

Modelos Egarch aplicados a la prueba del CAPM y los modelos multifactoriales para acciones colombianas (2002-2008)¹

Alberto Gómez Mejía*

RESUMEN

La aplicación de modelos Egarch a la prueba del CAPM para Colombia permite concluir que éste se da bajo condiciones de alta volatilidad y que se puede utilizar como herramienta para el análisis financiero y las proyecciones de rentabilidad de activos financieros y reales. Igualmente, los modelos multifactoriales con base en Egarch explican satisfactoriamente el comportamiento de las rentabilidades de las veintidós principales acciones negociadas en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) durante enero del 2002 y mayo del 2008, con respecto a las principales variables macroeconómicas. El comportamiento del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) está relacionado inversamente con el comportamiento de la tasa TES real y la ITCR, mientras que depende positivamente de las buenas noticias en el comportamiento de la producción representada, en este caso, por el índice de la muestra manufacturera del DANE.

Palabras clave: Egarch, Garch, CAPM, TES, ITCR, IGBC, BVC, varianza condicional.

EGARCH MODELS APPLIED TO THE TEST OF THE CAPM AND THE MULTIFACTORIAL MODELS FOR COLOMBIAN ACTIONS 2002-2008

ABSTRACT

The application of Egarch models to the test of the CAPM for Colombia allows to conclude that it occurs under conditions of high volatility and that can be used as a tool for financial analysis and projections of yield of financial and real assets. Also, multi-factor models based on Egarch satisfactorily explain the behavior of the yields of the 22 most negotiated stocks in the BVC (Stock market of Colombia) with respect to the main colombian macroeconomic variables during 2002 January of and May of 2008. The behavior of the IGBC stock index is inversely related to the behavior of the real TES yield rate and the ITCR whereas it depends positively on the good news in the behavior of the production represented by the index of the manufacturing monthly sample of the DANE.

Keywords: Egarch, Garch, CAPM, TES, ITCR, IGBC, BVC, conditional variance, leverage effect.

¹ Este artículo es producto de la investigación "Aplicaciones de la econometría a las finanzas corporativas y mercado de capitales", la cual fue financiada por la Universidad Libre de Cali.

* Jefe del Área de Economía de la Universidad Libre Seccional Cali. The University of Florida, Gainesville. Magíster Economía. Cornell University. Certificado en Operaciones Bursátiles de la Bolsa de Valores de Colombia. Ex funcionario de la Bolsa de Occidente, Cali. Asesor en BGP Investment Bankers Ltd y consultor asociado a CEA & Cía Ltda. Profesor de Mercado de capitales, Teoría económica y Econometría, en pregrado y posgrado de varias facultades de Economía y Administración de Empresas en Cali: Universidad del Valle, San Buenaventura, Icesi, Javeriana de Cali, Santiago de Cali, Autónoma y Libre; Universidad Católica Popular del Risaralda, Pontificia Bolivariana de Palmira. Correo electrónico: alberto.gomez@email.unilibrecali.edu.co

Fecha de recepción: 7 de octubre de 2008.
Fecha de aprobación: 20 de febrero de 2009.

INTRODUCCIÓN

La teoría de los modelos CAPM y multifactoriales estuvieron relacionadas en sus orígenes con el mercado accionario, el cual forma parte del mercado de capitales. Estrictamente hablando, el mercado de capitales es aquel en el cual se negocian títulos valores con madurez superior a un año (acciones y bonos) que tienen por objetivo financiar proyectos de desarrollo de largo plazo (de empresas y gobierno) financiar el déficit fiscal, y ejercer el control monetario (Banco de la República). El interés de este trabajo se centra en el mercado accionario.

Aunque el objetivo de este trabajo no es narrar la historia del mercado de capitales colombiano, es suficiente decir que éste se ha visto afectado por la evolución cíclica de la economía colombiana; que ha recibido estímulos y desestímulos tanto por los continuos cambios en la legislación financiera y tributaria, como por el cambio de modelos de desarrollo, tales como el modelo de sustitución de importaciones y el de apertura económica, que empezó en 1990. En el caso del último modelo, la economía colombiana y el sector financiero han presentado aceleradas transformaciones como resultado de la presión y las exigencias ejercidas por el proceso de internacionalización de la economía colombiana. Las autoridades regentes del mercado de capitales colombiano se han visto obligadas a estimular una serie de acciones, entre ellas, una mayor competencia en la prestación de servicios; la actualización y simplificación de las normas que faciliten la creación de nuevos productos y títulos valor; la eficiencia en su negociación; la integración con otros mercados internacionales; la participación de capitales extranjeros en nuestro mercado, y el desarrollo de inversionistas institucionales.

Desde 1991, el desarrollo del mercado accionario ha sufrido ciclos de larga duración y de origen interno: expansión acelerada en el gobierno de Gaviria

(1990-1994), depresión en los gobiernos de Samper y Pastrana (1994-2002) y expansión en el gobierno de Uribe (2002-2007). Adicionalmente, el acercamiento a los mercados internacionales ha llevado al conocimiento masivo de los indicadores que el desempeño (rentabilidad) de las acciones negociadas en las diferentes bolsas de valores de Colombia (Bogotá, Medellín y Occidente) hasta el año 2001 y que a partir de ese año se miden en la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), ya que las tres bolsas se fusionaron en una sola. Sin embargo es notable, al menos intuitivamente, que el comportamiento accionario (precios y rentabilidad) depende de factores ajenos al mercado, como por ejemplo, los macroeconómicos, sectoriales, y las expectativas políticas, entre otros.

Con base en lo anterior, el presente trabajo de investigación se enfoca en la aplicación de modelos econométricos con orientación financiera (CAPM, APT y Multifactorial) al mercado accionario colombiano, en el periodo enero del 2002-mayo del 2008. Inicialmente se hace una prueba para saber si el modelo CAPM se da en Colombia, con el fin de pasar a medir los betas de las principales acciones negociadas en la BVC. Posteriormente se construyen regresiones para determinar las principales variables que establecieron el comportamiento, la rentabilidad y, sobre todo, la volatilidad de las principales acciones, característica que ha identificado al mercado accionario colombiano a nivel mundial. Para la elaboración de los modelos se utilizan Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), ARCH y Garch. Lo anterior permite un punto de partida para la elaboración de pronósticos y la toma de decisiones para inversiones.

Para la investigación se seleccionaron las veintidós acciones más transadas en el mercado accionario colombiano, y siete variables macroeconómicas que inciden en el comportamiento de las acciones. Éstas son: Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC), Tasa de Cambio Nominal, Tasa de Cam-

bio Real, DTF, tasa de inflación, Índice Manufacturero Real (IMR), e Índice de Costos de Construcción y Vivienda (ICCV).

Desde que Lintner (1965) hizo la primera prueba del CAPM, las pruebas realizadas en países desarrollados han sido infinitas. Aunque se ha pensado que el CAPM no funciona en países subdesarrollados – debido a la marginalidad de sus mercados de capitales con respecto a los desarrollados– los estudios demuestran lo contrario. El caso de Guzmán (1998), quien aplicó los modelos a treinta y tres acciones negociadas en la Bolsa Mexicana de Valores durante 1995-1997, concluyó que en México sí funciona el CAPM y midió la volatilidad de las acciones y betas. Asimismo Antelo (1994) para Bolivia, y Warnes (1998) para Argentina, Brasil, México y Chile. Para Colombia, el primero fue el de Burbano (1997) y Caicedo (2004), que ya incluye en el análisis un ARCH(1) y concluye que para el caso de Colombia no se pueden aceptar ni rechazar las relaciones que plantea el CAPM.

Este trabajo se compone de tres partes: en la primera se describen de los tres modelos: CAPM (Capital Asset Pricing Model o Modelo de Valoración de Activos de Capital), APT (Average Pricing Theory o Teoría de Valoración por Arbitraje) y Multifactoriales y se establecen comparaciones entre ellos, en lo que respecta a ventajas y desventajas teóricas. En la segunda parte se aplican los modelos al mercado accionario en Colombia, y en la tercera parte se presentan conclusiones y recomendaciones.

ASPECTOS TEÓRICOS

Para cada proyecto o activo, un inversionista tiene que establecer una relación entre rentabilidad y riesgo. Rentabilidad es la suma de la valorización del activo (ganancia de capital) más los ingresos periódicos (intereses, dividendos) a lo largo del tiempo que dure la inversión. Tanto los precios de mercado

de los activos, como el flujo de ingresos y egresos (flujo de caja), pueden ser inestables o fluctuantes, haciendo que el activo presente una rentabilidad volátil o variable, concepto opuesto al de rentabilidad fija, que es aquella rentabilidad dada por un título o activo que garantiza un ingreso predeterminado o constante (un bono que paga un interés fijo) a lo largo del tiempo de la inversión. Con base en lo anterior, el concepto de riesgo en finanzas se refiere a la probabilidad estadística de obtener una rentabilidad esperada en una inversión, frente a la incertidumbre que caracteriza un flujo de ingresos o egresos volátil.

La medición estadística de la volatilidad nos lleva a determinar una rentabilidad esperada o probable, de acuerdo con un escenario económico. Esto quiere decir que habrá una rentabilidad esperada para cada escenario en el cual se asume un diferente nivel de riesgo. Sin embargo, esta rentabilidad esperada es solamente un punto de referencia; nada garantiza su realización, por lo que lo corriente será obtener rentabilidades mayores o menores que la esperada.

Por lo general los activos que presentan mayores tasas de rentabilidad no siempre son los que presentan mayor volatilidad en sus precios y flujos de caja; por el contrario, la baja rentabilidad está asociada con baja volatilidad.

Hay varios indicadores que miden la volatilidad. Para obtener estos indicadores es necesario obtener la varianza de las rentabilidades históricas y actuales, que son diferentes de la rentabilidad esperada (media estadística). El rango de fluctuación de las rentabilidades alrededor de la rentabilidad esperada está medido por la varianza o la desviación estándar de la distribución. También es necesario encontrar la curtosis y asimetría de la distribución.

En cuanto al grado de permanencia en el tiempo, el riesgo se puede clasificar en sistemático y no sistemático.

El riesgo sistemático o no diversificable es el que afecta todos los activos del portafolio de inversiones; a unos más que a otros. Forma parte de este riesgo la incertidumbre acerca de las condiciones macroeconómicas generales, tales como el PIB, las tasas de interés, la inflación y la tasa de cambio, entre otros. Por ejemplo, un aumento inesperado de la inflación afecta los salarios, los costos de materias primas, el valor de activos y los precios de venta de los productos. Este riesgo se llama sistemático porque siempre está presente; ninguna empresa puede estar al margen de lo que pase en la macroeconomía nacional; y es no diversificable porque no se elimina o se reduce a pesar de que se aumente el número de activos del portafolio, o se diversifique el portafolio en activos de diferentes sectores no correlacionados.

El riesgo no sistemático o diversificable es el que afecta específicamente un activo en particular, o un grupo reducido de activos; en otras palabras, es aquel que sólo afecta algunas empresas específicas, y que se elimina o se reduce en la medida en que se haga diversificación en las inversiones, incluyendo activos de sectores diferentes que no estén correlacionados. Por ejemplo, un alza de las tasas de interés afectará a unas industrias más que a otras. El inversionista deberá moverse hacia activos o industrias que se vean poco afectadas por la tasa de interés, para contrarrestar el efecto negativo que sufren aquellas industrias altamente sensibles a las tasas de interés.

EL MODELO CAPM

El CAPM fue desarrollado simultáneamente por Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), aunque todos se basaron en los trabajos de Markowitz (1952) y Tobin (1958).

La expresión matemática del CAPM es la siguiente:

- (1) $E(R_{it}) = R_{ft} + [E(R_{mt}) - R_{ft}] * \beta_i$
- (2) $\beta_i = \text{Covarianza}(R_{it}, R_{mt}) / \text{Varianza}(R_{mt})$

Donde,

$E(R_{it})$ = valor esperado o esperanza matemática de la rentabilidad del título i , en el periodo t . La rentabilidad del título se compone de la variación en el precio, más los dividendos.

R_{ft} = tasa de rentabilidad (periodo t) de los títulos considerados como libres de riesgo en el contexto del país. Generalmente estos títulos son emitidos por el Gobierno del país.

$E(R_{mt})$ = valor esperado o esperanza matemática de la rentabilidad (periodo t) de la cartera o portafolio de activos representativos del mercado, específicamente el conjunto de acciones más transadas en la bolsa de valores, en el caso colombiano, la BVC.

β_i = riesgo sistemático del título i .

SUPUESTOS DEL MODELO DE MARKOWITZ Y DEL CAPM

El modelo CAPM se basa en la teoría de portafolios de Markowitz, cuyos supuestos se resumen a continuación:

1. Los inversionistas son de tres clases en su comportamiento con respecto al riesgo: aversos, neutrales y amantes. Pueden escoger varias alternativas de inversión. Cada uno invierte de acuerdo con sus preferencias en riesgo y decide qué porcentaje invertir en activos de mayor o menor riesgo. Los aversos al riesgo pueden invertir todo su presupuesto en un activo del mercado que presenta una rentabilidad o tasa libre de riesgo (bono emitido por el Gobierno o el Banco Central) y cuya rentabilidad es totalmente conocida por los participantes del mercado, ya que ésta es anunciada públicamente, un activo cuya rentabilidad es muy estable por lo que brinda certeza y bajo riesgo. Habrá inversionistas que asumirán nive-

- les intermedios de riesgo, ya que escogerán una combinación de activos riesgosos con otros libres de riesgo y en el otro extremo, otros invertirán todo su presupuesto en el portafolio de mercado compuesto solamente por acciones, es decir que se puede conformar un portafolio compuesto de cualquier número de activos riesgosos.
2. Todos los inversionistas son tomadores de precio, puesto que los precios de los activos son exógenamente dados.
 3. Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de tiempo.
 4. Hay dos periodos: $t = 0$ y $t = 1$; sin embargo, se toma la decisión en un solo periodo, por lo que es un modelo estático.
 5. Las variables tienen un comportamiento descrito por una función de probabilidad.
 6. No hay costos de transacciones.
 7. El portafolio del mercado existe, es medible y está en la frontera eficiente. El portafolio del mercado es una canasta accionaria representada en el índice accionario de la bolsa local.
 8. Todos los mercados son líquidos para todos los activos; esto facilita que todos los activos sean transados.
 9. Todos los activos son infinitamente divisibles; por ejemplo, se puede comprar una fracción del título o la unidad completa.
 10. Los mercados son “perfectos” es decir, la competencia es perfecta, no hay costos de transacción, no hay impuestos, hay venta corta (*short-selling*), no se prohíbe, etc.
 11. Expectativas homogéneas: se basa en el supuesto de que todos los inversionistas tienen la misma información sobre la combinación de activos que lleva al óptimo portafolio; sobre su rentabilidad y nivel de riesgo, aunque no todos tomarán la misma decisión de inversión porque cada uno estará dispuesto a enfrentar diferentes niveles de riesgo.
 12. *Short-selling* o ventas en corto. Algunos inversionistas, deseosos de asumir mayores riesgos con la esperanza de obtener mayor rentabilidad invirtiendo solamente en activos riesgosos (no libres de riesgo), estarán dispuestos a pedir créditos a las firmas intermediarias (comisionistas, corredores, *brokers*, etc.).
 13. Los portafolios se seleccionan de acuerdo con el criterio de media-varianza (combinaciones de rentabilidades esperadas y riesgo).
 14. Los inversionistas no pueden encontrar activos sobrevaluados o subvaluados en el mercado, puesto que existe especulación y arbitraje.
 15. Los inversionistas puedan mantener portafolios diversificados sin incurrir en costos adicionales.
 16. Los portafolios no sólo incluyen todos los activos comercializados en el mercado, sino que cada activo tiene su propio peso o ponderación.
 17. El nivel de riesgo de cada activo está medido por su respectivo beta, que mide el riesgo sistemático no diversificable. El beta del portafolio es el promedio de los betas individuales ponderados por sus respectivas participaciones en el portafolio.
- El CAPM asume que cuanto mayor es el riesgo de invertir en un activo, tanto mayor debe ser la rentabilidad de dicho activo, para compensar este aumento en el riesgo; más formalmente, que la rentabilidad

de los títulos depende en forma lineal de su propio nivel de riesgo, medido por el indicador beta. Este indicador se define como la covarianza entre la rentabilidad del título y la rentabilidad del mercado, dividida por la varianza de la rentabilidad del mercado. La rentabilidad del mercado está medida por las variaciones del índice accionario de una bolsa de valores, que mide las fluctuaciones de precios de las acciones más negociadas allí. Cada bolsa tiene su propio índice accionario. Ante la imposibilidad física de incluir todos los activos existentes en un mercado, lo pragmático es seleccionar aquellas acciones más transadas en la bolsa, ya que éstas representan a las empresas más importantes del país. El índice accionario es, por tanto, un portafolio compuesto solamente de acciones que, por su naturaleza, son riesgosas, o sea de rentabilidad incierta y fluctuante.

Cuando los supuestos se sostienen, el CAPM es la única medida de riesgo que es necesaria para determinar la rentabilidad prevista de un activo. Así, los factores de riesgo específicos de la firma son innecesarios.

El CAPM es uno de los modelos más probados de todos los tiempos. Empíricamente el CAPM se aplica universalmente, y es sometido a pruebas continuamente bajo la lupa de cada modelo econométrico que se desarrolla.

A raíz de su desarrollo teórico a lo largo de la década de los años sesenta, a comienzos de los setenta se realizaron los primeros contrastes empíricos (pruebas de hipótesis) relevantes. Concretamente sobresalen los trabajos de Black *et ál.* (1972), quienes empezaron a poner en duda la veracidad del modelo en el mercado norteamericano.

Un problema teórico para los usuarios del CAPM fue expresado por Roll (1980), quien planteó que el portafolio del mercado era imposible de medir y que así nunca se podría probar la validez del CAPM. Un

posible golpe mortal al CAPM fue el trabajo de Fama y French (1992), quienes concluyeron que cuando el tamaño y el valor contable del portafolio de mercado se incluyen en el modelo, el beta de la acción llega a ser insignificante. A pesar de innumerables propuestas para reformar el CAPM, éste todavía se sigue usando extensamente. Como veremos más adelante, el desarrollo de los modelos Garch (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity) permitieron nuevas pruebas que lo han fortalecido.

En síntesis, sabemos que:

- los inversionistas exigen mayores rentabilidades para aquellas acciones (o proyectos de inversión) más riesgosas;
- los inversionistas tratan de protegerse principalmente del riesgo que no pueden eliminar con la diversificación, es decir, del riesgo de mercado;
- el CAPM es ampliamente usado en el mundo, ya que sus resultados son tomados como punto de referencia, porque permite comprender mejor la lógica financiera, a pesar de su estructura simple. Esto a pesar de no pasar todas las pruebas en un solo mercado, o en diversos mercados financieros a lo largo y ancho del mundo, ya que los diferentes mercados financieros presentan diferentes grados de desarrollo.

Empíricamente el CAPM se realiza de acuerdo con la propuesta de Lintner (1965), que consta de dos etapas.

En la primera etapa se corre una regresión lineal – Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)– basada en la ecuación básica (1) llamada “Línea característica del título” –Security Market Line (SML). La regresión se corre para cada una de las acciones, entre la rentabilidad histórica de la acción y la rentabilidad histórica del mercado.

$$(1) E(Rit) = Rf t + \beta_i [E(Rmt) - Rf t]$$

$$(2) E(Rit) - Rf t = \alpha_i + \beta_i [E(Rmt) - Rf t] + \varepsilon_{it}$$

Rit = Variable aleatoria que representa el rendimiento del activo i durante el periodo t. La rentabilidad es igual a la variación porcentual periódica del precio, más los dividendos.

$$(3) Ri = (P_t - P_{t-1} + D_t) / P_{t-1} = ((P_t / P_{t-1}) - 1) + (D_t / P_{t-1})$$

R_m = variable aleatoria, rendimiento del mercado. Ésta se mide como la variación porcentual periódica del índice accionario entre los periodos (t, t - 1).

$$(4) R_{M_t} = (I_t / I_{t-1}) - 1$$

La variable dependiente de la regresión es la nueva variable, prima de riesgo del activo, conformada por la diferencia entre la rentabilidad del activo y la de la tasa libre de riesgo. Esta expresa los puntos de rentabilidad que el título obtiene por encima de la tasa libre de riesgo. La variable independiente es la prima de riesgo del mercado, es decir, los puntos en los cuales la rentabilidad del mercado excede la misma tasa libre de riesgo.

(α_i , β_i): Son los parámetros arrojados por la regresión; α_i es el punto de corte o rentabilidad mínima esperada por el activo, independientemente de la prima del mercado. β_i es la pendiente de la regresión lineal, ya definida anteriormente.

$$(5) \beta_i = \text{Covarianza} (Rit - Rf t, Rmt - Rf t) / \text{Varianza} (Rmt - Rf t)$$

ε_{it} = variable aleatoria. Desviación o diferencia aleatoria entre la (Rit - Rf t) real, y ésta proyectada por la regresión.

En la segunda etapa se corre una regresión lineal (MCO) de corte transversal entre las rentabilidades

históricas promedias de las i acciones y los i betas estimados β_i .

$$(6) \text{Prom}[E(Ri - Rf)] = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i + \varepsilon_i$$

El punto de corte estimado, λ_0 , es equivalente a la tasa libre de riesgo (Rf) y la pendiente λ_1 es el promedio aritmético de la prima del mercado [E(Rm) - Rf].

Hay presentaciones alternativas de la ecuación anterior, como la siguiente:

$$(7) \text{Prom}[E(Ri - Rf)] = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i + \lambda_2 \sigma^2(\varepsilon_i) + v_i$$

ésta incluye como variable explicativa la varianza de los residuos de cada regresión de la primera parte. Si el CAPM es correcto, se requiere que estadísticamente los coeficientes de las regresiones sean igual a cero:

$$\lambda_0 = 0, \lambda_1 = \text{Prom} (Rm - Rf) = 0 \text{ y } \lambda_2 = 0$$

Como toda regresión lineal, éstas deben cumplir con los siguientes requisitos o supuestos que hagan válidos los estimadores arrojados por la regresión.

1. $E[\varepsilon_i] = 0$ En promedio, la influencia de los errores o residuos es nula, es decir, la media aritmética de los errores debe ser cero.
2. $\text{Cov}[\varepsilon_i, R_{M_t}] = 0$; RM y ε_i no deben estar correlacionados. Los residuos no deben tener algún tipo de dependencia lineal con respecto a los rendimientos del mercado. Covarianza entre ellos debe ser igual a cero.
3. $\text{Cov}[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0; i \neq j$ Supuesto de no correlación serial o no autocorrelación. Los residuos de diferentes activos no deben estar correlacionados, es decir, Covarianza entre ellos debe ser igual a cero. Este supuesto es el más importante; la no correla-

ción de los residuos de los activos, reafirma que los Ri de todos los activos varían sistemáticamente debido a su dependencia común con las variaciones del modelo, y no por otras variables.

4. $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$. La varianza de los residuos debe ser homocedástica, o sea igual a un número constante positivo. Esto significa que los distintos valores de la variable dependiente correspondiente a los valores de la variable independiente presentan la misma varianza.
5. Los residuos tienen una distribución normal estándar (media igual a cero y varianza igual a uno).

INTERPRETACIÓN DEL BETA

Profundizando en el análisis del beta, desde que la covarianza del portafolio del mercado consigo mismo es su varianza, el beta del portafolio del mercado tiene un valor de uno (1). Aquellos activos más riesgosos que el portafolio de mercado tienen un beta mayor que uno; aquellos menos riesgosos que el portafolio de mercado tienen un beta menor que uno. Aparentemente no debería haber activos no correlacionados con el portafolio de mercado; sin embargo, es común encontrar en las economías emergentes activos con beta igual a cero, o incluso negativos. Para este último caso, dado que la covarianza entre dos activos puede ser negativa o positiva, la existencia de la covarianza negativa lleva a un beta negativo. Un beta negativo significa que el activo está inversamente correlacionado con los movimientos del portafolio de mercado, es decir, el índice accionario. Otro ejemplo de correlación cero son aquellas industrias cuyas rentabilidades no se ven afectadas por el ciclo económico expansivo o contraccionista, como el caso de los cosméticos.

Aunque la evidencia indica que en la mayoría de los casos los betas son positivos, la estructura de la

fórmula del beta permite que potencialmente el beta presentar una gran variedad de resultados, como los siguientes:

- $\beta < -1$: el riesgo del activo es mayor que el riesgo del mercado. Correlación inversa o negativa entre el activo y el mercado.
- $\beta = -1$: el riesgo del activo es igual al riesgo del mercado. Correlación inversa entre el activo y el mercado.
- $-1 \leq \beta \leq 0$: el riesgo del activo es menor que el riesgo del mercado. Correlación inversa entre el activo y el mercado.
- $\beta = 0$: no hay correlación entre el activo y el mercado. Activo totalmente neutral.
- $0 \leq \beta \leq 1$: el riesgo del activo es menor que el riesgo del mercado. Correlación directa o positiva entre el activo y el mercado.
- $\beta = 1$: el riesgo del activo es igual que el riesgo del mercado. Correlación positiva entre el activo y el mercado.
- $\beta > 1$: el riesgo del activo es mayor que el riesgo del mercado. Correlación positiva entre el activo y el mercado.

VENTAJAS DEL CAPM

- Presenta una relación directa entre riesgo y rentabilidad.
- Tiene en cuenta los beneficios de la diversificación.

DESVENTAJAS DEL CAPM

- No especifica cuáles son los factores (macroeconómicos, sectoriales, etc.) que causan dichas co-

rrelaciones. Como respuesta a esta deficiencia se plantearon el modelo APT y los modelos multifactoriales.

- Las rentabilidades de los activos financieros en el mundo real no tienen distribución normal como lo supone el CAPM.

MODELOS MULTIFACTORIALES Y MODELO APT

El supuesto del modelo de Markowitz y del CAPM –en el que se ignoran los costos de transacción, la dependencia extrema del modelo en el portafolio del mercado accionario y la omisión de las variables sectoriales o macroeconómicas que pueden afectar el desempeño de los portafolios y otras desventajas– generó muchas críticas. Por ejemplo Ross (1976) sugirió un modelo alternativo para la medición de riesgo llamada Teoría de Valoración por Arbitraje (Arbitrage Pricing Theory).

Arbitraje significa que una inversión se hace cuando los inversionistas estiman que pueden invertir sin riesgo y obtener una rentabilidad superior a la tasa libre de riesgo; las inversiones continuarán hasta que desaparezca la oportunidad de ganancia. Por ejemplo, si dos activos o títulos de renta fija presentan el mismo nivel de riesgo con diferentes rentabilidades, los inversionistas comprarán el que tenga la mayor rentabilidad (menor precio) y venderán el que tenga la menor rentabilidad (mayor precio) obteniendo así una ganancia libre de riesgo. Como en el CAPM, aquí se parte descomponiendo el riesgo entre su componente de mercado, y el generado por la empresa. Los factores generadores de riesgo pueden ser cualquier variable económica, empresarial, sectorial, etc. El modelo APT se puede expresar en una versión simple y otra general. La versión simple asume que todas las rentabilidades de los activos están explicadas por un solo factor.

$$(9) R_{it} = \alpha_i + \beta_i F_{1t}$$

No hay término de error o residuo porque el factor F explica todo el comportamiento de R_i ; el riesgo implícito en la regresión es causado por la incertidumbre en F_1 . El planteamiento principal aquí es que si el alfa y el beta están relacionados, es porque las oportunidades de arbitraje están agotadas.

La versión general considera la posibilidad de escoger entre miles de portafolios diversificados, cuyas rentabilidades también están exentas de errores, pues muchos factores explicativos son usados. En el APT, el riesgo tiene dos componentes: el de mercado (m) y el empresarial (ϵ). El riesgo de mercado es sistemático, pues afecta a muchas empresas, e incluye cambios no anticipados en el comportamiento de las variables macroeconómicas tales como el PIB, la inflación y las tasas de interés que pueden ser tomadas como factores. Incorporando las dos clases de riesgo a través del modelo de rentabilidad se obtendría:

$$(10) R = E(R_{it}) + m + \epsilon = R_t + (\beta_1 F_{1t} + \beta_2 F_{2t} + \dots + \beta_n F_{nt}) + \epsilon$$

R = rentabilidad del activo

$E(R)$ = rentabilidad esperada

m = riesgo no anticipado o inesperado de las variables del mercado.

ϵ = riesgo generado por la empresa específica.

B_j = Sensibilidad (betas) de las inversiones a cambios no anticipados en el factor j .

F_j = Cambios no anticipados en el factor j .

La medición de la sensibilidad del inversionista a algún factor macroeconómico es similar al beta del CAPM. Desde el punto de vista de la econometría, los betas del APT tienen las mismas características del beta en el CAPM.

El CAPM en realidad puede ser considerado como un caso especial del APT. Si analizamos la rentabi-

lidad de un activo i , cuya rentabilidad total es afectada por N factores, la rentabilidad total se puede descomponer en sus componentes determinados por cada factor, y comparar simultáneamente cada componente con respecto a la rentabilidad del activo libre de riesgo. Así tenemos:

$$(11) E(R_{it}) = R_f + \beta_1 [E(R_{1t}) - R_f] + \beta_2 [E(R_{2t}) - R_f] + \dots + \beta_n [E(R_{nt}) - R_f]$$

La anterior expresión es idéntica a la del CAPM: $E(R_{it}) = R_f + \beta_i [E(R_{mt}) - R_f]$, donde la rentabilidad del mercado es un factor explicativo. Como puede verse, el APT no hace énfasis en un activo o portafolio riesgoso representativo del mercado que determine la rentabilidad de cada activo sujeto a inversión. Sin embargo, propone como alternativa muchos factores explicativos sobre los cuales no hace supuesto alguno en cuanto a la naturaleza del factor, distribución de probabilidad de la rentabilidad de cada activo, etc. La solución de (11) se hace a través de una regresión lineal en la que habría que analizar la multicolinealidad o correlación entre los factores seleccionados. Para solucionar empíricamente el problema del APT, se propuso el modelo multifactorial, el cual no constituye un planteamiento teórico novedoso, sino que tiene una fuerte orientación aplicada econométrica.

Este modelo supone que:

1. Cuantos más factores se usen, más se reduce la magnitud de los residuos.
2. El número de factores a usar depende del contexto del mercado: país, sector.

Los factores pueden ser los siguientes:

- **Macroeconómicos:** como el PIB, el IPC, la tasa de desempleo, el índice de construcción y las tasas de interés del banco central.

- **Mercado:** índice accionario como representativo de la rentabilidad del mercado de títulos de renta variable, índices de títulos de renta fija y tasas de interés de captación.
- **Sectoriales:** ventas del sector, mercados, impuestos, número de empresas.
- **Empresariales:** razones financieras: relación deuda/patrimonio; ROA, ROE, ventas.
- **Mercado accionario:** precio de la acción, Relación precio-ganancia (RPG), Relación precio-dividendos por acción (Yield), Relación precio-libro de valores (Q – Tobin).
- **Riesgo:** beta de la empresa o beta sectorial, varianza de los flujos de caja.

Tanto el CAPM como los modelos multifactoriales deben ser continuamente actualizados (por lo menos mensualmente), pues los betas de las acciones y los factores explicativos cambian permanentemente, lo cual lleva a que algunos sean reemplazados por otros.

Infortunadamente, las series de tiempo de las rentabilidades de las acciones y las variables macroeconómicas no son estacionarias, son muy volátiles, lo que llevó a una diferenciación de cada una de ellas. Además, las regresiones de las dos etapas del CAPM, al solucionarse con MCO, tienen problemas de heterocedasticidad, por lo que se aplican modelos Garch (Bollerslev, 1986) y sus derivaciones, que corrigen el problema y usan el método de Máxima Verosimilitud (Gujarati, 2003). La utilización de estos modelos implica añadir una segunda ecuación a cada regresión, la cual describe el comportamiento de la varianza condicional. El Garch explica que la varianza condicional de los residuos de la regresión en el periodo t depende tanto del término del error al cuadrado, como de sus varianzas condicionales en periodos

anteriores. El término “condicional” significa precisamente dependencia en el tiempo.

Un Garch (p, q) se expresa para cada regresión de la acción *i* en la etapa 1, como

$$(12) \sigma_t^2 = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \mu_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \delta_j \sigma_{t-j}^2,$$

es decir,

$$\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \mu_{t-1}^2 + \gamma_2 \mu_{t-2}^2 + \dots + \gamma_p \mu_{t-p}^2 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2 + \delta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \delta_q \sigma_{t-q}^2$$

donde $\mu_t = V_t \sqrt{\sigma_t^2}$

Las condiciones para la estabilidad del modelo son que:

$$\gamma_0 > 0; \gamma_i \geq 0; \delta_j \geq 0; \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_p + \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_q < 1$$

donde μ^2 son los residuos elevados al cuadrado y rezagados de las regresiones, y las σ_t^2 son las varianzas rezagadas de los residuos.

Las expresiones de Garch más comunes son:

Garch (1,1) $\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \mu_{t-1}^2 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2$

Garch (1,0) $\sigma_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \mu_{t-1}^2$

Garch (0,1) $\sigma_t^2 = \gamma_0 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2$

Sin embargo, el Garch estándar presenta una limitación: asume que los errores de la regresión –tanto positivos como negativos– afectan por igual la volatilidad en forma simétrica; por ejemplo, en los mercados de capitales, noticias buenas o malas sobre el desempeño de una empresa producirían el mismo efecto sobre los precios de la acción y su rentabilidad, pero esto no ocurre en la realidad; malas noticias generan pánico, venta masiva, volatilidad, mientras que las buenas generan volatilidad en menor proporción. Este fenómeno es conocido como el “efecto apalancamiento”, o *Leverage effect* (planteado por Black en 1976), porque una caída en el pre-

cio de la acción produce una caída en el valor de mercado del patrimonio frente al valor de mercado del pasivo aumentando el nivel del endeudamiento o apalancamiento. Esta carencia del Garch es corregida por el Garch Exponencial, conocido como Egarch.

La fórmula del Egarch, planteada originalmente por Nelson (1991), es la siguiente:

$$\log(\sigma_t^2) = w + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}}$$

La cual es una forma restringida de:

$$\log(\sigma_t^2) = w + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} - E \left(\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right) \right| + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\varepsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}}$$

Primero que todo se asume que $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$. El lado izquierdo de la fórmula es el logaritmo de la varianza condicional, lo cual garantiza dos aspectos: primero, que el efecto apalancamiento sea exponencial y no cuadrático, y segundo, que el pronóstico de la varianza condicional va a ser mayor o igual a cero. Eso quiere decir que la forma logarítmica, al garantizar que la volatilidad siempre será positiva, permite que no se impongan restricciones de signo sobre los coeficientes de la fórmula α_i, γ_k .

En el lado derecho de la ecuación, el primer elemento (*w*) es el intercepto; el segundo componente (β_j) mide el grado de persistencia de la varianza condicional; cuanto mayor sea su valor (generalmente tiende a 1), significa que hay un fuerte impacto de los choques informativos sobre la varianza condicional. El tercero (α_i) mide la magnitud del efecto: si $\alpha_i > 0$, la nueva información ejerce un efecto positivo en la varianza, lo contrario si $\alpha_i < 0$.

El cuarto (γ_k) indica el signo del efecto: si $\gamma_k = 0$, hay simetría; los efectos de los choques representados por $(\varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1})$ ejercen un efecto simétrico sobre la volatilidad, es decir, sobre el $\log(\sigma^2)$. Lo contrario

ocurre si $\gamma_k \neq 0$, por ejemplo, si $\gamma_k < 0$, los $(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1})$ que representan la información nueva sobre rentabilidades negativas producen un efecto positivo sobre $\log(\sigma^2)$, es decir, un cambio grande comparado con el caso contrario, cuando $\gamma_k > 0$. En este caso el efecto de la información nueva sobre rentabilidades positivas ejerce un efecto negativo en $\log(\sigma^2)$, es decir, produce un cambio relativamente pequeño en la varianza, fenómeno que se ha llamado como “el efecto apalancamiento”. Generalmente se da que α_i es positivo y que γ_k es negativo. Un γ_k significativo captura la turbulencia asimétrica de los mercados que no explica el Garch.

Si la información nueva que llega al mercado concerniente al periodo anterior (t-1), sobre empresas e indicadores macroeconómicos son buenas, se da que $(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) > 0$, por lo que el impacto total de ε_{t-1} sobre la volatilidad es $(\alpha_i + \gamma_k)(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1})$. Por el contrario, si la información genera pesimismo, $(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}) < 0$ y el impacto total de ε_{t-1} sobre la volatilidad es $(\alpha_i - \gamma_k)(\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1})$.

Es importante tener en cuenta que, en su versión original, Nelson (1991) asumió que el modelo seguía una Distribución Generalizada de los Errores –Generalized Error Distribution (GED)– mientras que el *software* Eviews permite que se escoja entre las distribuciones normal, Student’s- t o GED.

A pesar de las ventajas del Egarch en cuanto a su capacidad de modelar los choques asimétricos, existe evidencia empírica de que el Egarch puede exagerar los efectos de los grandes choques sobre la volatilidad y no producir resultados tan buenos como los del Garch (Engle y Ng, 1993). Sin embargo, de no cumplirse los requisitos paramétricos del Garch, hay que proceder con el Egarch.

APLICACIÓN DE LOS MODELOS AL MERCADO ACCIONARIO COLOMBIANO

Para la aplicación de los modelos al mercado de acciones en Colombia se eligieron las acciones de las empresas que se listan a continuación², las cuales son de las más negociadas en la BVC. Se excluyeron Simesa y Carulla, pues recientemente han dejado de ser de alta bursatilidad debido a que estas empresas han sido fusionadas, y Ecopetrol y ETB por estar recientemente entradas al mercado, por lo cual no hay suficientes datos históricos para correr las regresiones. Conviene anticipar que la acción de Estra se descartó del análisis para el CAPM porque las regresiones mostraron que su beta no es estadísticamente significativo. Las siglas de las acciones son las siguientes:

AVAL: ordinaria Grupo Aval

BBTA: ordinaria Banco de Bogotá

BCOL: ordinaria Banco de Colombia

BCOLP: preferencial Banco de Colombia

BOCC: ordinaria Banco de Occidente

CARTÓN: ordinaria Cartón Colombia

CEMARGOS: ordinaria Cementos Argos

COLPATRIA: ordinaria Banco Colpatría

COLINVERS: ordinaria Colombiana de Inversiones

COLTEJER: ordinaria Coltejer

CORFIVALLE: preferencial Corfivalle

ESTRA: ordinaria Estra

ÉXITO: ordinaria Éxito

FABRICATO: ordinaria Fabricato

ISA: ordinaria ISA

MINEROS: ordinaria Mineros S.A.

NALCHOCO: ordinaria Nacional de Chocolates

PAZRÍO: ordinaria Paz del Río

PROMIGÁS: ordinaria Promigas

SURAMINV: ordinaria Suramericana de Inversiones

2 En las regresiones que se muestran en el anexo se simplificó el nombre de las acciones con el propósito de que los lectores las reconozcan fácilmente.

TABLEMAC: ordinaria Tablemac

VALOREM: ordinaria Valorem S.A.

Se analizó el periodo enero de 2002-mayo de 2008, y se ignoraron los años anteriores, pues el mercado accionario entre los años 1995-2001 sufrió de una contracción que produjo un derrumbe en los precios hasta el grado de que el valor comercial de las acciones llegó a ser inferior al valor nominal de éstas, algo atípico en el mercado accionario, por lo que esos años deben estudiarse aparte.

La información de los precios de las acciones se tomó de la página web de la Superintendencia Financiera de Colombia (www.superfinanciera.gov.co). Los precios de las acciones usadas corresponden al precio ponderado del último día hábil de cada mes. A partir de éstos se construyeron para cada mes del periodo las tasas de rentabilidad anuales, sin incluir dividendos. En Colombia los dividendos no son relevantes, puesto que la mayoría de las acciones no pagan dividendos, o éstos corresponden a un porcentaje muy pequeño en comparación con el precio de la acción.

Los indicadores macroeconómicos se tomaron de las páginas web del Banco de la República (www.banrep.gov.co) y del DANE (www.dane.gov.co). Estos indicadores, que son expresados en índices, tasas y en números enteros, fueron transformados a variaciones porcentuales anuales. Todas las tasas de rentabilidad de las acciones y las variables macroeconómicas fueron transformadas de nominales a reales.

Dado que todas las series de rentabilidades reales accionarias y los indicadores macroeconómicos mostraron falta de estacionariedad, resultó suficiente aplicar una sola diferenciación para obtener regresiones no espurias. Para esto se usó la prueba de Dickey-Fuller Aumentada (DFA) (Dickey y Fuller, 1979; Gujarati, 2003).

Prueba de DFA:

Ho: $\rho = 1$ (la variable tiene una raíz unitaria, es decir, no es estacionaria)

Ha: $\rho < 1$ (la variable no tiene raíz unitaria, es decir, es estacionaria)

Adicionalmente, las regresiones fueron corregidas por multicolinealidad, autorregresión serial y heterocedasticidad.

PRUEBA DEL MODELO CAPM

En este modelo se realizaron las dos etapas explicadas en la parte teórica del modelo. Todas las series de rentabilidades accionarias fueron diferenciadas con el fin de obtener estacionariedad. Vale la pena aclarar que en el proceso de elaboración de este trabajo se aplicaron los MCO para todas las acciones, pero todas las regresiones presentaron heterocedasticidad; se pasó a usar el Garch, y las regresiones obtenidas no cumplieron mayoritariamente con los requisitos de los signos de los coeficientes para todas las acciones, razón por la cual se aplicó el Egarch a todas las regresiones de las dos etapas del CAPM. Las regresiones de la primera etapa tienen como objetivo hallar los betas accionarios; sin embargo, dada la diferenciación de las variables, el Egarch se utilizó para la ecuación diferenciada de la primera etapa:

$$d[E(R_{it}) - R_f t] = \alpha_i + \beta_i d[E(R_{mt}) - R_f t] + \epsilon_{it}$$

donde la d al lado de las variables significa primera diferencia de las primas de riesgo y de mercado. La tabla 1 resume la información que se detalla en el anexo, al final del documento. La aplicación del Egarch da resultados contundentes: todos los betas son significativos al 95%. Solamente las acciones de BanColombia preferencial, Colinversiones, Paz del

Río y Suramericana de Inversiones tienen un beta mayor que uno, es decir, fueron las acciones más riesgosas del mercado en el periodo estudiado. La del beta más bajo fue la de Promigas. Los DW muestran definitivamente la carencia de autocorrelación serial; las acciones del sector financiero tienden a tener un R² alto, contrario a lo de los otros sectores, con excepción de ISA. Lo anterior significa que a mayor R², mayor es la dependencia de la rentabilidad de la acción de las volatilidades del mercado y de la política macroeconómica. La estructura del Egarch es variada: los coeficientes α_i que miden el impacto del efecto aplazamiento van desde cero hasta cinco meses; Corfivalle presenta el mayor impacto del efecto, con cinco meses. Sin embargo, no hay un comportamiento diferencial para cada sector; la persisten-

cia de la varianza condicionada fluctúa entre cero y tres meses, y tampoco muestra un comportamiento específico para cada sector. En cuanto a la asimetría, ésta es significativa por un periodo para la mayoría; sin embargo, es importante el caso de BanColombia ordinaria y Colpatria, en las que ésta es significativa hasta por tres meses. Nótese que el signo del efecto apalancamiento (γ) es diverso y significativo para quince acciones; la significancia da a entender que los choques de las noticias nuevas producen un efecto asimétrico en la rentabilidad de estas acciones, mientras que las otras seis acciones tienen un γ no significativo, o sea, sufren efectos simétricos ante choques noticiosos. El signo de γ , positivo o negativo, en realidad no es importante, pues al fin y al cabo ambos aumentan la varianza condicionada.

TABLA 1. REGRESIONES CON EGARCH PARA CAPM. PRIMERA ETAPA CON RENTABILIDADES REALES DIFERENCIADAS. ENERO 2002-MAYO 2008.

Acción	Egarch (p, q, r)	Beta	Z-stat (95%)	R ² -adj.	DW	Signo efecto apalancamiento
Aval	(1,1,1)	0,2953	4,11	0,2231	1,59	Positivo
Ban. Bogotá	(4,1,1)	0,5236	26,56	0,3159	2,34	Positivo
Ban. Colombia	(4,1,3)	0,8905	41,00	0,6185	2,51	Negativo
Ban. Colombia pref.	(3,2,0)	1,1453	53,60	0,4226	2,13	No significativo
Ban. Occidente	(1,1,1)	0,4027	7,71	0,4942	2,31	Positivo
Cartón Colombia	(1,0,1)	0,1094	2,72	0,1247	1,67	Positivo
Cementos Argos	(2,1,0)	0,7395	17,73	0,2390	2,18	No significativo
Colinversiones	(0,1,0)	1,1533	11,36	0,5223	2,27	No significativo
Colpatria	(2,2,3)	0,9323	44,89	0,0737	1,67	Positivo
Coltejer	(2,2,1)	0,8397	16,79	0,1040	1,36	Positivo
Corfivalle	(5,0,0)	0,6097	9,37	0,1225	1,70	No significativo
Éxito	(1,0,0)	0,5202	7,69	0,3164	2,26	No significativo
Fabricato	(1,1,1)	0,5586	22,68	0,2476	1,47	Positivo
ISA	(0,1,1)	0,8924	13,32	0,6440	2,18	Positivo
Mineros	(1,1,1)	0,3627	2,66	0,3207	1,67	Positivo
Nal. Chocolates	(3,0,1)	0,2504	14,99	0,068	2,13	Positivo
Paz del Río	(3,3,0)	2,7371	20,03	0,040	1,40	No significativo

continúa »

» continuación

Promigás	(3,2,1)	0,0890	5,11	0,008	1,85	No significativo
Suraminv	(1,2,1)	1,7750	34,90	0,7304	2,38	Negativo
Tablemac	(4,1,1)	0,9742	21,19	0,2302	2,42	Positivo
Valorem	(2,0,1)	0,1421	5,94	0,1685	1,78	Negativo

Fuente: Cálculos del autor.

Para la segunda etapa del modelo CAPM (tablas 3 y 4) se corrieron regresiones MCO y Egarch para la ecuación (6), basados en los datos de la tabla 2. Al igual que la variable dependiente, el Promedio de $[E(R_i - R_f)]$ no es estacionario, por lo cual fue necesario diferenciarlo una vez. Por tanto, la regresión a la cual se aplicó el Egarch fue:

$$d(\text{Prom } [E(R_i - R_f)]) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_i + \varepsilon_i$$

El punto de corte estimado, λ_0 , es equivalente a la tasa libre de riesgo (R_f) y la pendiente λ_1 será la diferencia del promedio aritmético de la prima del mercado, $\text{Prom } [E(R_m) - R_f]$.

TABLA 2. BETAS, DIFERENCIA DE LA RENTABILIDAD PROMEDIO ANUAL PARA CADA ACCIÓN Y $E(R_i)$ ANUAL DEL PERIODO.

Acción	Beta	d(Prom (Ri - Rf))	E(Ri)
AVAL	0,2953	-0,688515	22,9
BBTA	0,5236	-1,707959	31,1
BCOL	0,8905	-0,037798	44,4
BCOLP	1,1453	0,401222	53,6
BOCC	0,4027	-0,027197	26,7
Cartoncol	0,1094	-0,290894	16,1
Cemargos	0,7395	-0,895820	38,9
Colinvers	1,1533	-0,845541	53,9
Colpatria	0,9323	-0,652162	45,9
Coltejer	0,8397	-0,978197	42,5
Corfivalle	0,6099	-0,955956	34,2
Éxito	0,5202	0,070692	31,0
Fabricato	0,5586	-2,379591	32,4
ISA	0,8924	-0,236772	44,4
Mineros	0,3627	-1,719856	25,3
Nalchoco	0,2504	-0,058293	21,2
Pazrío	2,7371	0,173047	111,2
Promigás	0,0890	0,564808	15,4
Suraminv	1,7750	0,265126	76,4
Tablemac	0,9742	-0,218406	47,4
Valorem	0,1421	1,109343	17,3

Fuente: Cálculos del autor.

TABLA 3. PRUEBA DEL CAPM CON MCO. ENERO 2002- MAYO 2008.

Dependent Variable: DPROMRIRF				
Method: Least Squares				
Sample: 1 21				
Included observations: 21				
White Heteroskedasticity-Consistent Standard Errors & Covariance				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0,569267	0,325854	-1,747001	0,0968
BETA	0,178503	0,235727	0,757247	0,4582
R-squared	0,017332	Mean dependent var		-0,433749
Adjusted R-squared	-0,034387	S.D. dependent var		0,833184
S.E. of regression	0,847389	Akaike info criterion		2,597078
Sum squared resid	13,64328	Schwarz criterion		2,696556
Log likelihood	-25,26932	F-statistic		0,335120
Durbin-Watson stat	1,782869	Prob(F-statistic)		0,569459

Fuente: Cálculos del autor con Eviews 6.

Recuerde que para aceptar la validez del modelo CAPM se requiere que estadísticamente se den tres requisitos relacionados con la segunda etapa. Éstos son:

$$\lambda_0 = 0$$

$$\lambda_1 = \text{dif} [\text{Prom} (R_m - R_f)] = 0$$

$$\lambda_2 = 0$$

Los resultados de la regresión en la tabla 3 muestran que el coeficiente del beta no es significativo, aunque sí lo es el intercepto, el R cuadrado es del 1,7% pero la prueba F acepta la hipótesis nula en un 56,94% dando a entender que la regresión es mala y

que por lo tanto λ_0 y λ_1 son iguales a cero, cumpliéndose los dos requisitos de Lintner (1965), y dando validez al CAPM. También se corrió un Egarch(1,2,0) (tabla 4) que presentó el mínimo Akaike y el mayor *log likelihood* de todos los ensayos. Sin embargo, a pesar de que el intercepto, el coeficiente de beta y los coeficientes de la varianza condicional son significativos, la regresión en general no es significativa, pues la prueba F acepta la hipótesis nula en un 99,99% y el R cuadrado es 0,64%, corroborando que λ_0 , λ_1 y λ_2 son iguales a cero, y confirmando que el CAPM sí se cumplió en Colombia para 2002-2008 bajo condiciones de alta volatilidad.

TABLA 4. PRUEBA DEL CAPM CON MCO. ENERO 2002-MAYO 2008.

Dependent Variable: DPROMRIRF				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Sample: 1 21				
Included observations: 21				
Convergence achieved after 29 iterations				
Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance				
Variance backcast: ON				
LOG(GARCH) = C(3) + C(4)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(5)*LOG(GARCH(-1)) + C(6)*LOG(GARCH(-2))				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0,518252	0,056398	-9,189228	0,0000
BETA	0,218308	0,038420	5,682153	0,0000
Variance Equation				
C(3)	-2,884799	0,471301	-6,120932	0,0000
C(4)	-1,432629	0,577338	-2,481441	0,0131
C(5)	-1,296676	0,157130	-8,252238	0,0000
C(6)	-1,339032	0,142325	-9,408272	0,0000
R-squared	0,006489	Mean dependent var		-0,433749
Adjusted R-squared	-0,324681	S.D. dependent var		0,833184
S.E. of regression	0,958952	Akaike info criterion		2,203041
Sum squared resid	13,79383	Schwarz criterion		2,501476
Log likelihood	-17,13194	F-statistic		0,019594
Durbin-Watson stat	1,785847	Prob(F-statistic)		0,999808

Fuente: Cálculos del autor con Eviews 6.

Una aplicación práctica de lo anterior es la proyección de rentabilidades esperadas de acuerdo con los niveles de riesgo enfrentados por los activos o proyectos. Comparando la ecuación (1) con los resultados obtenidos, se sugiere que si $\lambda_0 = 0$, la R_f que está en el lado izquierdo de la ecuación se puede pasar al derecho, y se puede estimar la rentabilidad promedio de un activo asignando valores para R_f , β_i y la R_m , por ejemplo, si la $R_f = 12,16\%$ efectiva anual, el $\beta_i = 1,5$, la prima del mercado es 10% ,

$$E(R_{it}) = R_f + \beta_i [E(R_{mt}) - R_f]$$

$$E(R_i) = 12,16 + (1,5) (10,0) = 27,16\%$$

La última columna de la tabla 2 muestra las rentabilidades esperadas $E(R_i)$ correspondientes a cada acción, resultantes de aplicar la fórmula (1). Se pueden observar las rentabilidades esperadas de las acciones si se repitieran las condiciones históricas del periodo analizado. Esta fórmula puede adaptarse a la realidad de cualquier proyecto, siendo conscientes

tanto de que los resultados obtenidos por el modelo se basaron en datos históricos correspondientes a los cinco años anteriores –caracterizados por una alta volatilidad en los mercados– como de que la situación del futuro podría cambiar .

APLICACIÓN DEL MODELO MULTIFACTORIAL

Para la aplicación de este modelo se consideraron las variables macroeconómicas expresadas en cambios porcentuales anuales y deflactadas por la tasa de inflación anual. Adicionalmente, fueron diferenciadas una vez, con el objetivo de alcanzar la estacionariedad. Dichas variables son:

- **IGBCR:** Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (Real)
- **ITCR:** Índice de la Tasa de Cambio Real
- **DTFR:** Tasa DTF Real
- **MMM:** Índice Manufacturero Real para la producción (publicado por el DANE)

A continuación se presentan las regresiones con Egarch, en las cuales sólo se incluyen los coeficientes significativos al 95%.

TABLA 5. PRUEBA DEL CAPM CON EGARCH. ENERO 2002-MAYO 2008.

Acción	IGBC (z-stat)	TESR (z-stat)	ITCR (z-stat)	MMM (z-stat)	AR(p)	EGARH (p,q,r)	R ² Ajust.
Aval	0,436 (14,74)	-1,270 (-1,78)	—	—	4, 12	(2,2,1)	0,2910
Banco Bogotá	0,561 (9,23)	—	-1,13 (4,78)	—	1	(1,1,0)	0,3521
Banco Colombia	1,086 (22,65)	—	—	—	3, 4, 6, 7, 12	(1,1,2)	0,7072
Banco Colombia pref.	0,953 (9,84)	—	—	—	12	(2,0,0)	0,5657
Banco Occidente	0,518 (40,90)	-1,279 (-6,62)	0,133 (5,77)	0,263 (7,54)	—	(2,1,1)	0,185
Cartón Colombia	0,142 (4,83)	—	0,202 (3,54)	—	1, 3	(1,1,1)	0,04
Cementos Argos	0,498 (4,70)	—	—	—	12	MCO	0,2935
Colinversiones	1,246 (14,06)	—	-0,678 (1,72)	0,502 (3,06)	7	(1,0,0)	0,487
Colpatria	0,568 (16,25)	—	—	—	2, 5, 7	(2,1,0)	0,109
Coltejer	0,945 (22,28)	-7,295 (-6,55)	1,791 (6,63)	1,283 (15,46)	1, 4	(3,0,1)	0,043

continúa »

» continuación

Corfivalle	1,20 (19,97)	—	—	—	2,3,4,5 8,13	(3,0,1)	0,043
Éxito	0,312 (8,29)	-2,637 (-5,12)	0,099 (1,73)	-0,283 (-2,92)	—	(3,0,1)	0,137
Fabricato	0,825 (41,27)	—	—	—	1, 4	(3,0,0)	0,1387
ISA	1,049 (24,91)	—	2,470 (11,11)	-0,381 (-4,26)	—	(1,3,1)	0,4835
Míneros	0,314 (3,11)	—	2,560 (4,972)	1,167 (7,47)	12	(2,2,1)	0,2208
Nacional Chocolates	0,443 (17,17)	—	0,4029 (2,56)	—	1, 7, 12	(2,0,1)	0,028
Paz del Río	2,874 (74,61)	—	-1,472 (-4,94)	0,658 (3,97)	1,2, 3,6	(1,1,0)	0,1853
Promigás	0,039 (4,129)	—	—	0,127 (2,719)	5, 12	(1,0,2)	0,038
Suraminv	1,846 (42,40)	—	0,331 (2,15)	-0,320 (-2,40)	—	(1,2,0)	0,6907
Tablemac	0,349 (2,93)	-8,269 (-3,40)	—	—	8, 12	(1,0,0)	0,2613
Valorem	0,438 (9,969)	—	1,422 (8,52)	—	12	(4,1,0)	0,133
IGBC		-7,448 (-9,74)	-1,203 (-5,35)	0,178 (2,89)	12, 13	(2,0,3)	0,1215

Fuente: Cálculos del autor. Z-stat entre paréntesis.

En la tabla anterior se muestra la estimación del modelo Egarch para el enfoque Multifactorial. Especialmente se observa que:

- la mayoría de las acciones son ampliamente explicadas por las variables macroeconómicas elegidas, ya que algunas presentan un R² ajustado alto, como Banco de Colombia ordinaria y Suramericana de Inversiones, con el 70%;
- todas se ajustaron al modelo Egarch, excepto Cementos Argos, para la cual se corrió la regresión con MCO;
- todas las acciones que son sensibles a la variable TES real presentan una relación negativa, es decir, sus rentabilidades disminuyen en la medida en que la tasa TES real es aumentada; igualmente hay otras acciones que no son alteradas por comportamientos de la ésta;
- la ITCR influye positivamente en algunas y negativamente en otras, dependiendo del grado de exposición de cada sector o empresa al comportamiento de la tasa de cambio;

- el índice de la muestra mensual manufacturera, IMM, presenta signos positivo y negativo en diferentes casos.

Mientras que las variables explicativas muestran correlaciones positivas, negativas o incluso ninguna con la rentabilidad de las acciones, el IGBC real afecta todas las acciones en forma positiva: todas las rentabilidades están atadas al comportamiento del índice accionario. Cualquier nueva expectativa que se genere, política o económicamente positiva, impulsa el índice y lleva a los inversionistas a demandar acciones, elevando los precios y las rentabilidades. Lo contrario ocurre si la noticia es mala.

¿De qué depende el comportamiento del IGBC?

Descrito con un Egarch(2,0,3), muestra una autocorrelación estacionaria con rezagos de 12 y 13 meses; correlacionado negativamente con incrementos tanto en la tasa TES real como en la ITCR del mismo mes, y positivamente cada vez que hay noticias favorables sobre incrementos en la producción nacional. El efecto apalancamiento dura dos meses afectando el índice; la asimetría producida por la información nueva es significativa durante tres meses.

TABLA 6. IGBC CON EGARCH. ENERO 2002-MAYO 2008.

Dependent Variable: IGBCD				
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Normal distribution				
Sample (adjusted): 2003M03 2007M12				
Included observations: 58 after adjustments				
Failure to improve Likelihood after 21 iterations				
Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance				
Variance backcast: ON				
LOG(GARCH) = C(7) + C(8)*ABS(RESID(-1)/@SQRT(GARCH(-1))) + C(9)				
*ABS(RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2))) + C(10)*RESID(-1)				
/@SQRT(GARCH(-1)) + C(11)*RESID(-2)/@SQRT(GARCH(-2)) +				
C(12)*RESID(-3)/@SQRT(GARCH(-3))				
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	-0,945201	0,516267	-1,830839	0,0671
TESRD	-7,448235	0,764520	-9,742368	0,0000
ITCRD	-1,202931	0,224740	-5,352544	0,0000
MMMPRODD	0,178470	0,061623	2,896159	0,0038
AR(12)	-0,220586	0,036860	-5,984363	0,0000
AR(13)	-0,231343	0,023351	-9,907142	0,0000

continúa »

» continuación

Variance Equation				
C(7)	5,399249	0,251863	21,43720	0,0000
C(8)	-1,346842	0,186662	-7,215414	0,0000
C(9)	0,897691	0,245424	3,657710	0,0003
C(10)	0,569363	0,169666	3,355795	0,0008
C(11)	0,363961	0,178374	2,040446	0,0413
C(12)	0,484569	0,131671	3,680160	0,0002
R-squared	0,291089	Mean dependent var		-0,827543
Adjusted R-squared	0,121566	S.D. dependent var		18,77308
S.E. of regression	17,59503	Akaike info criterion		8,330059
Sum squared resid	14240,92	Schwarz criterion		8,756358
Log likelihood	-229,5717	Hannan-Quinn criter.		1,916282
F-statistic	0,099429			

Fuente: Cálculos del autor.

CONCLUSIONES

- La aplicación de modelos Egarch a la prueba del CAPM para Colombia no permite ni aceptar ni rechazar en forma contundente el modelo. Sin embargo, aunque no se cumple el tercer requisito, sí se cumplen los dos primeros, que fueron los planteados inicialmente por los teóricos. Podría concluirse que el CAPM se da en Colombia bajo condiciones de alta volatilidad e incertidumbre, y que, por tanto se puede utilizar como herramienta para el análisis financiero y las proyecciones de rentabilidad de activos financieros y reales.
- El modelo Egarch Multifactorial es mejor herramienta que el Egarch CAPM o versiones origina-

les del CAPM para explicar el comportamiento de las rentabilidades de las 22 principales acciones negociadas en la BVC (Bolsa de Valores de Colombia) durante enero de 2002 y mayo de 2008, pues muestra en forma clara y explícita sus relaciones con algunas de las principales variables macroeconómicas.

- El comportamiento del IGBC está inversamente relacionado con el comportamiento de la tasa TES real y la ITCR, mientras que depende positivamente de las buenas noticias en el comportamiento de la producción, representada en este caso por el índice de la muestra manufacturera del DANE.

BIBLIOGRAFÍA

- Antelo, E. (1994). *El Capital Asset Pricing Model. Un test para el mercado financiero boliviano*. 9. Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas (Udape).
- Barr, R. (1981). The Capital Asset Pricing Model and the Market Mode. *The Journal of Portfolio Management* 5-16. Acceso en: <http://www.barra.com>
- Black, F. (1972). Capital market equilibrium with restricted borrowing. *Journal of Business* 45. 3 444-455.
- _____. (1974). International capital market equilibrium with investment barriers. *Journal of Financial Economics*. 1. 4 337-352.
- Black, F. (1976). Studies in stock price volatility changes. *Proceedings of the 1976 Meeting of the Business and Economic Statistics Section*. American Statistical Association. pp. 177-181.
- _____. (1986). Noise. *Journal of Finance*. 41. 529-543.
- _____. (1993). Beta and Return. *Journal of Portfolio Management*. 20. 1 8-18.
- Black, F. et al. (1972). The capital asset pricing model: Some empirical tests. Jensen, M.C. (Ed.). *Studies in the Theory of Capital Markets*. Praeger, New York.
- _____. (1993). The capital asset pricing model: Some empirical tests. Jensen (Ed.). *Studies in the theory of capital markets*. Praeger. New York: Also in Fama and French.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autorregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*. 31. 307-326.
- Brealey, R. y Myers, S. (1996). *Principles of Corporate Finance*. Quinta edición. New York: McGraw Hill Company.
- Burbano, A. (1997). *El Modelo CAPM en Colombia*. Monografía No. 47. Universidad de los Andes: Facultad de Ciencias de la Administración.
- Caicedo, E. (2004). *Medición de betas del capital propio a través de la información contable*. Universidad del Valle, Cali: Facultad de Administración de Empresas.
- Chen, N.F.; Roll, R.; y Ross, S.A. (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of Business*. 59. 3 383-403.
- _____. (1991). Economic forces and the stock market: testing the APT and alternative asset pricing theories. Working Paper. 119, CRSP. *Lee Advances in Quantitative Analysis of Finance and Accounting*. Vol. 1 (A), pp. 25-43.
- Chen, S. (1981). Beta Non-Stationarity, Portfolio Residual Risk and Diversification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- Chow, Gregory C. (1983). *Econometric Methods*. New York: McGraw Hill.
- Copeland, T.; Koller, T. y Murrin, J. (1995). *Valuation, Measuring and Managing the Value of Companies*. Segunda edición. New York: Editorial McKinsey & Co.
- Damodaran, A. *Estimating Equity Risk Premiums*. NYU Stern School of Business. <http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/>
- _____. (2002). *Investment Valuation*. Segunda edición. New York: Editorial Wiley Finance.
- Davidson, James. (2000). *Econometric Theory*. England, Oxford: Editorial Blackwell Publishers.
- Dickey, D.A. y Fuller, W.A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. 74 pp. 427-431.

- Engle, R.F. y Ng, V.K. (1993). *Measuring and testing the impact of news on volatility*. *Journal of Finance*. 48. pp. 1749-1778.
- Fama, E. (1976). *Foundations of Finance: Portfolio Decisions and Securities Prices*. New York: Basic Books.
- _____. (1998). *Market Efficiency, Long-Term Returns and Behavioral Finance*. *Journal of Financial Economics*. 283.
- Fama, E. y Miller, M. (1972). *The Theory of Finance*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Fama, E.F. (1965). The behaviour of stock market prices. *Journal of Business*. pp. 34-105.
- _____. (1973). *A Note on the Market Model and the Two Parameter Model*. *Journal of Finance*.
- _____. (1981). Stock returns, real activity, inflation, and money. *The American Economic Review*. 71. pp. 545-565.
- _____. (1990). Stock returns, expected returns and real activity. *Journal of Finance*. 45. pp. 1089-1108.
- Fama, E.F. y French, K.R. (1988): Dividend yields and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*. 22. pp. 3-25.
- _____. (1989). Business conditions and expected returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*. 25. pp. 23-49.
- Fama, E.F. y French, K.R. (1992). The economic fundamentals of size and book-to-market equity. Working Paper. Graduate School of Business, University of Chicago, Chicago, IL, USA.
- _____. (1992a). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*. 47. 2 pp. 427-465.
- _____. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*. 33. 1 pp. 3-56.
- _____. (1995). Size and book-to-market factors in earnings and returns. *Journal of Finance*. 50. pp. 131-155.
- _____. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *The Journal of Finance*. Vol. LI (1). pp. 55-84.
- Fama, E.F. y Gibbons, M. (1984). A comparison of inflation forecasts. *Journal of monetary Economics*. 13 pp. 327-348.
- Fama, E.F. y Macbeth, J.D. (1973). Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*. 81. 3 pp. 607-636.
- Fama, E.F. y Schwert, W. (1977). Asset Returns and Inflation. *Journal of Financial Economics*. 5 pp. 115-146.
- Greene, William H. (2000). *Econometric Analysis*. Cuarta edición. New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs.
- Gujarati, Damodar. (2003). *Econometría básica*. México: Editorial McGraw-Hill. pp. 108-113.
- Guzmán Plata, María de la Paz. (1998). Los modelos CAPM y ARCH-M. Obtención de los coeficientes beta para una muestra de 33 acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores. *Economía. Teoría y Práctica*. 9. Xochimilco: Nueva Época.
- Haugen, Robert A. (1997). *Modern Investment Theory*. Cuarta edición. New York: Prentice Hall.
- Johnston, J. (1984). *Econometric Methods*. Tercera edición. Nueva York: McGraw- Hill.
- Judge, G. et. ál. (1984). *Theory and Practice of Econometrics*. New York: John Wiley & Sons.
- Kennedy, Peter. (1998). *A Guide to Econometrics*. Cuarta edición. Cambridge, Mass: MIT Press.
- Lintner, J. (1965a). Security prices, risk, and maximal gain from diversification. *Journal of Finance*. 20. 4 pp. 387-615.

- _____. (1965b). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*. 47. 1 pp. 13-37.
- Maddala, G.S. (1985). *Econometría*. México: McGraw-Hill.
- Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*. 7 (1): 77-91
- _____. (1956). The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*. 3: pp. 111-133.
- _____. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- _____. (1970). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Reimpresión. Yale University Press.
- _____. (1991). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Segunda edición. Blackwell Publishing.
- Merton, R.C. (1973). An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*. 41. pp. 867-887.
- _____. (1977). A reexamination of capital asset pricing model. Friend, I. y Miller, J. (Eds.). *Risk and Returns in Finance*. Cambridge: Ballinger.
- _____. (1980). On estimating the expected return on the market: an explanatory investigation. *Journal of Financial Economics*. 8. pp. 323-362.
- Messuti, D. et al. (1992). *Selección de inversiones*. Buenos Aires: Ediciones Macchi.
- Ministerio de Hacienda y Crédito Público. (2001). *Informe de mercado de capitales*. Santafé de Bogotá: Subdirección de Mercado de Capitales Externos.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica* 35. pp. 768-783.
- Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*. 59. pp. 347-370.
- Novalés, Alfonso. (1993). *Econometría*. Segunda edición. Madrid: Editorial McGraw-Hill.
- Ortiz, Héctor. (1996). *Análisis financiero aplicado, con ajustes por inflación*. Novena edición. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.
- Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2001). *Modelos económicos y pronóstico económico*. México: Editorial McGraw-Hill.
- Pulido, A. *Modelos econométricos*. (1987). Segunda edición. Editorial Pirámide.
- Robledo, A. (1992). *Gestión financiera bajo inflación*. Bogotá: Tercera edición. Tercer Mundo Editores.
- Roll, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I: On the Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*.
- Roll, R.W. (1988). The international crash of October 1987. *Financial Analysts Journal*. 44. pp. 19-35.
- Roll, R.W. y Ross, S.A. (1980). An empirical investigation of the arbitrage pricing theory. *Journal of Finance*. 35. pp. 1073-1103.
- _____. (1983). Regulation, the Capital Asset Pricing Model, and the Arbitrage Pricing Theory. *Public United Fortnightly*. 111. 11 pp. 22-28.
- _____. (1984a). A critical reexamination of the empirical evidence on arbitrage pricing theory: A reply. *Journal of Finance*. 39. 2 pp. 347-350.
- _____. (1984b). The Arbitrage Pricing Theory Approach to Strategic Portfolio Planning. *Financial Analysts Journal*. 40. 3 pp. 14-26.
- Rosenberg, B. y Marathe, V. (1975). Common factors in security returns: microeconomic determinants

- and macroeconomic correlations. *Proceedings of the Seminar on the Analysis of Security Prices*. pp. 61-115.
- Ross, S.; Westerfield, R. y Jeffrey, J. (1996). *Corporate Finance*. Cuarta edición. México: McGraw-Hill.
- Ross, S.A. (1976). The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*. 13. pp. 341-360.
- _____. (1977). Return, risk, and arbitrage. *Risk and Return in Finance*. Primera edición. Cambridge, Massachusetts, USA: Friend, I. y Bicsler, J.I.
- _____. (1978): A simple approach to the valuation of risky streams. *Journal of Business*. 51. pp. 453-475.
- _____. (1990). Arbitrage and the APT: some new results. Working Paper. School of Management, Yale University, New Haven, CT.
- Ross, S.A. y Zisler, R. (1991). Risk and Return in Real Estate. *Journal of Real Estate Financial Economics*. Vol. 4(2). pp. 175-190.
- Ross, S.A.; Westerfield, R.W. y Jordan, B.D. (1998). *Fundamentals of Corporate Finance*. Cuarta edición. USA: Irwin McGraw-Hill.
- Sharpe, W.F. (1963). A simplified Model of Portfolio Analysis. *Management Science*. Vol. 9, No. 2, January 1963, pp. 277-293
- Sharpe, W.F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*. 19. 3 pp. 425-442.
- _____. (1966). Security prices, risk and maximal gains from diversification: Reply. *Journal of Finance*. pp. 743-744.
- _____. (1967). Portfolio Analysis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 2, No. 2. pp. 76-84.
- _____. (1978). *Investments*. New Jersey, USA: Prentice Hall, Englewoog Cliffs.
- _____. (1984). Factor Models, CAPMs and the APT. *Journal of Portfolio Management*. 11. 1 pp. 21-25.
- _____. (1987). Asset Allocation Tools. *Scientific Press*.
- _____. (1990). Capital asset prices with and without negative holdings, in Maler, K-G., 1992, Nobel Lectures in Economic Sciences 1981-1990. *World Scientific*. USA. pp. 303-331.
- _____. (1995). *Portfolio Theory and Capital Markets* (McGraw-Hill, 1970 and 2000).
- _____. (1999). *Investments* (with Gordon J. Alexander and Jeffrey Bailey, Prentice-Hall,
- _____. (2000) *Fundamentals of Investments* (with Gordon J. Alexander and Jeffrey Bailey, Prentice-Hall,
- Sharpe, W.F.; Gordon, A.J. y Jeffery, B.V. *Investment*. Quinta edición. USA: Prentice Hall.
- Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*. 67. pp. 65-85.
- Warnes, I. (1998). Un estudio empírico del Capital Asset Pricing Model en Argentina, Brasil, México y Chile. Buenos Aires: Universidad Torcuato Di Tella. www.fce.unl.edu.ar/mae/newsletter/septiembre-trabajo.pdf
- Wooldridge, J.M. (2001). *Introducción a la Econometría. Un enfoque moderno*. México: Editorial Thomson Learning.

Sitios de referencia. Páginas web

Banco de la República www.banrep.gov.co

Departamento Nacional de Planeación. www.dnp.gov.co/

Departamento Administrativo Nacional de Estadística. www.dane.gov.co

Superintendencia Financiera de Colombia. www.superfinanciera.gov.co

ANEXOS

ANEXO 1. CAMBIO PORCENTUAL MENSUAL DEL IGBC. 2002/01 – 2008/05.

2002M01	21,93588
2002M02	8,705696
2002M03	13,91700
2002M04	15,64788
2002M05	10,18340
2002M06	16,55435
2002M07	14,19033
2002M08	13,44737
2002M09	28,72553
2002M10	60,50740
2002M11	47,45281
2002M12	40,40565
2003M01	32,33323
2003M02	38,65524
2003M03	33,94073
2003M04	41,03591
2003M05	61,03705
2003M06	56,34590
2003M07	68,07879
2003M08	63,12578
2003M09	54,39544
2003M10	45,68696
2003M11	42,87730
2003M12	36,22983
2004M01	29,85193
2004M02	80,91816
2004M03	96,83855
2004M04	85,68054
2004M05	39,17469
2004M06	36,45617
2004M07	30,22408
2004M08	36,78201

continúa »

» continuación

2004M09	59,17988
2004M10	63,75088
2004M11	81,65960
2004M12	76,51218
2005M01	87,39538
2005M02	61,13852
2005M03	33,39129
2005M04	38,17120
2005M05	52,86142
2005M06	76,64567
2005M07	101,3999
2005M08	112,1332
2005M09	85,80995
2005M10	82,62470
2005M11	91,35960
2005M12	108,7794
2006M01	136,3377
2006M02	102,9447
2006M03	129,0293
2006M04	117,2861
2006M05	82,52051
2006M06	32,49643
2006M07	38,48978
2006M08	35,38474
2006M09	27,85298
2006M10	37,19567
2006M11	14,28605
2006M12	12,29140
2007M01	-7,070980
2007M02	-13,28107
2007M03	-8,942728
2007M04	-8,172844
2007M05	5,991310
2007M06	30,94137
2007M07	16,48187
2007M08	7,215613
2007M09	7,411388
2007M10	-1,713764
2007M11	2,851283
2007M12	-9,342229
2008M01	-20,41641
2008M02	-14,53584
2008M03	-20,72609
2008M04	-13,05430
2008M05	-7,315093

ANEXO 2. NIVEL DE SIGNIFICANCIA Y ESTACIONARIEDAD PARA CADA VARIABLE EN TÉRMINOS REALES.

Acción o variable (Reales)	Significancia ($\alpha = 5\%$)		Estacionariedad (%) Valor crítico. Primera diferencia
	Tendencia	Intercepto	
DTF	No	Sí	Nivel al 5%
IGBC	No	Sí	Nivel al 1%
MMMPROD	Sí	Sí	Nivel al 5%
ITCR	No	No	Nivel al 1%
BBTA	No	Sí	Nivel al 1%
BCOLP	No	Sí	Nivel al 1%
BCOL	No	Sí	Nivel al 1%
BOCC	No	Sí	Nivel al 1%
Cartón	No	Sí	Nivel al 1%
Carrulla	No	Sí	Nivel al 1%
Cemargos	No	No	Nivel al 1%
Colinvers	Sí	Sí	Nivel al 1%
Colpatria	No	No	Nivel al 5%
Coltejer	No	No	Nivel al 1%
Corficolp	No	Sí	Nivel al 1%
Corfivalle	No	No	Nivel al 1%
Estra	No	No	Nivel al 1%
Éxito	No	No	Nivel al 1%
Fabricato	No	No	Nivel al 1%
ISA	No	Sí	Nivel al 1%
Míneros	No	Sí	Nivel al 1%
Nalchoco	No	No	Nivel al 1%
Pazrío	No	No	Nivel al 1%
Promigás	No	No	Nivel al 1%
Simesa	No	No	Nivel al 1%
Suraminv	No	Sí	Nivel al 1%
Tablemac	Sí	No	Nivel al 1%
Valorem	No	No	Nivel al 1%