicotomía ejercicio-problema en lo referente a los aspectos analizados (contexto, existencia de camino directo de resolución, contenido). En cuanto a la definición de problema, el contexto no es algo determinante, ya que expresan que éste puede ser real o matemático, pero en todo caso no tiene porqué tener contexto real. En cuanto a las herramientas necesarias para resolver problemas, sí que ponen

más énfasis en que son más importantes los razonamientos o heurísticas que los conocimientos o procedimientos.

Muestra C: Los estudiantes de profesor de primaria no muestran una diferenciación clara entre los dos tipos de actividades matemáticas: ejercicios y problemas. Destaca el uso del contexto real tanto para formular problemas como ejercicios. También es relevante la importancia que dan a los conocimientos y procedimientos matemáticos frente a los razonamientos o heurísticas cuando definen las herramientas necesarias para resolver un problema matemático. Otro dato destacado es que a algunos les ha costado pensar ejemplos tanto de ejercicio como de problema.

Muestra D: En los profesores de primaria, la dicotomía entre problema y ejercicio es muy marcada, y básicamente se basa en el tipo de contexto: real para los problemas y matemático para los ejercicios. Cabe destacar que es la muestra que menos ha considerado un problema como una situación nueva y en la cual el alumno no conoce el camino para su resolución.

De acuerdo con la caracterización de las distintas muestras, constatamos que existen ciertas diferencias entre ellas, especialmente en lo concerniente a la importancia del contexto y a la existencia de camino directo de resolución, tanto al definir qué es un problema como al diferenciarlo de un ejercicio. Aunque los datos no nos permiten inferir las causas, las características globales de cada muestra nos permiten realizar algunas interpretaciones sobre posibles causas de estas diferencias.

Observamos que considerar que un problema tiene siempre contexto real es una creencia que solamente tienen las muestras de primaria, siendo más acusada en los profesores que en los estudiantes de profesor. La razón por la que las muestras de secundaria no tienen esta creencia parece clara: en sus estudios universitarios científicos han realizado muchos problemas de contexto matemático. Pero el hecho de que esta creencia sea tan marcada en las muestras de primaria nos hace pensar que ésta se va transmitiendo de profesores a alumnos, y aunque en los estudios para maestro de educación primaria a menudo se intenta que los estudiantes de profesor cambien esta idea, las creencias desarrolladas previamente como alumnos en su escolarización son muy arraigadas y cuestan de modificar. Es necesario haber tenido experiencias significativas con problemas de contexto matemático en sus estudios superiores para lograr una modificación de dichas creencias.

En cuanto al hecho de considerar que un problema es siempre una situación nueva, de la que no conocemos un camino directo de resolución, esta es una creencia que tienen sobre todo los estudiantes de profesor de secundaria, mientras que la proporción baja en profesores de secundaria y estudiantes de profesor de primaria, y es todavía más reducida en el caso de los profesores de primaria. De estos datos deducimos que, por una parte, esta creencia toma más fuerza en personas con educación universitaria científica (estudiantes de profesor y profesores de secundaria), y por otra, que la creencia se va debilitando a medida que aumenta la práctica docente (lo que explicaría que la proporción de profesores es siempre menor a la de los estudiantes de profesor del mismo nivel). Esto podría ser porque donde más problemas (a nuestro entender, situaciones nuevas sin camino directo de resolución) se realizan es en los estudios universitarios de carácter científico, mientras que tanto en los estudios de primaria como de secundaria se tienden a realizar, en líneas generales, más ejercicios que problemas, con el peligro de que los profesores vayan olvidando qué es un problema “de verdad”.

Referencias

- Azcárate, P. (2001). *El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de los maestros: Una propuesta de intervención para su organización y su elaboración*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- Callejo, M. L. (1994). *Un Club Matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Castro Martínez, E. (2008). *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Badajoz: SEIEM.
- Contreras, L. C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de problemas*. Huelva: Universidad de Huelva.
- Giné, C. (2012). *Coneixements i creences sobre la resolució de problemes de professors i estudiants de professor d'educació primària i secundària: un estudi sobre la continuïtat en l'ensenyament de les matemàtiques*. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

- Giné, C. & Deulofeu, J. (2014). Conocimientos y Creencias entorno a la Resolución de Problemas de Profesores y Estudiantes de Profesor de Matemáticas. *Bolema*, 28 (48).
- Kantowski, M. (1980). Some Thoughts on Teaching for Problem Solving. A S. Krulik, & R. Reys, *Problem Solving in School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking Mathematically*. London: Addison-Wesley.
- Polya, G. (1957). *How to solve it*. Garden City, NY: Doubleday and Co., Inc.
- Puig, L. (2008). *Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación i en el currículo*. XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Badajoz: SEIEM.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academical Press.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics*. A Grouws, Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning (p. 334-389). New York: MacMillan.

Celia Giné de Lera es profesora en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales, en la Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Jordi Deulofeu Piquet es profesor en el Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales, en la Universitat Autònoma de Barcelona, España.

Dirección de Contacto: La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. Dirección Postal: Edificio G5, despacho G5-146. Campus de la UAB. 08193 Bellaterra, Cerdanyola del Vallès (España). **Email:** mariacelia.gine@uab.cat