

LAS REPRESENTACIONES NUMÉRICAS DE ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE PRIMARIA: UN ESTUDIO SOBRE LOS NIVELES DE DESARROLLO PROGRESIVO¹

Cristianne María Butto Zarzar², Linda Mónica Gómez Ortiz³

*Universidad Pedagógica Nacional.
(Ajusco - México)*

Fecha de recepción: Junio 12, 2014

Fecha de aprobación: Julio 21, 2014

RESUMEN

Se estudian las representaciones numéricas en niños de 1° grado de primaria de una escuela pública del Distrito Federal, México. Objetivos: 1) Describir niveles de desarrollo progresivo, 2) Diseño y aplicación de un plan de actividades y 3) Verificar la evolución de las nociones matemáticas. Marco teórico: Trayectorias hipotéticas de aprendizaje y su adecuación en los niveles de desarrollo progresivo de Clements y Sarama. Metodología: Estudio cualitativo. Etapas del estudio: 1a etapa: aplicación de un cuestionario inicial sobre contexto numérico y entrevista clínica individual; 2a etapa. Aplicación de un plan de actividades y 3a etapa. Aplicación de dos cuestionarios finales. Los resultados mostraron que los niños elaboran ideas intuitivas para escribir e interpretar números. Durante el desarrollo del plan de actividades los niños transitaron hacia niveles de desarrollo más avanzado, confrontando sus ideas y acercándose gradualmente a las reglas de la escritura numérica.

Palabras clave: Escritura numérica, plan de actividades, niveles de desarrollo progresivo, educación básica.

NUMERIC REPRESENTATIONS OF FIRST GRADE STUDENTS IN ELEMENTARY SCHOOL: A STUDY ABOUT PROGRESSIVE LEVELS OF DEVELOPMENT

ABSTRACT

Numeric representations are studied in children 1st grade at a public school in Mexico City, Mexico. Objectives: 1) To describe progressive levels of development and its implications for teaching the rules of the system of Indo-Arabic decimal numbering 2) Design and activities plan application and 3) verify the evolution of mathematical notions Theoretical. Framework: hypothetical learning trajectories and their adaptation in levels of progressive development by Clements and Sarama. Methodology: qualitative study. 1st stage. Implementation of an initial numeric questionnaire and individual clinical interview; Stage 2. Activities plan implementation and Stage 3. Application of two final questionnaires. The results showed that the children make intuitive ideas to write and interpret numbers. During the activities plan development children moved to more advanced levels of development, confronting their ideas and gradually approaching the numerical rules of writing.

Key words: numerical writing, activities plan, levels of progressive development, basic education.

Cómo citar/How to cite

Butto, C. y Gómez, L. M. (2014). Las representaciones numéricas de estudiantes de primer grado de primaria: Un estudio sobre los niveles de desarrollo progresivo. *REVISTA HORIZONTES PEDAGÓGICOS*, 16. 9-23.

¹ Este estudio forma parte de la Tesis Doctoral de la Maestra Linda Mónica Gómez Ortiz del Programa de Doctorado en Educación en la Línea de Educación Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional Ajusco, bajo la dirección de la Dra. Cristianne María Butto Zarzar.

² Docente investigadora t/c de la Universidad Pedagógica Nacional Ajusco. México. Contacto: cirstianne_butto@hotmail.com

³ Estudiante de doctorado en Educación. Universidad Pedagógica Nacional. Ajusco. México. contacto:mogo233@hotmail.com.

INTRODUCCIÓN

Diversos estudios muestran que los niños elaboran ideas intuitivas sobre el sistema de numeración decimal indo-arábico mucho antes de enfrentarse a la enseñanza de dicho contenido escolar. Autores como Lerner y Sadovsky (1994) comentan que los niños elaboran sus propias reglas para entender la funcionalidad del sistema. Estos autores realizan un estudio sobre cómo los niños interpretan y desarrollan las primeras nociones del sistema de numeración decimal antes y después de ingresar a la escuela y concluyen que los niños consolidan sus hipótesis sobre el sistema de manera gradual.

Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000) exploran las reglas intuitivas que los niños elaboran para expresar los conceptos numéricos que han adquirido, encontrando diversas escrituras no convencionales que reflejan su comprensión sobre cómo funciona el sistema de numeración. A partir de los resultados obtenidos por dichos autores, los resultados se reportan en las siguientes categorías que a continuación se mencionan:

- *Notaciones múltiples.* En esta categoría se agruparon las representaciones en relación directa con la colección representada en forma de grafías como círculos, palitos o pseudoletras, hasta la escritura de secuencias numéricas y la repetición del numeral, por ejemplo, la escritura de tres círculos (○○○) para representar el número 3.
- *Notaciones para el número y clases de números.* Esta categoría describe las escrituras como producción de grafías arbitrarias que podían o no registrar características particulares de los números, por ejemplo (010) para la escritura del número cien.
- *Notaciones logorítmicas.* Esta categoría consistió en la escritura de acuerdo con la denominación oral del número. Los niños representaban cada una de las palabras numéricas, por ejemplo, seiscientos veinte (60020).

- *Notaciones compactadas.* En esta categoría el conflicto entre la representación de la denominación oral del número y la cantidad de cifras provocó la modificación de la escritura numérica y se observaron notaciones compactadas de las palabras-número que sonaban en la denominación oral, por ejemplo (1020) para escribir el número ciento veinte.

Los resultados del estudio de Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000) muestran que los niños privilegiaban el registro de algún aspecto del número en la escritura no convencional, como la numerosidad de la colección, la correspondencia uno a uno o las características recuperan de la numeración hablada y avanzan hacia la convencionalidad de la escritura numérica cuando comprenden las reglas que rigen al sistema de numeración decimal indo-arábico.

Brizuela y Cayton (2010) realizan un estudio con niños preescolares hasta segundo grado de primaria. Analizan las representaciones numéricas que realizan los niños bajo dos condiciones: la presentación de los números de manera oral y con fichas de valor. Los autores aseguran que las diferencias en los tipos de representaciones se asocian a diversas respuestas no convencionales que sustentan las ideas intuitivas de los niños sobre el sistema. Los resultados muestran que en las respuestas no convencionales los niños buscan una forma de representar los números, atendiendo a características como: la cardinalidad del conjunto de fichas o a la cantidad de dígitos que contiene el numeral, acercándose de manera gradual a la comprensión de las reglas de funcionamiento del sistema de numeración.

En lo que respecta a las respuestas convencionales, los autores observan que los niños ajustan sus ideas sobre las reglas del sistema cuando confrontan sus hipótesis con la necesidad de comunicar de manera veraz una cantidad, por ejemplo: atienden a las características de la numeración hablada y registran todas las palabras numéricas como (100701) para “ciento setenta y uno” y gradualmente omiten la escritura de los ceros hasta llegar a una notación

compactada (171), esto demuestra que integran la propiedad de la escritura posicional.

Brizuela (2004) realizó un estudio con niños estadounidenses y presenta el caso de George, un pequeño de 5 años que sabe que la escritura para 9 y 19 debe ser diferenciada; la información que le ofrece la numeración hablada le permite identificar en “nineteen” el número “nine”, pero para diferenciar la escritura y representar la segunda parte del número recurre a la escritura del cero y su producción final resulta ser (90). La autora reconoce que las ideas intuitivas que elaboran los niños les permiten apropiarse gradualmente de las reglas del sistema al darse cuenta de las contradicciones entre la numeración hablada y la escritura numérica.

Brizuela y Gravel (2013) utilizan el término “representación” para referirse al producto y al proceso, es decir, el producto como un registro observable que puede ser una escritura o un gráfico, y al proceso como la construcción de las ideas que ocurren en la mente de los individuos. Los autores exploran como las representaciones permiten expresar ideas y hacer que éstas tengan sentido, al mismo tiempo que el uso de estas representaciones ayuda al individuo a organizar y refinar sus ideas confrontando lo que saben, lo que quieren comunicar y la manera en que lo hacen comprensible para otros.

Para comprender mejor las ideas intuitivas que los niños desarrollan sobre escritura también es importante entender como un sistema de numeración decimal funciona desde el punto de vista matemático, pues esto nos ayudará a comprender como se lleva a cabo la transición de las nociones intuitivas que elaboran los niños hacia las reglas formales que la escuela pretende enseñar. A continuación, se presenta el análisis realizado por Díaz y Butto (2011) sobre las características de un sistema de numeración decimal.

Díaz y Butto (2011) afirman que un sistema de numeración consiste en darle a cada número un nombre y una representación escrita utilizando un reducido repertorio de signos que, siguiendo

reglas, permitan la representación de cualquier cantidad, cada sistema cuenta con reglas particulares que hacen válida o no una representación, por ejemplo en el SND la representación de “2” es válida, mientras que la representación en el sistema binario resultaría ser {10}. Desde el punto de vista del conocimiento matemático, el sistema de numeración decimal se conforma a partir de ciertas características que hacen posible la representación de cualquier cantidad, como son:

- La propiedad posicional refiere que el valor de un dígito depende del símbolo utilizado y de la posición que ocupa en el número.
- La base diez corresponde a que cada cifra en el número, es un coeficiente de la base 10, los valores de cada cifra se incrementan por la posición que ocupan en el número en potencias de diez.
- La propiedad multiplicativa es el valor absoluto del dígito por el valor asignado por su posición.
- La propiedad aditiva se refiere a que la cantidad que representa el numeral es la suma de cada uno de los valores de los dígitos que la constituyen.

Para Terigi y Wolman (2007) el sistema de numeración decimal es un sistema de representación que involucra aquellos elementos que son representados como los números, las cantidades y la cuantificación, además de las relaciones que existen entre los números para representar cualquier cantidad y éstos se manifiestan en las reglas que gobiernan el sistema. Consideramos que esta noción del sistema de numeración decimal como sistema de representación, debe prevalecer sobre la noción que tenemos como adultos, donde el sistema de numeración implica sólo una técnica de traducción de cantidades a una forma gráfica.

Pasando de la esfera psicológica a la didáctica, encontramos los estudios de Block y Álvarez (1999) y Ramírez y Block (2006), estos estudios indagaron sobre la puesta en práctica de situaciones didácticas

que favorecen aspectos relacionados con la noción de número natural.

Block y Álvarez (1999) analizan lecciones sobre número natural durante cuatro décadas, para ver de qué manera las corrientes de pensamiento influyeron en la conceptualización de la noción de número y su aplicación en el trabajo en el aula. Concluyen que un acercamiento didáctico para la enseñanza matemática debe considerar dos referentes principales: por un lado el estudio específico de la enseñanza y por otro el análisis sobre el aprendizaje de este contenido escolar, para el diseño de actividades que permitan a los niños avanzar conceptualmente.

Desde la didáctica de la matemática, Ramírez y Block (2006) aportan la definición del número natural con base a las situaciones en donde éste funciona, es decir, utilizar el número para ordenar y comparar dos colecciones, para comunicar una cantidad y en las situaciones de estructura aditiva. Los resultados revelan que la planeación de situaciones didácticas que implican un reto, propician que los niños realicen diferentes representaciones no convencionales del número hasta llegar a la representación numérica formal y lo logran, una vez que han comprendido lo que el número representa.

Los estudios de Block y Álvarez (1999) y Ramírez y Block (2006) reconocen la importancia de la planeación de situaciones didácticas, donde se define claramente el conocimiento que se desea enseñar sin perder de vista el estudio sobre el aprendizaje.

El presente estudio es parte del proyecto de investigación doctoral "Representaciones numéricas: Un estudio con niños de 1er grado de primaria", en el que se analizan las representaciones numéricas que elaboran los niños sobre las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábico y cómo logran transitar de las nociones intuitivas hacia las reglas formales.

A continuación se presentan los objetivos del estudio:

Objetivos del estudio

- Describir los niveles de desarrollo progresivo en lo que respecta a la escritura numérica.
- Verificar la viabilidad del plan de actividades para favorecer la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábico.
- Realizar un seguimiento de los niveles de desarrollo progresivo a lo largo del estudio.

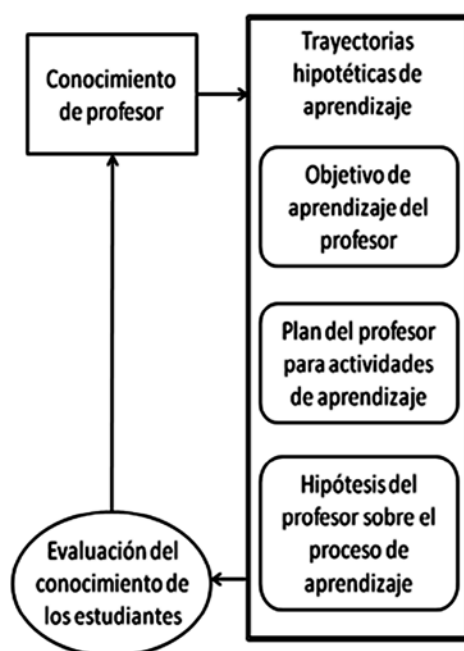
MARCO TEÓRICO

El marco teórico se fundamenta en las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA) de Simon (1995), como parte del modelo del ciclo de enseñanza de las matemáticas. Este modelo ofrece una descripción de los procesos de aprendizaje de los alumnos, y una visión de cómo se debe enseñar, por lo cual se enfoca en la relación que debe existir entre el conocimiento sobre los procesos de aprendizaje de los alumnos y el diseño de actividades que promueven el aprendizaje.

En la Figura 1, se muestra el ciclo de enseñanza de las matemáticas, y se incluyen los elementos que conforman la trayectoria hipotética de aprendizaje. Este modelo consiste en una interrelación cíclica entre los aspectos de conocimiento de los maestros, los objetivos de enseñanza y la toma de decisiones sobre las actividades.

En el ciclo de enseñanza de las matemáticas se hace evidente que la selección de los conceptos matemáticos es el punto de partida de la trayectoria hipotética; resulta crucial que el investigador profundice sobre las conceptualizaciones matemáticas iniciales de los niños, para que el plan de actividades y la conjetura sobre los procesos de aprendizaje tengan coherencia con el objetivo de la enseñanza, es decir, para alcanzar el logro de los aprendizajes es necesario considerar los conocimientos que los niños tiene sobre el aspecto matemático abordado y conocer la manera en que los niños aprenden, para finalmente, elaborar el plan de actividades.

Figura 1. Ciclo de la enseñanza de las matemáticas (Simon, 1995, p. 136).



La noción de trayectorias hipotéticas de aprendizaje ha tenido diversas interpretaciones y usos, por ejemplo, Gómez y Lupiañez (2007) proponen una adaptación de esta noción para apoyar la formación inicial de profesores de secundaria en el diseño de unidades didácticas.

Por su parte, Clements, Wilson y Sarama (2004) utilizaron las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, como un instrumento para constatar los niveles de aprendizaje en la composición de figuras geométricas y describen niveles de progresión y sugieren que los niños transitan hacia esos niveles de pensamiento en el desarrollo de habilidades para la composición de figuras de dos dimensiones.

En este estudio, recuperamos la noción de Clements, Wilson y Sarama (op.cit. 2004) sobre trayectorias hipotéticas de aprendizaje para describir el aprendizaje de los niños, diseñar un plan de actividades y elaborar niveles de desarrollo progresivo, para explicar cómo los niños transitan a los diferentes niveles de desarrollo cuando son expuestos a actividades que favorecen la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo.

METODOLOGÍA

El estudio es de tipo descriptivo y explicativo, de corte cualitativo. Lo que se busca en el estudio es analizar diversos aspectos de la escritura numérica describiendo la manera en como el niño avanza hacia el conocimiento formal de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo, participando en tareas de escritura e interpretación de números.

Participantes

En el estudio participaron seis niños de primer grado de primaria con edades entre 6-7 años, en una escuela pública de la Ciudad de México. El nivel socioeconómico de la población es medio y bajo, en promedio el nivel educativo de los padres de familia es de secundaria o primaria incompleta.

Etapas del estudio

Las etapas del estudio fueron tres: 1era etapa: Aplicación de un cuestionario inicial para la escritura e interpretación de números seguido de una entrevista clínica individual, 2da etapa: Diseño y aplicación de un plan de actividades y 3era etapa: Aplicación de dos cuestionarios finales sobre escritura e interpretación de números.

Primera etapa del estudio: Diseño y aplicación de un cuestionario inicial y entrevista clínica individual

La primera etapa consistió en el diseño y aplicación de un cuestionario inicial, seguido de una entrevista clínica individual. El cuestionario inicial exploró las ideas de los niños sobre aspectos como: el conteo, el dictado de números y la escritura alfabética de números. Su aplicación tuvo como objetivo indagar sobre las nociones que han construido los niños respecto al sistema de numeración decimal, de acuerdo con las ideas matemáticas abordadas en el cuestionario.

A continuación se presenta la tabla 1 en donde se describe la solicitud de las preguntas del cuestionario inicial al momento de la aplicación.

Tabla 1. Cuestionario inicial sobre escritura e interpretación de números

Idea matemática	Pregunta	Aspecto matemático	Solicitud de la pregunta
Escritura de números	1	Escritura numérica	Se le pide al niño que escriba los números dictados desde una hasta cuatro cifras, de los cuales hay números con ceros intermedios en la posición de las unidades, decenas y centenas.
	2	Antecesor y sucesor	Se le pide al niño escriba el número que va antes y el que va después del número presentado con dos, tres y cuatro cifras.
	3	Segmento de secuencia numérica	Se le solicita al niño que complete la serie numérica a partir del número presentado en el rango de las decenas y centenas.
	4	Representación de cantidad	Se le solicita al niño que cuente conjuntos con cantidades del 1 al 9 y escriban el número que representa a la cantidad.
	5	Representación de cantidad	Se le solicita al niño que cuente los elementos que hay en conjuntos que van en el rango de los 15 a los 60 elementos y escriban el número que representa a la cantidad.
Interpretación de números	6	Serie numérica oral	Se le solicita al niño decir la serie numérica oral del 1 al 100 al mismo tiempo que señala los números mostrados en un cuadro de diez por diez.
	7	Escritura alfabética	Se le solicita al niño que escribe con palabras el nombre de los números presentados de una, dos, tres y cuatro cifras, de los cuales hay números con ceros intermedios en la posición de las unidades, decenas y centenas.

Segunda etapa del estudio: Diseño y aplicación de un plan de actividades

La segunda etapa corresponde a la aplicación de un plan de actividades, que es el diseño de actividades consecutivas y relacionadas entre sí en las que se trabajan tareas sobre el concepto de número natural y las reglas del SND, como son: la propiedad aditiva y multiplicativa del sistema, el agrupamiento en unidades multiunitarias y el valor posicional en la escritura de cantidades. El objetivo del plan de actividades fue favorecer el aprendizaje de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo a partir de las ideas iniciales de los niños.

A continuación se presenta la tabla 2 en donde se describe la solicitud de la pregunta de cada una de las actividades del plan.

El plan actividades constó de siete actividades. Las tres primeras actividades fueron situaciones de conteo en donde se exploran ideas sobre los números y la agrupación como forma económica del conteo, además se abordó la escritura del número como representación de cantidad. En las siguientes dos actividades se trabajó las propiedades del sistema de numeración decimal indo-arábigo, la propiedad aditiva y multiplicativa del sistema en tareas de descomposición de cantidades.

Tabla 2. Plan de actividades para el sistema de numeración decimal

Actividad	Aspecto matemático	Solicitud de la pregunta
1	Descomposición	Se le solicita al niño representar con la combinación de sus dedos, una cantidad en el rango de los primeros números.
2	Agrupación, idea de base	Se le pide al niño que recurra a la agrupación como una forma económica para hacer el conteo de cantidades mayores.
3	Secuencia numérica oral Escritura numérica como representación de la cantidad	Se le pide al niño realizar el conteo de los juguetes y registrarlo en una tabla de doble entrada. Posteriormente se le solicita compare las cantidades a partir de la escritura de los números.
4	Agrupación, base 10, propiedad aditiva	Se le pide al niño reabastecer la juguetería entregando la cantidad solicitada utilizando paquetes de 100, cajas de 10 y juguetes sueltos.
5	Antecesor y sucesor, orden estable de la serie numérica	Se le solicita al niño colocar los números que faltan en secuencias de números de dos dígitos.
6	Sistema de numeración decimal. Sistema monetario	Se le pide al niño que compre los dulces que le alcanzan con cierta cantidad, así como se le solicita que hagan combinaciones en el uso de las monedas.
7	Sistema de numeración decimal. Sistema monetario	Se le pide al niño que pague con monedas y/o billetes el costo de diferentes objetos. Se le solicita que hagan las combinaciones posibles para representar la misma cantidad.

Finalmente, en las dos últimas actividades del plan de trabajo, se recuperaron las propiedades del sistema de numeración decimal indo-arábigo, apoyando la actividad de los niños con el uso de materiales como las monedas y los billetes del sistema monetario, partiendo de que los niños han tenido experiencias concretas de intercambio y uso de estos materiales, que les permiten elaborar ideas sobre cómo funcionan los números y las reglas que gobiernan al sistema de numeración decimal.

Tercera etapa del estudio: Diseño y aplicación de cuestionarios finales

La tercera etapa consistió en la aplicación de dos cuestionarios finales. El primero fue una versión del cuestionario inicial, el objetivo fue identificar cómo evolucionan las ideas de los niños sobre la escritura e interpretación de números. Para el segundo cuestionario se elaboraron preguntas, a partir de las tareas del plan de actividades, con el propósito de identificar la evolución de los conocimientos

matemáticos de los niños y cómo en situaciones concretas utilizaron esos conocimientos.

Análisis de los datos

A continuación se describe como se realizó el análisis de los datos correspondiente a la primera y segunda etapas del estudio.

Primera etapa. El análisis de los datos de la primera etapa se realizó en tres fases: Se identificaron niveles de logro: inicial, medio y alto, se describieron las categorías para la escritura numérica y se elaboraron niveles de desarrollo progresivo.

Fase 1. Niveles de logro

Los niveles de logro son los conocimientos y las habilidades que demuestran los niños en las actividades matemáticas con base a los conocimientos que se esperan que los niños aprendan en el curso escolar (SIMCE, 2008). A continuación se describe

los niveles de logro identificados para la escritura e interpretación de números.

Niveles de logro para la escritura e interpretación de números

Nivel de logro

Inicial: Utilizan el rango de los primeros números y aplicar este conocimiento a todos los números presentados.

- a. **Interpretación:** Los niños identifican alguno de los números en las cifras y los nombran dentro del rango de los primeros números del 1 al 9.
- b. **Escritura:** Los niños utilizan la escritura de grafías inventadas o la escritura de un dígito de los primeros números, para escribir cualquier cantidad aun cuando se trata de números de más de dos cifras.

Medio: Recurren al conocimiento que tienen de los números en un rango mayor, elaboran ideas intuitivas para aplicar los que saben a cifras que salen de su rango de dominio.

- a. **Interpretación:** Separan en cifras de uno o dos dígitos para nombrar los números presentados y utilizan un rango de dominio entre el 1 y el 29 aproximadamente para interpretar las cantidades.
- b. **Escritura:** Escriben de manera convencional números en el rango del 1 al 29, en números de dos dígitos realizan variaciones con su prefijo de los 20's y algunos de los números que identifican. Con números de 3 ó 4 dígitos escriben variaciones de dos números.

Alto: Realizan variaciones con el conocimiento que tienen de los números y reconocen características particulares de números de 3 y 4 cifras.

- a. **Interpretación:** Identifican cifras en el número a partir de los nudos conocidos y adecúan la interpretación del número haciendo coincidir

la emisión sonora con cada parte del número presentado.

- b. **Escritura:** Utilizan la propiedad multiplicativa del sistema conservando características de los nudos y la propiedad aditiva del sistema escribiendo la cantidad de dígitos de cada una de las cifras que reconocen en el número.

Fase 2. Categorías de escritura numérica

Las categorías de la notación numérica se refieren a las características en la escritura e interpretación de números que realizan los niños y son evidencias de las ideas intuitivas que han elaborado en su proceso de adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo. Las categorías se elaboraron a partir de las respuestas de los niños en la 1era etapa del estudio que constó de la aplicación de un cuestionario de escritura e interpretación de números y son reportados en Gómez y Butto (2013). Cabe señalar que se retomaron categorías como las escrituras extendidas de Lerner y Sadvosky (1994), las características de los nudos de Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000) y la omisión de dígitos de Brizuela y Cayton (2010), para el análisis de las manifestaciones en las respuestas de los niños sobre la escritura numérica.

En la tabla 3, se muestran las categorías para cada una de las tareas matemáticas.

Fase 3. Nivel de desarrollo progresivo

De acuerdo con Clements, Wilson y Sarama (2004), los niveles de desarrollo progresivo tienen dos ejes fundamentales, por un lado la parte teórica que sirve de soporte para comprender cómo adquieren el conocimiento y por el otro, la parte práctica que resulta particular a cada uno de los casos de estudio, lo que hace diferente cada construcción de niveles de desarrollo progresivo.

Para la elaboración de los niveles de desarrollo progresivo, se analizaron las respuestas de los niños identificando las condiciones en la aplicación de las preguntas que les fueron presentadas, consi-

Tabla 3. Categorías para la escritura e interpretación de números.

Preguntas sobre escritura de números			Categorías	Preguntas sobre interpretación de números		
Dictado de números	Antecesor y sucesor	Serie numérica escrita	Conteo y representación numérica hasta 9 elementos	Conteo y representación numérica mayor a 10 elementos	Conteo del 1 al 100	Lectura de números
<p>En esta categoría los niños utilizaron la escritura de grafías para escribir los números, no hay evidencia de la numerosidad en los registros. Se clasificaron en esta categoría las escrituras de los niños cuando utilizaron grafías que se parecen a números y letras, así como escrituras de una misma grafía para todos los números presentados de una, dos y tres cifras.</p>			Grafías para números			
<p>En esta categoría se observaron evidencias de que los niños dominaban un rango del conteo entre el 1 y el 29 en la serie numérica oral y utilizaron el conocimiento de estos números para escribir números de dos cifras. Por ejemplo se clasificó en esta categoría escrituras de 15 para el dictado de veinticinco y 19 para el dictado de treinta y nueve.</p>			Rango de dominio	<p>En esta categoría, los niños se apoyaban del rango de la serie numérica oral aprendida para nombrar números de dos, tres o cuatro cifras, por ejemplo: leen “trece” para el número 39 o “veinticinco” para el número 50.</p>		
<p>En esta categoría los niños segmentaron los números en cifras conocidas, tomaban en cuenta el valor absoluto de cada dígito que conforma el número tratándolas como cifras separadas para reproducir la secuencia en la serie numérica. Por ejemplo, se clasificaron escrituras de 10 tanto para el número antecesor como para el número sucesor a partir del número 99 y la escritura de 736 como número sucesor de 625.</p>			Valor absoluto de los dígitos	<p>En esta categoría los niños aún no nombraban números de 3 y 4 cifras, por lo que separaban el número en cifras conocidas y nombraban cada segmento por alguno de los dígitos que dominan en los números.</p>		
<p>Esta categoría se tomó de Brizuela y Cayton (2010) en donde el número escrito contiene algunos de los dígitos del número presentado o se cambió un dígito por un cero. Por ejemplo se clasificaron escrituras de 3 para el dictado de 53 ó la escritura de 106 para el dictado de 116. Así como se observó esta característica al tratar números de tres cifras y los niños escriben 61 como número antecesor de 625.</p>			Omisión de dígitos			
<p>En esta categoría se recuperaron las observaciones de Scheuer y otros (2000) en donde los niños mantienen algunas características de los nudos, por ejemplo la escritura de 105 para el dictado de 500, o bien, escriben 10625 para el dictado de 625 recuperando la escritura inicial de los “cienes” y cambiando el resto de los dígitos por los números que reconocen de la cifra dictada</p>			Características de los nudos			

<p>En esta categoría los niños utilizaron escrituras similares para los nudos de cien y mil, o para cantidades mayores de la familia de las centenas, sin embargo al darse cuenta de su registro idéntico, intentaron variar el orden de los dígitos para atribuirle un valor diferente. Por ejemplo se clasificaron escrituras de 100 para el dictado de 100 y 001 para el dictado de 1000</p>	<p>Escrituras diferenciadas</p>
<p>En esta categoría los niños recuperaron la información que les proporcionó la numeración hablada y utilizaron el conocimiento que tienen de las decenas y centenas, lo que Lerner y Sadvosky (1994) refieren como nudos, para nombrar y/o escribir cantidades mayores. Los niños aplicaron la regla aditiva del sistema cuando escribieron cada una de las cantidades mencionadas en la cifra e interpretaron su escritura como una misma cantidad nombrando cada una de las cifras que conforman el número.</p>	<p>Escritura extendida</p>

derando si **éstas implicaron** la escritura o lectura de números y si contaban o no con un referente gráfico o con apoyo de la serie numérica oral. En la tabla 4 se presenta la descripción de niveles de desarrollo progresivo para las tareas de escritura.

Segunda etapa

Para el análisis de los datos de esta etapa se toman en cuenta las características de las actividades: por ejemplo, el tipo de apoyo concreto, gráfico o

Tabla 4. Niveles de desarrollo progresivo: Dictado de números

<p>Niveles de desarrollo progresivo</p>
<p>Tarea: dictado de números</p>
<p>Características: De lo oral a lo escrito y sin apoyo gráfico</p>
<p>Numérico secuencial: Los niños de este nivel de desarrollo utilizaron la serie numérica oral para identificar el número dictado y su representación gráfica. No realizaban la lectura convencional de los números que rebasan el rango de los 20's, sin embargo identificaron el número que ocupa el lugar de las unidades, pues en la oralidad estos números resultan legibles ya que conservaban el nombre de su valor absoluto, es decir, en el dictado del número "cincuenta y tres" el niño sólo identificó el número 3, pues para él la palabra "cincuenta" no representa el número 5.</p>
<p>Escritor de nudos: En este nivel de desarrollo los niños identificaron y escribieron de manera convencional números de dos dígitos. Además eran capaces de escribir los números que Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000) identificaron como los nudos, es decir, los niños escribieron cantidades como "cien" 100, "ochocientos" 800 y "mil" 1000.</p>
<p>Aditivos: Los niños de este nivel de desarrollo escribieron cada una de las cifras que identificaron en la oralidad del número dictado, reconocieron la propiedad aditiva del sistema, pues pusieron atención a que cada parte del número estuviera representado en la escritura, es decir, para "mil quinientos cincuenta" escriben 100050050. Además fueron capaces de economizar la escritura de los números de dos dígitos que ya dominan y para "ciento veintiséis" escriben 10026</p>
<p>Convencionales: En este nivel de desarrollo los niños se acercaron a la convencionalidad omitiendo alguno o todos los ceros de los nudos para escribir los números, es decir, para seiscientos veinticinco escribieron 6025 omitiendo un cero de la cifra de los 600, o bien, 625 como escritura convencional.</p>

simbólico que se les ofrece a los niños durante la aplicación. Además, se puntualiza en los aspectos matemáticos que los niños trabajan durante las actividades. Finalmente estos datos alimentaron la elaboración de los niveles de desarrollo progresivo y la manera como los niños avanzaron en la adquisición de las reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo.

RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de la primera y segunda etapa del estudio, que corresponden a la aplicación del cuestionario inicial y el diseño e implementación del plan de actividades.

Primera etapa del estudio

De manera general, los resultados mostraron que las respuestas de los niños se ubicaron en las categorías que describen un conocimiento intuitivo. La mayoría de los niños dominaban un rango de conteo en el segmento del 1 al 20 aproximadamente, lo que se reflejó en los elementos que tomaban en cuenta para la interpretación y escritura de números, por ejemplo: nombraron al número 39 como “veintitrés”, “veinticinco” para 500 y “veintiocho” para 508. Además se observó que en el proceso de aprendizaje de las reglas del sistema los niños tomaban en cuenta las ideas que habían elaborado acerca de los números que conocen y la información que les proporciona la numeración hablada, por ejemplo: escriben “100050” y “1000500” para escribir los números dictados 1050 y 1500, escribiendo la cifra completa por su denominación oral.

Para ejemplificar el análisis realizado, se consideró el caso de Axel¹, tomando elementos como: el nivel de logro inicial, las características de su escritura analizada de acuerdo a las categorías de la escritura numérica y finalmente, la descripción del nivel de desarrollo mostrado en los dos momentos de aplicación: primera y segunda etapa.

¹ Se utiliza el nombre ficticio Axel, manteniendo sólo la letra inicial del nombre real del niño que participó en el estudio.

Nivel de logro

El nivel de logro que mostró Axel fue alto durante la aplicación del cuestionario inicial. A partir de las tareas de escritura, fue capaz de reconocer características particulares de los números, como la escritura de los nudos y usar este conocimiento para realizar la correspondencia escrita y sonora de los números dictados.

A continuación se muestra un fragmento de la entrevista clínica de Axel sobre su cuestionario inicial

Cuestionario de escritura numérica

Diálogo de Axel-investigadora

Investigadora: “¿Qué número escribiste aquí?”

Axel: “mmm, el cien”

Investigadora: “El cien”

Axel: “Si, porque el cien es un uno, un cero y un cero”.

Investigadora: “Y ¿qué número escribiste acá?”

Axel: “El mil”

Investigadora: ¿Cómo sabes cuál es el cien y cuál es el mil?

Axel: “Porque éste (señalando el 100) tiene dos ceros y éste (señalando el mil) tiene tres ceros. Este es el mil”

En este ejemplo, Axel reconocía características particulares de la escritura del cien y del mil y hacía referencia al número de ceros que se escriben para cada número. Para los niños, estos números son familiares pues han tenido contacto con su escritura en contextos sociales de su entorno como el uso de billetes, y es en este contexto en donde estos números, incluso antes de comprender la cantidad que representan, adquieren sentido y los niños saben cómo escribirlos.

Categorías de la escritura numérica

Con base en el análisis del cuestionario inicial, se elaboraron siete categorías de la escritura numérica. Ejemplo de ellas son las escrituras reportadas por Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas, Tiéche (2000), los autores observaron manifestaciones de una

escritura extendida. Los niños escriben los nudos y cifras completas utilizando la información de la numeración hablada tal y como las escuchan al ser nombrados los números.

La Figura 1 se muestra como evidencia de la categoría de escritura extendida.

En este ejemplo, Axel fue capaz de escribir de manera convencional los números “cincuenta”, “quinientos” y “mil” que le fueron dictados y con este conocimiento produjo otros números con la información que le proporciona la numeración hablada para escribir “mil cincuenta” con una escritura extendida, es decir, después de la escritura de 1000 (mil) agrega la escritura completa de 50 (cincuenta) y para “mil quinientos” conserva la cantidad de ceros en cada uno de las cifras nombradas en el número.

Niveles de desarrollo progresivo

En la pregunta donde se solicitó a los niños escribir los números dictados se encontraron cuatro niveles de desarrollo progresivo. Con base a los ejemplos anteriores, Axel se ubicó en el nivel de desarrollo progresivo correspondiente al nivel aditivo, pues no sólo identificó y escribió los nudos, sino que mostró intención de representar cada una de las cifras que reconocía en la oralidad del número dictado y tanto en la escritura como en la interpretación de su registro aplicó la propiedad aditiva del sistema leyendo el número como la adición de las cifras nombradas para nombrar el número completo.

Figura 1. Idea matemática: escritura numérica

Handwritten mathematical representation showing three stacked numbers: 1000, 100050, and 10005000, illustrating the concept of extended writing.

Segunda etapa de estudio

Los resultados obtenidos de la aplicación del plan de actividades son presentados en este apartado. Los resultados mostraron que los niños utilizaron los materiales como apoyo para acceder a las actividades que se les presentaron. Se observó que se les facilitó componer y descomponer cantidades utilizando el material para la representación, ya sean materiales concretos como fichas o el uso de monedas y billetes. De manera específica el uso de monedas y billetes les facilitó a los niños la representación y la interpretación de las cantidades, así como se observaron escrituras convencionales con la presentación de este material, además de que se favoreció la composición de cantidades utilizando unidades multiunitarias, es decir, representaron una misma cantidad sumando la denominación de monedas y billetes, por ejemplo: para representar el 100 utilizaron diez monedas de \$10 o dos billetes de \$50.

Los resultados que se reportan de esta etapa son algunos ejemplos de las escrituras o respuestas de Axel durante la aplicación del plan de actividades, observando cómo el niño transita hacia niveles de desarrollo progresivo más elaborados. En la medida en que se ponen a prueba sus hipótesis sobre la escritura de números, se observa que Axel, avanzó en su aprendizaje.

En la aplicación del plan de actividades, a los niños se les presentaron fichas y se les propuso utilizar la agrupación como una forma económica para el conteo, finalmente se les pidió que escribieran la cantidad total de elementos. Axel hizo uso del conocimiento que tiene de los nudos y en su registro se manifestaron diferentes escrituras. La Figura 2 es un ejemplo.

Figura 2. Aspecto matemático: Agrupación y registro

Cantidad registrada	Axel
189 fichas	.100.-80.-9. 10809

En este ejemplo, Axel inicialmente realizó una escritura extendida de la cantidad de elementos y los agrupó para luego, en el siguiente registro, comunicar la cantidad total en el que sólo ajusta la escritura de uno de los ceros de la primera cifra (100) y lo interpreta leyendo cada parte del número señalando un par de dígitos a la vez.

En esta fase de aplicación de plan de actividades, se le solicitó a Axel que utilizara la escritura numérica para representar la cantidad en tareas que implican el agrupamiento y la base diez y se observa que continuó ajustando sus ideas intuitivas sobre la escritura de números.

A partir del siguiente ejemplo, se percibe que Axel descompuso las cantidades en agrupaciones de cien, diez y unidad, representando de manera gráfica y numérica. La Figura 3 es un ejemplo de los ajustes que realizó el niño en su escritura.

En el ejemplo anterior, Axel representó la cifra “100” con un empaque de 100 elementos, al llegar a la siguiente cifra dibujó cada uno de los objetos acompañando su registro con el conteo verbal. En la escritura numérica de la cantidad total de elementos, no dudó en sustituir el cero en el lugar de las decenas para el registro de la siguiente cifra, y justificó su escritura explicando que 110 carritos se escribe con tres números, pues si escriben los ceros que corresponde a la escritura del 100 serían mil o más, al escribir más ceros el número se hace más grande.

Niveles de desarrollo progresivo


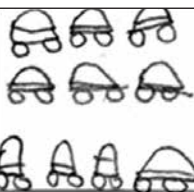
En los resultados de la primera etapa, las respuestas de Axel lo ubicaron en un nivel de desarrollo aditivo, en la escritura representó cada una de las cifras que reconocía en la oralidad del número dictado, leyendo el número como la adición de las cifras nombradas.

En los resultados obtenidos de la aplicación del plan de actividades, Axel confrontó sus hipótesis sobre la escritura de los números y avanzó hacia un nivel de desarrollo convencional de manera gradual, es decir, primero omitiendo algunos de los ceros en la escritura de los dígitos y aunque todavía conservaba parte de la escritura extendida de los cienes, adaptó el registro para que la cantidad de dígitos en el número no se contradijera con lo que el número que quería representar. Y finalmente, realizó una escritura convencional del número, considerando no solamente las características particulares de los números como las tres cifras para escribir los cienes, sino sustituyendo en el lugar de los ceros los números que representan a las decenas y unidades.

CONCLUSIONES

Con base en los resultados obtenidos, los niños mostraron la capacidad de abstraer cantidades pequeñas sin necesidad de realizar un conteo y manejaban en su mayoría el segmento del 1 al 20 para realizar el conteo de cantidades mayores.

Figura 3. Aspecto matemático: Agrupamiento, base 10.

Dibujo				
Registro numérico	100			110
Nombre: AXEL SORIANO Gonzalez				

En el proceso de aprendizaje de las reglas del sistema, los niños toman la experiencia previa que han tenido con la numeración hablada para la construcción de cantidades. Los resultados muestran que si se buscan trazar niveles de desarrollo progresivo y el establecimiento de un plan de actividades que ayuden a la adquisición de reglas del sistema de numeración decimal indo-arábigo, se deberán establecer como objetivo las capacidades que los niños deben desarrollar considerando como base la descripción de los niveles de desarrollo progresivo.

El estudio demuestra que es fundamental, tomar en cuenta el conocimiento inicial que elaboran los niños y se debe incorporar este conocimiento en el diseño y la aplicación del plan de actividades, con la intención de favorecer el tránsito hacia niveles de desarrollo progresivos más avanzados. También, se observó, que el planteamiento de las actividades, el uso de recursos y materiales de apoyo propició que los niños pusieran en juego lo que saben de los números, confrontaran sus ideas y gradualmente se acercaran a la convencionalidad de la escritura numérica.

Por lo tanto, el profesor debe favorecer la enseñanza de los aspectos matemáticos prestando atención a las ideas que los niños han elaborado sobre el sistema de numeración decimal, lo que saben antes de llegar a la escuela primaria y las posibles rutas para acceder a conocimientos más elaborados.

Consideramos que la adquisición de este conocimiento matemático, en los primeros grados de la educación primaria es una tarea fundamental para los niños y una gran responsabilidad para los profesores, se inicia con las experiencias sociales del niño en su entorno inmediato y se formaliza con las experiencias educativas que los niños deben tener en la escuela, con la previsión de un plan de actividades que haga evidente las propiedades del sistema y tenga como objetivo la enseñanza. La finalidad es que los niños confronten sus ideas intuitivas y transiten hacia niveles de desarrollo más avanzados.

REFERENCIAS

- Block, D. Álvarez, M. (1999). *Los números en primer grado. Cuatro generaciones de situaciones didácticas*. En Educación Matemática, Vol. II, No 1, 57 – 76.
- Butto, C. & Gómez, L. (2014). El sistema de numeración indo-arábigo: las representaciones numéricas en niños de primer grado de primaria. En A. Bazán y C. Doris (Coord.), *Generación y aplicación del conocimiento psicológico en la educación*. (pp. 111-139). México: UAEM y Plaza Valdéz Editores
- Brizuela, B. & Gravel, B. (2013). *Show me what you know*. New York: Teachers College Press.
- Brizuela, B. (2004). *Mathematical development in young children. Exploring notations*. New York: Teachers College Press.
- Brizuela, B. & Cayton, G. (2010). Anotando números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación. En: *Cultura y educación*, 22/2, 149-167. Medford.
- Clements, D., Wilson, D. & Sarama, J. (2004). *Young children's composition of geometric figures: A Learning Trajectory*, In *Mathematical Thinking and Learning*, 6/2, 163-184
- Díaz, Y. & Butto, C. (2011). Adquisición del concepto de adición por niños de primer y segundo grados de primaria de una escuela Pública del Estado de Morelos. En: G. López, S. Roger y M.A. Reyes (Coords.). *Investigación en Comunicación Humana: Problemas, intervenciones y nuevas tecnologías*. (pp. 97-122). Mínimas: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.
- Gómez, P. (2002). Análisis del diseño de actividades para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En M.C. Penalva y G. Torregosa (Eds.), *Aportaciones de la didáctica de la matemática a diferentes perfiles profesionales*, (pp. 341-356). Alicante: Universidad de Alicante
- Gómez, P. & Lupiáñez, J. L. (2007). *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. PNA, 1(2), 79-98.
- Gómez, L. & Butto, C. (2013). Sistema de numeración: de las nociones intuitivas a las reglas formales.

- Aportes y reflexiones de la investigación para la equidad y la mejora educativas. Memorias del XII Congreso Nacional de Investigación Educativa. Guanajuato, México.
- Lerner, D. & Sadvosky, P. (1994). El sistema de numeración: Un problema didáctico. En C. Parra y I. Saiz (Comp.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*, (pp. 95–184). Buenos Aires: Paidós.
- Ramírez, L. & Block, D. (2006). Análisis de situaciones didácticas para el aprendizaje del número en preescolar. En: *Documentos DIE-CINVESTAV 59*
- Scheuer, N., Sinclair, A., Merlo de Rivas, S. & Tiéche Christinat, C. (2000). *Cuando cuento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales*. En: *Infancia y aprendizaje*, 90, 31-50.
- Simon, M. (1995). Reconstructing mathematical pedagogy from a constructivist perspective. In: *Journal for Research in mathematics education*, 26/2, 114-145
- SIMCE. (2008). Niveles de Logro 4° Básico para Educación Matemática. Chile: Ministerios de Educación
- Teregi, F. & Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. En: *Revista Iberoamericana de Educación*, enero-abril/43, 59-83. Madrid: OEI.