MATRICES INSUMO-PRODUCTO Y ANÁLISIS DE MULTIPLICADORES: UNA APLICACIÓN PARA COLOMBIA

*Gustavo Hernández**

El modelo insumo-producto supone que los insumos para elaborar un producto se relacionan conforme a una función de costos lineal, la cual depende de los coeficientes insumo-producto y de los precios de los insumos. Este modelo se puede utilizar para estudiar la composición del valor agregado de los productos, hacer análisis de precios, calcular requerimientos de importaciones y responder preguntas como: ¿cuál es la intensidad de uso de los factores requeridos para la producción en los distintos sectores?, ¿cómo se afecta la participación de los salarios o las ganancias en el producto a medida que este crece?, ¿cuáles son los requerimientos de importaciones para mantener o elevar el producto? y ¿cómo cambian los precios de las mercancías cuando aumentan los salarios o las ganancias?

Tal como se planteó el modelo insumo-producto en Leontief (1986), el modelo es simétrico[1]. Una matriz es simétrica, en el sentido de Leontief, cuando en sus filas y en sus columnas se utilizan las mismas unidades; por la manera de construir las cuentas nacionales, que distinguen entre ramas[2] y productos[3], esta simetría no se puede

* M.A. en Economía, Colorado University, Denver. Subdirector de Estudios Sectoriales y Regulación de la Dirección de Estudios Económicos del DNP, Bogotá, Colombia, [ghernandez@dnp.gov.co]. Agradezco los comentarios de Manuel Ramírez, Gabriel Piraquive y Néstor González. Los comentarios y errores son de mi responsabilidad y no comprometen al DNP. Fecha de recepción: 31 de mayo de 2011, fecha de modificación: 28 de septiembre de 2011, fecha de aceptación: 26 de febrero de 2012.

[1] No en el sentido del álgebra matricial, donde la simetría implica que una matriz debe ser cuadrada e igual a su traspuesta.

[2] El concepto de rama se puede asociar a un sector económico que produce diferentes mercancías, lo cual implica una distinción entre actividades primarias y secundarias.

[3] Un producto es una mercancía que puede ser producida por distintas ramas o sectores.

alcanzar empíricamente[4]. Lo cual tiene una implicación importante: la posible aparición de coeficientes técnicos negativos. Para salvar este problema existen dos opciones: abandonar el supuesto original de Leontief (de Mesnard, 2004) o hacer ajustes para resolverlo cuando aparece (Miller y Blair, 2009, cap. 5; Raa, 2005, cap. 4).

En este trabajo se sigue la segunda opción, usando la metodología propuesta por Raa, que consiste en transformar la matriz insumo-producto para que no aparezcan coeficientes técnicos negativos. Además, se hace un análisis de multiplicadores usando los coeficientes insumo-producto calculados para observar las relaciones intersectoriales de la economía colombiana en el año 2007, con el método de encadenamientos y multiplicadores de los sectores obtenidos de la matriz insumo-producto (MIP). En el ejercicio se usan las matrices de oferta y utilización del DANE, con base en la nueva metodología de cuentas nacionales de 2000.

En la primera sección se muestra cómo se construye la matriz insumo-producto y se presenta el modelo de Leontief. En la segunda sección se describe la construcción de los coeficientes insumo-producto, luego se hace el análisis de los encadenamientos y multiplicadores, y finalmente se presentan las conclusiones.

MATRIZ INSUMO-PRODUCTO

Una matriz insumo-producto presenta en forma matricial el equilibrio sectorial entre la oferta y la utilización de los bienes y servicios de una economía, Es una descripción sintética de la economía de un país o región. Dados algunos supuestos tecnológicos, permite analizar y cuantificar los niveles de producción sectorial que satisfacen determinados niveles de consumo e inversión y, así, proyectar las necesidades de producción dado un incremento de la demanda.

La matriz insumo-producto está compuesta por tres matrices (cuadro 1): la primera, de demanda intermedia, muestra los flujos de compras (columna) y ventas (filas) entre sectores, y resume la actividad intermedia de la economía; la segunda, de valor agregado, muestra los pagos sectoriales al capital (contabilizado como excedente bruto de explotación) y al trabajo (remuneración a asalariados) para transformar los insumos en productos[5], y los otros impuestos menos los subsidios

[4] Para una exposición más detallada, ver Miller y Blair (2009, caps. 4 y 5).

[5] En este rubro también se incluye el ingreso mixto, pero este componente generalmente se agrega mediante una transformación de los demás componentes del valor agregado. Por ejemplo, estimando una ecuación de Mincer para imputar los salarios de los independientes. El ingreso mixto se puede separar entre remuneración a asalariados y excedente bruto de explotación.

a la producción; la tercera, de demanda final, muestra las transacciones para el uso sectorial de los productos elaborados, es decir, el consumo de los hogares, el consumo público, la inversión (formación bruta de capital fijo) y la variación de existencias[6].

Cuadro 1
Esquema matriz insumo-producto

	Sectores	
Sectores	Matriz de demanda intermedia	Matriz de demanda final
	Matriz de valor agregado	

Fuente: elaborado por el autor.

El cuadro 2 presenta en forma desagregada la información que contiene la matriz insumo-producto para cada componente.

Cuadro 2
Información de la matriz insumo-producto

	Producción sector 1		Producción sector i		Producción sector n	Consumo privado	Consumo público	Inversión	Variación de Existencia	VBP
Producción sector 1	X_{11}	…	X_{1j}	…	X_{1n}	Cp_1	Cg_1	I_1	Z_1	X_1
	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Producción sector i	X_{i1}	…	X_{1j}	…	X_{in}	Cp_i	Cg_i	I_i	Z_i	X_i
	⋮		⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Producción sector n	X_{n1}	…	X_{nj}	…	X_{nn}	Cp_n	Cg_n	I_n	Z_n	X_n
Capital	EBE_1	…	EBE_j	…	EBE_n					
Salarios	REM_1	…	REM_j	…	REM_n					
Impuestos - subsidios	$T_1 - Sb_1$	…	$T_j - Sb_j$	…	$T_n - Sb_n$					
VBP	X_1	…	X_j	…	X_n					

X_i es el valor de la producción del i-ésimo sector, X_{ij} es el valor de la producción que el sector j-ésimo compra al sector i-ésimo, REM_j es la remuneración a los asalariados que paga el sector *j*, EBE_j son los beneficios y el excedente de explotación del sector j-ésimo, T_j son los impuestos al sector j-ésimo, Sb_j son los subsidios recibidos por el sector j-ésimo, Cp_i es el consumo de los hogares hecho por el sector i-ésimo, Cg_i es el consumo público del sector i-ésimo, I_i es la inversión del sector i-ésimo y Z_i es la variación de existencias del sector i-ésimo.
Fuente: adaptado de Schuschny (2005).

Modelo insumo-producto

Para construir el modelo insumo-producto se adoptan los siguientes supuestos:

Homogeneidad sectorial: cada insumo es suministrado por un solo sector. Esto implica que cada uno de los sectores tiene una producción primaria o característica, pero no secundaria.

[6] A veces se incluyen las exportaciones e importaciones; en este caso se conoce como modelo de Leontief ampliado o de economía abierta.

Invarianza de los precios relativos: insumos o productos iguales tienen precios de valoración iguales para todos los productores.

Hipótesis de proporcionalidad: la cantidad de insumos varía en la misma proporción que varía la producción. Esto implica que los factores e insumos no son determinados por los precios relativos.

Hipótesis de aditividad: el efecto total sobre la producción de varios sectores es igual a la suma de los efectos sobre la producción de cada uno de los sectores.

A partir de la estructura de la matriz insumo-producto (cuadro 2) se elabora un modelo muy simplificado de la economía, cuyas relaciones se establecen suponiendo una tecnología constante tanto en la producción de cada sector como en el consumo de cada bien o servicio. Este se expresa así en forma matricial:

$$X = A^{*}X + Y \qquad (1)$$

Este es un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, donde X es un vector de tamaño nx1, donde n es el número de sectores de la economía, y cada uno de los componentes X_i es la producción del sector i (i = 1,2,…, n). Y es un vector nxm, donde cada columna es cada uno de los componentes de la demanda final. Por último, A es una matriz nxn, de requerimientos técnicos, donde los componente a_{ij} son los coeficientes técnicos de la economía. El coeficiente técnico a_{ij} se define como:

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \qquad (2)$$

Para resolver el sistema de ecuaciones descrito en (1) se puede recurrir a cualquier método de solución de ecuaciones lineales, el cual llega a la siguiente forma general:

$$X = (I - A)^{-1}Y = B^{*}Y \qquad (3)$$

donde la matriz $B = (I - A)^{-1}$ es la matriz de requerimientos totales de la economía.

Los componentes de la matriz A son las cantidades de insumos que un sector requiere para producir una unidad de producto, pero no dicen nada acerca de los efectos indirectos que pueden tener en la economía. Es decir, para producir pan se necesita harina de trigo, la cual necesita el trigo producido por el sector agrícola, y este necesita de semillas y fertilizantes para su producción; así, un incremento de una unidad en la producción de pan lleva a la interacción y al movimiento de una cadena productiva, en el cual los insumos requeridos por un sector deben ser producidos y necesitan insumos de otros sectores. Esto se puede representar así:

Impacto total = $\Delta Y + A^*\Delta Y + A^2{}^*\Delta Y + A^3{}^*\Delta Y + \ldots + A^n{}^*\Delta Y + \ldots + A^\infty{}^*\Delta Y = (I - A)^{-1}$

La matriz $(I - A)^{-1}$ muestra entonces el impacto total o efecto multiplicador de un incremento exógeno de la demanda final.

La principal ventaja de esta metodología es el nivel de desagregación obtenido; pero, dadas las características del modelo, no existen economías o deseconomías a escala. Todos los sectores utilizan la misma tecnología y se tienen los mismos niveles de eficiencia.

Construcción de la matriz insumo producto

Al elaborar la MIP a partir de las cuentas del DANE se encuentra el problema de que el primer supuesto (homogeneidad sectorial) no se cumple, dada la distinción entre ramas de producción y productos de las cuentas nacionales. Como muestra el cuadro 3, donde se hace un mapeo entre los componentes de la matriz insumo-producto y las matrices de oferta y utilización. Encontramos entonces que el consumo intermedio (C1,R2), los factores de producción (C1,R3) y otros impuestos indirectos (C1,R5) provienen de la matriz de utilización. Mientras que la producción (C2,R1), los impuestos directos a la producción, el IVA y los aranceles (C2,R5) y las importaciones (C2,R7) se toman de la matriz de oferta. Finalmente, el consumo privado (C4,R2), el consumo público (C5,R2), la inversión (C6,R2) y las exportaciones (C7,R2) se encuentran en la matriz de utilización. De esta manera se construye la matriz insumo-producto ampliada o de economía abierta; generalmente se trabaja con la matriz insumo-producto de economía cerrada, es decir, sin incluir la fila y la columna del resto del mundo.

Cuadro 3
Cuentas nacionales y matriz insumo-producto

	Actividades (C1)	Mercancías (C2)	Factores (C3)	Hogares (C4)	Gobierno (C5)	Inversión (C6)	Resto del mundo (C7)
Actividades (R1)		MO					
Mercancías (R2)	MU			MU	MU	MU	MU
Factores (R3)	MU						
Hogares (R4)							
Gobierno (R5)	MU	MO					
Inversión (R6)							
Resto del mundo (R7)		MO					

MU: Matriz de utilización, MO: matriz de oferta.
Fuente: elaboración del autor.

Si la hipótesis de homogeneidad sectorial se cumpliera, la suma de cada uno de los sectores de C1 sería el elemento en la diagonal para la sub-matriz (C2, R1); pero esto no es posible porque en la matriz de oferta se distingue entre rama y producto, lo cual implica que cada sector tiene producción primaria y secundaria.

CONSTRUCCIÓN DE LOS COEFICIENTES INSUMO-PRODUCTO

Como ya se mencionó, los coeficientes técnicos se definen como los requerimientos de insumos por unidad de producto. Estos se obtienen a partir de las matrices de utilización y oferta de la economía, que en adelante se notarán como U (matriz de utilización) y V (matriz de oferta). Para construir la matriz de coeficientes técnicos se utilizan las matrices U y V, esto es, un valor en $A(U,V)$ está asociado a un dato de U y a un dato para V.

En caso de que no exista producción secundaria, la matriz de oferta V es una matriz diagonal. Entonces cada sector utiliza un vector de insumos, una columna de U, para producir un solo producto, el elemento en V asociado al vector de insumos. Existe una relación uno a uno entre los sectores y las ramas de actividad (homogeneidad sectorial). Entonces[7]:

$$a_{ij}(U, V) = \frac{u_{ij}}{v_{jj}} \qquad i,j = 1, \dots, n \tag{4}$$

En forma matricial:

$$A(U, V) = U(V^T)^{-1} \tag{5}$$

donde el superíndice ^{T} significa que la matriz es transpuesta. En este caso es irrelevante, ya que es una matriz diagonal. Pero es importante en caso de que la matriz V sea no cuadrada o cuando los elementos por fuera del diagonal sean distintos de cero (producción secundaria).

En caso de que exista producción secundaria, la matriz V se puede escribir así:

$$V = \hat{V} + \check{V} \tag{6}$$

En esta descomposición $\hat{V}$ está compuesta por los términos de la diagonal de V (producción característica o primaria), y $\check{V}$ contiene los términos por fuera de la diagonal de V (producción secundaria). Empíricamente, la producción secundaria es menor que la producción primaria, para cada uno de los sectores.

La introducción de producción secundaria implica que se incumple el supuesto de "homogeneidad sectorial", y los coeficientes técnicos

[7] Las ecuaciones (2) y (4) son equivalentes.

se deben derivar indirectamente. Porque los coeficientes técnicos pueden tener signo negativo. Para mostrar este punto se sigue el ejemplo propuesto por Raa (2005, 89). Se considera una economía de dos sectores, donde el primero solo produce una unidad del producto 1, y el segundo produce una unidad del producto 2 y v unidades del producto 1 (producción secundaria del sector 2). Esto es:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ v & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Substituyendo en (5), se tiene que:

$$A = (U, V) = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & - v * u_{11} \\ u_{21} & u_{22} & - v * u_{21} \end{bmatrix} \tag{8}$$

Como se observa en (8), los coeficientes técnicos del primer sector están dados por la estructura de insumos del primer sector, porque el sector no tiene producción característica. Los coeficientes técnicos del sector 2 están dados por los insumos del segundo sector, netos de los insumos requeridos para la producción secundaria. Estos coeficientes pueden ser negativos en caso de que $u_{12} < v^* u_{11}$ o $u_{22} < v^* u_{21}$.

La idea es construir una matriz de coeficientes técnicos que sean positivos, y que solo considere la estructura de costos de la producción característica, es decir, que no viole el supuesto de "homogeneidad sectorial". Para esto se proponen dos alternativas: la primera donde la estructura de costos de la producción secundaria del sector j es la misma que la estructura de costos de producción característica del sector i. Conocida también como método de estructura de costos

La segunda es asumir que los sectores tienen estructuras de insumos específicas, con independencia de la composición de sus productos. Entonces el sector 1 utiliza u_{i1} del insumo i para producir el producto $(v_{11} + ... + v_{1n})$. Los insumos se asignan proporcionalmente, esto es, $(u_{i1} * v_{1j})/ (v_{11} + ... + v_{1n})$ por producto; por tanto, $(u_{i1})/(v_{11} + ... + v_{1n})$ por unidad[8]. El coeficiente técnico es ahora:

$$\tilde{a}_{ij}(U, V) = \Sigma_{k=1}^{n} u_{ik}(v_{k1} + ... + v_{kn})^{-1} v_{kj} \ (v_{1j} + ... + v_{nj})^{-1} \tag{9}$$

Los coeficientes $\tilde{a}_{ij}(U, V)$ se conocen como coeficientes de tecnología sectorial, es decir, cada sector tiene su propia estructura de insumos. En forma matricial (9) se puede escribir así:

$$\tilde{A} = (U, V) = U\widehat{Ve}^{-1} V \widehat{V^T e}^{-1} \tag{10}$$

[8] Un método alternativo, propuesto por el sistema europeo de cuentas económicas integradas (EUROSTAT, 1979), es dividir los insumos por los productos:

$$\tilde{A}(U, V) = U \widehat{V^T e}^{-1}$$

donde e es un vector unitario y ^ indica que la matriz tiene ceros por fuera de la diagonal.

ANÁLISIS DE MULTIPLICADORES

La matriz insumo-producto presenta en forma resumida las relaciones entre oferta y demanda intersectoriales, lo que permite identificar los sectores que tienen mayor peso en la economía, o cómo afectan los cambios de un sector a la oferta y la demanda de los demás sectores o a la economía en su conjunto. Para llevar a cabo este análisis se utilizan los encadenamientos o eslabonamientos sectoriales para analizar los efectos de cambios en la demanda final ante cambios en los sectores, con dos métodos diferentes: con el de encadenamientos directos se busca obtener el impacto directo de un sector sobre el resto de la economía, y el de encadenamientos totales (directos e indirectos) muestra el efecto agregado (directo e indirecto) de un incremento (o disminución) de la demanda final sobre la producción de todos los sectores[9]. Además, estos encadenamientos se pueden ver hacia atrás y hacia delante: un encadenamiento hacia atrás considera todos los insumos necesarios para la producción del sector, cómo afecta la demanda; mientras que un encadenamiento hacia adelante considera todos los sectores en los cuales el sector respectivo entra en la estructura de costos, es decir, cómo afecta la oferta.

Análisis de sensibilidad de los coeficientes

Antes de hacer los análisis de encadenamientos se busca determinar la importancia relativa de los coeficientes, es decir, cómo un sector produce cambios importantes en su producción y en su demanda. Un coeficiente a_{ij} puede ser muy grande, pero si en el sector j tiene una producción pequeña, su influencia sobre i no es muy grande. Por otra parte, el coeficiente a_{ij} puede ser muy pequeño, pero puede tener gran impacto si la producción en el sector j es muy grande.

Para esto se sigue el método desarrollado por Schintke y Stäglin (1985), Sebal (1974) y Aroche-Reyes (1996), donde un coeficiente técnico a_{ij} es importante si una variación menor del 100% provoca un cambio mayor que un nivel prefijado p% –suele tomarse el 0,5% o el 1%– en la producción total de alguno de los sectores. La fórmula para obtener la sensibilidad de los coeficientes es:

[9] El método de multiplicadores no incluye efectos de sustituibilidad de insumos entre los sectores. Es decir, los coeficientes de la matriz son fijos, y también los precios de los factores.

$$w_{ij}(p) = a_{ij}(b_{ij}p + b_{ii}\frac{x_j}{x_1}) \tag{11}$$

donde a_{ij} es el coeficiente técnico, b_{ji} y b_{ii} son elementos de la matriz de Leontief, X_j y X_i son las producciones respectivas de los sectores respectivos. Cuanto más alto sea el valor de w_{ij} más importante será el coeficiente a_{ij}.

También se puede definir como:

$$c_{ij} = \frac{p}{w_{ij}(p)} \tag{12}$$

Por tanto, los coeficientes a_{ij} más importantes tienen un bajo c_{ij}. Si el valor de p es del 1%, la tasa de variación del coeficiente técnico está dada por:

$$c_{ij} = \frac{0{,}01}{a_{ij}(\,0{,}01b_{ij} + b_{ii}\frac{x_j}{x_1})} \tag{13}$$

Por tanto, cuanto más importante el coeficiente técnico a_{ij} menor es el valor de c_{ij}, al indicar la variación máxima que puede tener el coeficiente a partir de la cual se altera la producción del sector en más del 1%. Después de obtener los valores de c_{ij} podemos utilizar la siguiente clasificación[10]:

Coeficientes muy importantes: $c_{ij} < 0{,}1$
Coeficientes bastante importantes: $0{,}1 \leq c_{ij} < 0{,}5$
Coeficientes poco importantes: $0{,}5 \leq c_{ij} < 1{,}0$
Coeficientes no importantes: $c_{ij} \geq 1{,}0$

Esta clasificación implica que la presencia de un número importante de coeficientes importantes en la fila, en un sector determinado, muestra que el sector es muy importante en la producción de los demás sectores. En el caso de que los coeficientes muy importantes se encuentren en la columna, indica que el sector induce incrementos importantes de la producción de otros sectores para satisfacer su demanda de consumo intermedio.

Los coeficientes técnicos utilizados, tanto a_{ij} como b_{ij}, se construyen de acuerdo a (10). Como se observa en el cuadro 4, de los 529 coeficientes técnicos, 464 intervienen en algún proceso productivo. En cuanto a los coeficientes muy importantes, son los que no pueden variar más de un 10% sin que varíe la producción sectorial, y corresponden al 53,1% de los coeficientes, agrupando todas las transacciones del consumo intermedio. Esto implica que hay importantes encade-

[10] Ver Iráizoz y Gárate (1999).

namientos hacia atrás y hacia delante en las relaciones intersectoriales de la economía colombiana.

Cuadro 4
Clasificación de los coeficientes técnicos

	Número de coeficientes	Participación	Participación en el consumo intermedio
No importante	116	21,9%	0,02%
Poco importante	17	3,2%	0,02%
Bastante importante	50	9,5%	0,20%
Muy importante	281	53,1%	99,77%
Nulo	65	12,3%	0,0%

Fuente: cálculos del autor.

Encadenamientos productivos

Los trabajos de Rasmussen (1963), Hirschman (1961) y Chenery y Watanabe (1958) tomaron en cuenta las interrelaciones de la MIP para proponer diferentes cálculos a fin de hacer clasificaciones entre los sectores. Estos criterios se fundamentan en dos tipos de encadenamientos: los encadenamientos hacia atrás miden la capacidad de un sector para arrastrar directamente a otros relacionados con él, por la demanda de bienes de consumo intermedio, luego un choque exógeno estimula la actividad de tales sectores. Los encadenamientos hacia delante miden la capacidad de un sector para estimular a otros, por su capacidad de oferta u otra forma de servir como insumo dentro de los otros sectores.

El trabajo de Chenery y Watanabe (1958) propone calcular los indicadores directos hacia atrás y hacia delante con base en los coeficientes técnicos de la MIP. Los encadenamientos directos hacia atrás se calculan así:

$$DBL_j = \frac{\sum_j X_{ij}}{X_i} = \sum_j a_{ij} \tag{14}$$

y los encadenamientos directos hacia adelante así:

$$DFL_i = \frac{\sum_j X_{ij}}{X_i} = \sum_j a_{ij} \tag{15}$$

A partir del cálculo de los encadenamientos DBL_j y DFL_i, Chenery y Watanabe proponen la siguiente clasificación:

Cuadro 5
Tipología sectorial según Chenery y Watanabe

	$DBL_j < \frac{\sum_j DBL_j}{n}$	$DBL_j \geq \frac{\sum_j DBL_j}{n}$
$DFL_j < \frac{\sum_j DFL_j}{n}$	No manufactureras/Destino final	Manufactureras/Destino final
$DFL_j \geq \frac{\sum_j DFL_j}{n}$	No manufactureras/Destino intermedio	Manufactureras/Destino intermedio

Fuente: Schuschny (2005).

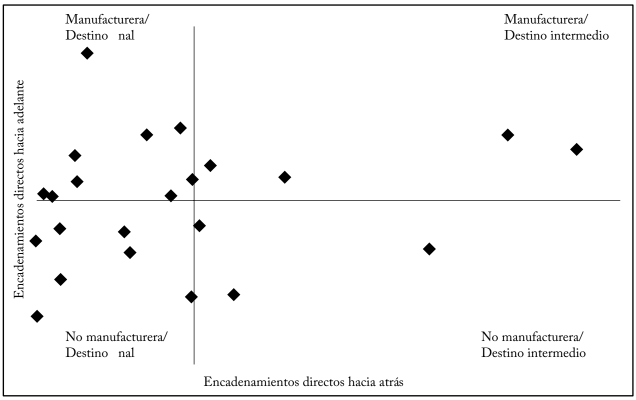
No manufactureras/Destino final: no compran significativamente a los demás sectores –por eso se consideran producción primaria– ni les venden sus insumos.

Manufactureras/Destino final: sectores que compran a otros sectores cantidades importantes de insumos, pero la mayor parte de su producción se dirige a la demanda final.

No manufactureras/Destino intermedio: sectores que venden a otros cantidades importantes de su producción, y por eso poseen altos encadenamientos hacia delante y bajos hacia atrás; corresponden a sectores de producción primaria intermedia.

Manufactureras/Destino intermedio: sectores que compran cantidades importantes de insumos, y venden su producción a otros sectores.

Gráfica 1
Tipología sectorial (Chenery-Watanabe)



Los ejes son el promedio de los encadenamientos (hacia atrás y hacia delante).
Fuente: cálculos del autor.

Como se observa en la gráfica 1, esta es la clasificación mencionada en el cuadro 5. Se puede apreciar que muchos de los sectores orientan su producción a la oferta de productos finales y no tienen gran importancia como consumo intermedio. Sin embargo, los sectores de químicos, electricidad y gas, maquinaria y equipo de transporte son importantes porque su producción, además de ser un bien final, está orientada a la producción de los demás sectores (cuadrante Manufacturera/Destino intermedio). En este punto es necesario aclarar que los resultados dependen en gran parte de la agregación sectorial que se utilice[11].

Además, se pueden calcular los encadenamientos totales, es decir, aquellos que aparte de considerar el efecto directo sobre la industria también incorporan los efectos indirectos sobre el efecto multiplicador. Los encadenamientos totales hacia atrás se pueden calcular así:

$$BL_j = \sum_i b_{ij} \tag{16}$$

y los encadenamientos totales hacia delante así:

$$FL_j = \sum_j b_{ij} \tag{17}$$

Como se observa, los encadenamientos totales se realizan sobre la matriz de Leontief (B). El cuadro 6 presenta los encadenamientos, hacia atrás y hacia adelante, para establecer los efectos directos e indirectos. Por ejemplo, en el caso del café, por cada $100 adicionales en la demanda del sector los encadenamientos producen un incremento de $48,74 en la demanda total de la economía, $20,90 de ellos debido a un efecto directo y $27,84 a un efecto indirecto, es decir, a un incremento de la demanda de insumos para la producción del café. Desde el punto de vista de la oferta, ese incremento de $100 en la demanda induce un incremento de $79,23 en la oferta de la economía, $65,27 por un efecto directo –un incremento de la producción del sector cafetero– y $13,96 por un efecto indirecto, porque sirve de insumo de otros sectores, en particular a la trilla de café. El sector del café tiene entonces un mayor efecto multiplicador por el lado de la oferta que por el de la demanda. Este mismo análisis se puede repetir para cada sector con el fin de establecer cuáles tienen un mayor efecto multiplicador hacia la demanda o hacia la oferta, lo cual permite inferir elementos de política diferenciados para estimular los sectores.

[11] En general, en la agregación influyen dos aspectos: la disponibilidad de datos y el objetivo de la investigación. Esto puede producir un sesgo en los resultados, como muestran Miller y Blair (2009, secc. 4.9). Sin embargo, señalan que en ciertas condiciones este sesgo puede desaparecer.

Como indica el cuadro 6, en sectores como el petróleo, resto de industria, químicos y plásticos, petróleo refinado, maquinaria y equipo, electricidad y gas, transporte y comunicaciones, servicios financieros y otros servicios el encadenamiento total hacia atrás (demanda) produce un aumento de la demanda mayor de $100. Desde el punto de vista de la producción esto ocurre en los sectores de café transformado, industria de alimentos, textiles, vestidos y artículos de cuero, resto de industria, químicos y plásticos, maquinaria y equipo, electricidad y gas, construcción, obras civiles, transporte y comunicaciones y salud.

Cuadro 6
Multiplicadores en Colombia, 2007

	Encadenamientos directos		Encadenamientos totales	
	Oferta	Demanda	Oferta	Demanda
Café	65,27	20,90	79,23	48,74
Productos agrícolas	31,06	32,87	52,55	69,22
Resto de agricultura	29,18	38,77	53,20	82,89
Petróleo	51,29	20,26	103,84	35,35
Otros minerales	7,92	39,67	27,88	78,15
Café transformado	16,94	89,62	21,27	155,49
Industria de alimentos	36,58	66,37	67,63	132,16
Textiles	47,67	68,31	70,61	155,46
Vestidos y artículos de cuero	12,90	60,49	19,37	141,78
Resto de industria	178,33	62,23	379,99	133,89
Químicos y plásticos	155,63	66,33	386,66	150,56
Petróleo refinado	44,56	49,03	100,86	73,19
Maquinaria y equipo	57,56	57,64	126,02	128,01
Electricidad y gas	51,63	53,67	111,95	104,13
Agua y alcantarillado	8,18	25,22	22,17	47,31
Construcción	2,58	49,60	6,21	115,07
Obras civiles	13,61	53,06	18,65	121,20
Comercio	0,00	36,17	0,00	71,61
Transporte y comunicaciones	82,08	54,31	170,34	105,52
Servicios financieros	53,95	40,52	117,44	75,43
Otros servicios	129,76	33,89	282,80	65,34
Educación	0,42	14,73	0,81	29,68
Salud	5,43	48,85	6,37	105,65

Fuente: cálculos del autor.

Además de esto, Rasmussen (1963) no desconoce la importancia de los encadenamientos entre las diferentes industrias, sino que incorpora la importancia de los efectos de difusión o dispersión de un choque económico, es decir, del grado en que un sector puede afectar más o menos sectores, independientemente del tamaño del encadenamiento. Para ello, primero se define el poder de dispersión, es decir, el efecto promedio de un sector en los demás, medido por el efecto de un incremento unitario de la demanda final de ese sector sobre el promedio de los efectos en toda la economía. Que se puede calcular así:

$$\pi_j = \frac{BL_j}{\left(\frac{\sum_j BL_j}{n}\right)} \equiv \frac{n\sum_i b_{ij}}{\sum_i \sum_j b_{ij}} \tag{18}$$

donde π_j es el poder de dispersión del sector j. Para un $\pi_j > 1$ el efecto es mayor que el del promedio de la economía, mientras que si $\pi_j < 1$ el efecto es menor que el del promedio de la economía. La desventaja de π_j es que no muestra cómo se dispersan los impactos a lo largo de los sectores; además, supone que los efectos se dispersan de modo uniforme a través de los sectores. Para conocer la difusión del impacto de un sector se pueden utilizar los coeficientes de variación. Así, el impacto del sector *j*-ésimo se puede definir como:

$$\psi_j = \frac{n}{BL_j}\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(b_{ij} - \frac{BL_j}{n}\right)^2} \tag{19}$$

Un alto valor de ψ_j implica que el sector compra insumos de pocos sectores de la economía, y viceversa. Cuanto menor es su valor mayor es el impacto de la variación en la producción, pues se dispersa entre muchos sectores y la concentración se reduce. El indicador muestra cuánto pesa el sector *j* en el sistema productivo.

Finalmente, se puede definir un indicador de sensibilidad de la dispersión en forma análoga al encadenamiento hacia delante:

$$\tau_i = \frac{FL_i}{\left(\frac{\sum_i FL_i}{n}\right)} \equiv \frac{n\sum_j b_{ij}}{\sum_i \sum_j b_{ij}} \tag{20}$$

Para un $\tau_i > 1$ el efecto es superior al promedio de la economía, mientras que si $\tau_i < 1$ el efecto es inferior a ese promedio. El indicador muestra cuán sensible es un sector a cambios generales de la demanda, es decir, permite saber cuál sector es más sensible a cambios debidos a choques de producción, empleo e ingresos.

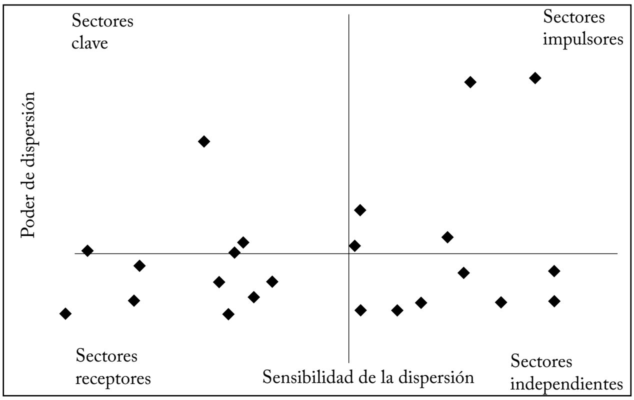
Un valor relativamente grande del poder de dispersión indica que el sector pesa mucho sobre el resto de sectores. Un sector de este tipo depende en gran medida del resto de los sectores. Esto es cierto al menos cuando el coeficiente de variación es relativamente pequeño. Podemos considerar que este tipo de sector es un "sector clave". Un "sector clave" con un valor grande de π_j y pequeño de ψ_j conduciría, en el caso de un aumento de la demanda final de sus productos, a un incremento relativamente grande de la demanda final de los demás sectores. A estos sectores clave los llamamos Tipo A. Otro método que se suele emplear para identificar sectores clave consiste en discriminar aquellos sectores cuyos valores de π_j y τ_i son mayores que 1.

Cuadro 7
Tipología sectorial según Rasmussen

	Tipo A	
	$\pi_j < 1$	$\pi_j \geq 1$
$\psi_j \approx \psi_j \min$	Sectores de bajo arrastre disperso	Sectores clave
$\Psi_j \gg \psi_j \min$	Sectores de bajo arrastre y concentrado	Sectores con arrastre concentrado
	Tipo B	
	$\pi_j < 1$	$\pi_j \geq 1$
$\tau_i < 1$	Sectores estratégicos o receptores	Sectores clave
$\tau_i \geq 1$	Sectores independientes	Sectores impulsores

Fuente: Schuschny (2005).

Gráfica 2
Tipología sectorial según Rasmussen – Tipo B



Fuente: cálculos del autor.

En el cuadro 7 se presenta la clasificación derivada del método de Rasmussen y en la gráfica 2 se presenta la clasificación sectorial a partir de los multiplicadores calculados anteriormente. En el cuadrante superior derecho se encuentran los "sectores impulsores", aquellos sectores en los que cuando su demanda aumenta se incrementa notablemente la producción de los sectores que les sirven como insumo. En el cuadrante inferior izquierdo se encuentran los "sectores receptores", aquellos donde aumenta su producción ante un gran estímulo de la demanda, lo que implica que reciben los efectos multiplicadores de la demanda. En el cuadrante superior izquierdo se encuentran los "sectores clave", aquellos que se comportan como impulsores y receptores. Y en el cuadrante inferior derecho se encuentran los "sectores independientes", es decir, aquellos que tienen pocos encadenamientos, en los que es muy difícil que los choques de demanda ejerzan alguna influencia.

Otros multiplicadores

Además de los multiplicadores tradicionales mencionados, hay otros multiplicadores que es importante tener en cuenta en análisis de tipo sectorial: multiplicadores de los salarios, que permiten observar de qué modo los sectores generan rentas a los trabajadores; multiplicadores de empleo, que muestran cómo un tipo determinado de política genera empleo, y multiplicadores de valor agregado, que permiten observar variaciones sectoriales del valor agregado, una mejor medida del crecimiento de una economía que el valor bruto de producción.

El coeficiente de remuneración de cada sector se construye así:

$$W_j = \frac{REM_j}{X_j} \qquad (21)$$

que representa el efecto directo sobre el sector. Para obtener el efecto total multiplicamos el vector de coeficientes de las remuneraciones *w* por la matriz *B*.

En el caso del valor agregado, los coeficientes se obtienen así:

$$va_j = \frac{X_j - \Sigma_{j=1}^{n} X_{ij}}{X_j} \qquad (22)$$

Igual que en el caso anterior, el efecto total se obtiene multiplicando el vector del valor agregado *va* por la matriz *B*.

El caso del empleo es diferente porque se necesita información externa, como las encuestas de hogares. En este caso, para el efecto directo, se asume que los coeficientes son iguales a la participación del empleo en la producción sectorial. El efecto total también se calcula multiplicando el vector de coeficientes de empleo por la matriz *B*.

En el cuadro 8 se presentan los multiplicadores de las remuneraciones, el valor agregado y el empleo ante choques de demanda de la economía. Para interpretar los multiplicadores se escoge el sector de químicos y plásticos. En primer lugar vemos que por cada $100 de incremento de la demanda total, las remuneraciones de los trabajadores crecen $0,11 y el valor agregado aumenta $5,10 en el sector. El caso del empleo es un poco diferente ya que hay un cambio de unidades, por tanto, un incremento de la demanda de $1 millón genera 1,06 empleos en el sector de químicos y plásticos. El análisis de cada uno de los sectores es similar.

Cuadro 8
Multiplicadores de remuneraciones, valor agregado y empleo

	Remuneraciones	Valor agregado	Empleo
Café	0,00	0,02	0,03
Productos agrícolas	0,03	0,19	0,27
Resto de agricultura	0,09	0,87	0,87
Petróleo	0,00	1,39	0,03
Otros minerales	0,02	1,69	0,24
Café transformado	0,00	0,00	0,00
Industria de alimentos	0,02	0,23	0,17
Textiles	0,02	0,22	0,16
Vestidos y artículos de cuero	0,01	0,07	0,09
Resto de industria	0,83	21,63	8,30
Químicos y plásticos	0,11	5,10	1,06
Petróleo refinado	0,00	1,95	0,01
Maquinaria y equipo	0,02	1,43	0,23
Electricidad y gas	0,01	1,30	0,09
Agua y alcantarillado	0,02	1,12	0,16
Construcción	0,00	0,06	0,03
Obras civiles	0,70	49,65	7,01
Comercio	0,00	0,00	0,00
Transporte y comunicaciones	0,09	2,01	0,88
Servicios financieros	0,05	3,63	0,53
Otros servicios	0,23	5,24	2,31
Educación	0,00	0,01	0,00
Salud	0,00	0,01	0,00

Fuente: cálculos del autor.

CONCLUSIONES

El modelo insumo-producto es de fácil implementación, pero hay que ser muy cuidadosos en la construcción de las matrices insumo-producto, sobre todo si hay producción secundaria en los sectores, pues en este caso los coeficientes insumo-producto pueden ser negativos, lo cual implica una mala clasificación de los sectores en el momento de hacer la tipología sectorial. Una manera de sortear este inconveniente es construir los coeficientes transformando la información consignada en las cuentas nacionales. En este trabajo se empleó el método de estructura de costos para obtener los coeficientes de la matriz insumo-producto. La economía colombiana presenta fuertes encadenamientos entre los sectores, y los sectores de petróleo, químicos, plásticos, electricidad y gas, transporte y comunicaciones tienen una gran influencia en la demanda y la oferta de los demás.

Luego se hizo el ejercicio de cálculo tradicional de los multiplicadores o encadenamientos propuesto por Chenery y Watanabe, y también se empleó el método de Rasmussen. Para ello se utilizaron las nuevas cuentas nacionales con datos de 2007, que toman como base el año 2000. Todos los cálculos dependen de la agregación de los sectores, es decir, si se desagrega uno de ellos es posible que los multiplicadores y las clasificaciones tengan cambios importantes. La gráfica 1 muestra que los sectores tienden a ser consumidos como demanda final, y por otra parte, que el poder de dispersión –cómo se difunde un incremento de la demanda o la oferta– es bajo con respecto al promedio (gráfica 2). Esto implica que para formular políticas de apuestas productivas el análisis debe ser muy detallado y elegir sectores con gran poder de difusión que impulsen a otros sectores a través del consumo intermedio.

Además, se calcularon algunos multiplicadores "no tradicionales" (remuneraciones, valor agregado y empleo), que enriquecen el análisis de un cambio de política económica. En particular, los sectores de obras civiles, otros servicios y químicos y plásticos son los mayores generadores de empleo en la economía, lo cual confirma el análisis basado en los efectos multiplicadores sobre el valor agregado. Estos sectores se podrían concebir entonces como los más importantes al focalizar las alternativas de política económica. Cabe advertir de nuevo que esto depende del tipo de agregación sectorial de la matriz insumo-producto.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Aroche-Reyes, F. "Important coefficients and structural change: A multilayer approach", *Economic Systems Research* 8, 3, 1996, pp. 235-246.
2. Chenery, H. y T. Watanabe. "International comparison of the structure of production", *Econometrica* XXVI, 4, 1958, pp. 487-521.
3. EUROSTAT. *European System of Integrated Economic Accounts* (*ESA*), Office of the Official Publications of the European Communities, 1979.
4. Haro, R. *Metodologías para la estimación matemática de la matriz insumo-producto simétrica: a partir de las matrices de oferta y utilización asimétricas en una economía abierta*, México D.F., CEMLA, 2008.
5. Hernández, E. "Un modelo insumo producto (MIP) como instrumento de análisis económico", Banco Central de Venezuela, Colección Economía y Finanzas, Serie Documentos de Trabajo No. 69, 2005.
6. Hirschman, A. *La estrategia del desarrollo económico*, México D.F., Fondo de Cultura Económica, 1961.

7. Iráizoz B. y Gárate, M. "El complejo agroalimentario de Navarra. Análisis a partir de tablas input-output de 1995", *Revista de Estudios Regionales* 55, 1999, pp. 193-223.
8. Lahr, M. "A Strategy for Producing Hybrid Regional Input-Output Tables", Dietzenbacher, E. y M. Lahr, eds., *Input-output analysis: Frontiers and extensions*, London, Palgrave, 2001.
9. Leontief, W. *Input-output economics*, 2.ª ed., Oxford, Oxford University Press, 1986.
10. Lora, E. *Técnicas de medición económica: metodología y aplicaciones para Colombia*, 3.ª ed., Bogotá, Alfaomega, 2006.
11. Mesnard, L de. "Understanding the shortcomings of commodity-based technology in input-output models: An economic-circuit approach", *Journal of Regional Science* 44, 1, 2004, pp. 125-141.
12. Miller, R. y P. Blair. *Input-output analysis: Foundations and extensions*, 2.ª ed., Cambridge, Cambridge University Press, 2009.
13. Naciones Unidas. "Manual sobre compilación y el análisis de los cuadros de insumo-producto", Serie F, No. 74, Nueva York, Naciones Unidas, 2000.
14. Pardo, O. y D. Corredor. "Matrices de contabilidad social 2003, 2004, 2005 para Colombia", *Archivos de Economía* 339, 2008.
15. Raa, T. *The economics of input-output analysis*, Cambridge, Cambridge University Press, 2005.
16. Randall, J. y A. Murray. "Alternative Input-Output Matrix Updating Formulations", *Economic Systems Research* 16, 2, 2004, pp. 135-148.
17. Rasmussen, P. *Relaciones intersectoriales*, Madrid, Aguilar, 1963.
18. Schintke, J. y R. Stäglin. "Stability of Import Input Coefficients", *Lecture notes in economics and mathematical systems* 251, 1985, pp. 129-139.
19. Schuschny, A. "Tópicos sobre el modelo de insumo-producto: teoría y aplicaciones", Serie de Estudios Estadísticos y Prospectivos, Santiago, CEPAL, División de Estadística y Proyecciones Económicas, 2005.
20. Sebal, A. V. "An analysis of the sensitivity of large scale input-output models to parametric uncertainties", Center for Advanced Computation, University of Illinois, 1974.
21. Teigeiro L. y J. Sanjuán. "Sectores y clusters claves en la economía española", *Tribuna de Economía* 843, 2008, pp. 183-207.