

# El misterio solitónico

MÁXIMO A. AGÜERO GRANADOS Y JUAN MARTÍNEZ ORTIZ\*

*No sé si te entiendo bien,  
¿tu figura es sólo un ruido?  
y cuando cesa el sonido,  
entonces ¿ya no eres quién?*

*Michael E. "La historia interminable".*

## *The soliton mystery*

**Abstract.** *This work contains the most important current aspects of the soliton phenomena. Starting with a brief history of the scientific appearance of solitons, we explain the most remarkable achievements of the physical and mathematical theory of them which have attracted the attention of physics and mathematics, especially from 70th. We review the setting of several important soliton features an accessible form for easy reading for people who do not possess a special mathematical background. We gradually show the development of the modern soliton theory, more precisely, the remarkably exact methods of solving an unexpected large amount of nonlinear problems. They aim to reveal a deep internal symmetry inherent integrable models, and also to embed in mathematical physics a modern algebraic geometry specially its great body of methods linked with topology theories. We speculate on possible practical applications and illustrate them through the recent achievements in nonlinear optics. New approaches of nonlinear dynamics which connect quantum theory and the fundamental implications that solitons have on the field and particle scenarios are considered.*

## Introducción

La temática solitónica constituye una nueva rama de rápido desarrollo en teoría de fenómenos no lineales. Antes de aparecer los solitones, los físicos hablaban de paquetes de ondas para caracterizar a ciertas soluciones confinadas en el espacio, digamos al inicio de su evolución. Pero debido a la linealidad de las ecuaciones se observaba una atenuación en el tiempo de dichos paquetes.

¿En realidad hay muchas diferencias entre las ondas en el agua, las de la luz, las radiondas, u "ondas" con ayuda de los cuales se explican los fenó-

menos cuánticos? Todas estas ondas se pueden sumar algebraica o vectorialmente (principio de Huygens) dando una explicación de la interferencia y difracción de ondas. Esta propiedad es la base de la comunicación radial y de la televisión. En lenguaje matemático, todo esto se debe a la linealidad de las ecuaciones de movimiento. Las propiedades de linealidad de las ondas de sonido, de luz, de radiondas, etcétera, son aproximadas. Los efectos no lineales están presentes en todos estos fenómenos.

Como es conocido, la linealidad de las ondas conduce al siguiente cuadro de descripción: si la onda tiene una altura (amplitud) muy pequeña y si ésta crece en dos veces, entonces la onda se queda "intacta" como antes; es decir, su forma y velocidad de desplazamiento anteriores no sufren cambios. Si una de estas ondas alcanza a otra, al movimiento complejo resultante se le puede describir simplemente sumando sus correspondientes alturas, en esta simple propiedad se basa el fenómeno de interferencia. Pero, con el crecimiento suficiente de la amplitud, la onda muestra un cambio en su velocidad y forma; estas últimas empiezan a depender de su amplitud y no se pueden sumar algebraica o geoméricamente.

Asimismo, la forma de las ondas también puede deformarse debido a la dispersión (ondas con diferentes longitudes, se propagan con velocidades distintas). Esto se explica al observar las ondas que se

\* Centro de Estudios Multidisciplinarios y Dirección de Investigación y Posgrado, Universidad Autónoma de Zacatecas. Carretera a la Bufa S/N, Ciudad Universitaria, C. P. 98068, Zacatecas, Zac. Tel: +52-492-42818, Fax: +52-492-21421.

E-Mail: Mag@cantera.reduaz.mx

E-Mail: jmao@cantera.reduaz.mx

Los autores agradecen al Dr. Arnulfo Zepeda por sus valiosas ideas y comentarios al manuscrito original. Así como al Dr. Octavio Obregón, Dr. Augusto Espinoza, Dr. Abraham Medina y a los estudiantes: Claudio Frausto R., Jesús Cázares M., José Luis Mejía y Marcos Santoyo por los continuos seminarios inspirativos. Agradecemos al Ing. Ramón Martínez por su labor en la elaboración de las figuras que se encuentran en el artículo y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por el apoyo financiero bajo el Proyecto 3147-E.

propagan en forma de círculos concéntricos formadas al caer una piedra en un recipiente con agua; es fácil ver que las ondas altas se desplazan más rápidamente que las otras. Si en la superficie del agua, que se encuentra en un canal largo y angosto, se forma una lomita no muy grande de la misma agua (es fácil hacerlo con ayuda de atajos, eliminándolos rápidamente) gracias a la dispersión, esta lomita se atenúa apresuradamente. Las ondas de diferente longitud que forman la lomita se dispersan y desaparecen.

En 1834 se produjo la primera observación reportada del solitón. Estas ondas se forman cuando se igualan los efectos de la no linealidad (hace que la lomita se haga más pronunciada y tienda a salpicarse) y los efectos de la dispersión (que produce el desvanecimiento). Así, de la interacción de la no linealidad y de la dispersión, aparecen ondas solitarias que hasta hace poco se les denominó "solitones". En palabras simples, de la conjunción de dos fuerzas antagónicas: el bien y el mal, se mantiene una estructura muy bien definida.

En algunas ondas solitarias es posible observar una propiedad fundamental. Ésta consiste en que cuando dos ondas solitarias chocan, el único efecto que resulta de la interacción es un desplazamiento de sus fases. Por un lado, el impulso u onda "mayor" estará desplazado hacia adelante en relación a su posición que ocuparía en ausencia de choque. Por otro lado, el impulso "menor" tendría un desplazamiento hacia atrás (figura 1). Hace algún tiempo Zabusky y Kruskal al estudiar el choque de ondas solitarias, descubrieron el comportamiento tipo partícula de éstas. Tomando la frase: *Solitary wave*, ellos eliminaron la palabra onda (*wave*) y a *solitary* le cam-

biaron por "solitón", que suena parecido a electrón, protón, mesón y otros nombres de partículas.

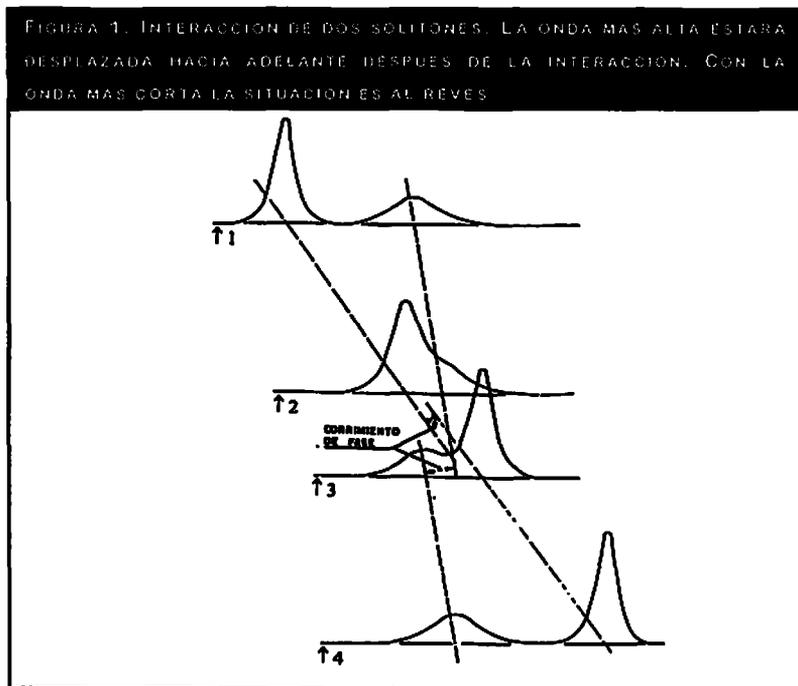
Al cabo de 130 años de existencia, la onda solitaria aparece en muchas ramas de la física y matemática aplicada (meteorología, física de partículas elementales, teoría de plasma, ferromagnetismo, cristales, superconductividad, física de lasers, biología, cosmología, etcétera), lo que hace suponer que los solitones jugaron un papel decisivo en la evolución del universo.

En la física tradicional de partículas elementales, los teóricos describen a las partículas como objetos puntuales, una idealización que jugó un papel importante para su época. La teoría cuántica heredó de la clásica esta tradición y a consecuencia de ello surgen diferentes tipos de divergencias que no son tan fáciles de eliminar. Los experimentos más recientes sobre partículas elementales hablan de objetos que poseen estructuras y distribuciones de materia que difícilmente se pueden considerar como objetos adimensionales. Por este motivo, no se hizo esperar una concepción solitónica de las partículas.

En la actualidad ya se prevé la aplicación de los solitones en la conservación e intercambio de información. Los solitones ópticos fueron descubiertos en 1980 por L. Mollenauer, R. Stolen y J. Gordon en los laboratorios Bell (Mollenauer, 1980). Una revolución en la técnica informática se avecina a causa de este descubrimiento. Un ejemplo de ello son los recientes experimentos realizados en la AT&T, Bell Laboratory (1993), con solitones en fibras ópticas, obteniendo resultados muy sorprendentes en cuanto a la capacidad de transmisión informativa (Desurvive, 1994).

En la vasta literatura científica de la época, de acuerdo a la modalidad del sistema a estudiar y a las diferentes ramas de la física-matemática, coexisten muchas definiciones de solitones. Sin embargo, aquí solamente se tratará de formar una concepción clara del fenómeno. Siguiendo la definición dada por el físico norteamericano A. Bishop (1980), el término solitón en materia condensada, física estadística, teoría de campos, etcétera, significa una configuración compacto-espacial de campo, con energía finita y que es solución con energía mínima local de ecuaciones de campo no lineales (o ecuaciones de campo acopladas).

Las soluciones no necesariamente tienen que depender del tiempo y no necesariamente tienen que ser estables. Dependiendo del contexto, las soluciones tipo solitones serán los kinks, burbujas, gotas, pulsones, las paredes de los dominios, fluxones, defectos de orden paramétrico, estados inhomogéneos, instantones, etcétera.



## I. Un poco de historia

La primera vez que se observó y registró al solitón fue en 1834, cerca de Edimburgo. Fue un encuentro fortuito.

John Scott Russel (1808-1882), ingeniero genial y constructor de barcos de la época victoriana, nació en Scotland, no lejos de Glasgow, en una familia de clérigos. Su vida no fue fácil. Al cabo de concluir sus estudios universitarios en Edimburgo, trabajó dos años en una fábrica, después impartió cursillos en la misma universidad de la que egresó. Cuando se desocupó una plaza vacante de profesor de matemáticas en la Universidad de Edimburgo, no pudo ocuparla, pese a la recomendación incluso del mismo Hamilton. Como se sabe Maxwell también tuvo problemas con las burocracias de las universidades escocesas de aquella época (Fellipov, 1988).

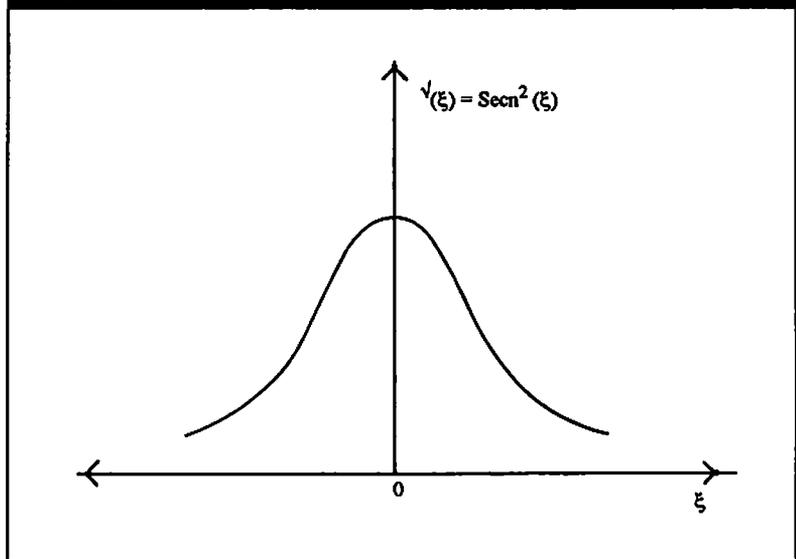
Por aquellos aciagos tiempos, Russel construyó una góndola propulsado por medio de un artefacto que funcionaba con gases. Gracias al trabajo en esta aventura ingenieril, Russel obtuvo alguna popularidad como ingeniero-investigador. Una compañía, la *Chanell Company*, le propuso analizar la posibilidad sobre navegación mediante máquinas a vapor por el canal que une Edimburgo y Glasgow.

En aquella época para el transporte por canales se empleaban algunas barcas medianas, que eran tiradas por caballos desde las dos orillas. Para poder introducir en el canal las barcas a vapor, Russel tuvo que hacer una serie de experimentos, dándole diferentes velocidades a los caballos y empleando barcas con diferentes formas de proa, etcétera. Russel llevó una clasificación muy minuciosa de las ondas que surgían en los experimentos, pero poniendo especial énfasis en la "gran onda de traslación".

Hamilton no prestó mucha atención a estos fenómenos nuevos; estaba muy ocupado con sus "quaterniones" (sistema de números con 3 representantes imaginarios de la unidad, muy ligado a los vectores en el espacio). Pero de otros científicos sí recibió críticas; Airy fue uno de ellos. Este científico, que era demasiado conservador, no aceptó ni los trabajos teóricos de John Adams acerca del descubrimiento de Plutón. Otro de los estudiosos de los medios continuos, George Stokes (1819-1902) se negó de manera contundente a aceptar el descubrimiento de Russel (Fillipov, 1988).

Además de los estudios de las ondas solitarias, también concibió nuevos métodos en la construcción de barcos y, por si fuera poco, independientemente, descubrió el efecto de Doppler. Tomó parte en la creación del *Great East*, el buque más grande de su época, cuyo trabajo fue alabado por el mismísimo

FIGURA 2. CLASICA REPRESENTACION TIPO CAMPANA DE UN SOLITON



Faraday. Este barco, en 1865-1866, fue empleado para tender la línea telegráfica a través del extenso Océano Atlántico.

Una buena descripción de esta onda solitaria, la llevaron a cabo Diderick Johansen Korteweg (1848-1911) y su alumno Gustavo de Vries, quienes encontraron en 1865 una ecuación (KdV) que describe exactamente la onda de Russel con el perfil "clásico" tipo campana de "*Sech<sup>2</sup>*" (ver figura 2) (Newell, 1985). Su velocidad depende de la amplitud, y las ondas altas se mueven más rápidamente que las cortas. Después de la segunda guerra mundial, en 1945, Mikhael Labrentiev (1900-1980), dio una demostración matemática exacta pero complicada de la existencia de la onda solitaria. Fue hasta 1954 cuando el matemático Kurt Friedrich encontró otra demostración más simple.

En fisiología ocurrían nuevos descubrimientos muy análogos a los solitones; Helmholtz llevó a cabo experimentos con impulsos nerviosos.

Sólo en nuestra época se pudo constatar que el impulso nervioso también es una onda solitaria. En 1973 un nuevo mecanismo para localización y transporte de energía vibracional en las proteínas fue propuesto por A. S. Davidov (1973). El responsable de este transporte por las cadenas de aminoácidos en espiral de las proteínas es un solitón llamado ahora "Solitón de Davidov".

"Hablando en secreto" como diría el físico ruso Mistkievica, se puede decir que: El solitón no es onda ni partícula, el solitón es un solitón.

## II. El trio: KdV, NSE, SG y el Método de Dispersión Inversa

La ecuación de Korteweg y de Vries (KdV) y la Sine-Gordon (SG) fueron conocidas en el siglo pasado. Para la ecuación de Sine-Gordon fue descubierto el

método multiplicativo para obtener nuevas soluciones exactas, conocido como "las transformaciones de Backlund". El SG modelo se emplea en teoría de superficies de curvatura constante pero negativa y en el estudio de las dislocaciones. Además, describe la propagación de rotaciones propias o acondicionadas en varios sistemas físicos, por ejemplo los fluxones en los contactos de Josephson y la propagación de impulsos ópticos de resonancia ultracortas (Dodd, *et al.*, 1988).

La Ecuación No lineal de Schrodinger (NSE), se distingue de las otras dos porque el campo  $u(x, t)$  es una magnitud compleja. Esta ecuación gobierna la evolución de cualquier onda cuasicromática débilmente no lineal, pero fuertemente dispersiva, por ejemplo el comportamiento de las ondas en aguas profundas.

En 1967, Gardner, Green, Kruskal y Miura notaron el enlace entre la ecuación de KdV y la ecuación estacionaria lineal de Schrodinger de la mecánica cuántica y descubrieron el método de solución exacta de algunas ecuaciones no lineales con derivadas parciales. Este método se llama *Método de Dispersión Inversa* (MDI) o *Método No lineal de Fourier*.

Un ejemplo claro de un problema inverso consiste en analizar los datos sísmicos. Del análisis de las ondas sísmicas que se reflejan y difractan en las capas del subsuelo que ellos atraviesan, se puede obtener información de la densidad y otras propiedades de esas capas. Al conocer a las ondas que llegan y salen de una fuente dada, se define la naturaleza del incógnito dispersador de ondas. Esto es parecido a lo que Feynman se preguntaba: ¿Se podrá escuchar la forma del tambor?

La idea principal del MDI consiste en lo siguiente: Partiendo de los datos iniciales, se puede ligar la ecuación no lineal que satisface el campo  $u(x, t)$  (que es la incógnita), con algún problema cuántico de dispersión que tiene por potencial dispersivo  $u(x, t)$ . Las condiciones iniciales  $u(x, 0)$  se representan con la ayuda de los datos de la dispersión. La evolución de estos datos esta gobernada por la ecuación diferencial no lineal inicial (sea KdV, SG, etcétera). El último paso consiste en calcular el potencial  $u(x, t)$  tomando en cuenta los datos de la dispersión iniciales (Dodd, *et al.*, 1988; Newell, 1985 y Zakharov, *et al.*, 1980).

Por ejemplo, para la ecuación de KdV, el problema de dispersión es el problema de valores propios para un operador estacionario de Schrodinger.

En otras palabras, el problema inverso de la dispersión para la ecuación estacionaria de Schrodinger en mecánica cuántica, consiste en reconstruir el potencial (y en este caso el potencial es la incógnita en

las ecuaciones diferenciales no lineales tipo KdV, SG u otro) por datos asintóticos que se obtienen como resultado del proceso de dispersión. Los matemáticos soviéticos descubrieron que el potencial puede ser encontrado en la solución de una ecuación integral lineal conocida con el nombre de *Ecuación de Gelfand, Levitan y Marchenko*. Una de las principales propiedades descubiertas por este método, en sistemas no lineales, es la serie infinita de leyes de conservación locales. También el MDI es una transformación canónica tipo acción-ángulo. Esta última característica fue usada para cuantizar el sistema en forma elegante por Faddeev y colaboradores (Faddeev, 1978). Además de la ecuación de KdV, mediante este método se soluciona también la ecuación cúbica no lineal de Schrodinger.

En 1971, en su trabajo fundamental, Zakharov y Shabat mostraron, con la ayuda de un par de operadores llamados el "par de Lax" que la ecuación no lineal de Schrodinger se puede integrar completamente. Se encontraron sus  $n$ -soluciones solitónicas y crearon el sistema llamado esquema 2x2 del problema de dispersión inversa, cuya analogía también fue empleada para integrar la ecuación de Sine-Gordon.

Se debe remarcar que dos solitones de la ecuación KdV o dos kinks de SG se trasladan con velocidades diferentes; por esto, cualquier perturbación o función que los contenga debe ser decreciente. Por otro lado, cualquier número de solitones de la NSE pueden desplazarse con una misma velocidad. Esta misma propiedad también la poseen los *breathers* de la ecuación de SG. Cabe mencionar que los *breathers* son solitones que pulsan o "respiran". Todo esto sucede simplemente porque la velocidad de los *breathers* de la SG se define en los problemas de dispersión por los módulos de un par de valores propios o "eigenvalores" complejos:  $(\xi, -\xi^*)$ . Análogamente, la velocidad del solitón de NSE se define por la parte real de los valores propios de  $\xi$ , es decir de los valores de  $Re\{\xi\}$ . Está claro pues, que puede existir cualquier cantidad de distintos valores propios complejos  $\xi$ , con módulos  $|\xi|$  y con partes reales  $Re\{\xi\}$  iguales.

Las ecuaciones de KdV, SG y NSE se pueden solucionar exactamente mediante el MDI. Muchas otras ecuaciones no lineales de la física, por ejemplo de teorías gravitatorias, también han sido integradas por métodos de dispersión inversa (Harrison, 1978).

### III. Defectos y un poco de topología

Uno de los fenómenos que ocurren comúnmente en estructuras ordenadas, son los llamados defectos. El

físico ruso Jakov Frenkel (1894-1952) introdujo la idea de las vacancias. Tomando en cuenta la movilidad de las mismas, se pueden considerar como "átomos negativos". Según sentencia el premio Nobel N. Mott (1977): "Frenkel es uno de los que establecieron los cimientos de la física del estado sólido... y en Inglaterra cualquier físico conoce 'Los defectos de Frenkel'. La interpretación de las vacancias como partículas resultó muy provechosa. Tiempo después, la noción de huecos en el "mar" de estados poblados fue aplicada por Dirac para la creación de sus positrones.

El solitón o dislocación de Frenkel-Kantorova es considerado un defecto de la estructura cristalina. El caso límite de la dislocación es un "hueco" o vacancia en la red cristalina. El concepto de defecto, según Frenkel, se entiende en la coexistencia del par, vacancia y celda con un átomo de más. Al mismo tiempo, se les puede considerar como "partícula" o una "antipartícula" que nacieron en el mismo momento en que uno de los átomos brinco a la celdilla contigua.

Este par puede separarse y entonces se puede hablar independientemente como "vacancia" o "aglomeración", según el caso. De la misma manera, los defectos distribuidos pueden aparecer y destruirse por pares. A la dislocación de enrarecimiento la llaman "positivo" o simplemente "dislocación". La dislocación de aglomeración será negativa o antidislocación.

Cuando una dislocación se encuentra con otra se puede formar un estado estable que pulsa. A este estado se le llamo *breather* (del inglés *to breathe* - respirar). El *breather* exteriormente se parece a una onda estática. La dislocación tiene dimensión finita pero no se le puede dividir, ella es indivisible. Esta última propiedad se debe a ciertas características topológicas de las soluciones solitónicas.

Por otro lado, las soluciones con energía finita en teoría de campo contienen propiedades topológicas que estabilizan las soluciones. En estas teorías se puede introducir un nuevo tipo de invariante del movimiento topológico, que se conserva con el tiempo. Al igual que otras magnitudes invariantes, ésta juega el papel de número cuántico del estado de la partícula en la correspondiente teoría. Estos números cuánticos son distintos a las invariantes comunes como energía, impulso, carga, etcétera. Como es conocido, estas últimas provienen de la existencia de simetría continua del lagrangiano del sistema, como son los desplazamientos temporales, espaciales, de grupos internos, etcétera. A diferencia de estos, los números topológicos aparecen de las condiciones de frontera que se conservan a consecuencia de que la

energía sea finita. En muchos casos, estos números están ligados con un tipo definido de rompimiento de simetría. Las soluciones se dividen en sectores.

Para la obtención de sectores es necesario tener dos o más mínimos degenerados. Este fenómeno tiene gran significado en la física actual y se le denomina "rompimiento espontáneo de la simetría".

En el caso general, para estudiar el problema de índices o números topológicos de movimiento, es necesario investigar la "ligadura" del espacio de fase del sistema (en el espacio de fase se introducen sólo aquellos puntos en los cuales el hamiltoniano es finito). Claro está que la trayectoria de un sistema mecánico clásico todo el tiempo se encuentra en la "componente" del espacio de fase en el que se encontraba en el momento inicial (debe recordarse que dos puntos pertenecen a una misma componente, si estos dos puntos pueden unirse mediante una línea continua que comienza en uno de ellos y termina en el otro). En otras palabras, el número de la componente del espacio de fase se puede considerar como una integral de movimiento. Estas integrales se llaman "integrales topológicas de movimiento". Después de la cuantización del sistema, éstas también se conservan. Para tener alguna idea clara al respecto se analizará sin rigurosidad matemática los solitones (que se denotarán por  $\phi$  y que a veces también se llamarán campo) del modelo Sine-Gordon en 1+1 dimensiones:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \text{Sin} \phi = 0.$$

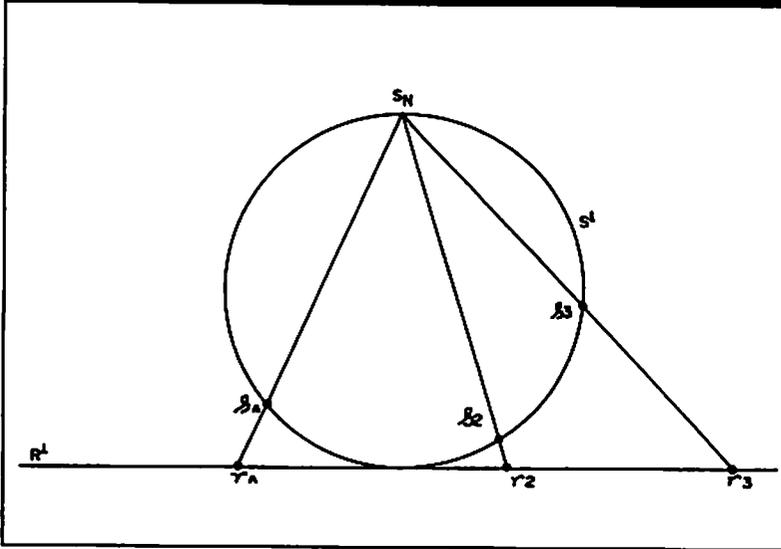
Al exigir que la energía del sistema sea finita, se obtiene que el campo  $\phi(x, t)$  en el infinito  $x \rightarrow \infty$  debe de satisfacer la relación  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} |\phi| = a$ . Donde  $a$  es una constante que denotará a los ceros del potencial  $U=(1-\cos\phi)$ . Este modelo tiene una serie infinita de vacíos degenerados. El término vacío aquí no significa un estado en el espacio de Hilbert, sino que es una configuración clásica con mínima energía.

Reiterando: Si la energía es finita, las soluciones de la ecuación de movimiento conducen a que los valores asintóticos de  $\phi(x)$  deben de coincidir con los ceros del potencial. Haciendo  $\phi = \exp\{\theta\}$ , se obtiene un cuadro significativo para analizar estos ceros de potencial.<sup>1</sup>

1. Algo de Matemáticas.

En el caso general, el campo clásico  $\phi$  que toma valores en un conjunto  $M$  (que comúnmente lo llaman variedad), se puede analizar como un mapeo continuo del espacio tiempo  $X = \{x, t\}$  en la variedad  $M$ , matemáticamente esto se representa como  $\phi: X \rightarrow M$ . Ahora, si  $M = R^1$ , donde  $R^1$  es un eje real, entonces  $\phi$  es un campo escalar, pero si  $M = R^n$ , entonces  $\phi$  es un campo vectorial y etcétera. En el caso del modelo SG en

FIGURA 3. TRAZANDO UNA LINEA RECTA DESDE EL POLO NORTE DE LA CIRCUNFERENCIA  $S^1$  A CUALQUIER PUNTO DE LA RECTA  $R^1$ , SE CONSIGUE UN MAPEO UNIVOCO DE CUALQUIER PUNTO DE  $S^1$  EN OTRO PUNTO DE LA RECTA  $R^1$ . CLARO ESTA QUE EL POLO NORTE SE MAPEARÁ EN LOS PUNTOS  $\pm\infty$



Si la función  $\theta$  toma valores iguales a cero en los puntos  $\pm\infty$ , entonces la correspondiente solución de la ecuación SG es del tipo de los *breathers*. La representación del eje  $R^1$  en la variedad de campo  $S^1$ , será una cuerda cerrada que no abraza completamente a la circunferencia  $S^1$  (figura 4a). Esta cuerda puede ser transformada en forma continua hasta

1+1 dimensiones,  $M$  sería una circunferencia  $S^1$ . En cada momento de tiempo se tiene  $X = R^1$  y  $M = S^1$ , entonces  $\phi: R^1 \rightarrow S^1$ . El campo clásico del modelo es la función  $\phi = \exp\{i\theta(x, t)\}$ . La condición de frontera tipo  $\phi \rightarrow \text{const}$  si  $|x|$  tiende al infinito, conlleva a que la función  $\theta \rightarrow 0 \pmod{2\pi}$ , si  $|x| \rightarrow \infty$ . Es decir,  $\theta(2\pi) = \theta(0) + 2\pi n$ .

Aquí se ve claramente que la variable  $\theta$  no se define en forma única. Para salvar esta ambigüedad, se igualan los ángulos  $\theta$  que se diferencian entre sí por  $2\pi n$ , donde  $n \sim Q$  es entero, que indica el número de veces que  $R^1$  se "enrosca" en  $S^1$ . Esto a su vez supone la compactificación del eje real  $R^1$ , ya que los puntos  $x \rightarrow \pm\infty$  se mapean en el polo norte de la circunferencia  $S^1$ , (figura 3). Por esto, se dice que al unir  $R^1$  con  $\pm\infty$  se obtiene  $S^1: R^1 \cup \{\infty\} = S^1$ . Entonces, el mapeo será de este tipo:  $S^1 \rightarrow S^1$ . Si esto es así, se obtiene un cuadro magnífico muy provechoso de la descomposición del espacio de los mapeos en clases homotópicas.

Algo de homotopía.

En los marcos del esquema de teoría clásica de campo se afirma que la dinámica del campo se da por una funcional de acción  $S$  y la evolución del campo  $\phi$  en el tiempo, se somete a la correspondiente ecuación de Euler-Lagrange, que se obtiene en base al principio de la mínima acción. Sea que en el instante de tiempo  $t_1$ , el estado del sistema se describe por la función  $\phi_1$  y en un instante después  $t_2$  por la función  $\phi_2$ . Entonces la función del estado del sistema se puede dar como un mapeo del espacio  $R^3 = \{x/t = \text{const}\}$  en el espacio (variedad)  $M$ , así:  $\phi_{1,2}: R^3 \rightarrow M$ . Una solución continua  $\phi$  de la ecuación de campo une entre sí los dos estados  $\phi_1$  y  $\phi_2$  para  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente. En términos de homotopía, dos mapeos continuos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son homotópicos entre sí ( $\phi_1 \sim \phi_2$ ) cuando existe alguna función continua  $\phi$  que es la homotópica, que traslada el mapeo  $\phi_1$  en el mapeo  $\phi_2$ . En otras palabras, existe una deformación continua que traslada el punto  $\phi_1$  en otro punto  $\phi_2$  y que se le representa así  $\phi: R^3 \otimes T \rightarrow M$ , siendo  $T = [t_1, t_2]$  un segmento del eje temporal (Witten, 1983: 433).

formar un solo punto en  $S^1$ . Si ahora  $\theta(-\infty) = 0$  y  $\theta(+\infty) = 2\pi$ , entonces la representación de  $R^1$  en  $S^1$  será una cuerda que abraza a  $S^1$  completamente y esto no se puede en forma continua convertir en un punto de  $S^1$ . Esto corresponde a  $2\pi$  - *kink* solución de SG (figura 4b). Si las condiciones de frontera se toman de la siguiente manera:  $\theta(-\infty) = 0$ ,  $\theta(+\infty) = 4\pi$ , entonces la representación del eje  $R^1$  doblemente se enrosca en la configuración de campo  $S^1$  y este mapeo ya no puede ser convertido ni al primero ni al segundo caso (figura 4c). Esto corresponde a las soluciones biónicas. Todos estos mapeos pertenecen a diferentes clases de equivalencia (de homotopía). En calidad de índice topológico  $Q$  (variable homotópica) tomamos entonces el número de veces que la imagen de  $R^1$  se "enrosca" en la variedad  $S^1$ . Los mapeos con igual índice topológico son homotópicos. Así, de una manera natural, aparece en esta situación simple, la variable homotópica o índice topológico  $Q$  que es el grado de mapeo que toma valores definidos en cada uno de las clases homotópicas. Así se llega a la idea de algebraización de problemas topológicos que llevaron a Poincaré a la creación de la topología algebraica.

Entonces a éstas soluciones, con cargas topológicas distintas, es imposible transformarlas en soluciones en las que las cargas topológicas sean iguales. Para esto se necesitaría una energía semi-infinita. El "espacio" de este modelo de 1+1 es una línea con dos puntos en el infinito como fronteras. La existencia de los solitones se debe a las propiedades topológicas del espacio (en particular, de su frontera que en este caso es un conjunto discreto).

Este cuadro sencillo a primera vista no es tal para otros tipos de lagrangianos, pero cualitativamente la explicación es la misma. La estabilidad de estos solitones en teorías no lineales de campo se debe a la topología de sus vacíos (mínimos de potencial). Esto significa que existe una ley de conservación. La corriente de estas cargas topológicas o índices  $Q$  no es del mismo tipo que las corrientes de Nöther. La igualdad a cero de sus divergencias aparecen independientemente de las ecuaciones de movimiento del sistema.

#### IV. Solitones magnéticos y ópticos, paredes

Heisenberg dio una explicación favorable en lo que respecta a las fuerzas que mantienen alineados a los magnitos elementales en una dirección. Un material ferromagnético se magnetiza con mucha facilidad debido a que en ellos se forman solitones. Estos solitones son productos del "colectivismo" de los

magnitos elementales. Al colectivo o "sociedad" de magnitos elementales le es energéticamente más favorable "mirar completamente hacia arriba o hacia abajo".

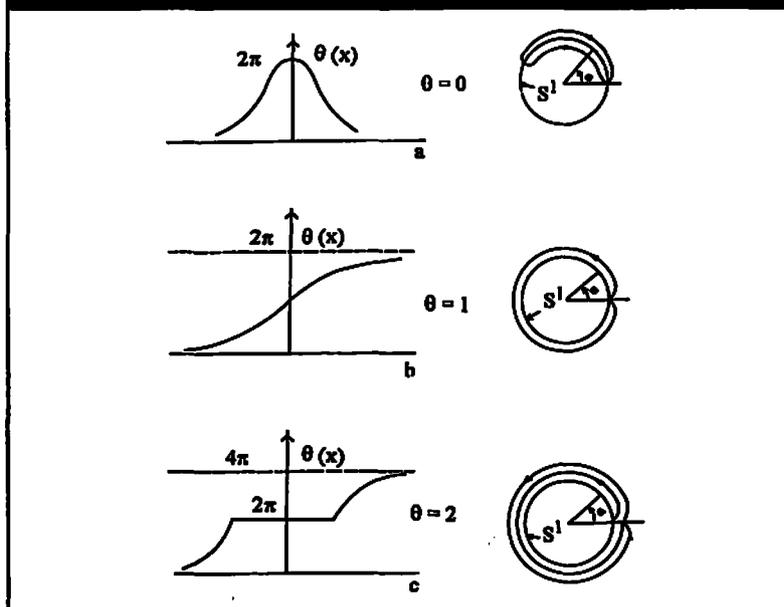
La energía del colectivo más la energía de su campo magnético será mínima si el colectivo se divide en grupos.

En unos, los miembros del grupo "miran" hacia abajo y en otros, hacia arriba. Estos grupos se denominan dominios. A las fronteras entre los dominios en los cuales los magnitos individuales cambian la dirección de su orientación "de arriba hacia abajo" (o viceversa) se les llaman paredes de los dominios. Éstos constituyen los solitones magnéticos. Además, pueden desplazarse libremente por el material. Un cristal no magnetizado se caracteriza por una cantidad grande de estas paredes. La dirección de magnetización es aleatoria.

Al colocar un cristal en un campo magnético, las paredes comienzan a moverse. Como resultado, el tamaño de las paredes y la cantidad de los magnitos orientados en la dirección del campo exterior crecen, pero las dimensiones de todo lo "demás" decrecen. Si se desconecta el campo externo, las paredes se mueven hacia atrás, pero si existe alguien que las obstaculice aparece "la magnetización residual". Resulta que la distancia entre las paredes es demasiado grande y sus dimensiones son mayores que las dislocaciones. Por esta característica es fácil de observar las paredes del dominio. La teoría exacta que permite describir los dominios posibles fue creada en 1935 por Landau y Lifshitz. La ecuación de Landau y Lifshitz se emplea en la actualidad para la obtención de nuevos solitones. La naturaleza solitónica de estos objetos fue esclarecida mucho más tarde, después de 15 o 20 años. Las paredes del dominio parece que se encuentran en todos los niveles de organización del universo. En todo caso, hoy los físicos teóricos estudian paredes desde dimensiones pequeñas, en teoría de partículas elementales, hasta las más grandes como las del universo en expansión, en teorías cosmológicas.

En la presencia de rozamiento, el solitón puede aminorar su movimiento, al mismo tiempo disminuir su altura para luego descomponerse. Esta degradación del solitón sucede de acuerdo a la ley  $ex^l$  exponencial. El tiempo de vida del solitón es inversamente proporcional a la fuerza de rozamiento. Sin embargo, el solitón de Frenkel-Kantorova bajo rozamientos sólo disminuye su velocidad hasta detenerse. Una vez detenido, puede vivir prácticamente para siempre. Este solitón está gobernado por la ecuación de Sine-Gordon. Por ejemplo, las dislocaciones pueden existir hasta el final de la "vida" del

FIGURA 4. LAS SOLUCIONES TIPO SOLITONES DE LA TEORÍA DE SINE-GORDON, TIENEN CARGAS  $Q$  TOPOLOGICAS DIFERENTES, DEPENDIENDO DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA DE LAS SOLUCIONES. A) REPRESENTA A LOS BREATHERS. AQUI  $R^1$  NO SE ENROLLA EN  $S^1$  PORQUE CUANDO  $x \rightarrow \infty$ , EL CAMPO  $\theta \rightarrow 0$ . B) LAS CONDICIONES DE FRONTERA GENERAN EL KINK.  $R^1$  SE ENROLLA UNA SOLA VEZ EN  $S^1$ . C) SE VE CLARAMENTE QUE EN ESTA SITUACION  $R^1$  SE ENROLLA DOS VECES EN  $S^1$  Y POR LO TANTO SE OBTIENEN LOS PIONES.



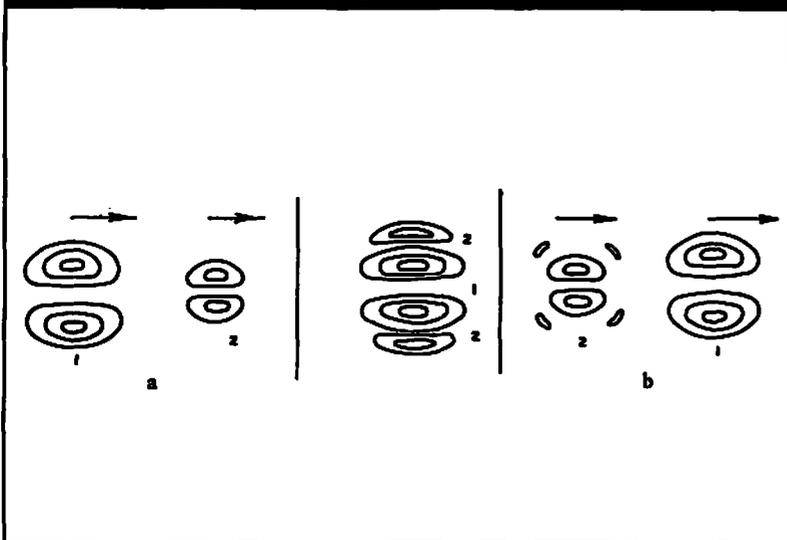
cristal. Esto se debe a que su estabilidad tiene naturaleza topológica.

Un impedimento mayor para una comunicación con solitones, consiste en lo siguiente: Cuando el impulso solitónico se propaga a lo largo de una fibra, su potencia gradualmente decae, rompiendo así el balance delicado entre la no linealidad y la dispersión. Entonces, el único camino (por ahora) que se podría emplear en una comunicación a grandes distancias, es emplear amplificadores ópticos para la regeneración en la línea. En los últimos años, los investigadores de la AT&T estudian la transmisión de datos en base a solitones, en un dispositivo con un amplificador llamado *Erbium-doped fiber amplifier* (Desurvive, 1994). Los resultados son sorprendentes en cuanto a la transmisión de información con una posibilidad de 10 billones de bits por segundo.

## V. El papel de los ordenadores

Uno de los cálculos numéricos que coadyuvó al desarrollo del solitón fue discutido por Fermi, Pasta y Ulam. Este trabajo se realizó en Los Alamos, y apareció con relación al proyecto atómico de 1952. Ellos se preguntaban: ¿Por qué los cuerpos negros tienen la conductividad térmica finita? En 1914, Debye sugirió que la finitud de la conductividad térmica de las redes está ligada con el anharmonismo de las fuerzas atrayentes de los resortes. Como modelo del

FIGURA 5. MODELO NUMÉRICO DE INTERACCIÓN DE DOS VÓRTICES. a) SITUACIÓN ANTES DEL CHOQUE, b) DESPUÉS DEL CHOQUE. CASI TODO FUE COMO ANTES, PERO SE OBSERVA UNOS PEQUEÑOS VÓRTICES EN LAS INMEDIACIONES DEL MÁS PEQUEÑO



cuerpo sólido servía una red unidimensional, un conjunto de masas puntuales ligadas con resortes elásticos. Si las fuerzas son lineales (Ley de Hooke), entonces la energía sin barreras se transmitiría por los modos fundamentales independientes, esto es, la conductividad térmica efectiva se hace infinita. Para la transmisión del calor de un extremo a otro no sería necesaria ninguna caída de temperatura y entonces la ecuación de difusión del calor no se obtendría.

Debye propuso que si la red fuera débilmente no lineal, entonces, los modos normales, como consecuencia de la no linealidad, comenzarían a interactuar y de esta manera limitar la transmisión de energía. El efecto total de las interacciones no lineales (choque de fonones) se debe introducir en el coeficiente de traslado en la ecuación de difusión. Fermi, Pasta y Ulam, tomaron esta suposición e investigaron numéricamente el modelo anarmónico de la red unidimensional en la computadora *Maniac 1*. Ellos se propusieron demostrar que una condición uniforme inicial, en la cual la energía que se encuentra en el modo más inferior, o posiblemente en ciertos modos inferiores, gracias a la interacción no lineal, se irán atenuando paulatinamente hasta llegar al estado de equilibrio estable. En este estado, la energía se distribuiría por igual entre todos los modos de oscilación. Por el tiempo de la relajación se podría calcular el coeficiente de difusión. Quisieron demostrar la teoría ergódica. El resultado fue asombroso y "maniacal", por supuesto. La energía no se termalizó. En lugar de esto, la energía concentrada en el modo más bajo se distribuía por algunos otros modos, después del cual, se volvía a reunir paulatinamente en el mismo modo más bajo, con una

exactitud de 2%, y el proceso nuevamente se repetía. El causante de todo esto era el solitón "maniacal".

Kruskal M. D. y Zabusky N. J. de Princeton, estudiaron el problema de Fermi, Pasta y Ulam en un límite continuo y obtuvieron la ecuación de Korteweg y de Vries (KdV). En 1967, Gardner, Greene, Kruskal y Miura (Gardner, *et. al.*, 1974), explicaron que la ecuación de KdV describe solitones que no varían después de un choque entre sí.

Por otro lado, la óptica no lineal siempre representó una rama interdisciplinaria entre los resultados experimentales, investigaciones numéricas y trabajo analítico. Así, la física del plasma dio origen a muchas ecuaciones no lineales ondulatorias con propiedades solitónicas. En Dubna se realizaron importantes investigaciones numéricas de modelos solitónicos integrables y no integrables que poseen solitones topológicos y no topológicos tales como *kinks*, burbujas, etcétera. En estas investigaciones se encuentran también información sobre modelos reales de teoría de campos, como lo muestra el libro de Makhankov (1990).

Un ejemplo de investigación numérica del choque de vórtices realizado por Zabusky se muestra en la figura 5. El vórtice más rápido y más grande alcanza al más débil (figura 5a). Cuando chocan, sufren algunas deformaciones, pero después del choque ellos nuevamente se juntan y al final salen de la interacción casi sin cambios (figura 5b). Aquí el término "casi" es debido a que en las cercanías del segundo vórtice se ven otros vórtices adicionales pero pequeños.

En problemas de tres dimensiones la dificultad es mucho mayor y para su ejecución se necesitan aparatos de computación potentes. En algunos casos se puede llevar el problema a otro, con una o dos dimensiones, en la suposición de simetría cilíndrica o radial (esférica).

## VI. Solitones en el océano y en la atmósfera

El 28 de diciembre de 1908, en el mar de Italia se produjo una tormenta que causó mucho daño. Esta destrucción fatal fue producida por una onda gigante, descrita por Máximo Gorky: "... Se levantó al cielo una onda inmensa, y vibrando su enorme cola blanca, se dobló y se partió, luego cayó al suelo y con su peso fantástico... lavo toda la orilla". Lo que Gorky describió fue a los *tsunamis*. Esta palabra japonesa significa "ola gigante en la orilla". Los *tsunamis* comúnmente se forman cuando un solitón gigante, no peligroso en el océano, se vuelca a la orilla. Como regla general, el solitón en el océano libre se forma por los terremotos submarinos, erupción de

volcanes, etcétera. Su longitud puede variar. Por ejemplo, para un solitón de 10 kilómetros de longitud el océano es "agua menuda". Si posee una altura, digamos muy pequeña, alrededor de 10 metros, al acercarse a la orilla el solitón disminuye su movimiento y se torna corto y alto. Los países que frecuentemente sufren de *tsunamis* son Chile y Japón, por la fuerte zona sísmica de la región.

En el océano aparecen y viajan variedades de ondas y solitones. Pueden vivir no sólo en la superficie sino también en las profundidades oceánicas. Las profundidades marinas son heterogéneas y existen capas de agua con diferente temperatura, densidad, salinidad, etcétera. A veces las fronteras de ésta capas no son continuas. Estas pueden formar superficies intercapas. En estas superficies también viajan ondas y solitones.

Las ondas tipo bandadas, que son producidos por los vientos en "agua profunda" y que son muy parecidos a las ondas de radio e impulsos ópticos, son los solitones de grupo. La forma solitónica tiene la forma de la onda que bordea al grupo (figura 6). Las ondas que están dentro del solitón se mueven con velocidades diferentes a la del borde. Estas ondas, en las cuales se "sienta" el solitón, son aproximadamente monocromáticas. El solitón de borde es una onda monocromática modulada en un medio débilmente no lineal y fuertemente dispersivo. En la atmósfera de los planetas en rotación, las partículas tienen velocidad angular definida por su latitud geográfica. Entonces, la ley de conservación del momento angular impide el movimiento de las partículas en la dirección norte-sur. A las ondas atmosféricas de gran escala, a consecuencia de la variación de la velocidad angular de las partículas, se les conoce con el nombre de "Ondas de Roosby". Existe una analogía entre las ondas internas descritas por la ecuación KdV y las ondas de Roosby. Es por este motivo que a la gran mancha roja de Júpiter se le considera también como un solitón de Roosby.

## VII. Vórtices

Helmholtz descubrió los vórtices en el agua descritos por la ecuaciones hidrodinámicas del líquido ideal. Empleando la terminología moderna, se dice que los vórtices son perturbaciones solitónicas. Fue Renat Descartes (1596 -1650) quien propuso por vez primera a los movimientos vorticianos como base para la explicación de todo el mundo que nos rodea.

Kelvin fue el primero quien formuló el primer modelo solitónico de partículas elementales. En su trabajo *Sobre el movimiento de los vórtices* (1869), estudió las propiedades de interacción de éstos, es-

FIGURA 6. UN CLÁSICO PAQUETE DE ONDAS EN AGUAS PROFUNDAS. LA FORMA DE LA ONDA ESTÁ DETERMINADA POR EL SOLITÓN DE BORDEO. AL SOLITON LO FORMAN LAS ONDAS MONOCROMÁTICAS

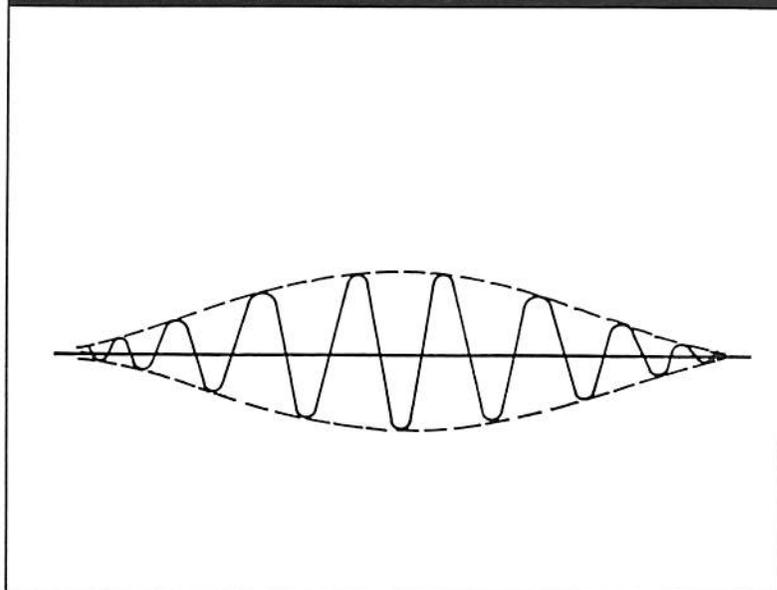
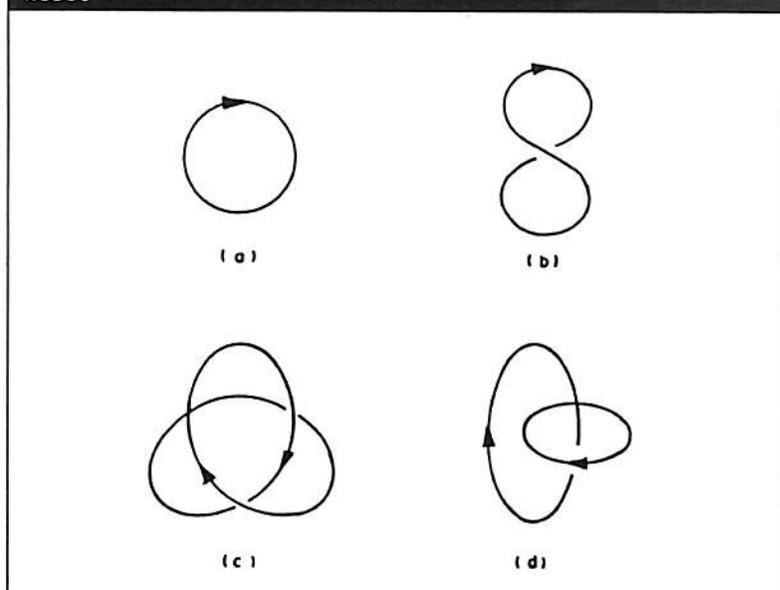


FIGURA 7. UN ESQUEMA DE LOS ÁTOMOS DE KELVIN. PARA LA EXISTENCIA DE DIVERSIDAD DE ÁTOMOS ES INDISPENSABLE LA PROLIFERACIÓN DE NUDOS



pecialmente las que tenían forma de aros. Fue quien propuso la idea de átomos de vórtices. Para que puedan existir átomos, según Kelvin, es necesario la existencia de líneas de vórtices cerradas con diferentes cantidades de nudos (figura 7). Después de cien años empezaron a aparecer modelos de partículas análogos a éste, en los cuales se manifiesta una identidad entre las partículas elementales y los solitones.

En la época actual se tiene a las teorías de cuerdas y supercuerdas como una alternativa para unificar todas las interacciones de la naturaleza. También se nota una actividad relevante en lo que respecta a los vórtices de Kelvin llamados ahora *Knots and Links*. Los nudos (*Knots*) son lazos o rizados de cuerdas que

poseen propiedades de enroscamiento y de enredamiento de naturaleza topológica. Se han encontrado ciertos polinomios para caracterizar algebraicamente estas propiedades topológicas. Estos polinomios son nudos-invariantes, que a su vez pueden ser analizados mediante la teoría de trenzas (*braid*) y entendidos dentro del marco de la teoría de grupos cuánticos. La relación de estos objetos con física estadística y cuántica es muy fructífera y tiene aplicaciones en física de polímeros, por ejemplo (Kholodenko, 1993).

Alrededor del vórtice del hueco en la tina de baño de su hogar, se pueden ver ondas espirales viajeras, la naturaleza de las cuales son cercanas a los vórtices galácticos descubiertos por Ross (1800-1867).

En este último caso, el medio es el gas intergaláctico. Por cierto, la densificación juega un papel principal en la formación de las estrellas de los gases galácticos. Los detalles de los procesos que suceden allí no son del todo claros hasta el momento, pero se puede suponer que las ondas solitarias de densidades gigantes, parecidas a los parientes de las ondas espirales conocidas y cercanas a nosotros en las tinas de baños, conforman la base y el puente sobre el cual se juega el acto grandioso del nacimiento de una estrella.

En 1938, Piotr L. Kapitza (1894-1984) descubrió el siguiente fenómeno: si la temperatura es menor que cierto punto crítico  $T_k = 2.19K$ , la viscosidad del helio líquido súbitamente se reduce en un millón de veces. Él supuso que la viscosidad desaparece totalmente y llamó a este enigma superfluidez.

Este fenómeno fue explicado por Lev Davidovich Landau (1908-1968). Según su teoría, el helio con temperatura menor que  $T_k$  consiste en dos líquidos: normal y superfluido. Si la temperatura tiende a cero, entonces todo el líquido se convierte en superfluido. Este líquido tiene naturaleza cuántica. La teoría microscópica cuántica fue creada por N. Bogoliubov, en 1947. Con base en esta teoría, Bardeen Cooper y Shrieffer construyeron la primera teoría de la superconductividad. Simplificando, se puede concebir que la superconductividad, o sea la desaparición de la resistencia eléctrica en ciertos metales o compuestos, que se encuentran a una temperatura cercana del cero absoluto, está generada por la superfluidez del líquido electrónico.

Este líquido está formado por átomos de pares de electrones. Aunque dos electrones se repelen entre sí, existe atracción debido a un mecanismo de interacción con la red cristalina. Si la atracción es suficientemente fuerte, entonces se forman los átomos de dos electrones que se llaman los pares de Cooper.

## VIII. Teoría de campo y partículas

Todos los procesos que suceden en el universo son resultados de las interacciones. ¿Pero cómo se da esa interacción, cuál es su esencia? Las partículas interactúan mediante el intercambio de otras partículas. Los fotones son los transportadores de la interacción electromagnética. Los gravitones son los cuantos del campo gravitatorio y transportadores de esta interacción. Los fotones y gravitones siempre se mueven con la velocidad de la luz. La interacción débil tiene a los bosones vectoriales como transportadores de su interacción (se les llama "vectoriales" por el simple hecho de que el campo cuyos cuantos tienen *spin* igual a 1, son campos vectoriales, y por supuesto el campo de los bosones  $W^\pm, Z$  tiene ese valor del *spin*). Estos son muy masivos y debido a esto su interacción es muy "débil". Es decir, cuanto más pesado sea el objeto, menos fuerza tiene para interactuar. En el caso de la interacción fuerte, los transportadores son los gluones que tienen 3 tipos de carga convencionales: rojo, amarillo y azul.

A pesar de los grandes resultados en teoría cuántica del campo, como son la descripción de los procesos de dispersión, la exactitud de concordancia de los experimentos en electrodinámica cuántica, la predicción de los bosones vectoriales  $W$  y  $Z$ , y los resultados nuevos en cromodinámica cuántica, quedan sin resolver aún el problema de cómo describir a los campos fundamentales de la materia, así como el problema del *confinement* de los quarks y muchos otros. Pero en teoría de campos clásicos existen soluciones "confinadas" en ciertos sectores del espacio-tiempo, llamados solitones. Las teorías no abelianas calibradas (o de norma) son no lineales y son intensamente investigadas. En los últimos tiempos fueron descubiertos los vórtices, los monopolos magnéticos, los instantones, etcétera, que son soluciones solitónicas de las ecuaciones de campos calibrados en 2, 3 y 4 espacio-tiempo. Estos últimos, como su nombre mismo lo indica, "viven" sólo un instante, en el periodo de tunelaje entre dos estados cuánticos.

En 1912, Gustav Mie (1868-1957) encontró una generalización asombrosa de la teoría de Maxwell, en el cual las ondas electromagnéticas son no lineales y el electrón aparece como una partícula tipo solitón de tamaño finito, que almacena una cantidad de energía electromagnética finita. Uno de los defectos de estos ensayos preliminares de solitonización de las partículas elementales consistía en que ellos no consideraban las exigencias de la teoría cuántica. En los años cincuenta aparecen modelos solitónicos reales de partículas, como las de Heisenberg.

Una idea paradójica y al parecer “demencial” se le ocurrió al físico teórico Tony Skyrme (1922-1987). Él estudió la interacción no lineal de los campos que describe a los mesones. A diferencia de los campos (vectoriales) de Maxwell  $E$  y  $B$  los campos mesónicos se describen por funciones (no vectoriales)  $\phi_j$ . Estudiando las interacciones no lineales de estos campos, Skyrme observó que ellos pueden formar solitones, e introdujo una valiente hipótesis: Estos solitones podrían ser equivalentes a las partículas como protones y neutrones. Esta teoría es “maniacal” o “demencial” porque el protón no puede estar hecho de mesones.

Esto conllevaría a la contradicción de que no se conservaría el momento de impulso, así como también la carga bosónica, que es igual a +1 para protones y neutrones e igual a cero para mesones. Pero al solitón no se le puede considerar como que está construido de mesones, de la misma manera que la dislocación no está hecha de ondas elásticas que viajan en el cristal.

Skyrme consideró que la carga bosónica es una carga conservativa solitónica.

Una de las conclusiones acertadas de la solitonización de partículas puede ser la siguiente (Rybakov, S/F): Todos los fermiones existentes están cubiertos por alguna carga de naturaleza no dinámica, que son las leptónicas y las bariónicas. Si estas cargas tienen carácter topológico distinto a lo que el teorema de Noether puede dar, entonces, Dios (la naturaleza) no necesitaría de dos diferentes tipos de campos fundamentales. Sólo se necesitaría uno de ellos y con la ayuda del mecanismo solitónico y una topología no trivial se podría construir los fermiones y bosones.

Como resultado se obtiene que la noción de democracia nuclear se transforma a una nueva: la superdemocracia.

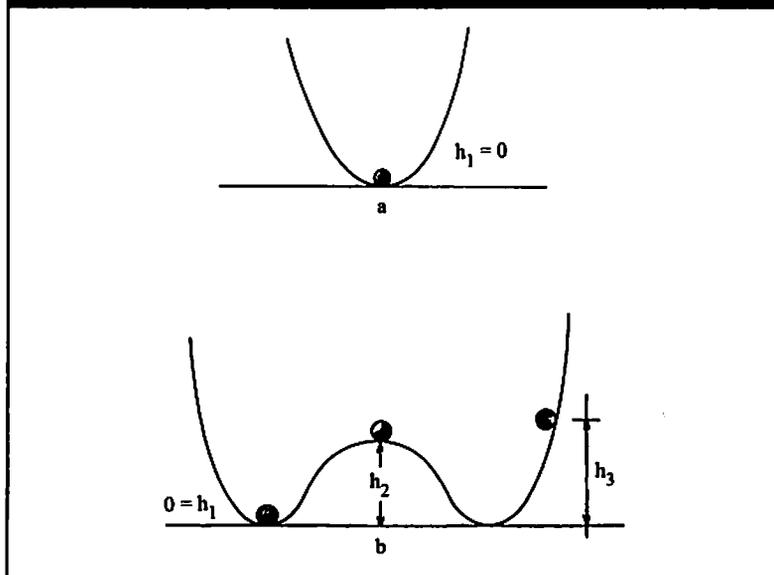
Estas conjeturas no se hacen esperar y hoy en día se tienen teorías de supercuerdas que generalizan la teoría de partículas puntuales.

### IX. Rompimiento espontáneo de la simetría

Una de las condiciones para la existencia de solitones es que el potencial del sistema físico tenga como mínimo dos vacíos degenerados. Esquemáticamente la magnitud de la energía potencial puede representarse por la posición de una pelotita en su fondo (esto se hace para tener alguna claridad al respecto). En diferentes situaciones el fondo puede o no tener una lomita central (figura 8). Las alturas  $h_i$  denotará la energía potencial del campo.

Por ejemplo, en teoría electrodébil, los campos de Higgs pueden encontrarse en dos estados. Cuando la

FIGURA 8. ROMPIMIENTO ESPONTANEO DE LA SIMETRIA. A) EL POTENCIAL EN ALTAS TEMPERATURAS. EL SISTEMA SE ESTABILIZA EN EL FONDO DEL POZO. B) CUANDO DESCENDE LA TEMPERATURA SE FORMAN DOS VACIOS DEGENERADOS. EL VACIO ANTIGUO QUEDÓ ADHERIDO EN LA CUSPIDE DE LA LOMITA CENTRAL. LAS ALTURAS NOS DENOTARÁN EL VALOR DE LA ENERGÍA POTENCIAL.



temperatura sobrepasa el millón de millar de grados, el campo existe en forma de partículas elementales separadas. Cuando la temperatura desciende hasta un cierto valor crítico, los campos de Higgs sufren un cambio de fase. Ellos se condensan al igual que al enfriar el vapor de agua sobrecalentado. Aquí, entonces aparece el condensado de los campos de Higgs, que no depende ni del lugar en el espacio ni del tiempo. A este condensado no se le puede suprimir de manera sencilla. Entonces, en el lenguaje de los físicos, se dice que se creó un nuevo vacío o *vaccum*.

La posición de la bolita en la cuspide de la lomita central corresponde al vacío antiguo. En altas temperaturas la forma del vacío está representada por la figura 8a y la posición de la bolita es estable. Cuando la temperatura decrece, la forma del potencial es algo parecido a la figura 8b. La formación de un nuevo vacío es equivalente a decir que la bolita se desliza a otra posición estable, a un fondo con una lomita central. La bolita se desliza al estado más estable y se tranquiliza en el fondo a un lado de la lomita central. De tal modo, su posición es totalmente asimétrica. Se produjo el rompimiento espontáneo de la simetría.

Después del deslizamiento de la bolita, los transportadores de la interacción débil obtuvieron masa. Esta masa hace que la interacción débil tenga un radio de acción demasiado pequeño.

Una vez junto a la bolita en el fondo, a un lado de la lomita central, ya no es posible reconocer al estado de “vacío viejo o antiguo”. Por eso, es tan difícil descubrirlo en condiciones normales; sin embargo,

Weinberg, Gleshow y Salam sí pudieron quitar el sendo velo de misterio y recibieron el premio Nobel.

En 1974 A. M. Polyakov, independientemente de G. T'Hooft, demostró la existencia de solitones con carga magnética en algunas teorías de Yang-Mills. Este solitón tiene dimensiones finitas y es de construcción topológica. Una atención en la comunidad mundial de física sobre este solitón se debe a que su existencia puede influir en el destino de todo nuestro universo.

Si hasta ahora no se observa la destrucción del universo, es por la gran estabilidad del protón, cuyo promedio de vida es bastante grande. El destino del universo, conjuntamente con el destino del protón, es posible que dependan del monopolio magnético.

Paul Dirac (1902-1984) demostró que de acuerdo a las leyes de la mecánica cuántica es posible la existencia del monopolio magnético. La dificultad consiste en que a las cargas magnéticas nadie los ha "visto". Hace poco tiempo, Rubakov demostró que el protón, al acercarse al monopolio, rápidamente se descompone. Las teorías modernas de las interaccio-

nes, generalmente suponen que el protón posee un tiempo de vida promedio de más de  $10^{30}$  años (en mil años la tierra podría perder, gracias a esta desintegración, aproximadamente 6 gramos de su masa). Pero, a los alrededores del monopolio, el protón se desintegraría casi instantáneamente. Nuestra felicidad consiste en que tal vez sean pocos los monopolios en el universo (*son pocos, pero son, / abren zanjas oscuras / en el rostro más fiero y / en el lomo más fuerte.... Cesar Vallejo*) y ¡puede ser que ya no existan!

Estos últimos años fueron tiempos de valientes ideas en física. Pareciera que de un momento a otro se pueda crear la teoría que explicaría de qué y cómo está construido nuestro mundo. Estas esperanzas no se han realizado hasta el momento, pero el trabajo hecho por los físicos creó nuevas perspectivas y, tal vez en los umbrales de un nuevo milenio, alguna anticipada teoría será construida. Es posible, que en esta teoría los solitones jugarán un papel preponderante. ♦

## BIBLIOGRAFÍA

- Bishop, A., et. al. (1980). *Physica* 1D.
- Davidov, A. (1973). *J. Theor. Biol.* 38.
- Desurvive, E. (1994). *Physics Today*, Jan.
- Dodd, R.; Eilbeck, J.; Gibbon, J. y Morris, H. (1988). *Solitons and nonlinear wave equations*. Academic Press, Inc.
- Faddeev, L.  
 \_\_\_\_ (1969). *J. Math. Phys.* 4.  
 \_\_\_\_ and Korepin, V. (1978). *Phys. Rep.* 42.
- Fillipov, A. (1988). *Mnogoliky soliton*. (En ruso) Biblioteca "Kbuan", No. 48. Moscú.
- Gardner, C.; Greene, J.; Kruskal, M. and Miura, R. (1974). *Comm. Pure Appl. Math.* 27.
- Harrison, B. (1978). *Phys. Rev. Lett.* 41.
- Kholodenko, A. (1993) in *Condensed matter theories*. Vol.8, L.
- Blum and B. Malik editors Plenum Press, N. Y.
- Makhankov, V. (1990). *Soliton phenomenology. Mathematics and applications*. 33. Kluwer Academic Publishers, *Physica Scripta* 20, 1979.
- Mollenauer, L., et. al. (1980). *Phys. Rev. Lett.* 45.
- Newell, A. (1985). *Soliton and mathematics*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Rybakov, Y., et. al. (S/F). *Model Skyrma y solitóni v fizike adronov* (en ruso) Publicación del Instituto Unificado de Investigaciones Nucleares, Dubna..
- Witten, E. (1983). *Nucl. Phys. B.*, Vol. 223 Núm. 2.
- Zakharov, B.; Manakov, C.; Novikov, S. and Pitaevsky, L. (1980). *Teoría de solitones. Método de Dispersión Inversa*. Nauka. Moscú.