Julius König et les Principes Aristotéliciens

Marcel Guillaume
Université de Clermont-Ferrand II

Abstract. In his posthumous book from 1914, "New foundations of logic, arithmetic and set theory", Julius König develops his philosophy of mathematics. In a previous contribution, we attracted attention on the positive part (his truth and falsehood predicates being excluded) of his "pure logic": his "*isology*" being assimilated to mutual implication, it constitutes a genuine formalization of positive intuitionistic logic. König's intention was to rebuild logic in such a way that the excluded third's principle could no longer be logical. However, his treatment of truth and falsehood (boiling down to negation) is purely classical. We explain here this discrepancy by the choice of the alleged more primitive notions to which the questioned notions of truth and falsehood have been reduced. Finaly, it turns out that the disjunctive and conjunctive forms of the principles of the excluded third and of contradiction have effectively been excluded, but none of their implicative forms.

Keywords: Logic, metmathematics, entailment, implication, Aristotelian principles, Julius König.

À Newton Carneiro Affonso da Costa,
pour son quatre-vingtième anniversaire.

Mathématicien de renom, Julius König (1849-1913) entreprit en 1906 d'écrire König 1914 (référence abrégée en « K » dans la suite), livre dont le titre se traduirait en français *Nouveaux fondements de la logique, de l'arithmétique et de la théorie des ensembles*. Sa disparition ne lui a pas laissé le temps d'en compléter les deux derniers chapitres ; c'est son fils Denés König, lui aussi mathématicien de renom, qu'il chargea de l'éditer (K : VI).

Contrairement aux ouvrages de Hilbert et de ses collaborateurs parus plus tard sous des titres analogues, et où les techniques mathématiques développées avec la plus grande rigueur ne laissent qu'une modeste place à l'explicitation des présupposés philosophiques sur lesquels se fondent les grands problèmes traités, c'est au développement d'une doctrine philosophique puisant à des sources kantiennes, phénoménologiques et empiristes des fondements et du mouvement des sciences exactes, illustrée, bien sûr, sur les cas de branches des mathématiques proches de la philosophie, qu'est consacré König 1914, par ailleurs visiblement conçu, de manière à comporter assez peu de développements techniques, d'ampleur du reste assez restreinte,

Principia **13**(2): 153–63 (2009).
Published by NEL — Epistemology and Logic Research Group, Federal University of Santa Catarina (UFSC), Brazil.

à l'intention d'un vaste lectorat cultivé, sur le modèle des écrits philosophiques de Henri Poincaré.

Julius König y appuie ses raisonnements sur la constitution, dans leur conscience, par les esprits épris de connaissances scientifiques relevant des sciences exactes, de ce qu'il appelle (K : 15) des *domaines de pensée*, composés de représentations de connaissances, qui, dans l'espèce la plus aboutie de tels domaines, sont organisées en théories axiomatisées, dont chacune a des objets spécifiques auxquels elle s'intéresse, laissant délibérément jusqu'à la simple existence des autres dans l'ignorance.

Julius König juge utile, aussi, de disposer de versions formalisées de ces théories ; il qualifie alors de *domaines axiomatiques* les domaines de pensée qui se constituent des représentations des connaissances que ces théories récapitulent (K : 139), et *formes*, ces représentations (K : 90). Le lien entre la théorie qui subit la formalisation et la théorie formelle est un lien d'interprétation des formes.[1]

Mais les formes ne conservent, des intuitions qui portent sur les notions formalisées, que celles, jugées essentielles, qui ont été retenues pour écrire les axiomes (K : 73 ; 75) ; les signes avec lesquels elles sont écrites restent susceptibles d'être réinterprétés autrement,[2] pourvu que les axiomes formels restent satisfaits.

À ce niveau, un domaine axiomatique adjoint ses *formes axiomatiques* (fondamentales) (K : 138), qui formalisent les axiomes d'une des diverses théories de sciences exactes, aux *formes fondamentales de la logique* (« pure »), selon la dénomination que Julius König leur donne (K : 73 *sqq.* ; 99) ; ces formes fondamentales de logique fonctionnent, à l'instar des formes axiomatiques, comme origines des preuves, que nous disons *formelles*, de la logique que König dit « pure » (K : 104).

Celle-ci se rattache, d'une manière complexe, et dont il nous faudra dans la suite faire intervenir certains éléments, à des domaines de pensée d'un genre particulier. Nous reviendrons donc à cette logique après quelques détours.

Chaque domaine de pensée est l'objet d'une *description*, qui permet de reconnaître les représentations qui en font partie (K : 15), et parfois, les représentations qui n'en font pas partie. Cette description surplombe donc, pour ainsi dire, le domaine de pensée ; elle l'a pour objet de connaissance ; elle en est ce que Hilbert en appellera la métamathématique. Mais si la métamathématique de Julius König est fille des suggestions faites par Hilbert à ce sujet lors du troisième congrès international des mathématiciens qui s'est tenu à Heidelberg en 1904 (voir Hilbert 1905), ce qui lui vaut d'avoir des points communs avec la métamathématique que Hilbert développera plus tard, elle n'en diffère pas moins de cette dernière sur d'autres points ; c'est plutôt, en fait, à terme, la *méthodologie des sciences déductives* d'Alfred Tarski qu'elle anticipe.

Pour Julius König, la description d'un domaine de pensée se situe à un niveau plus intuitif, plus élémentaire que celui où sont susceptibles de se situer les représentations qui font partie du domaine de pensée décrit. Il va jusqu'à prétendre qu'il n'y a pas encore de logique dans les règles édictées à ce niveau sur ces représentations,[3] (telles, dès le début (K : 16), les règles qui stipulent que la présence de certaines représentations *entraîne* celle de certaines autres représentations, obtenues en combinant d'autres règles de même nature), et c'est juste un caractère *prélogique* qu'il finit (K : 63, note) par bien vouloir leur accorder. Et c'est bien à ce niveau qu'il situe, dans la description du domaine de formes de la logique pure, les règles de déduction usuelles (K : 101), et des principes explicitement décrits comme des schémas d'axiomes (sans les nommer ainsi).

Ce domaine répond à une caractéristique supplémentaire, celle d'être ce qu'il appelle un *domaine de vérité* (K : 87). La première condition que de tels domaines sont appelés à remplir est que les représentations qui en font partie sont posées comme étant les représentations des faits « *qui ne peuvent être refusés* » <*unabweisbaren*> (K : 86) ; c'est-à-dire, la description de ce domaine de pensée édicte que l'assertion (dans la description) de la présence dans ce domaine d'une représentation d'un fait entraîne la présence dans ce domaine d'une représentation de ce second fait que le premier ne peut être refusé ; pour cette raison, la représentation de ce second fait est alors lue comme déclarant que la représentation du premier est « vraie » *dans ce domaine* — et vice-versa : la présence d'une représentation du second de ces faits doit aussi entraîner la présence d'une représentation du premier. Une représentation dont la description édicte l'assertion de sa présence dans le domaine se lit, de manière analogue, comme déclarant qu'une représentation (que, forcément, elle englobe, et qui diffère d'elle) d'un second fait est « fausse » *dans le domaine*, lorsque (K : 87) ce second fait est « *inacceptable* » <*unannehmbar*> (on notera la dissymétrie entre le traitement des faits « qui ne peuvent être refusés » et celui des faits « qui ne peuvent être acceptés » : les premiers se reconnaissent *tous* à ce que la présence d'une de leurs représentations est édictée par la description ; il n'y a que *certains* des seconds qui soient reconnaissables, ceux dont la description édicte la présence d'une représentation du fait qu'ils sont inacceptables ; de ce point, sur lequel Julius König insiste pourtant en notant qu'il est possible que certaines représentations ne faisant pas partie du domaine n'y soient ni déclarées vraies, ni déclarées fausses, il ne fait malheureusement que peu d'usage, laissant de côté, pour n'y avoir pas pensé, l'usage essentiel qu'il eût pu en faire). Il reste une seconde condition, beaucoup plus exigeante, qu'un domaine de pensée est appelé à remplir pour être qualifié de domaine de vérité (K : 88) : prises ensemble, les règles édictées par la description doivent ne pas entraîner la présence, dans ce domaine, d'une représentation déclaré « vraie » par une autre représentation présente, et « fausse » par une troisième, également présente.

Les implications que Julius König retient pour sa logique pure à titre de formes fondamentales de logique, bien qu'il en ait expliqué les origines intuitives en renvoyant aux intuitions élémentaires sur la conjonction, la disjonction non exclusive et l'implication elle-même (K : 74 *sqq.*), proviennent, sans qu'il le dise explicitement, de règles respectées par tous les domaines de vérité, par substitution, à l'entraînement (*entailment*, en anglais), de l'implication. Outre que cela est patent dans quelques cas,[4] on s'en aperçoit lorsqu'il s'explique de n'avoir pas pris, parmi les formes fondamentales de logique (K : 125), la forme

$$[x \subset y] \subset [(y \text{ est fausse }) \subset (x \text{ est fausse })],$$

qui représente dans son langage la loi de contraposition. En effet, sa lecture de l'implication $x \subset y$ est (K : 77) : « que le fait représenté par x ne puisse être refusé, me contraint à admettre que le fait représenté par y ne peut être refusé ». Dès lors, si l'on suppose que l'on ne peut pas refuser « y est fausse » (dans un domaine de vérité quelconque), il s'ensuit (par un raisonnement qui n'appartient pas au domaine, mais porte sur lui) que y n'appartient pas au domaine ; alors, x n'appartient en tout cas pas au domaine, car sinon, il ne pourrait être refusé, et, de l'hypothèse $x \subset y$, il se conclurait alors que y, ne pouvant être refusé, appartiendrait au domaine, ce qui contredirait l'hypothèse que le domaine est un domaine de vérité. Mais, on l'a vu, de ce que x n'appartient pas au domaine, on ne peut conclure au fait que « x est fausse » (dans le domaine) appartient au domaine. On ne peut donc dire que la présence, dans un domaine de vérité, de la conjonction de $x \subset y$ et de « y est fausse » *entraîne* nécessairement la présence de « x est fausse » dans ce domaine. Et Julius König exprime alors le point de vue que ce n'est que comme *axiome* d'une logique fondée sur la logique pure et plus riche qu'elle, que cette forme peut être acceptée.

Cette logique pure de Julius König est en total défaut de traitement, tant de la fausseté d'une implication, qui n'intervient dans aucune de ses formes fondamentales de logique, que des quantifications, dont il n'est même pas question. Il s'explique à plusieurs reprises sur la raison de son recours à vérité et fausseté *relativisées* aux domaines de vérité : il refuse à toute force d'admettre que toute affirmation doive être, soit vraie, soit fausse, ce qu'énonce, sous une de ses versions équivalentes en logique classique, le principe aristotélicien dit du *tiers exclu*.[5] Il garde en réserve, pour sa preuve de non-contradiction de la logique pure, la possibilité, pour certaines formes — par exemple, celles qui représentent des mises en relation qui ne relèvent pas de la logique — de n'être ni vraies, ni fausses (K : 111), en attente de critères d'interprétation ultérieurs, qu'il fera d'ailleurs intervenir effectivement plus tard (K : 177 *sqq.*) en vue d'étendre, à un fragment de l'arithmétique, sa preuve de non-contradiction.

Mais les traitements d'autres notions présentes dans sa logique pure soulèvent encore d'autres difficultés. Sous le nom d'« *isologie* », il y introduit (K : 72) ce qu'il croit devoir être un connecteur de « non-différence sous un rapport déterminé, fixé une fois pour toutes », et le soumet à des axiomes qui en font une équivalence, qu'il voit plus contraignante que l'implication réciproque (le biconditionnel selon Quine),[6] puisque certains de ces axiomes ont pour conséquence presque immédiate qu'une isologie entre deux termes implique l'implication réciproque entre ces termes (K : 79) ; et, tout en laissant indéterminé le rapport sous lequel l'absence de différence serait à évaluer, ce qui introduit dans sa logique pure une indétermination quelque peu perturbante, il utilise cette isologie, au lieu de l'implication réciproque, pour écrire les formes fondamentales de logique où aucun symbole d'implication ne se présente dans les termes de l'équivalence, mais se rabat sur l'implication dès qu'un symbole d'implication apparaît dans un des termes d'une implication proprement dite ou d'une implication réciproque (qu'il préfère décomposer en les deux implications proprement dites dont elle se compose par conjonction). Il note que l'implication réciproque peut très bien être prise pour isologie (K : 81), car elle satisfait les axiomes qui gouvernent l'isologie et son rapport à l'implication ; et c'est ce qu'il fait pour sa preuve de non-contradiction de la logique pure, en adoptant, pour évaluer la valeur (fictive, dans la preuve, pour les besoins de celle-ci) assignée à une isologie en fonction des valeurs de ses termes, les critères qui résultent, pour l'implication réciproque, des critères adoptés pour l'implication et pour la conjonction (K : 111).

Nous avons, dans Guillaume 2008, attiré l'attention sur ce que cette assimilation de l'isologie à l'implication réciproque fait, des formes fondamentales relatives aux connecteurs usuels de conjonction, disjonction non exclusive, implication proprement dite et implication réciproque, accompagnées des principes — schémas d'axiomes et règles — restreints aux formes où interviennent ces seuls connecteurs, la première formalisation historique — surabondante, certes — de la *logique positive intuitionniste*.[7] Cependant, l'absence, parmi les formes de logique prouvables en logique pure, de la forme qui formalise la loi de contraposition, fait déjà mesurer la distance qui sépare la (partie propositionnelle de la) logique intuitionniste de Heyting 1930, de la logique pure de Julius König.

Sans doute est-ce faute d'avoir pu dominer la formalisation de la négation que Julius König s'est cru dans la nécessité d'en revenir aux notions de vérité et de fausseté, dont après tout il est fait un usage fréquent dans la vie courante, fût-elle scientifique, tout en éprouvant le besoin, comme nous l'avons dit plus haut, d'en reprendre l'analyse à partir des notions plus strictes, sur lesquelles il lui a semblé plus sûr de se baser, d'impossible à refuser et d'impossible à accepter. Or, à quoi est-il ainsi conduit ? À admettre (K : 83), pour les applications des prédicats de vérité et de fausseté aux conjonctions et disjonctions non exclusives, quatre formes qui, dans son langage, représentent, sous la forme d'isologies, les procédés de calcul usuellement représentés par les tables de vérité de la logique *classique* pour ces deux connecteurs, et dont deux transcrivent les équivalences *classiques* de De Morgan ; et pour la composition des applications successives de ces prédicats, à formaliser les relations *classiques*, y compris celle qui voit la fausseté de la fausseté isologue à la vérité, ce qui revient, dans le langage auquel nous sommes habitués, à admettre l'implication réciproque entre un énoncé et sa double négation. Il plaque ainsi, pour ainsi dire, l'équivalent d'une négation *classique* sur la logique positive intuitionniste.

Stable par substitution, une telle logique s'algébrise, et donc, a des modèles : par exemple, le lattis distributif borné de l'algèbre de Heyting linéaire à trois éléments, avec l'implication interprétée comme cela s'ensuit dans un tel lattis, et la négation interprétée par la permutation qui échange le premier élément avec le dernier, et conserve l'élément intermédiaire. Mais, faute de disposer de ces notions élaborées depuis son époque et qui nous permettent de comprendre en un coup d'œil les ressorts profonds de la preuve, Julius König, reprenant une idée esquissée par Hilbert 1905, répartit les formes écrites dans son langage de la logique en trois classes disjointes (disons, celles des formes « fictivement vraies », « fictivement fausses », et « fictivement ni vraies, ni fausses »), montre que les formes de logique appartiennent toutes à l'une d'entre elles (la première), et les formes exprimant la fausseté des précédentes, à une autre (la seconde), et se trouve contraint à des calculs longs et particulièrement ennuyeux (et sujets à caution).

Pour autant, cela n'est tout de même pas cohérent du point de vue philosophique, surtout sous l'éclairage des leçons du vingtième siècle. Ni même, comme nous allons le voir, du point de vue propre à Julius König, à qui n'est pas resté le temps de s'en rendre compte. Soucieux d'éliminer de la logique le tiers-exclu, et une fois conduit à œuvrer avec les prédicats de vérité et de fausseté, il est placé face à son refus de voir, soit l'un, soit l'autre, s'appliquer à tout énoncé ; et il croit en affaiblir la portée en les relativisant aux domaines de vérité et en ramenant la vérité au refus impossible et la fausseté à l'acceptation impossible. Mais, que dit-on donc d'une assertion, quand on dit d'elle qu'elle ne peut être refusée ? On en dit qu'il est inacceptable qu'elle soit inacceptable, si l'on examine avec soin le sens des termes utilisés par Julius König. Il est alors imparable qu'il soit ramené à l'implication réciproque entre la fausseté de la fausseté et la vérité.

Le prix à payer est lourd pour lui, qui remarque, lui-même (K : 107), que ses formes fondamentales relatives à vérité et fausseté laissent le principe du tiers-exclu, dont il ne veut pas, équivaloir, dans sa logique pure, à l'autre principe aristotélicien, celui que l'on appelle (par antiphrase) le principe de *contradiction*, qui affirme faux qu'une assertion puisse être à la fois vraie et fausse, et qu'il entend bien ne pas sacrifier pour autant.

Il pense alors trouver une issue à ce dilemme dans une analogie qu'il lui semble percevoir avec la situation des instances du principe d'induction complète. Il voit dans celui-ci un *schéma* de *règles* ; dans son application au « domaine de formes de l'arithmétique », les instances de ce principe fournissent des règles qu'effectivement ne fournit aucune des preuves formelles partant des axiomes. Julius König reçoit ces règles comme issues de l'intuition portant, en l'occurrence (K : 189) tout comme en général, sur le domaine de pensée pris dans toute l'étendue qu'il prend — au-delà de ce que sa description en revèle à l'origine (K : 18 ; 140 ; 160). En ce qui concerne le principe d'induction complète, cette conception repose avant tout sur l'idée que les numérals sont fournis par l'écriture du signe « 1 » (Hilbert 1922 en fait encore commencer l'écriture là), suivie de la répétition indéfinie de la préfixation du bâton (*vertical line* en anglais), assortie, selon l'interprétation qu'il utilise pour établir la non-contradiction des axiomes, de la condition que seules les formes de la forme « k est un numéral », où k est obtenu par le procédé juste décrit, sont susceptibles de s'avérer vraies (K : 158).

Écrivant ses « formes arithmétiques » dans un langage issu du langage de sa logique pure en se bornant à lui adjoindre (K : 176) des indéterminées et certains des signes usuels pour dénoter des notions primitives d'arithmétique (dont le signe « 1 »), il atteste (K : 188) avoir emprunté à Graßmann 1861 l'idée de prendre pour axiomes — entre autres — les égalités définissant addition et multiplication par récurrence — à partir, en définitive et en substance, de l'opération de passage au successeur immédiat, dont il pose la bijectivité (K : 184) — pour en tirer, en recourant au principe d'induction complète, des « lois de l'arithmétique » (c'est-à-dire, pour établir les égalités qui expriment la commutativité, l'associativité, ... de l'addition et de la multiplication, *etc.*).

Il développe un peu plus le cas de la forme $1 + x = x + 1$, où x est une indéterminée. L'égalité $1 + 1 = 1 + 1$ résulte, par substitution, d'un des axiomes régissant l'égalité ; et il produit une preuve formelle, à partir des axiomes, de l'implication

$$[\, k \text{ est un numéral} \,] \subset [\, 1 + \mathfrak{f}k = \mathfrak{f}k + 1 \,],$$

où il nous est bien permis de prendre le signe « $\mathfrak{f}$ » pour signe de l'opération de passage au successeur immédiat (K : 185). Notons, en passant, que cela *outrepasse* déjà le *physiquement réalisable*, où l'arithmétique s'ancre dans la réalité et qui atteint de nos jours des nombres de taille extraordinaire ; ainsi voit-on pointer, à travers ce type de démarches précautionneuses que l'on retrouve aujourd'hui dans des secteurs avancés de la recherche en métamathématique, l'intérêt historique et philosophique de ce livre de Julius König.

Une fois fournies les déductions des deux formes arithmétiques rappelées ci-dessus, c'est à la *règle*

$$[\, x \text{ est un numéral} \,] \; \textit{entraîne} \; [\, 1 + x = x + 1 \,]$$

qu'il conclut, en application du principe d'induction complète, ajoutant aussitôt que c'est par la *forme*

$$[\, x \text{ est un numéral} \,] \subset [\, 1 + x = x + 1 \,]$$

qu'elle est *axiomatisée*. Adjoindre cette nouvelle forme axiomatique aux précédentes, *enrichit* certes la description, mais, comme cette forme n'est issue d'aucune combinaison des règles constitutives de l'axiomatique précédente, *modifie* la description dans son essence, à tel point que celle-ci (K : 140) *cesse de décrire le domaine axiomatique qu'elle décrivait auparavant*, et décrit, enrichie, un domaine axiomatique *nouveau*, dont Julius König dit (K : 141) qu'il « représente une discipline scientifique *supérieure* » (en l'occurrence, nous serions plutôt enclins à parler d'un niveau supérieur de l'arithmétique).

Lorsqu'il dit cela, Julius König vient d'écrire que le principe de contradiction joue, par rapport aux domaines axiomatiques (dont la description englobe celle de la logique pure, de telle sorte que le dilemme ci-dessus vaut également pour chacun d'eux), un rôle similaire de règle issue de l'intuition portant sur un domaine axiomatique pris dans son ensemble, et qu'on en retrouve la légitimité et l'usage en adjoignant une forme qui le formalise aux formes axiomatiques de ce dernier domaine. Mais Julius König est loin de s'étendre là-dessus autant qu'il le fait dans le cas de l'application du principe d'induction complète dont il vient d'être question.

Il donne cependant une brève indication : « si F est une forme du domaine Δ, « F est fausse » *ne sera pas* [notre italique] une forme de Δ » (K : 140). Cette négation interroge : comment la formaliser ? Julius König a plus d'une façon de traduire le fait qu'une représentation n'appartient pas à un domaine de pensée. Dans le cas des formes, la plus exigeante en conditions à remplir consiste à décrire ce domaine de manière à y introduire la forme qui déclare fausse la forme que l'on désire exclure. En l'occurrence, si F est la forme de tout à l'heure, ce sera donc : « « F est fausse » est fausse ». La règle suggérée serait-elle donc : (la présence de) la forme F (dans Δ) *entraîne* (la présence de) la forme « « F est fausse » est fausse », et l'axiome qui la formalise serait-il alors, en procédant comme auparavant :

$$F \subset [(F \text{ est fausse}) \text{ est fausse}] \text{ ?}$$

Mais cette forme-là n'a pas besoin d'être adjointe aux formes fondamentales de logique à titre de nouvel axiome, car elle s'en déduit de façon presque immédiate ! Parmi les schémas d'axiomes listés parmi les règles de la logique pure à titre de *principes*, figure un *principe d'évaluation <Wertungsprinzip>* (K : 101) dont la forme $F \subset [F \text{ est vraie}]$ est une instance. Et par substitution de F à une indéterminée, nous obtenons l'isologie, et donc l'implication réciproque, des formes $[F \text{ est vraie}]$ et $[(F \text{ est fausse}) \text{ est fausse}]$ et donc la forme

$$[F \text{ est vraie}] \subset [(F \text{ est fausse}) \text{ est fausse}]$$

et nous pouvons alors nous en servir pour dériver la forme souhaitée par une chaîne de syllogismes. Mais il y a plus : cette dernière forme, qui nous dit que *si F est* *vraie, il est faux qu'elle soit fausse* (sans même requérir que F soit un forme de Δ), constitue, du principe de contradiction, une bien meilleure expression que la forme souhaitée il y a un instant, et elle est d'ailleurs équivalente, en logique classique, à celle que Julius König regrette d'avoir perdue ! En fait, toutes les formes d'expression de ce principe n'avaient pas disparu de la logique pure ; elle avait gardé celui-là (par contre, l'*ex falso sequitur quodlibet* est bien repoussé hors des formes de la logique pure).

Mais ne voilà-t-il pas qu'un doute terrible nous tenaille ? Que se passe-t-il par dualité ? L'autre implication déduite, selon le même cheminement de pensée, de l'isologie de tout à l'heure, que nous dit-elle ? Il s'agit de la forme

$$[\,(F \text{ est fausse}) \text{ est fausse}\,] \subset [\,F \text{ est vraie}\,].$$

C'est bien, hélas ! ce que nous pressentions à l'instant : elle dit que *s'il est faux que F soit fausse, alors F est vraie*, et c'est encore là, comme c'était le cas auparavant, une expression *du tiers exclu*, d'ailleurs équivalente, en logique classique, à celle que notre auteur était si content d'avoir exclu ! Le démon se manifestait lui aussi sous plusieurs formes différentes, dont une seule avait de fait été exorcisée, mais il était resté là, tapi sous une autre forme.

Nous ne chercherons ici ni pourquoi ni comment ces remarques ont échappé, dans les dernières années de sa vie, à Julius König, qui n'avait pas eu plus tôt la logique pour centre d'intérêt. Il était capable de déceler, dans les déductions élaborées par Hilbert dans ses *Fondements de la géométrie* (Hilbert 1899), les points où le raisonnement s'écarte un instant de la déduction formelle pour un appel subreptif à la sémantique (K : 161). Il savait reconnaître lui-même ses erreurs[8] et remettre en chantier, du début, l'élaboration d'une idée. Chose rare, son livre est rédigé à la façon dont les mathématiciens s'expriment *oralement* lors d'une séance de séminaire, voire d'une discussion informelle, et c'est à travers cela qu'il faut chercher les visions qu'il cherche à exprimer et qui souvent se sont avérées prémonitoires, bien qu'ayant pris chair sous des formes différentes de celles qu'il envisageait. Il y eut un mathématicien qui était en son temps très précoce et qui, après avoir lu son livre, et l'avoir pénétré, en a fait son profit, puis l'a défendu avec cœur : Johann (John) von Neumann.[9]

Références

Graßmann, H. 1861. *Lehrbuch der Arithmetik für höhere Lehranstalten*. Berlin : Enslin.

Guillaume, M. 2008. Some of Julius König's mathematical dreams in his "New Foundations of Logic, Arithmetic and Set Theory". *In* van Atten & al. 2008, 178–97.

Heyting, A. 1930. Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik I. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Klasse 1930* : 42–56.

Hilbert, D. 1899. *Grundlagen der Geometrie. Festschrift zur Feier der Enthüllung des Gauss-Weber Denkmals in Göttingen.* Leipzig : Teubner.

———. 1905. Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik. *Verhandlungen des Dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. august 1904.* Leipzig : Teubner, 174–85.

———. 1922. Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung. *Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität* **1** : 157–77.

König, J. 1914. *Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik und Mengenlehre.* Leipzig : Von Veit.

Van Atten, M. ; Boldini, P. ; Bourdeau, M. ; Heinzmann, G. (eds.) 2008. *One Hundred Years of Intuitionism (1907-2007) : The Cerisy Conference.* Publications des Archives Henri Poincaré. Basel, Boston, Berlin : Birkhäuser.

MARCEL GUILAUME, PROFESSOR EMERITUS
Université de Clermont-Ferrand (France)
guill@laic.u-clermont1.fr

Resumo. Em sua obra póstuma de 1914, "New foundations of logic, arithmetic and set theory", Julius König desenvolve sua filosofia da matemática. Em uma contribuição anterior, chamamos a atenção para a parte positiva (excluídos seus predicados de verdade e de falsidade) de sua "lógica pura": assimilando-se sua "*isologia*" à implicação mútua, ela constitui uma formalização genuína da lógica positiva intuicionista. A intenção de König era reconstruir a lógica de tal maneira que o princípio do terceiro excluído não mais pudesse ser lógico. Contudo, seu tratamento da verdade e da falsidade (reduzindo-se à negação) é puramente clássico. Explicamos aqui essa discrepância pela escolha das noções alegadamente mais primitivas às quais as noções questionadas de verdade e falsidade foram reduzidas. Finalmente, resulta que as formas conjuntiva e disjuntiva dos princípios do terceiro excluído e de contradição foram efetivamente excluídas, mas não o foram nenhuma de suas formas implicativas.

Palavras-chave: Lógica, metmatemática, acarretamento, implicação, princípios aristotélicos, Julius König.

Notes

[1] Julius König précise quelle est l'interprétation conforme aux notions dont il présente une formalisation, d'abord pour la logique, à partir des pages 72–73 (il y revient souvent au cours des chapitres 4 (notamment page 98, où il renvoie plus tard à ce sujet) et 5 (par exemple page 123 à propos des principes aristotéliciens), puis pour les théories axiomatisées des sciences exactes, et enfin pour l'arithmétique, à partir de la page 180.

[2] Le passage le plus explicite à ce propos, page 158, concerne la propriété d'« être un numéral » dont il tire les instances du principe d'induction complète moyennant la réinterprétabilité « arbitraire » de son expression formelle (il a juste auparavant l'intuition de la nécessité d'introduire en outre, pour autant qu'il s'agisse de définir la notion de numéral, une clause de clôture, en faisant appel, en fait, à l'interprétation d'origine).
[3] Julius König revient avec insistance à plusieurs reprises sur ce point, surtout pages 16, 60–1, 68–9, et page 63 dans le débord d'une note commençant au bas de la page 62.
[4] Par exemple, dans le cas du *principe d'évaluation* (K : 104; *cf.* la règle p. 86), et plus nettement encore dans le cas, sur lequel nous revenons plus loin, de *règles* établies par induction complète et *axiomatisées* par une implication (K : 179 *sqq.*)
[5] Il s'attaque à la notion de « vérité absolue » (selon laquelle il y aurait un domaine de vérité où tout énoncé serait, soit vrai, soit faux, ce qu'énonce le tiers exclu) dans une note page 87, puis dans le texte page 124, et donne encore d'autres arguments page 136.
[6] Nous évitons de parler d'« équivalence logique », en raison de la polysémie de cette expression.
[7] Des dix axiomes de Heyting 1930, trois sont pris pour formes fondamentales de logique par König, quatre sont presque immédiatement déductibles des formes fondamentales de König, deux ont des preuves un peu plus longues mais dont les méandres à suivre sont immédiatement perceptibles avec un minimum d'habitude, et une preuve formelle du dixième est donnée par König lui-même.
[8] Guillaume 2008 en relate un exemple; un autre se trouve en note, page 214 de König 1914.
[9] Voir, à ce sujet, Guillaume 2008.