

---

## RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA DEL PÉNDULO SIMPLE: IMÁGENES, MEDICIONES, SIMULACIONES Y GUÍAS DIDÁCTICAS<sup>+</sup>\*

---

*Julio V. Santos Benito*

*Albert Gras-Martí*

Departament de Física Aplicada – Universitat d'Alacant

Alacant – España

*Vicent F. Soler-Selva*

Elx – España

### **Resumen**

*El estudio del péndulo simple se incluye en todos los cursos introductorios de física (mecánica clásica) y en todos los niveles educativos. Sin embargo, se detectan deficiencias en la comprensión del modelo por parte de los alumnos. Aspectos básicos como la representación del valor relativo de las fuerzas que actúan sobre la masa oscilante no suelen tener un tratamiento correcto. Algunos errores conceptuales de los alumnos pueden ser consecuencia de las imágenes erróneas o confusas que presentan los libros de texto de física general. Por otra parte, se encuentra que el uso de recursos que aportan las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) como, por ejemplo, mediciones experimentales sencillas basadas en instrumentación electrónica, o simulaciones por ordenador, y una metodología activa en el aula, pueden ayudar a superar estos déficits educativos.*

**Palabras clave:** *Péndulo simple, Diagramas, Fuerzas, Aceleración, Tensión, Dependencia angular, TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación), Sensores, Simulaciones, applets, Enseñanza/ Aprendizaje orientados.*

---

<sup>+</sup> Resources for the teaching of the simple pendulum: images, measurements, simulations and teaching guides

<sup>\*</sup> *Recebido: noviembre de 2004.  
Acepto: abril de 2005.*

## Abstract

*The analysis of the simple pendulum is included in all introductory physics courses (classical mechanics) and at all educational levels. However, one finds deficiencies in the students' comprehension of the model. Basic aspects like the representation of the relative values of the forces that act upon the oscillating mass are usually treated incorrectly. Some conceptual errors that students show may be a consequence of the wrong or confusing images presented in introductory physics textbooks. On the other hand, one finds that the use of resources based on ICT (Information and Communication Technologies) like, for instance, simple experimental measurements based on electronic digital instruments, or computer simulations, as well as an active methodology in the classroom, may help in overcoming these educational deficits.*

**Keywords:** *Simple-pendulum, Drawings, Forces, Acceleration, Tension, Angular dependence, ICT (Information and Communication Technologies), Sensors, Simulations, applets, Guided teaching/learning.*

## I. Introducción

La enseñanza de la física en todos los niveles educativos está en constante proceso de cambio para intentar mejorar el aprendizaje de los alumnos de esta materia difícil y básica (GUISASOLA et al., 2004). En particular, la irrupción de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) ha aportado una plétora de recursos para la mejora de la práctica docente, que poco a poco van desplazando el libro de texto de su lugar privilegiado como único material didáctico. Entre los múltiples recursos que podemos incorporar, citaremos algunos:

- libros de texto complementados con recursos didácticos diversos en CD-ROM o en Internet (véase, por ejemplo, TIPLER, 2004);

- instrumentos digitales que permiten la experimentación en el aula de clase, y la recogida rápida y automatizada de datos (SOLER-SELVA; GRAS-MARTI, 2003);

- vídeos digitales breves de fenómenos físicos, grabados en la propia aula o descargados de Internet, que permiten la modelización del fenómeno (JUAN-MARTÍNEZ et al., 2003);

- simulaciones por ordenador (miniaplicaciones o *applets*, en particular), que ofrecen interactividad en el análisis de procesos o fenómenos bien definidos (TORRES; SOLER-SELVA, 2003).

Resulta sorprendente que, a pesar de la gran variedad de recursos disponibles, no se constaten cambios sustanciales en los contenidos y en la presentación de los libros de texto. El proceso de enseñanza/aprendizaje (E/A) en el aula tampoco ha experimentado un cambio generalizado. Muchos estudios muestran que el libro de texto tradicional sigue siendo la herramienta fundamental para el trabajo del profesor. De hecho, “La elección de un libro de texto es, casi con toda seguridad, la decisión más importante que toman muchos profesores para el desarrollo de su docencia” (CAMPANARIO, 2004).

No es nuestro objetivo en esta comunicación referirnos a las líneas generales de investigación en la enseñanza de la física, un tema extensamente tratado en los foros de didáctica de las ciencias; ni profundizar en el análisis de los libros de texto u otros recursos educativos (véase, por ejemplo, un detallado análisis de libros de texto, desde el punto de vista de la resolución de los problemas que se proponen, en BECERRA-LABRA *et al.*, 2004). Nuestro propósito es más modesto: nos fijaremos en un tema muy básico de la física, el estudio del péndulo simple, y en un recurso muy utilizado en el proceso de E/A cuando se aborda el modelo matemático en que se basa el péndulo: las imágenes que lo representan. Veremos que buena parte de las representaciones gráficas de los libros de texto utilizados durante décadas carecen del necesario rigor y, consecuentemente, pueden llevar al estudiante al desarrollo de concepciones erróneas. Así, mostraremos el resultado de una encuesta relativa al péndulo simple propuesta a alumnos de enseñanza universitaria y preuniversitaria, y analizaremos el tratamiento gráfico que aparece en el estudio de la dinámica del péndulo en los libros más recomendados a los alumnos. Una versión muy reducida de esta primera parte del trabajo aparecerá en breve (SANTOS-BENITO; GRAS-MARTI, 2005).

Complementaremos nuestra comunicación con una breve mención de otras herramientas que pueden usarse en la práctica docente en distintos niveles educativos. Como ejemplo de la implicación de la tecnología en la vida cotidiana, que puede tener su reflejo en el aula, mostraremos cómo se puede considerar en la enseñanza de las ciencias algunos aspectos esenciales de tecnología, utilizando calculadoras programables y sensores. Comentaremos una secuencia de actividades para la realización de experimentos siguiendo la orientación del proceso de E/A por investigación guiada en el aula. No es nuestra intención, como hemos dicho, presentar un trabajo exhaustivo de investigación didáctica pero sí mostrar datos y ejemplos que pueden ser de ayuda para la renovación didáctica del profesor de física de cualquier nivel educativo.

## II. El péndulo simple

El llamado péndulo simple o péndulo matemático representa un modelo básico que está presente en todos los cursos de física general, tanto en la enseñanza secundaria como en cursos universitarios. El estudio del péndulo resulta también un ejercicio obligado cuando se estudia la dinámica o cuando se revisan las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales en física. Se puede deducir gran cantidad de conocimiento físico del análisis de una pequeña bola que cuelga del extremo de un hilo y que se pone a oscilar en un plano. Hay incluso conferencias internacionales que tienen el péndulo por objetivo (PIPP, 2002).

Es bien sabido que, en cualquier punto de la trayectoria de la masa oscilante, las únicas fuerzas actuantes son el peso ( $W$ ) y la tensión del hilo ( $T$ ). Todos los textos de física acompañan el estudio del péndulo simple de una o más imágenes. No es frecuente, sin embargo, encontrar en los textos la deducción de la dependencia angular de las fuerzas, y aceleraciones correspondientes, que intervienen en el movimiento del péndulo. Schwarz (1995) presenta un estudio detallado de este comportamiento y muestra que:

- a. la tensión del hilo,  $T$ , es máxima en la parte más baja de la oscilación, y es mínima en la posición de máxima elongación, o amplitud del movimiento,  $\alpha_0$ ;
- b. en cualquier punto de la trayectoria es  $T > W_N$  (donde  $W_N$  es la componente del peso normal a la trayectoria, es decir, la que tiene la dirección del hilo), exceptuados los extremos de oscilación, en los que  $T = W_N$ ;
- c. en cualquier punto intermedio de la trayectoria, entre los extremos y el punto más bajo, la fuerza total sobre la masa y la aceleración resultante no es ni totalmente perpendicular ni tangencial a la trayectoria, sino que tiene ambas componentes.

Estos resultados se muestran en la Fig. 1 para tres puntos A, B y C localizados, respectivamente, en uno de los dos puntos más altos de la trayectoria del péndulo (A), en un punto intermedio cualquiera (B) y en el punto más bajo (C).

Para muchos alumnos resulta inesperado que la resultante de las fuerzas que actúan sobre la masa que oscila, y consecuentemente su aceleración, dependa del ángulo,  $\alpha$ , y además de forma no monótona, como se muestra en la Fig. 2. La resultante de las fuerzas que actúan sobre la masa,  $\Sigma F$ , y por tanto su aceleración, son máximas en la posición más baja de la trayectoria, para amplitudes mayores de  $53.1^\circ$ , mientras que, en esa misma posición, son mínimas para amplitudes menores de  $41.4^\circ$ . Además, como se aprecia en la figura, para diferentes valores de la amplitud inicial del movimiento, la dependencia de la fuerza total con el ángulo de oscilación es bien diferente. Los alumnos descubren, así, que el péndulo simple es menos “simple” de lo que se suele afirmar Schwarz (1995). En contraste con este comportamiento de la suma de fuerzas y de la aceleración, la variación de la tensión del hilo con el ángulo de

oscilación se puede ver que tiene forma monótona, como se ha dicho en el punto (a.) anterior.

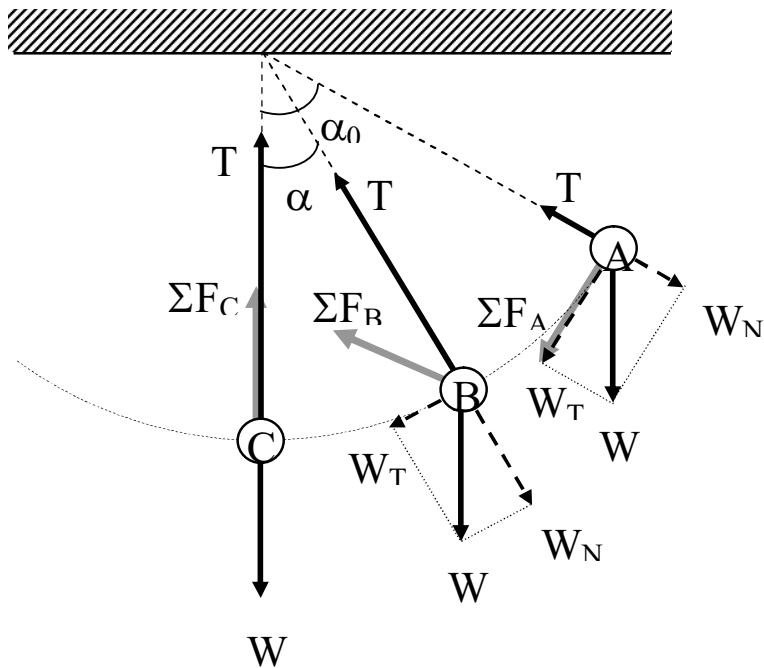


Fig. 1 - Peso de la masa oscilante,  $W$ , tensión del hilo,  $T$ , componentes normal y tangencial del peso,  $W_N$  y  $W_T$ , y fuerza total resultante,  $\Sigma F$  (y, por tanto, dirección de la aceleración correspondiente) para tres puntos representativos (A, B y C) de la trayectoria del péndulo simple.

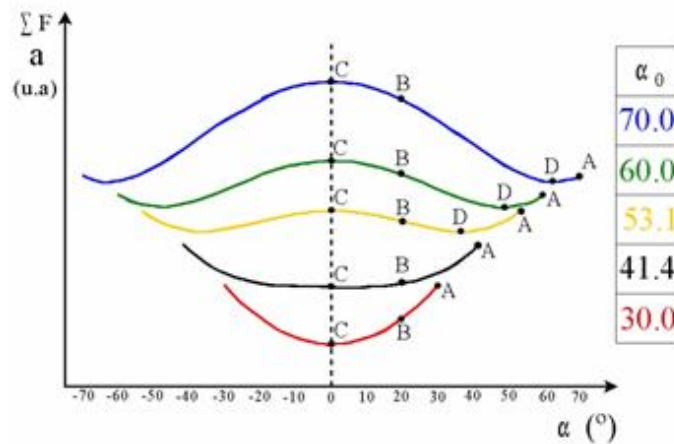


Fig. 2 - Variación con el ángulo de oscilación  $\alpha$  del módulo de la aceleración (unidades arbitrarias) y del módulo de la resultante (unidades arbitrarias) de las fuerzas que actúan sobre el péndulo, para diversas amplitudes iniciales  $\alpha_0$ .

### III. Errores en los alumnos

El análisis del movimiento del péndulo, por representar una situación “simple” y familiar para los alumnos, se ha utilizado por algunos investigadores para detectar concepciones alternativas (VIENNOT, 1979; CLEMENT, 1983; HIERREZUELO; MONTERO, 1991). Los errores en los que han reparado los trabajos de didáctica de las ciencias citados hacen referencia a las ideas, muy arraigadas en los alumnos, de representar la fuerza resultante proporcional a la velocidad y añadir una componente en la dirección y sentido del movimiento del objeto, en nuestro caso la masa que oscila. Schwarz (1995) señala una concepción errónea más sutil, que procede de la analogía que a veces se plantea entre los movimientos oscilatorios de un bloque unido a un muelle y el de un péndulo. Esta analogía puede originar la confusión en los estudiantes de que realmente la aceleración del péndulo se anula en la parte más baja de la oscilación, punto de máxima velocidad. Algunos *applets* también contribuyen a reforzar este error (véase por ejemplo <<http://home.a-city.de/walter.fendt/physengl/pendulum.htm>>).

Nos sorprende que no haya merecido una atención especial la representación que pudieran hacer los estudiantes de la magnitud relativa de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo oscilante, así como de la dirección y sentido de la fuerza resultante. Las concepciones alternativas que se estudian en las referencias citadas tienen su origen en lo que se ha venido en llamar ciencia del sentido común; la reflexión que proponemos en el presente trabajo advierte de que, además, un uso inadecuado de imágenes del péndulo simple puede generar concepciones erróneas en el aprendizaje de los estudiantes.

En la Facultad de Ciencias de la Universidad de Alicante impartimos la asignatura *Didáctica de la Física*, optativa para los alumnos de los cursos 3º y 4º de la licenciatura en Química. Antes de abordar la revisión didáctica de una parte de la física o de un fenómeno físico en particular, presentamos a nuestros alumnos una encuesta relativa a esa parte de la Física para que la cumplimenten de una manera anónima e individual. Con ello perseguimos dos objetivos: el primero, que cada alumno tome conciencia sobre el conocimiento que tiene acerca del fenómeno objeto de estudio; el segundo, obtener el perfil del grupo en relación al conocimiento de ese fenómeno. A partir de este perfil, y durante el desarrollo del tema, el profesor solicita de los alumnos que argumenten sobre las respuestas erróneas más frecuentes para llegar a la correcta interpretación del fenómeno, a través del debate alumno/alumno y alumno/profesor.

En la encuesta que nos sirvió de punto de partida para el estudio de la dinámica del péndulo, que se pasó también a alumnos del último curso de bachillerato, se solicitó de los alumnos:

I) que dibujaran el diagrama de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo suspendido que oscila entre dos extremos (péndulo simple) para cada una de las posiciones A, B y C de la Fig. 1;

II) que representaran las componentes de esas fuerzas indicando, en su caso, las que por ser iguales y opuestas pudieran anularse;

III) que representaran la resultante de todas las fuerzas actuantes.

Al propio tiempo se pidió a los alumnos que intentaran reflejar en el diagrama la magnitud relativa de las fuerzas actuantes en tanto que fueran simplemente mayores, menores o iguales unas a otras.

Algunos de los resultados de la encuesta se muestran en la Tabla 1, para una muestra de 50 alumnos universitarios y 46 estudiantes que inician el segundo curso de bachillerato. Fijémonos primero en los resultados correspondientes a los alumnos universitarios. Como vemos en la Tabla 1, una gran mayoría de alumnos (entre 80 y 95%) identificó correctamente las fuerzas actuantes en los puntos A, B y C: la tensión T y el peso W. Sin embargo, también una gran mayoría (del 60% al 95%) no encuentra diferencia entre las posiciones A, B y C en cuanto a la magnitud de las fuerzas, y asignan, en los tres casos, la misma magnitud a T que a la componente normal del peso  $W_N$ ; esto es únicamente correcto en la posición A ya que, como se ha dicho, en cualquier otra posición entre los extremos de oscilación es  $T > W_N$ . Además, para una gran mayoría de alumnos (60%) la resultante de todas las fuerzas actuantes es, en todo momento, tangente a la trayectoria descrita por el cuerpo en su movimiento, excepto en la posición C en que la identifican como nula, siendo preciso señalar el elevadísimo índice de respuestas incorrectas para esta posición (95%).

Tabla 1: Resultados de la encuesta a los alumnos universitarios y de bachillerato sobre el péndulo simple. Con relación a los tres puntos de la Figura 1 (A: extremo de la trayectoria, B: punto intermedio cualquiera, C: punto más bajo), se les pide que: a) representen las fuerzas actuantes, b) comparen la magnitud de las fuerzas o de sus componentes, c) representen la dirección de la fuerza resultante.

Alumnos Universitarios / Bachillerato		A ( $\alpha = \alpha_0$ )	B ( $\alpha \neq \alpha_0$ )	C ( $\alpha = 0$ )
<i>Fuerzas</i>	Representan las dos fuerzas actuantes, T y W (dirección y sentido)	95% / 52%	80% / 44%	95% / 67%
<b>Componentes</b>	Magnitud relativa de T y $W_N$	75% / 44% $W_N = T$ , correcto	60% / 67%	95% / 100%
			$W_N = T$ , incorrecto	
<b>Resultante</b>	Tangente a la trayectoria	75% / 58% (correcto)	60% / 83% (incorrecto)	
	Resultante nula			95% / 100% (incorrecto)

De los datos de la Tabla 1 correspondientes a los alumnos preuniversitarios hacemos notar simplemente que resultan, si cabe, más dramáticos en sus errores y que, en cualquier caso, nos advierten de los puntos en los que se ha de poner el énfasis en el proceso de E/A, así como que las herramientas en las que se suele apoyar el docente deberían revisarse.

En nuestra opinión, las interpretaciones incorrectas de los alumnos podrían estar influidas por la bibliografía más utilizada por éstos, ya que es frecuente encontrar figuras de apoyo para el estudio del péndulo simple que, o bien son incorrectas en sí mismas, o bien, siendo correctas, quizá no sean las más adecuadas ya que, por estar referidas a una posición particular, en general el extremo de la oscilación o para el caso particular de amplitudes que tienden a cero, pueden inducir a error en el lector si éste extiende el diagrama de fuerzas presentado a cualquier otra posición.

Las imágenes juegan un papel muy importante como facilitadoras de la comprensión de los fenómenos estudiados. A partir de un buen diagrama se pueden aprehender los principios físicos en juego, mientras que un diagrama deficiente (y, por supuesto, uno erróneo) puede contribuir a crear o sustentar concepciones erróneas (SOLER-SELVA, 1998; MAYER; GALLINI, 1990). En el trabajo de Jiménez-Valladares y Perales-Palacios (2002) se analiza, en términos generales, el uso inadecuado de las ilustraciones que traen algunos libros de texto cuando pretenden evidenciar una realidad experimental concreta. La relación entre el rendimiento escolar y las imágenes se ha analizado también en un trabajo exhaustivo reciente de investigación didáctica (OTERO et al., 2003) que combina la exposición de un grupo experimental de alumnos a imágenes estáticas, animaciones e incluso *applets*, y comparan los resultados con los obtenidos por el grupo de control, expuesto al abordaje tradicional, basado en el libro de texto. No es nuestro objetivo emprender un estudio teórico de la “cultura de la imagen” que nos rodea, ni ejemplificar cómo las imágenes contribuyen, o no, a los objetivos pedagógicos previstos. Por contra, nuestra contribución se dirige hacia un análisis de un conjunto de diagramas concretos y ubicuos que ofrecen los libros de texto para la enseñanza de la física a todos los niveles, los referidos al péndulo simple.

Como comentaremos más adelante, el péndulo se presta también a estudios detallados y diversos basados en las TIC. De entrada nos centraremos en el análisis de las imágenes estáticas que presentan libros de texto universitarios tradicionales. Incluimos también algunas referencias a manuales de bachillerato. Estos textos suelen elaborarse a partir de los manuales universitarios, y en una muestra de libros cotejados hemos encontrado reproducidos los mismos errores que ahora comentaremos.



#### IV. Errores en los textos

Pasemos a analizar primero las figuras referidas al péndulo simple según las presentan los libros de texto más utilizados durante los primeros cursos de Universidad. La abundancia del uso de la imagen en nuestra sociedad nos invita a ser aún más cuidadosos, si cabe, en su diseño. Es por ello, sorprendente encontrar tantos errores, y recurrentes, en los diagramas sobre el péndulo que muestran los libros de texto de física general. Los errores tienen que ver con la magnitud relativa de la tensión del hilo y de la componente normal del peso, así como con la dirección de la aceleración resultante de la masa; y, lo que resulta más incomprensible, estos errores persisten, en general, en ediciones posteriores de estos libros de texto. Dividiremos, pues, las figuras de apoyo para el estudio del péndulo simple en dos grandes grupos: las que siendo correctas quizá no sean las más adecuadas ya que pueden inducir a error en el lector, y aquellas que son incorrectas.

Al primer grupo pertenece la obra de Resnick y Halliday (1983). Estos autores exponen correctamente la necesidad de la existencia de una componente radial para mantener el movimiento circular. Sin embargo, aunque en la figura de apoyo (Fig. 3) y el pie de figura correspondiente describen también correctamente el diagrama de fuerzas actuantes, lo hacen para la posición particular correspondiente a la elongación máxima  $\theta$ , única posición en la que no existe la componente radial de la fuerza resultante que se menciona en el cuerpo del texto, por ser  $T$  igual y opuesta a  $W_N$ . Un diagrama análogo lo utiliza Sears (1975) (Fig. 4); aunque esta vez la descomposición del vector peso es correcta, no representa una posición general. De este modo, es fácil que los alumnos incurran en error si reproducen este diagrama de fuerzas para todas las posiciones por las que pasa el cuerpo en su oscilación, ya que para cualquier posición distinta de la de máxima elongación, donde no es nula la velocidad, ha de existir una componente normal centrípeta de la fuerza resultante y ésta la va a proporcionar la mayor magnitud de  $T$  frente a la de  $W_N$ . En una edición posterior Halliday et al. (2001) modifican incorrectamente el diagrama al dar a la componente normal  $W_N$  una dimensión sensiblemente mayor que la de  $T$  (Fig. 5). Además, al marcar como vectores la tensión y el peso, y no el resultado de la descomposición del peso, se puede malinterpretar (a los ojos de algunos estudiantes) que las componentes del peso no tienen carácter vectorial.

En el segundo grupo de obras, aquellas que se apoyan en figuras incorrectas, hemos de incluir la de Alonso y Finn (1970). En ella (Fig. 6), los autores construyen el diagrama de fuerzas correspondiente a una posición distinta de la de máxima elongación dibujando la componente normal del peso  $W_N$  (o  $F_N$ ) ¡sensiblemente mayor que la tensión  $T$ ! En una edición más reciente, Alonso y Finn (1995), estos autores modifican la figura pero *amortiguan* el error en lugar de corregirlo ya que en una posición  $\theta \neq \theta_0$  dibujan la componente  $W_N$  prácticamente

igual que la tensión  $T$  (Fig. 7). (El lector puede efectuar una medición aproximada de las longitudes de los dos vectores, si no se aprecia lo dicho directamente de la figura). En el mismo error incurre el texto de Gartenhaus (1979) (Fig.8).

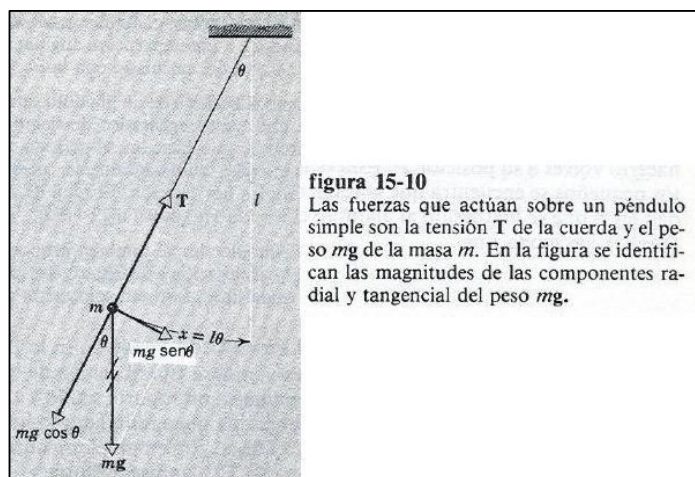


figura 15-10  
Las fuerzas que actúan sobre un péndulo simple son la tensión  $T$  de la cuerda y el peso  $mg$  de la masa  $m$ . En la figura se identifican las magnitudes de las componentes radial y tangencial del peso  $mg$ .

Fig. 3 - R. Resnick y D. Halliday. Física. (Editorial Continental, México, 1983)

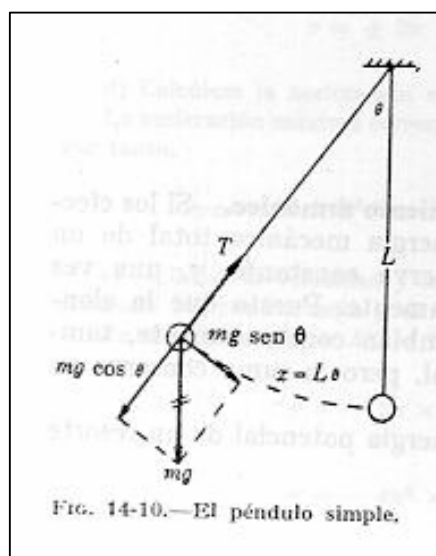


FIG. 14-10.—El péndulo simple.

Fig. 4 - F. W. Sears. Mecánica, calor y sonido. (Editorial Aguilar, Madrid, 1975)

En análogas e incorrectas figuras se apoyan Sears et al. (1981) (Fig. 9) y Gerthsen et al. (1979) (Fig. 10). De los diagramas de fuerzas de las Figs. 9 y 10 se infiere que la resultante, y por lo tanto también la aceleración, deberían ser tangenciales a la trayectoria en todo momento, lo cual es incorrecto ya que esa resultante va orientando su dirección hacia la vertical a medida que el cuerpo desciende en su trayectoria, hasta alcanzar la dirección vertical en la posición central,

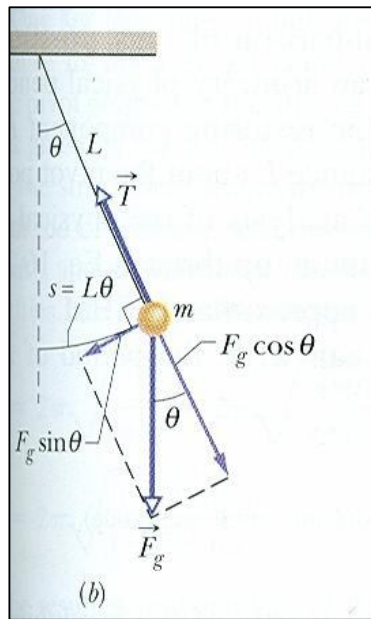


Fig. 5 - D. Halliday, R. Resnick and J. Walker. *Fundamentals of Physics*. 6<sup>th</sup> edition. (Wiley, New York, 2001)

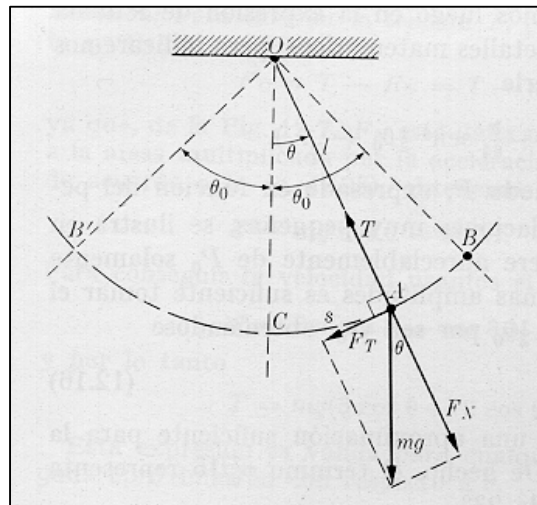


Fig. 6 - M. Alonso and E. Finn. *Física*. (Fondo Educativo Interamericano, México, 1970)

Fig. 1. Además, Gerthsen et al. (1979) dibujan explícitamente el vector aceleración [tangente a la trayectoria! en una posición distinta de la de máxima elongación!, como se puede apreciar en la Fig. 10. Además, la separación (suponemos que por intentar claridad en la representación) de los vectores fuerza total y aceleración puede introducir nuevos elementos de confusión en el estudiante. Incluso convendría, tal vez, dibujar el vector aceleración mayor que el vector fuerza para que ningún alumno

atribuyera su menor longitud al hecho de que la aceleración es menor que la fuerza porque es el resultado de un cociente,  $a = F/m$ . De hecho, es nuestra experiencia habitual como docentes que ante la pregunta de si ha de ser más largo el vector fuerza o el vector aceleración, muy pocos alumnos ofrecen la respuesta de su inconmensurabilidad.

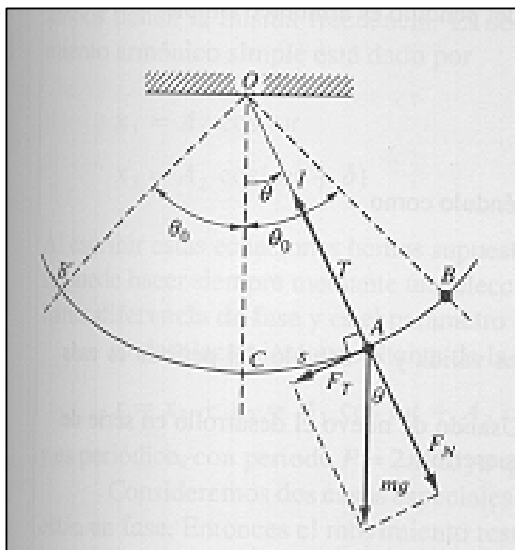


Fig. 7 - M. Alonso and E. Finn. Física. (Addison-Wesley Iberoamericana, USA, 1995)

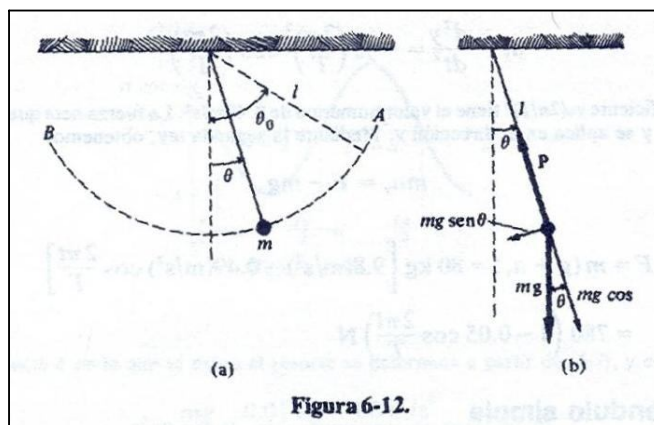


Fig. 8 - Gartenhaus, S. Física. (Nueva Editorial Interamericana, México, 1979)

En análogas e incorrectas figuras se apoyan Sears et al. (1981) (Fig. 9) y Gerthsen et al. (1979) (Fig. 10). De los diagramas de fuerzas de las Figs. 9 y 10 se infiere que la resultante, y por lo tanto también la aceleración, deberían ser

tangenciales a la trayectoria en todo momento, lo cual es incorrecto ya que esa resultante va orientando su dirección hacia la vertical a medida que el cuerpo desciende en su trayectoria, hasta alcanzar la dirección vertical en la posición central, Fig. 1. Además, Gerthsen et al. (1979) dibujan explícitamente el vector aceleración ¡tangente a la trayectoria! en una posición distinta de la de máxima elongación!, como se puede apreciar en la Fig. 10. Además, la separación (suponemos que por intentar claridad en la representación) de los vectores fuerza total y aceleración puede introducir nuevos elementos de confusión en el estudiante. Incluso convendría, tal vez, dibujar el vector aceleración mayor que el vector fuerza para que ningún alumno atribuyera su menor longitud al hecho de que la aceleración es menor que la fuerza porque es el resultado de un cociente,  $a = F/m$ . De hecho, es nuestra experiencia habitual como docentes que ante la pregunta de si ha de ser más largo el vector fuerza o el vector aceleración, muy pocos alumnos ofrecen la respuesta de su inconmensurabilidad.

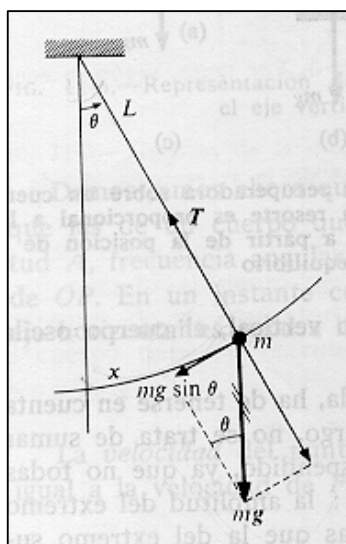


Fig. 9 - F. W. Sears, M.W. Zemansky and H. D. Young. Física. (Editorial Aguilar, Madrid, 1981)

Tipler, en su edición de 1977, asigna erróneamente a la componente normal del peso  $mg \cos\alpha$  una dimensión ligeramente mayor que a la tensión T para una elongación menor que la amplitud (Fig. 11). En la edición de 1992 (Fig. 12) se modifica la figura asignando, también incorrectamente, dimensiones iguales para la componente normal del peso y para la tensión T también en una posición intermedia de la trayectoria. En una tercera edición Tipler (1999) modifica el diagrama de fuerzas pero no para corregir su error sino para confundir más al lector ya que asigna a la componente normal un valor ¡sensiblemente mayor que la tensión T! también para una

posición intermedia (Fig. 13). Por su parte Roller y Blum (1986) asignan mayor magnitud a la tensión  $T$  que a la componente normal del peso, no dibujada en la Fig. 14, ¡en una posición en la que da a entender que  $\theta = \theta_0$ !

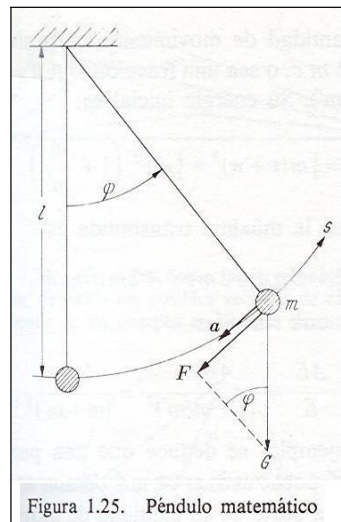


Fig. 10 - C. Gerthsen, H. O. Kneser and H. Vogel. Física. (Editorial Dossat, Madrid, 1979)

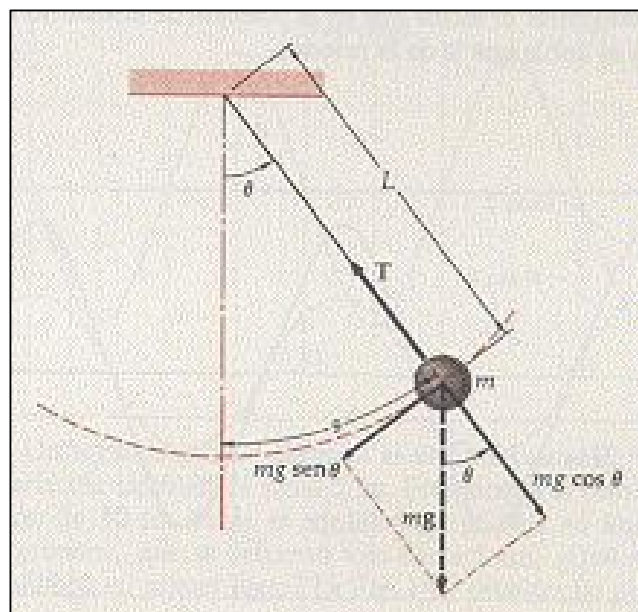


Fig. 11 - P. A. Tipler. Física. (Editorial Reverté, Barcelona, 1977)

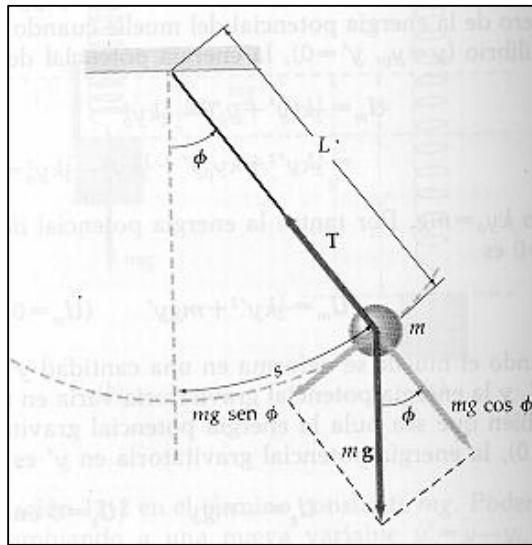


Fig. 12 - P. A. Tipler. Física. (Editorial Reverté, Barcelona, 1992)

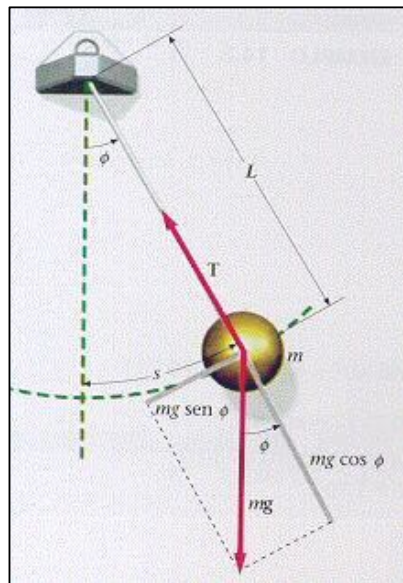


Fig. 13 - P. A. Tipler. Física (Editorial Reverté, Barcelona, 1999)

Otros textos que han formado a muchas generaciones de profesores españoles aun en activo, ofrecen afirmaciones que, esperamos, no se habrán transmitido a sus alumnos. Uno de los ejemplos es el texto de Catalá (1958), que afirma que “la única fuerza que actúa sobre el péndulo es la de atracción de la Tierra”, o el de Palacios (1959), que afirma que, en general, “la componente normal del peso es compensada por la tensión del hilo” o, finalmente (para no extendernos más), el de Franeau (1966), quien expresa que “la componente normal del peso se equilibra por la

reacción del punto de sujeción del hilo y no desempeña, por tanto, papel alguno en el movimiento de la masa”.

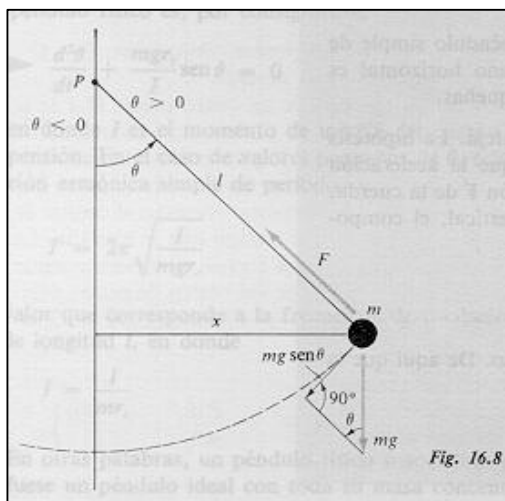


Fig. 14 – D. E. Roller y R. Blum. Física. (Editorial Reverté, Barcelona, 1986).

En cuanto a los libros de texto utilizados en secundaria, de 11 libros analizados vemos que, por un motivo u otro, el péndulo simple siempre está presente, aunque no siempre indican los autores claramente cuando están tratando el caso general y cuando pasan a referirse al caso particular de ángulos pequeños. Sólo en 3 casos (27%) se hace referencia a la existencia de una aceleración centrípeta. No se adjuntan figuras que diferencien claramente las fuerzas y sus componentes, tal como actúan en los extremos, en alguna posición intermedia y en el punto más bajo de la trayectoria. Tan solo un libro dedica un apartado a analizar con detalle la variación de T con el ángulo. Se puede afirmar, pues, que en los textos de secundaria se reproducen las maneras de tratar el péndulo simple que se observan en los manuales universitarios de introducción a la física. Hemos de mencionar, sin embargo, dos textos (GISBERT; HERNÁNDEZ, 1998, MARTÍN, 1999), donde los errores mencionados no se cometen en las figuras que se presentan. Mostraremos uno de ellos como ejemplo, Fig. 15.

En resumen, el uso de imágenes incorrectas en los textos, unido al recurso frecuente a analogías entre el movimiento oscilatorio del péndulo simple para pequeños ángulos y el movimiento armónico simple descrito por un cuerpo unido a un muelle conduce, como se ha indicado en el apartado anterior, a muchos estudiantes a creer que la aceleración es cero en el punto más bajo de la oscilación (donde sí es máxima la velocidad) (SCHWARTZ, 1995). Además, los libros de texto muchas veces no especifican claramente si se están refiriendo a la aproximación de oscilaciones de



ángulo pequeño o al caso general y, sobre todo, esta distinción está ausente en las imágenes gráficas que presentan (las cuales incluso contradicen, a menudo, el texto donde se desarrolla el cálculo). Como hemos advertido, estamos ante la posibilidad de que los alumnos infieran errores conceptuales derivados de deficiencias en la instrucción. Por supuesto que una cuidadosa (re)elaboración de las imágenes o diagramas de los libros de texto mencionados contribuiría a evitar estos problemas, pero los avances de la didáctica de las ciencias y la disponibilidad de muchos recursos docentes actualmente impiden que nos podamos contentar con una simple fe de erratas acompañando a un texto. La intervención de recursos didácticos adecuados puede contribuir a corregir esta eventualidad y puede suponer, además, muchos otros beneficios educativos.

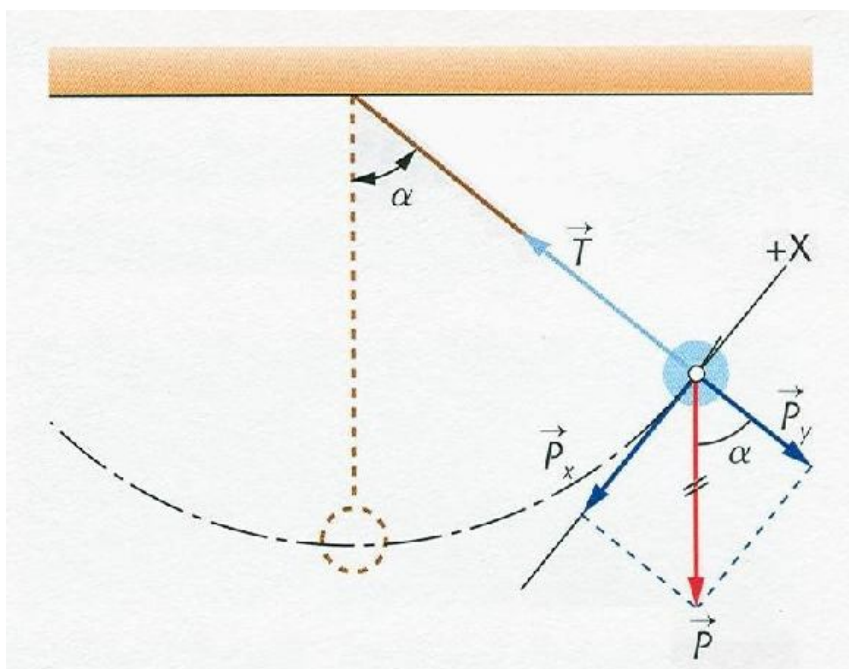


Fig. 15 - M. Gisbert y J. L. Hernández. Física. 2º Bachillerato. (Editorial Bruño, Madrid. 1998)

#### IV. Recursos didácticos basados en las TIC y metodologías activas

Los resultados de la encuesta a nuestros alumnos y las dificultades que encuentran los autores de libros de texto para presentar correctamente el estudio de un fenómeno tan “sencillo” como el péndulo simple, sugieren que el profesor trate de innovar en su práctica docente. El profesor puede, por ejemplo, modificar la metodología docente tradicional, expositiva, pasiva y repetitiva (GUISASOLA *et al.*, 2004) por otras dinámicas más activas basadas en los resultados de la investigación en

la enseñanza de la física y que usen, además, recursos de las TIC en el aula para conseguir mejoras en los aprendizajes de los alumnos. Citaremos algunas de las opciones de que dispone el profesor de física actualmente.

El uso de las tecnologías modernas permiten la realización de experimentos en la propia aula de clase, así como la recogida automática de datos y su análisis y modelización inmediata (URZÚA; VARGAS, 2002). Cada vez está más extendida y más estudiada la metodología y la mejora asociada al uso de estos dispositivos electrónicos en la enseñanza de las ciencias experimentales. En el trabajo citado, por ejemplo, se analiza la respuesta de un grupo experimental (y de un grupo de control) cuando, tras ser sometidos a sesiones de laboratorio que usan (o no) la tecnología E<sup>x</sup>AC (experiencias con calculadora programable, o con ordenador, y sensores), se miden sus respuestas a cuestiones de tipo de diseño, de análisis de variables, y de interpretación de resultados. Las mejoras pedagógicas cuantificables que representa el uso de E<sup>x</sup>AC son muchas (SOLER-SELVA; GRAS-MARTÍ, 2000 y 2003; SOLER-SELVA et al., 2002), como en seguida describiremos sucintamente.

Apoyados en estos resultados de la investigación didáctica, hemos introducido también el uso de estas herramientas en nuestras aulas. Han servido, por ejemplo, para mostrar de manera sencilla que para un muelle (un modelo de sistema físico tan frecuente en física general como el de la masa oscilante), la función fuerza recuperadora  $F(t)$  es también sinusoidal, un hecho que no se encuentra habitualmente descrito ni representado gráficamente en los libros de texto. Por supuesto que este hecho es implícitamente obvio, a la vista de la ley de Hooke,  $F = -k \cdot x$ , y de la relación sinusoidal para  $x(t)$ . Pero es bien cierto, también, que no cabe esperar que los alumnos lleguen a conclusiones como la anterior, cuando incluso las dependencias explícitamente mostradas y discutidas en los libros de texto son reproducidas con dificultad en las pruebas a las que se les somete (ALONSO-SANCHEZ et al., 1995, URZÚA; VARGAS, 2002). Por brevedad, no mostraremos resultados de medidas de magnitudes relacionadas con el péndulo simple y obtenidas mediante dispositivos electrónicos como los mencionados. El lector interesado puede consultar O'Connell (2002) o Jackson (1996), así como el apartado de experimentación del *Portal para la Enseñanza / Aprendizaje de la Física* (GRAS-MARTI, 2004).

Las demostraciones y los experimentos hechos en el aula de clase con la instrumentación E<sup>x</sup>AC han seguido las pautas generales siguientes (SOLER-SELVA et al., 2002):

- a) distribución del alumnado en grupos de cuatro estudiantes;
- b) enunciado por parte del profesor de un problema abierto, claramente incardinado en la programación general de la asignatura;

c) trabajo en grupo: acotación del problema, operativización del tema objeto de investigación, emisión de hipótesis, diseño experimental y reflexión sobre la tecnología elegida;

d) elaboración de un informe provisional (verbalización para avanzar en la elaboración del discurso) para contrastar los resultados con las propuestas de otros grupos y para que el profesor proponga, en su caso, nuevas orientaciones;

e) a continuación se realiza la experiencia como demostración de aula, acompañada del contraste de las hipótesis emitidas;

f) finalmente, después de proceder al análisis de los resultados obtenidos, y de su revisión (si se precisa), se elabora un informe.

Con esta metodología de trabajo se han conseguido también mejoras notables en la enseñanza de diversos campos de la física (y de la química, la biología, etc.). Por ejemplo, en la introducción de conceptos de cinemática a los alumnos más jóvenes, se consigue clarificar aspectos que les resultan difíciles en muchos casos como el significado de los diagramas de movimiento, la noción de tiempo (instante) inicial, el concepto de sistema de referència, etc. (FRANCO *et al.*, 2003). Parecida metodología se usa, por otra parte, en el desarrollo de las clases teóricas inspiradas en el modelo de enseñanza por investigación orientada (RODRIGO; CUBERO, 2000; FURIÓ, 2001). Las clases se desarrollan de modo muy dinámico y participativo, y siguen un programa guía de actividades elaborado por el profesor (en SOLER-SELVA *et al.*, 2002, puede consultarse algún ejemplo).

Queremos indicar también que algunas discusiones cuyos desarrollos matemáticos pueden ser complicados para alumnos de enseñanzas preuniversitarias se pueden, sin embargo, abordar en clase, y de manera natural, gracias a la tecnología E<sup>x</sup>AC. Por ejemplo, la variación con el ángulo de la fuerza que actúa sobre el péndulo,  $\Sigma F(\alpha)$ , Fig. 2, se puede medir fácilmente con los sensores adecuados y la forma de la curva resultante se puede discutir con los alumnos sin necesidad de su deducción formal.

La elaboración de materiales docentes que incorporan elementos de las TIC (por ejemplo, imágenes, la aplicación de la tecnología E<sup>x</sup>AC, simulaciones por ordenador como las que ahora mencionaremos, etc.) es una actividad creativa cada vez más fácilmente abordable por el profesor de ciencias con recursos a su alcance, y constituye un ejemplo de lo que podría llegar a ser el “libro digital” del profesor. Es interesante observar, en la misma línea, que Jackson (1996) combina en un trabajo sobre el péndulo simple las técnicas experimentales mencionadas (con el uso de sensores como el acelerómetro) y el análisis de vídeos del movimiento del mismo, en un ejercicio de modelización muy fructífero. La difusión de las TIC facilita, asimismo, que los profesores intercambien sus materiales docentes digitales via Internet (CAMPANARIO, 2004; GRAS-MARTI, 2004).

También hemos usado simulaciones (*applets*) en la didáctica del péndulo simple. Hay gran número de simulaciones disponibles en Internet, y los alumnos responden muy positivamente a su uso (TORRES; SOLER-SELVA, 2003). Algunos autores, como OTERO et al. (2003), advierten con razón que el uso de estas simulaciones de procesos fisicoquímicos por ordenador debe hacerse bajo ciertas precauciones pues los ingredientes que se manejan en una simulación típica son de alto nivel cognitivo.

El alumnado universitario y el de los últimos cursos de bachillerato puede también diseñar la experiencia del péndulo simple y realizarla con el programa Working Model [<http://www.krev.com/>]. Un programa diferente, que tiene una filosofía de trabajo basada directamente en la modelización matemática (mediante ecuaciones diferenciales o sus soluciones explícitas), es el Modellus ([http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/what\\_is\\_modellus.htm](http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/what_is_modellus.htm)). Estos dos ejemplos de software permiten la simulación del movimiento al tiempo que representan, correctamente y en cada instante, las componentes y la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

Mencionemos, también, la posibilidad igualmente interesante de usar cámaras fotográficas digitales sencillas para grabar unos pocos segundos (o unas fracciones de segundo) del movimiento pendular y así luego intentar modelizar este movimiento con algún software gratuito sencillo que permita digitalizar y obtener, fotografía a fotografía, las posiciones del péndulo oscilante. Este tipo de potentes experimentos realizados en el aula de clase es cada vez más accesible al profesorado de todos los niveles educativos (JUAN-MARTÍNEZ et al., 2003).

Los resultados obtenidos en las encuestas, tests y exámenes practicados a nuestros alumnos expuestos a herramientas aportadas por las TIC son mucho más satisfactorios que con la enseñanza tradicional. Aunque dejaremos los detalles para una comunicación futura más extensa, diremos que tras un test como el comentado en la sección 3, y realizado por alumnos que habían trabajado el tema con la metodología grupal anteriormente citada, basada en el programa-guía y con el recurso a la experimentación en el aula y a las simulaciones por ordenador, los resultados obtenidos mejoran en casi un 40% los mostrados en la Tabla 1 en todos los ítems. Es claro, por otra parte, que resulta siempre difícil eliminar los niveles residuales de baja comprensión conceptual y práctica por parte de los alumnos (SANTOS-BENITO; GRAS-MARTI, 2003).

## **V. Conclusiones**

No ha sido nuestro objetivo el análisis de los marcos teóricos en que se fundamenta el uso de la imagen en el proceso de E/A, ni su relación con los modelos

mentales con que se analiza la respuesta del estudiante ante la imagen (estática o dinámica, como la ofrecida por los *applets*). Para profundizar en estos aspectos véase Jiménez-Valladares y Perales-Palacios (2003), y Otero et al (2003).

Hemos visto que, en el estudio del péndulo simple, en ninguna de las obras universitarias citadas, así como en la mayoría de los textos de bachillerato consultados, se dibuja correctamente el diagrama de fuerzas para una posición general, distinta de la correspondiente a la elongación máxima. Y a menudo se trata la posición de máxima elongación como una posición general de la trayectoria del péndulo, y no como la posición particular que es. En todos los casos se evidencia una gran confusión sobre la magnitud relativa de las fuerzas actuantes representadas por los autores en sus figuras de apoyo.

Hemos indicado cómo se puede utilizar la Experimentación Asistida por Calculadora Gráfica para la realización de experimentos en el aula en conjunción con un programa-guía de actividades. Varias de las actividades propuestas han sido ensayadas con éxito con estudiantes de primero y segundo curso de bachillerato y de primeros cursos universitarios. En general, la introducción de la E<sup>X</sup>AC en el bachillerato favorece la organización del proceso de E/A de la física y la química según el modelo de aprendizaje por investigación. También resulta de gran interés educativo y motivador para los alumnos el uso de simulaciones sencillas (*applets*), siempre que se trabajen en el aula o fuera de ella bajo la orientación del profesor, mediante un programa-guía de actividades adecuado. El recurso a las simulaciones por ordenador, así como la cámara de vídeo digital aportan asimismo nuevos enfoques que enriquecen el trabajo en el aula y fuera de ella.

A la vista de la revisión que hemos presentado sobre imágenes estáticas de los libros de texto, citaremos a modo de conclusión la reflexión que hace Wallach (1993) en forma de rima:

*If you are an author of books  
You'd better beware of what cooks.  
The figures you draw  
You think have no flaw  
Until viewed by a student who looks.*

## **Agradecimientos**

Al ICE y al Secretariado y Vicerrectorado de Convergencia Europea y Calidad de la Universitat d'Alacant, por su apoyo para la realización de este trabajo dentro del programa Redes Docentes, y por su contribución al proyecto de Portal para la enseñanza de la Física.

## **Bibliografía**

- ALONSO, M.; FINN, E. **Física**. USA: Addison-Wesley Iberoamericana, 1995.
- ALONSO, M.; FINN, E. **Física**. México: Fondo Educativo Interamericano, 1970.
- ALONSO-SANCHEZ, M.; GIL-PEREZ, D.; MARTINEZ-TORREGROSA, J. Evaluation activities coherent with a proposal of teaching physics and chemistry as guided research. **Revista de Enseñanza de la Física**, Argentina, v. 8, p. 5-20, 1995.
- BECERRA-LABRA, C.; GRAS-MARTÍ, A.; MARTÍNEZ-TORREGROSA, J. Análisis de la resolución de problemas de Física en secundaria y primer curso universitario en Chile. **Enseñanza de las Ciências**, v. 22 n. 2, p. 275-286, 2004.
- CAMPANARIO, J. M. Multilibros o "libros a la carta": las ventajas de un enfoque alternativo para la elaboración y comercialización por fascículos de manuales escolares de ciencias. Disponible en:  
<<http://www2.uah.es/jmc/multilibros.htm>> Acceso em 03 jun. 2004.
- CATALÁ, J. **Física General**. Valencia: Saber, 1958.
- CLEMENT, J. Student's alternative conceptions in Mechanics: A coherent system of preconceptions? En: HEM, H.; NOVAK, J. (Eds.). **Proceedings of the International Seminar "Misconceptions in Science and Mathematics"**. Ythaca, N. Y.: Cornell University, 1983.
- FRANCO, A. et al. CBL y CBR en prácticas de laboratorio de Física y Química de bachillerato. **Curie digital**, v. 2, 2003. Disponible en:  
<<http://www.ua.es/dfa/curie/curiedigital/2003/VIIJ/CBL-angelFco-92-122.pdf>>  
Acceso en 04 ago. 2003.
- FRANEAU, J. **Física**. Bilbao: Ediciones Urmo, 1966.
- FURIÓ, C. J. La enseñanza-aprendizaje de las ciencias como investigación: un modelo emergente. En: GUIASOLA, J.; PÉREZ, L. (Eds.). **Investigación en Didáctica de las Ciencias Experimentales basadas en el Modelo de Enseñanza-Aprendizaje como Investigación**. Bilbao: Universidad del País Vasco, 2001.
- GARTENHAUS, S. **Física**. México: Nueva Editorial Interamericana, 1979.
- GERTHSEN, C.; KNESER, H. O.; VOGEL, H. **Física**. Madrid: Editorial Dossat, 1979.

GISBERT, M.; HERNÁNDEZ, J. L. **Física. 2º Bachillerato**. Madrid: Editorial Bruño, 1998.

GRAS-MARTI, A. **Portal para la enseñanza de la física**. Disponible en: <<http://www.fisica-basica.net>>

En particular, véase:

<<http://www.ua.es/proyecto/fisica-basica/propostes-experimentals/propostes-experimentals.htm>> Acceso en 16 ago. 2004.

GUISASOLA, J. et al. La enseñanza universitaria de la física y las aportaciones de la investigación en didáctica de la física. **Revista Española de Física**, Enero-Marzo, p. 15-16, 2004.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**. 6. ed. New York: Wiley, 2001.

HIERREZUELO, J.; MONTERO, A. **La ciencia de los alumnos: su utilización en la didáctica de la Física y Química**. Vélez-Málaga: Editorial Elzevir, 1991.

JACKSON, D. P. Rendering the “not-so-simple” pendulum experimentally accessible. **The Physics Teacher**, v. 34, p. 86-89, 1996.

JIMÉNEZ-VALLADARES, J. D.; PERALES-PALACIOS, F. J. La evidencia experimental a través de la Imagen de los libros de texto de Física y Química. **REEC Revista Electronica de Enseñanza de las Ciencias** v. 1, n. 2, p. 1-15, 2002. Disponible en:

<<http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen1/Numero2/Art5.pdf>> Acceso en 12 mar. 2003.

JUAN-MARTÍNEZ, A. et al. El vídeo digital como recurso didáctico para el estudio cinemático del movimiento. **Curie digital** v. 2, 2003. Disponible en:

<<http://www.ua.es/dfa/curie/curiedigital/2003/VIII/video-angel-53-65.pdf>> Acceso en 23 abr. 2004.

MAYER, R. E.; GALLINI, J. K. When is an illustration worth ten thousand words? **Journal of Educational Psychology**, v. 82, p. 715-726, 1990.

MARTÍN, J. **Física II batxillerat**. Barcelona: Santillana, 1999.

O’CONNELL, J. Tension in a Pendulum String. **The Physics Teacher**, v. 40, p. 24-25, 2002.

PALACIOS, J. **Física General**. Madrid: Espasa-Calpe, 1959.

PIPP **Proceedings of the International Pendulum Project**. Sydney Conference at UNSW, Michael R. Matthews, editor, 2002.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D. **Física**. México: Editorial Continental, 1983.

OTERO, M. R.; GRECA, I. M.; LANG DA SILVEIRA, F. Imágenes visuales en el aula y rendimiento escolar en Física: Un estudio comparativo. **REEC Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias** v. 2, n. 1, 2003. Disponible en: <<http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen2/Numero1/Art1.pdf>> Acceso en 12 mar. 2004.

RODRIGO, M. J.; CUBERO, R. Constructivismo y enseñanza de las ciencias. En: PERALES, F. J.; CAÑAL, P. (Eds.). **Didáctica de las Ciencias Experimentales. Teoría y Práctica de la Enseñanza de las Ciencia**. Marfil, Alcoi, p. 85-107. 2000.

ROLLER, D. E.; BLUM, R. **Física**. Barcelona: Editorial Reverté, 1986.

SANTOS-BENITO, J. V.; GRAS-MARTI, A. Conocimientos de física de alumnos universitarios: influencia de las reformas educativas. **REEC Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 2, n. 2, p. 1-10, 2003. Disponible en: <<http://www.saum.uvigo.es/reec/volumenes/volumen2/Numero2/Art3.pdf>> Acceso en 04 jan. 2004.

SANTOS-BENITO, J. V.; GRAS-MARTI, A. Ubiquitous drawing errors in the Simple Pendulum. **The Physics Teacher**, aceptado para su publicación, 2005.

SCHWARZ, C. The Not-So-Simple Pendulum. **The Physics Teacher**, v. 33, p. 225-228, 1995.

SEARS, F. W. **Mecánica, calor y sonido**. Madrid: Editorial Aguilar, 1975.

SEARS, F. W.; ZEMANSKY, M. W.; YOUNG, H. D. **Física**. Madrid: Editorial Aguilar, 1981.

SOLER-SELVA, V. F. El problema de la imagen en la enseñanza de la física. **Alambique – Didáctica de las Ciencias Experimentales**, v. 32, p. 99-100, 2002. También en La mala imatge de la física, **Curie Digital**, p. 85-89. Disponible en: <<http://www.ua.es/dfa/curie/curiedigital/1998/1998.htm#actes98>> Acceso en 01 abr. 2004.



SOLER-SELVA, V. F.; GRAS-MARTÍ, A. Integració del laboratori assistit amb calculadora gràfica (LACG) en l'ensenyament secundari. **Revista de Física**, v. 2, n. 8, p. 36-40, 2000.

SOLER-SELVA, V. F.; GRAS-MARTÍ, A. Experimentació amb tecnologia E<sup>X</sup>AC des d'una orientació de l'ensenyament com a investigació, **Enseñanza de las Ciencias**, v. 21, n. 1, p. 173-181, 2003.

SOLER-SELVA, V. F. et al. La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica. En: CONGRESO INTERNACIONAL DE DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS, II, 2002, La Habana, Cuba y **Revista Iberoamericana de Educación**, 2002. Disponible en: <<http://www.campus-oei.org/revista/deloslectores/553Soler.PDF>> Acceso en 23 abr. 2004.

TIPLER, P. A. **Física**. Barcelona: Editorial Reverté, 1977, 1992, 1999.

TIPLER, P. A. Disponible en: <<http://www.whfreeman.com/tipler/>> 2004). Acceso en 30 feb. 2004.

TORRES, A.; SOLER-SELVA, V. F. Internet y *applets* per a la Física de 2n de Batxillerat. En els inicis d'una experiència didàctica. **Curie digital** v. 2, 2003. Disponible en: <<http://www.ua.es/dfa/curie/curiedigital/2003/VIIIJ/applets-Vicent-66-73.pdf>> Acceso en 23 abr. 2004.

URZÚA, T.; VARGAS, M. J. Nuevas tecnologías aplicadas en el laboratorio: ley de Boyle-Mariotte. **Educación Química**, v. 13, n. 3, p. 201-205, 2002.

VIENNOT, L. Spontaneous reasoning in elementary dynamics. **European Journal of Science Education**, v. 1, n. 2, p. 205-221, 1979.

WALLACH, D. L.; HALLIDAY, D.; RESNICK, R. Physics Through the Years. **Physics Teacher**, v. 31, p. 506-507, 1993.