

Conferencia

La matemática y la poesía: dos límites de la belleza

Edixo Rosales

*Departamento de Matemáticas
Facultad Experimental de Ciencia
Universidad del Zulia
erosales@luz.edu.ve*

Resumen

Este trabajo recoge el contenido de una conferencia dictada por el autor en la Facultad de Humanidades y Educación de la Universidad del Zulia, Escuela de Letras, durante las jornadas de reflexión de esa instancia académica celebradas en el mes de febrero de 2011. En ella estudia la relación entre la poesía y la matemática que el autor detecta, a través de tres exponentes considerados fundamentales para el pensamiento literario. Ellos son Fernando Pessoa, el Conde de Lautrémont y Giacommo Leopardi. Estos autores enlazan de manera muy particular, la relación entre los conceptos de estética y de matemática durante buena parte del desarrollo de sus obras.

Palabras clave: Poesía, estética, matemática, pensamiento literario.

Mathematics and Poetry: Two Limits on Beauty

Abstract

This work presents the contents of a talk given by the author at the School for Humanities and Education, Department of Letters at the University of Zulia, during the conferences for reflection held in February, 2011, at this academic institution. It studies the relationship between po-

etry and mathematics through the work of three authors considered fundamental for literary thought: Fernando Pessoa, Isidore Ducasse and Giacomo Leopardi. The authors expound, in a very particular fashion, on the relation between the concepts of aesthetics and mathematics throughout a good portion of the development of their works.

Key words: Poetry, aesthetics, mathematics, literary thought.

1

Cosa difícil es lo bello nos decía unos cuantos siglos atrás el filósofo griego Platón, como cosas difíciles nos parecen la poesía y las matemáticas, las expresiones más puras de la belleza. La una fundamentada en la palabra que busca expresar con un “golpe de luz” (García Bacca, 2002) las íntimas visiones del poeta. La otra en el número, la forma simbólica más perfecta que describe al universo.

Si un poema del escritor Portugués Fernando Pessoa (“*La razón de que haya ser, la razón de que haya seres, de que haya todo, podría llevarnos a una locura mayor que los espacios entre las almas y las estrellas*”), intuye ese desamparo que rodea al hombre, sumido en un universo que le es extraño, azaroso y algunas veces hasta hostil, y que la comprensión que de él tiene, se limite apenas a pequeñas parcelas de certidumbres; un número como la raíz cuadrada de dos, nos puede llevar al asombro de que existen cantidades que expresan lo inconmensurable, ya que geométricamente este número representa la medida de un segmento que no tiene longitud racional, cosa que maravilló a los griegos, ya que en su pensamiento guiado por lo finito, “*limitado por los ojos del cuerpo*” (Spengler)¹, prefirieron callar ante este arcano que según ellos, estaba cerca del mismo misterio de la existencia. De allí que el primer pitagórico que diera a conocer el famoso teorema que probaba la irracionalidad de la raíz cuadrada de dos, haya muerto en un naufragio “*porque lo inimaginable e inexpresable debe siempre permanecer oculto*”. Tanto la palabra poética como el símbolo matemático, captan y dibujan las impresiones del mundo, tratando de llevarnos a tener una lectura de lo profundo y mágico que en él se nos presenta.

“*El binomio de Newton es tan bello como la Venus de Milo, / lo que pasa es que hay muy poca gente que se de cuenta de ello, //.../ (El viento afuera)*”² nos dirá admirablemente Fernando Pessoa, quien tenía una especial sensibilidad para la matemática clásica, sobre todo aquella que en

la época de la ilustración, hizo posible la aparición de un mundo determinístico y mecanicista basado en la física Newtoniana. Nosotros diremos con García Bacca, lo que pasa es que la gente no conoce “*las llagas que la Belleza ha dejado en la vista, oído, imaginación...y nos deja muriendo “un no sé qué que queda balbuciendo”*”. Estas llagas en el caso del Bino-mio de Newton podríamos pensar que se materializan en el impresionan-te triángulo simétrico que los números gestados por la fórmula binomial van configurando; el cual fue originalmente descubierto por Blaise Pas-cal y quien notó propiedades interesantes que despiertan la curiosidad humana. Así cada número de una línea horizontal del triángulo, salvo los números extremos que siempre representan a la unidad, se obtienen me-diante una fórmula de recurrencia que envuelve a los números de la línea anterior. La suma de todos los números de una línea enésima cualquiera, siempre coincide con la potencia enésima del número dos³. Pero quizás la propiedad que está más relacionada con el mundo mágico de la anti-güedad, tiene que ver con los famosos números triangulares y piramida-les, los cuales se encuentran en líneas diagonales interiores del triángulo y que se representan mediante las figuras geométricas que hemos men-cionado. A estos famosos números los griegos le atribuían propiedades místicas especiales⁴.

Si nos maravilla que en una expresión formal como la que repre-senta el triángulo de Pascal, tantas cosas interesantes aparezcan, “*placer en la visión pura, libertad en el juego de la imaginación*” (García Bacca), más lo hace el hecho de que ellas puedan demostrarse universal-mente, es decir que estas propiedades no sean fortuitas, sino que formen parte de un entramado matemático que da la teoría binomial. Esto quizás sea lo más bello, “*la llaga específica que la hermosura deja al entendi-miento*” (García Bacca) al acercarnos a esta teoría, lo que nos lleva a afir-mar con el poeta Paul Valéry: “*lo prodigioso, lo inesperado, obtenidos como resultados de una deducción rigurosa o de una conducta experi-mental sin defectos, procuran al espíritu uno de los mayores goces que pueda conocerse*”. Sin embargo hay un dejo de melancolía en el texto de Pessoa, sobre aquello que hay que conocer para amar, o conocer para descubrir su belleza, sobre todo cuando la comparamos con una obra como la Venus de Milo, que si bien es cierto es producto de la civiliza-ción griega que la define por sus cánones estéticos basados en la teoría de la ciencia euclídea, hay como algo intemporal que emana de ella, espiri-tual y permanente que a uno lo seduce y lo arroba.

Podríamos también deducir otras consecuencias profundas del poema de Pessoa, en torno a la belleza que se puede encontrar en una expresión simbólica como la que representa el teorema binomial; ya que esta belleza no nos está dada en acto, como si ocurre con algunas encontradas en la naturaleza; como por ejemplo en las conchas marinas, cuyos coloridos y extrañas geometrías nos causa inmediata maravilla; e incluso las que proceden de algunos poemas cuya sonoridad inmediatamente nos cautiva, sin que nosotros siquiera pensemos, si alguna necesidad o asunto del azar determinó el producto de la obra del poeta. En el camino hacia la significación y trascendencia matemática del teorema binomial y de la estética que emana de su contenido, que no es más que la elegancia y precisión de las ideas que hacen posible los resultados, es lo que podemos intuir que Pessoa quisiera que conociéramos, que no es más que el espíritu poético que debe acompañar a una demostración, como lo han enfatizado algunos grandes matemáticos.

2

Isidoro Ducasse (Conde de Lautréamont), es otro poeta que hace énfasis en la belleza de las expresiones matemáticas en su libro “Los Cantos de Maldoror”. Este singular personaje estudió en la Flèche, una institución académica francesa que dirigían los jesuitas, cuyo programa de estudio contenía un sólido contenido matemático, y en el cual estudiarían célebres personajes del pensamiento universal como los filósofos y matemáticos Renato Descartes y Blaise Pascal.

Así como la esfera representaba para los griegos, la perfección de los cuerpos sólidos, ya que expresaba: la simetría, la forma, el límite o contorno definido, en sí el bien; Lautréamont en su canto sobre el océano, no puede dejar de evocar, esa forma armoniosamente esférica del viejo océano, “*que regocija la cara grave de la geometría*”; ya que la esfera a nuestro entender, representa o simplemente es el eco de “*cierta unidad original, soberana, perfecta, eterna, que es la regla esencial de lo bello*” (San Agustín). El océano siempre es el mismo en cada ola elegida al azar en su infinita distancia, inescrutable en sus profundidades, no abarcable en una mirada, símbolo del infinito que ama el poeta: “*Viejo océano, tu grandeza material sólo puede medirse con la magnitud que uno se representa de la potencia activa que ha sido necesaria para engendrar la totalidad de tu masa. No se puede abarcar una hojeada. Para contemplar-*

te es imprescindible que la vista haga girar su telescopio con un movimiento continuo hacia los cuatro puntos del horizonte del mismo modo que un matemático está obligado para resolver una ecuación algebraica, a examinar por separado los distintos casos posibles antes de superar la dificultad”.

Observe cómo estos versos tienden a una precisión conceptual sin dejar de tener un ritmo poético y una tonalidad profunda. No solamente la reflexión matemática va tejiendo la argumentación de los cantos, sino también el mundo biológico, donde aparecen una cantidad apreciable de animales citados y en menor medida una cantidad de especies de plantas y flores. Gastón Bachelar señalará que la acción vital de los diversos animales que conforman el bestiario del poeta, es como el peso algebraico que determina el valor dinámico del poema. La sinestesia de confusas voces que aparece en los cantos no sólo tiene un lenguaje cruel y preciso (recordemos que Lautréamont es un poeta del mal), sino que representa una verdadera ecuación de la belleza poética del artista, y nos asombra al igual que lo hacen algunas expresiones matemáticas extrañas que representan a algunos números sencillos.

Lautréamont es un artista del pensamiento, de allí que no solo exprese la imagen como recurso esencial del poema, sino que precise el concepto, ya sea como elemento clarificador, perturbador, o enriquecedor del recurso literario: *“Cuando una mujer con voz de soprano emite sus notas vibrantes y melodiosas, al percibir la melodía humana mis ojos se llenan de un fuego latente y despiden chispas dolorosas, mientras en mis oídos parece resonar el retumbo de los cañones. ¿De dónde puede provenir ese disgusto profundo por todo lo que se refiera al hombre? Si los acordes se desprenden de las cuerdas de un instrumento, escucho con voluptuosidad esas notas perladas que se deslizan cadenciosas por las ondas elásticas de la atmósfera”.*

Encontramos cierto culto por los modelos abstractos del pensamiento en frases de los cantos. Sobre todo en aquellas que aluden a Dios como creador de éste, la única concepción de Dios que el poeta venera, ya que en aquella que lo concibe como creador de la existencia, Lautréamont afina sus dardos y dirige toda su violencia poética. Dios se revela a través de los teoremas de la geometría como lo hace el Dios cristiano a través de la luz en el caos. Esta idealización que hace de la matemática Lautréamont, rememora la dada inicialmente por los pitagóricos, quienes le asignan un papel trascendente al número como esencia de la

música del universo. Para el autor de los Cantos de Maldoror, la aritmética, el álgebra y la geometría, las tres reinas de mayo, el triángulo luminoso, llamadas así por el artista; hacen posible la aparición de la verdad suprema que se oculta detrás del orden del universo.

Si Pessoa expresaba con cierta melancolía nuestra incapacidad de ver la belleza del teorema binomial, y de alguna manera nos retaba a buscar, o experimentar ese “*placer embriagador de la súbita intelección que producen las matemáticas*” (Bertrand Russel), Lautréamont sataniza a aquellos que la desconocen (“*Insensatos son aquellos que os desconocen. Merecerían sufrir los mayores suplicios*”), privándose de sus goces mágicos, de sus verdades irrefutables, de sus cifras cabalísticas y de sus ecuaciones lacónicas, las cuales les podrían revelar lo que termina justificando los cantos: “*Fui el primero en descubrir, en las tinieblas de sus extrañas, ¡El mal!, que en el hombre supera el bien*”, y que no hay nada más profundo que el corazón del hombre.

3

“*El alma antigua llegó, por medio de Pitágoras (540 a. C.), a la concepción de su número apolíneo como magnitud mensurable; así mismo el alma occidental, en una fecha que corresponde a aquella, formuló por medio de Descartes y los de su generación -Pascal, Fermat, Desargues-, la idea de un número que nace de la tendencia apasionada, faústica hacia el infinito*” (Spengler). Estas palabras son fundamentales para entender la sensibilidad moderna del espíritu matemático e incluso poético. Aparece el infinito, no sólo como un símbolo que representa el límite de una sucesión de números, sino también como un número más de un sistema numérico particular. El infinito que originalmente se conoció con el nombre de apeiron o caos, ejerce cierta fascinación tanto en los matemáticos como en los poetas; en el primero porque es un símbolo que le permite extender su espacio y aritmética⁵, y al segundo porque en su esfera creadora, aparece en su universo como orden o caos. El poeta usa la metáfora y su alcance ilimitado, dado por el poder expresivo y semántico de su palabra, para hacernos llegar su obra que, “*encadena los sonidos hasta que se sostenga y entone algo indestructible*” (Benn).

Giacomo Leopardi es tal vez uno de los poetas que ha tenido mayor sensibilidad sobre el infinito. Si la expresión de Pascal: “*El silencio de los espacios infinitos me aterra*”, nos causa un terrible impacto sobre lo

que nosotros percibimos acerca del infinito ya sea como expansión permanente del universo, o como manifestación de la música del espacio infinito a través del silencio; igualmente lo hace Leopardi a través de su poesía: “*Siempre me fue caro este aislado cerro, / Y estos arbustos, que una buena parte / Impiden ver del último horizonte / Más sentado y mirando interminables / Espacios detrás de ellos / Silencios y una calma profundísima / Yo en el pensar me finjo y casi entonces / El corazón se espanta. Y cuando el viento / Escucho susurrar entre las plantas / el silencio infinito a esta voz / Voy comparando. Y en lo eterno pienso / En muertas estaciones / Y en la viva, presente y su sonido. Así, en esta / Inmensidad se anega el pensamiento, / y naufragar en este mar me es dulce*”.

Este poema fundamental de la literatura italiana, expresa las ideas del poeta sobre el infinito. Los interminables espacios confrontan al poeta con lo ilimitado, a través de un mirar entre los árboles, de ese cielo azul que se abre ante el poeta, donde “*arden los astros*” y “*el trueno vaga de cima en cima*”. El cielo inagotable en la vida del hombre y que le da sentido a su existencia. “*El poeta siente al mismo tiempo miedo y placer imaginando los espacios infinitos*” nos dirá Ítalo Calvino, a propósito del texto de Leopardi. Estos arrastran consigo este silencio sobrehumano, eterno para Pascal. Lo ilimitado dado a través del espacio y lo indefinido a través del silencio, son parte de las manifestaciones del infinito referido en el poema.

Pascal pensaba que había ideas inicialmente comprensibles por la intuición del corazón: “*El corazón siente que hay tres dimensiones en el espacio y que los números son infinitos*”, nos dirá en uno de sus pensamientos. Tal pareciera ser nuestra percepción sobre el infinito. Ítalo Calvino trata de explicárnoslo con las siguientes palabras: “*Él proyecta pues, sus deseos en el infinito, sólo siente placer al imaginar que aquél no tiene fin. Pero como la mente humana no logra concebir el infinito, más aún, retrocede ante su sola idea, no le queda sino contentarse con lo indefinido, con sensaciones que al confundirse unas con otras crean la impresión de lo ilimitado, ilusorio pero placentero*”. Realmente creemos que el hombre si concibe el infinito, solo que al tratar de explicárselo, con algunos términos que permiten acercarnos a su naturaleza, lo ilimitado, lo indefinido y hasta lo paradójico, nos lleva algunas veces a pervertir nuestra visión inicial acerca de él. “*Y en lo eterno pienso*” es la conclusión natural de toda angustia ante el infinito.

4

Nosotros concluimos aportando nuestro grano de arena a esta discusión sobre el encanto que tienen las matemáticas y la poesía, sobre todo cuando se unen en la visión de ciertos temas cercanos a su imaginario. Lo hacemos con el humor que nos deparan los números y no con la admiración que tenía sobre ellos el poeta Virgilio, quien cantó la significación que tenían las cifras impares para los latinos, como cifras mágicas que le permitían a un enamorado, atraer mediante la realización de un número determinado de conjuros, la llama del otro deseado: *“Los conjuros pueden hasta hacer bajar la luna del cielo: con ellos transformó Circe a los compañeros de Ulises: con ellos se parte en los prados la fría serpiente. Traed de la ciudad a casa, conjuros míos, traed a Dafnis. En primer lugar rodeo tres veces tu imagen con tres lienzos, de tres colores diferentes y la paseo tres veces alrededor del altar. Los dioses se complacen en los números impares”*. Así dirá nuestro poema:

Pesquisa

“Los dioses se complacen en los números impares”
Virgilio

“Recorriamos de punta a punta la Barata Ribeiro en búsqueda del secreto más refulgente. Boris pensaba que la conjetura de Goldbach tenía en ese triángulo sedoso las respuestas más oportunas. Después de tener acceso a esa casa metamorfoseada en luz, la dama que nos recibía nos hablaba de todos los aperitivos que ofrecía su cuerpo, algunos mágicos que de su belleza dimanaban y que se expresaban en números y curiosas palabras: el sesenta y nueve, el pollo asado, entre otras extravagancias, donde la matemática se mezclaba con el arte culinario dando lugar a una teoría imaginaria de una ciencia nueva”.

Notas

1. Los griegos pensaban que todo segmento era conmensurable, es decir si dados dos segmentos “A” y “B” de longitudes respectivas “a” y “b”, entonces existía un intervalo “C” de longitud “c” tal que “a=mc” y “b=nc” con m,n números enteros no negativos diferentes del cero. Por lo tanto $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ representaba un número racional. La de-

mostración sorpresiva obtenida por los pitagóricos de la irracionalidad del número $\sqrt{2}$, ensombrecía ese pequeño paraíso que envolvía a la matemática griega. Haremos una demostración sencilla de este hecho. Consideremos un triángulo rectángulo $\Delta(A,B,C)$ de vértices A,B,C , tal que los lados \overline{AB} \overline{AB} representan los catetos y \overline{BC} la hipotenusa. Suponemos además que la longitud del segmento \overline{BC} es la unidad, al igual que la de \overline{AB} . Si “ a ” es la longitud del segmento \overline{BC} , entonces por el teorema de Pitágoras: $a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$. Se deduce que $a = \sqrt{2}$. Veamos que el número $\sqrt{2}$ no es racional. Es decir no se puede representar como una fracción o quebrado. Si $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$, donde n y

m no tiene divisores comunes, entonces $\sqrt{2^2} = 2 = \frac{n^2}{m^2}$, luego

$2m^2 = n^2$ (*). Como el número n^2 es par, deducimos que n es un número par, es decir $n=2h$, para algún número h . Finalmente sustituyendo en la igualdad (*), tenemos que $2m^2 = 4h^2$ y por lo tanto luego $m^2 = 2h^2$ es también par, al igual que m . Es decir 2 es un divisor común de m y n respectivamente, lo que contradice la forma en que elegimos la fracción $\frac{n}{m}$. Geométricamente el número $\sqrt{2}$ representa la

longitud de la hipotenusa del triángulo rectángulo considerado y no puede ser conmensurable en el sentido de los matemáticos griegos.

2. El binomio de Newton es una famosa fórmula matemática que generaliza la fórmula algebraica $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, conocida por todos nosotros del álgebra elemental, donde a, b representan números cualesquiera. Esta fórmula viene dada mediante la expresión matemática $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$, donde n, m, k , son números ente-

ros no negativos cualesquiera y $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ es un número ente-

ro no negativo, donde si k es un número entero no negativo, entonces $k! = k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \dots 2 \cdot 1$, es decir la multiplicación de los factores decrecientes que indica la anterior expresión. Así por ejemplo $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Se conviene que $0! = 1$. Si en el binomio de Newton consideramos $n = 3$, entonces:

$$(a+b)^3 = \sum_{k=0}^3 \binom{3}{k} a^k b^{3-k} = \binom{3}{0} a^0 b^{3-0} + \binom{3}{1} a^1 b^{3-1} + \binom{3}{2} a^2 b^{3-2} + \binom{3}{3} a^3 b^{3-3} = \binom{3}{0} b^3 + \binom{3}{1} a b^2 + \binom{3}{2} a^2 b + \binom{3}{3} a^3,$$

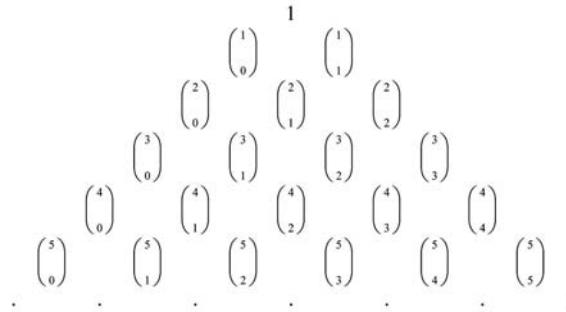
donde hemos usado de que $a^k = a \cdot a \dots a$ (k - veces), es decir hemos multiplicado a por sí mismo un número k de veces. El símbolo a^k es la representación matemática de la operación potenciación. Análogamente con b^{n-k} . Se acuerda convenir que $a^0 = b^0 = 1$ y $a^1 = a, b^1 = b$. Con estas aclaraciones tenemos que

$$\binom{3}{0} = \frac{3!}{(3-0)!0!} = \frac{3!}{3!0!} = \frac{6}{6} = 1, \binom{3}{1} = \frac{3!}{(3-1)!1!} = \frac{3!}{2!1!} = \frac{6}{2} = 3$$

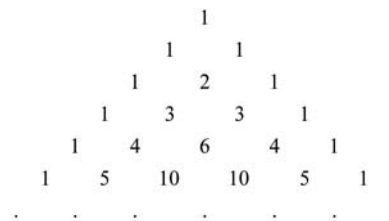
$$\binom{3}{2} = \frac{3!}{(3-2)!2!} = \frac{3!}{1!2!} = \frac{6}{2} = 3, \binom{3}{3} = \frac{3!}{(3-3)!3!} = \frac{3!}{0!3!} = \frac{6}{6} = 1.$$

Así tenemos que $(a+b)^3 = b^3 + 3ab^2 + 3a^2b + a^3$. Los números enteros no negativos de la forma $\binom{n}{k}$ se les llaman números binomiales.

3. Si en el binomio de Newton $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$, consideramos el caso particular para $a=b=1$, entonces podemos escribir la fórmula mediante $(1+1)^n = 2^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$. Los valores $\binom{n}{k}$ pueden disponerse en forma de triángulo para valores distintos de $n = 0, 1, 2, \dots$, como lo ilustramos en el siguiente diagrama conocido con el nombre de triángulo de Pascal:



El cual en forma numérica nos da el diagrama:



Observe que en el triángulo anterior, los números aparecen distribuidos simétricamente con respecto a la bisectriz del ángulo formado por los lados que coinciden en el vértice superior. Formalmente esto significa que vale la expresión $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$. Así por ejemplo $\binom{3}{1} =$

$\binom{3}{3-1} = 3$. Considere ahora tres número combinatorios dispuestos

en el triángulo de Pascal de la forma siguiente:

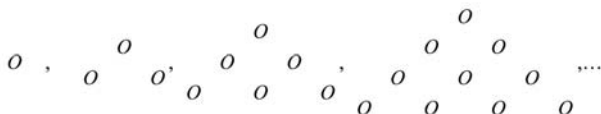
$\binom{n}{k-1}$ $\binom{n}{k}$ $\binom{n+1}{k}$ donde hemos supuesto que $\binom{n+1}{k} \neq 1$, entonces

vale que $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$. Así por ejemplo $\binom{5}{2} = 10 = \binom{4}{1} + \binom{4}{2} = 4 + 6$.

4. Consideremos la diagonal del triángulo de Pascal que indica el dibujo:

1
3
6
10
.

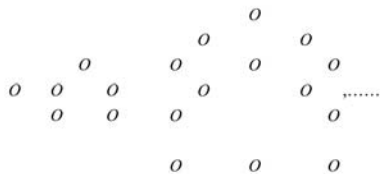
Los números en esta diagonal se llaman triangulares ya que se pueden ver como triángulos equiláteros de la siguiente manera:



Finalmente consideremos:

1
5
14
30
.

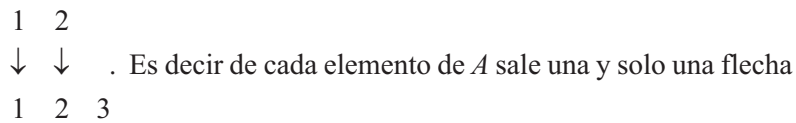
Los números en esta diagonal se llaman piramidales ya que se pueden ver como pirámides de bases cuadradas como lo indica el dibujo:



5. George Cantor fue uno de los grandes matemáticos entre los que estudiaron el infinito. Él probó la existencia de infinitos infinitos. Tratemos de explicar lo que esto significa matemáticamente. Un conjunto cualquiera tiene un cardinal o números de elementos. El conjunto $A = \{1,2,3\}$ tiene exactamente tres elementos y por lo tanto en símbolo escribimos $\#(A) = 3$ (el cardinal de conjunto A es tres). Si $T = \{1,2,3,\dots,n\}$ donde n es un número entero no negativo, entonces $\#(T)=n$. Es decir el conjunto T tiene n elementos. A este tipo de conjuntos se les llama finitos, a diferencia del conjunto $N = \{1,2,3,\dots,n,\dots\}$ de los números enteros no negativos, el cual es infinito ya que $1 < 1+1=2 < 2+1=3 < 3+1=4 < \dots < (n-1)+1=n < \dots$. Es decir dado cualquier número entero no negativo siempre existe uno distinto de él que lo supera. Así diremos que el cardinal de A es infinito. Consideremos ahora los conjuntos $B = \{a,b,c\}$, $C = \{1,2\}$ y $P = \{2,4,6,8,\dots,2n,\dots\}$ (conjunto de los números pares no negativos). Es claro que $\#(B) = 3$ y $\#(C) = 2$. Aunque los conjuntos A y B sean de naturaleza distinta, tienen la propiedad común de tener el mismo número de elementos. Esto en forma abstracta significa que existe una correspondencia biyectiva entre el conjunto A y el conjunto B , la cual podemos ilustrar mediante el diagrama:



hacia un elemento de B ; y en cada elemento de B llega una flecha procedente de un elemento de A . En cambio $\#(C) = 2 < \#(A) = 3$. Esto significa que existe una correspondencia inyectiva entre el conjunto B y el conjunto A , la cual podemos ilustrar mediante:



hacia un elemento de B ; y en cada elemento de B puede llegar a lo sumo una sola flecha procedente de un elemento de A . En el caso del conjunto P decimos que $\#(N) = \#(P)$ ya que entre ellos se puede establecer una correspondencia biyectiva mediante:

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & \dots & n & \dots \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 2 & 4 & 6 & \dots & \dots & \dots & 2n & \dots
 \end{array}$$

Dado dos conjuntos cualquiera H y G , diremos que H es un subconjunto de G , si todo elemento de H es también un elemento de G , y escribimos $B \subset A$. Así por ejemplo el conjunto $C = \{1,2\}$ es un subconjunto de $A = \{1,2,3\}$ ya que los elementos 1 y 2 del conjunto C son también elementos del conjunto A . Por el símbolo 2^H entendemos el conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de H . Así $2^A = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, A, \emptyset\}$, donde por \emptyset entendemos el conjunto vacío, es decir el conjunto que no tiene elementos. Así por ejemplo el conjunto formado por el octavo y noveno día de la semana, es el conjunto vacío ya que no tiene elementos. Se tiene por lo tanto que $\#(2^A) = 8 = 2^3 = 2^{\#(A)}$. Es decir $\#(A) = 3 < \#(2^A) = 8$. En general se prueba que $\#(H) < \#(2^H)$ para cualquier conjunto H no vacío. Es decir es imposible establecer una correspondencia biyectiva entre los conjuntos H y 2^H . En cambio existe una correspondencia inyectiva de H en 2^H . Finalmente como $\#(N) < \#(2^N) < \#(2^{2^N}) < \#(2^{2^{2^N}}) < \dots$, con cada uno de los miembros de la sucesión, siendo conjuntos de cardinal infinito, obtenemos una prueba de lo observado por Cantor.

Referencias documentales

- DUCASSE, Isidoro. 1974. **Los Cantos de Maldoror**. Editorial Labor. Barcelona, España.
- GARCÍA BACCA, Juan David. 2002. **Ensayos y estudios**. Fundación para la cultura urbana. Caracas.
- PESSOA, Fernando. 1987. **Poesía**. Alianza Tres. Madrid.
- ROSALES, Edixo. 2007. **La Fugacidad de la Mirada**. Ediluz. Universidad del Zulia, Maracaibo.