
SIMPLES DEMONSTRAÇÃO DO MOVIMENTO DE PROJÉTEIS EM SALA DE AULA

A.M.A. Taveira
A.C.M. Barreiro
V.S. Bagnato
Instituto de Físico-Química -USP
São Carlos –SP

Através do lançamento de projéteis pode-se estudar as leis básicas da composição de movimentos ortogonais. Por meio de um simples experimento constitui do de uma mangueira fixa num suporte e uma plataforma disposta adequadamente, pode-se obter a trajetória descrita pelo projétil. O método é uma variação de outros já existentes, onde pelos movimentos sucessivos de um anteparo obtém-se a imagem da trajetória que é percorrida por uma bolinha de aço. Com este sistema pode-se medir de maneira simples as principais grandezas envolvidas no movimento de projéteis.

I. Introdução

O estudo de lançamento de projéteis constitui uma importante parte do curso de mecânica onde as leis básicas da composição de movimentos ortogonais podem ser estudadas. É por esta razão que este assunto está presente em todos os cursos básicos de física tanto na parte teórica quanto na experimental.

Demonstrações experimentais em sala de aula são raras e normalmente limitam-se a mostrar a distância alcançada pelo projétil, quase nunca obtendo diretamente a trajetória. A alternativa de uso de luz estroboscópica, além de não ser simples, necessita de equipamentos especiais.

O sistema aqui proposto, para demonstração da trajetória de um projétil, é de construção simples e permite obter, rapidamente, resultados dos quais podem ser deduzidas as leis básicas deste tipo de movimento, baseados na observação direta da trajetória do corpo.

II. Descrição do experimento demonstrativo

O lançamento de um projétil (horizontal ou obliquamente) é realizado com o auxílio de uma mangueira de 1,20m de comprimento e 18 mm de diâmetro

interno, a qual é presa num suporte, por pinos que se movem na vertical. Cada pino possui na parte de trás um dispositivo capaz de pressioná-lo e fixá-lo no suporte, após ter-se conseguido uma posição ideal para a mangueira (vide Fig. 1). O dispositivo usado neste experimento foi um parafuso auxiliado por uma borboleta, para melhor manuseio. A existência de um perfil adequado (detalhe Fig. 1) permite que uma bolinha de aço com 12 mm de diâmetro role pela mangueira com perda mínima de energia e ao atingir seu final seja lançada, ficando sujeita somente à ação da gravidade, constituindo desta maneira um lançamento de projétil.

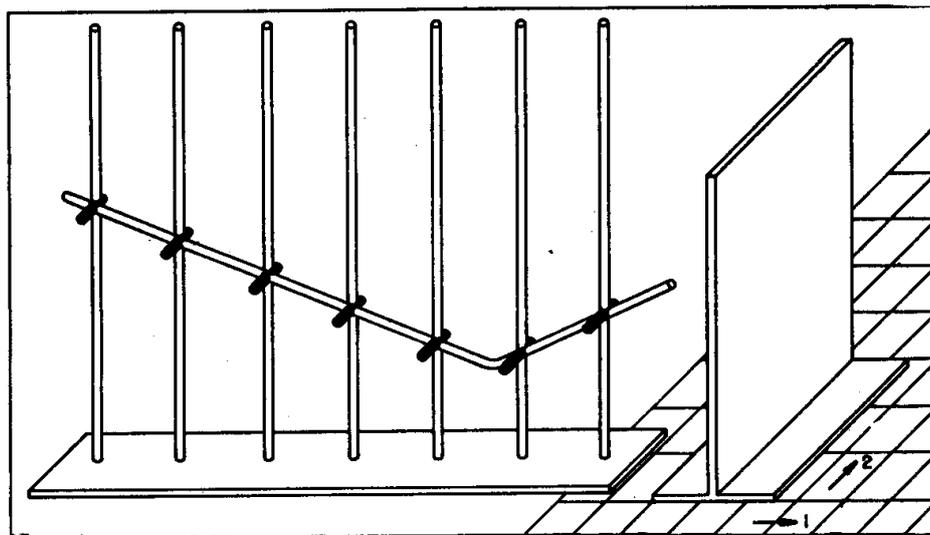


Fig.1 - Plataforma disposta transversalmente ao suporte da mangueira da qual será lançada a bolinha de aço. Observe que a plataforma deve ser colocada rente a uma das linhas paralelas ao suporte da mangueira.

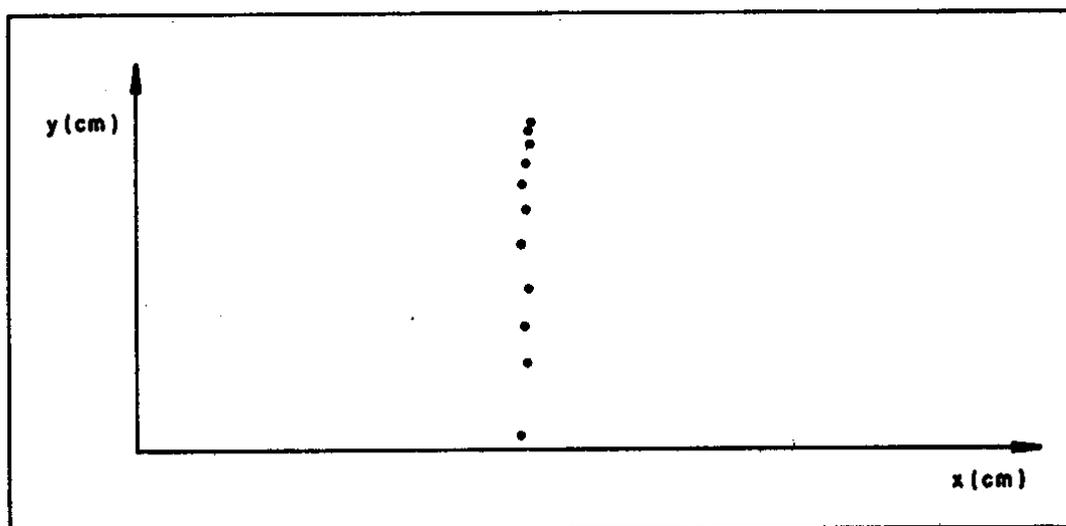


Fig. 2 - Gráfico do deslocamento de plataforma na direção da trajetória da bolinha.

Um anteparo, constituído de uma prancha vertical (Fig. 1 à direita) sobre a qual é colocado um papel branco, e sobre este um papel carbono, é disposto de tal forma que após a colisão da bolinha de aço com ele deixe impressa sua posição. Deixando-se a bolinha de aço rolar pela mangueira sempre a partir de uma mesma altura, a velocidade final atingida será a mesma, permitindo realizar várias vezes o mesmo experimento, nas mesmas condições. O deslocamento do anteparo na direção da trajetória da bolinha permite, para cada lançamento, obter uma posição de impacto, ficando impressas no papel várias alturas da trajetória (Fig. 2) ao longo de várias posições.

O deslocamento diagonal do anteparo (Fig. 3), isto é, deslocamento na direção da mangueira e transversal a ela, permite obter, para cada lançamento, um par de pontos (x, y) da trajetória. A repetição dos lançamentos, com os deslocamentos do anteparo, deixa impresso no papel a imagem da trajetória percorrida pela bolinha de aço (Fig. 3). Após a obtenção de vários pontos impressos, a plataforma vertical pode ser colocada paralela ao plano da trajetória do projétil, permitindo ao estudante verificar com um novo lançamento que de fato o projétil passa por todos os pontos marcados no papel. Tanto no papel ou então usando uma transparência para re troprojetor, a trajetória obtida é utilizada para demonstrar os principais conceitos de movimento no plano.

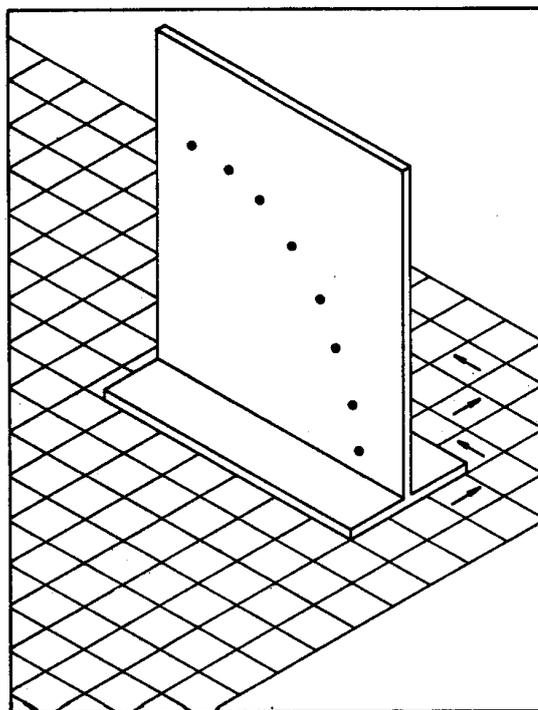


Fig. 3 - Deslocamento diagonal do anteparo, com movimentos sucessivos da plataforma na direção da mangueira e transversal a ela.

III. Estudo do movimento parabólico

O lançamento horizontal é um dos exemplos mais conhecidos de movimento no plano.

Os movimentos planos (ou bidimensionais) podem ser decompostos em dois movimentos unidimensionais, que são (normalmente) as projeções em dois eixos ortogonais. O lançamento de projéteis pode então ser visto como a composição de um movimento retilíneo uniforme (na horizontal) e um de queda livre (na vertical).

Após a realização de um lançamento horizontal com o sistema descrito no item 2, obtemos a trajetória da Fig. 4.

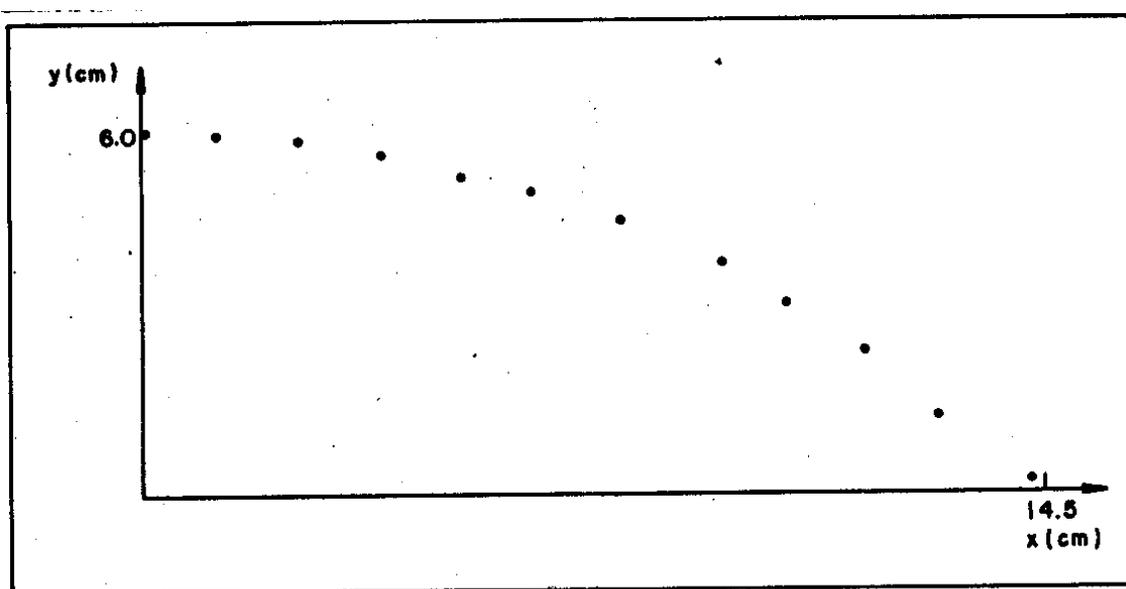


Fig. 4 - Gráfico de um lançamento horizontal com deslocamento diagonal do anteparo.

Como exemplo, fazemos um lançamento horizontal, ou seja, $\theta_0 = 0$ e, de acordo com a Fig. 4, $X_{máx} = 14,5$ cm e $Y_0 = 6,0$ cm. Adotamos $g = 9,8$ em/s². Combinando as equações do MRU na direção X e de MRUV na direção Y obtemos:

$$X_{máx} = v_0 \sqrt{\frac{2Y_0}{g}} \quad (1)$$

$$v_0 = 1,31 \text{ m / s}$$

Para um projétil lançado segundo um ângulo e temos:

$$v_y = v_{oy} + at \quad (2)$$

$$v_x = v_{ox} \quad (3)$$

$$y = y_o + v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2 \quad (4)$$

$$x = x_o + v_{ox}t \quad (5)$$

onde $a = -g$ e v_{ox} e v_{oy} são componentes da velocidade inicial, dadas por:

$$v_{ox} = v_o \cos \theta \quad e \quad v_{oy} = v_o \operatorname{sen} \theta. \quad (6)$$

Usando o ângulo de lançamento nas equações horárias podemos obter a trajetória do corpo como descrevendo uma parábola dada por:

$$y = y_o + x \operatorname{tg} \theta - \frac{gX^2}{2v_o \cos^2 \theta}. \quad (7)$$

Para exemplificar a demonstração, realizamos, inicialmente, um lançamento oblíquo num ângulo de 45° . O resultado da trajetória para este caso está mostrado na Fig. 5.

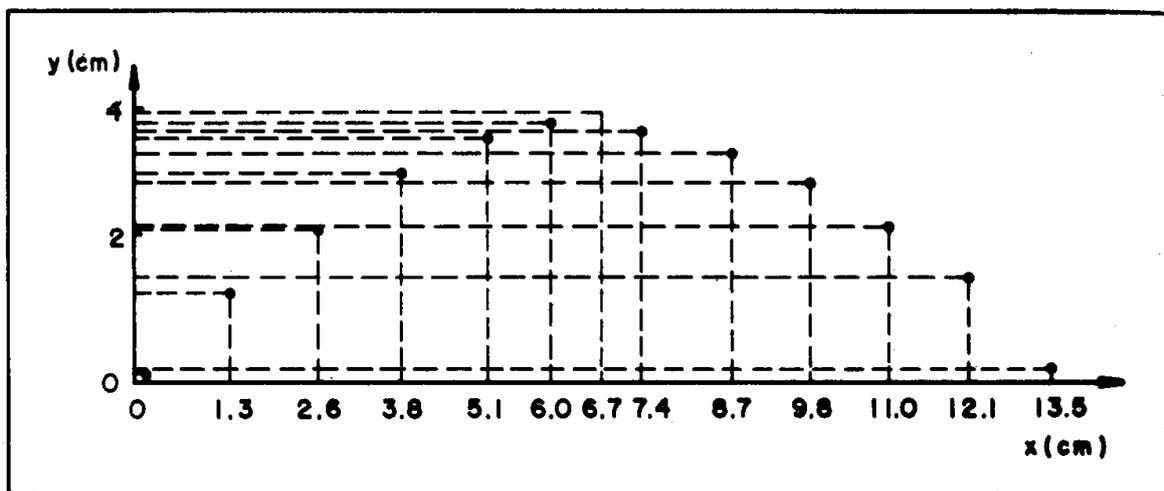


Fig. 5 - Gráfico de um lançamento oblíquo num ângulo de 45° .

Conforme os resultados e através da observação da Fig. 5, vê-se que, quando y é máximo, $x = 6,75\text{cm}$. Adotando $g = 9,8\text{m/s}^2$, temos:

$$x_{(y\text{máx})} = (\text{alcance máximo}) / 2 = (v_o \operatorname{sen} 2\theta) / 2g \quad (8)$$

$$v_o = 1,15 \text{ m / s}$$

Conhecendo esta velocidade, podemos agora determinar o tempo de movimento como:

$$t_{total} = (alcance) / v_o \cos \theta \quad e \quad (9)$$

$$t_{total} = 0,166s$$

Sabendo o tempo total podemos obter o tempo para cada parte através da equação $x = v_{ox} \cdot t$, de modo que podemos considerar o eixo horizontal como o eixo dos tempos e do mesmo gráfico $Y(x)$ obter $Y(t)$. Assim através do resultado da Fig. 5 podemos mostrar a tabela:

Tabela 1 - Várias posições obtidas no plano e respectivos intervalos de tempo gastos em cada deslocamento.

| | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $Y_1 = 0,0025 \text{ m}$ | $X_1 = 0,135 \text{ m}$ | $t_1 = 0,166 \text{ s}$ |
| $Y_2 = 0,0125 \text{ m}$ | $X_2 = 0,013 \text{ m}$ | $t_2 = 0,015 \text{ s}$ |
| $Y_3 = 0,0170 \text{ m}$ | $X_3 = 0,121 \text{ m}$ | $t_3 = 0,148 \text{ s}$ |
| $Y_4 = 0,0230 \text{ m}$ | $X_4 = 0,026 \text{ m}$ | $t_4 = 0,031 \text{ s}$ |
| $Y_5 = 0,0250 \text{ m}$ | $X_5 = 0,110 \text{ m}$ | $t_5 = 0,135 \text{ s}$ |
| $Y_6 = 0,0300 \text{ m}$ | $X_6 = 0,098 \text{ m}$ | $t_6 = 0,120 \text{ s}$ |
| $Y_7 = 0,0310 \text{ m}$ | $X_7 = 0,038 \text{ m}$ | $t_7 = 0,046 \text{ s}$ |
| $Y_8 = 0,0350 \text{ m}$ | $X_8 = 0,087 \text{ m}$ | $t_8 = 0,107 \text{ s}$ |
| $Y_9 = 0,0370 \text{ m}$ | $X_9 = 0,051 \text{ m}$ | $t_9 = 0,062 \text{ s}$ |
| $Y_{10} = 0,038 \text{ m}$ | $X_{10} = 0,074 \text{ m}$ | $t_{10} = 0,091 \text{ s}$ |
| $Y_{11} = 0,039 \text{ m}$ | $X_{11} = 0,060 \text{ m}$ | $t_{11} = 0,073 \text{ s}$ |
| $Y_{12} = 0,040 \text{ m}$ | $X_{12} = 0,067 \text{ m}$ | $t_{12} = 0,082 \text{ s}$ |

Para estudar a lei do alcance para ângulos complementares, realizamos um lançamento oblíquo com $\theta = 30^0$ e outro com $\theta = 60^0$ mantendo a velocidade inicial de lançamento. Ambos os resultados estão mostrados na Fig. 6.

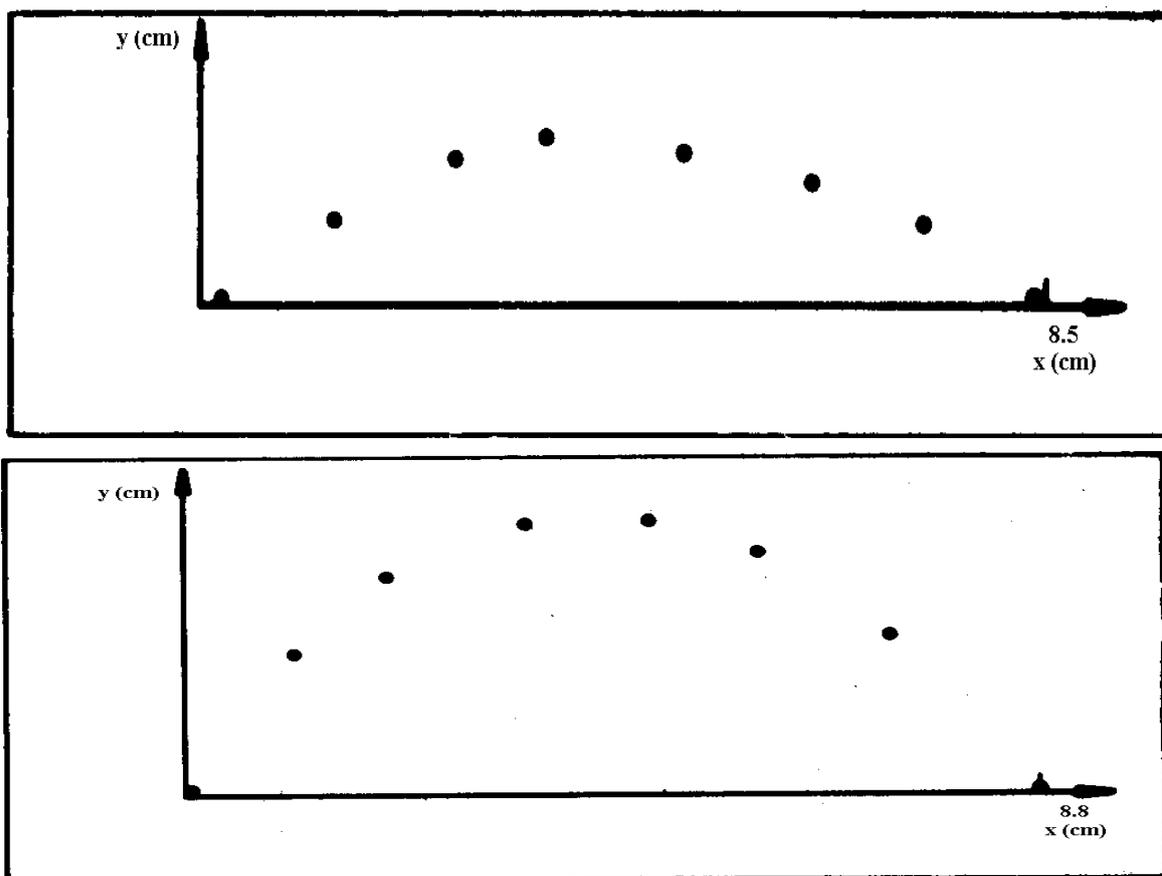


Fig. 6 - Gráfico de lançamento oblíquo em ângulos de 30° e 60° .

$$x_{\text{máx}} = (v_o \text{ sen } 2\theta) / g.$$

E, portanto, como $\text{sen } 2 \times 30^\circ = \text{sen } 2 \times 60^\circ$, temos o mesmo alcance, como obtido no experimento.

Agradecimentos especiais a C.B. Bretas e. Santoni, Técnicos Especializados do L.E.F.

Referências

BONJORNO, R.F.S.A. Física 1. São Paulo: FTD, 1985.

NUSSENZVEIG, H.M. Curso de física básica. São Paulo: Edgar Blücher, 1981.

RESNICK, R., HALLIDAY, D. Física 1. Rio de Janeiro: Livro Técnico e Científico, 1973.