O PAPEL DA MATEMATIZAÇÃO EM UM CONTEXTO INTERDISCIPLINAR NO ENSINO SUPERIOR

The role of mathematization in an interdisciplinary context in undergraduate courses

Simone Luccas[1]
Irinéa de Lourdes Batista[2]

Resumo: Esse artigo apresenta um estudo a respeito das contribuições que o ensino de matemática pode proporcionar à formação de alunos de um curso do Ensino Superior na área de administração. O estudo discute como o ensino e a aprendizagem do conhecimento matemático podem subsidiar a formação de um administrador, não somente no sentido da compreensão do conhecimento matemático, mas, também, na análise de fenômenos ou problemas existentes em seu entorno sociocultural. A estruturação para o trabalho com o conhecimento matemático dá-se por meio de: um circuito epistemológico do conhecimento, que é proposto pela matematização horizontal e vertical; contextualização adequada de fenômenos da realidade; descontextualização do objeto matemático; e, por fim, recontextualização dessa estrutura em novas problemáticas, implicando necessariamente uma ação interdisciplinar.

Palavras-chave: Educação Matemática. Epistemologia. Interdisciplinaridade. Ensino Superior. Matematização.

Abstract: The paper presents a study about contributions that mathematics education with an interdisciplinary approach brings to an undergraduate course in the area of administration. Our study discusses how teaching and learning of mathematical knowledge can encourage an administrator in training towards understanding mathematical knowledge using an analysis of phenomena or problems existing in the socio-cultural environment. We propose that a structure for mathematical teaching: should come from an epistemological basis of knowledge which is built through mathematization with its horizontal and vertical components; be produced from an appropriate contextualization of the reality of phenomena and a mathematical decontextualization; and, finally, be a recontextualization of this new structure into new contexts and problems, that lead to interdisciplinary action.

Keywords: Mathematics Education. Epistemology. Interdisciplinarity. Undergraduate education. Mathematization.

[1] Graduada em Matemática, doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente, Departamento de Matemática, Universidade Estadual do Norte do Paraná. Cornélio Procópio, PR, Brasil. <sluccas2002@yahoo.com.br>
[2] Graduada em Física, doutora em Filosofia. Docente, Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina. Londrina, PR, Brasil. <irinea@uel.br>

[1] Rua Pio XII, 799
Centro - Sertanópolis, PR
86.170-000

Introdução

A história da administração, segundo autores como Maximiano (2006) e Gomes (2005), tem evidenciado que as concepções de entendimento da área de administração vêm evoluindo, desde o início de sua sistematização, em decorrência de mudanças ocorridas na prática administrativa. Houve um período no qual essa área buscava a melhor maneira de estabelecer princípios e normas para obter o máximo de produtividade de modo eficiente, com o menor custo possível e visando o maior lucro. Nesse processo, o interesse centrava-se no produto. No entanto, atualmente, uma atenção maior tem sido atribuída ao papel do administrador em sua práxis, ou seja, a administração tem se preocupado mais, segundo Maximiano (2006), com o processo de tomada de decisões sobre objetivos e com a utilização adequada de recursos.

A mudança de foco na ação administrativa impulsiona a evolução de diversos outros campos ligados à área em estudo, sobretudo no que concerne aos processos de ensino. Segundo essa visão moderna, um curso de administração deverá preparar futuros administradores para tomar decisões sobre os objetivos determinados, bem como utilizar adequadamente os recursos disponíveis. Essa alteração implica novas análises epistemológicas, metodológicas e axiológicas da área.

Nesse sentido, muitos cursos de administração têm reestruturado não somente a grade curricular, mas também revisto seus objetivos com o intuito de formar o perfil desejado do profissional de administração. Tal perfil é composto por diversas competências, das quais se destacam

> [...] operação com valores de formulações quantitativas e qualitativas, estabelecendo relações formais e causais entre fenômenos organizacionais; raciocínio lógico e crítico na identificação e solução de problemas organizacionais; apreensão, articulação e sistematização de conhecimentos teóricos e metodológicos. (BRASIL, 2005a, p. 50-51)

O desenvolvimento dessas competências pode ser alcançado a partir de uma formação adequada que oportunize o aprimoramento do raciocínio lógico, do domínio da linguagem e de operações matemáticas, desenvolvidas com base no trabalho com a matematização, como será abordado no decorrer deste artigo. Mas o que vem a ser a matematização? E como essa atividade pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento lógico-racional na formação de um administrador?

Neste artigo, procuramos refletir sobre esses questionamentos, realizando uma análise investigativa fundamentada, sobretudo, nos referenciais de Freudenthal, Lange Jzn, Treffers, Goffree e Van den Heuvel-Panhuizen, os quais desenvolvem pesquisas envolvendo a matematização na educação matemática realística; e de Husserl e Bicudo, cujas investigações reportam-se à fenomenologia, com intuito de se compreender o sentido do conhecimento matemático.

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (2003), a educação matemática realística é uma teorização educacional de domínio específico para a educação matemática. Surgiu no ano de 1970, fundamentada nas ideias de Freudenthal (1973), com relação ao ensino e à aprendizagem do conhecimento matemático. Essa teorização defende, com resultados já investigados, que os alunos aprendem matemática desenvolvendo e aplicando conceitos e instrumentalização matemáticos em problemas da vida diária que deem significado para eles. O termo "realístico" é concebido como autenticidade real dos problemas. No entanto, os contextos não são necessariamente restritos a situações do mundo físico, pois o mundo da imaginação, permeado pela fantasia e, também, o mundo formal da matemática, podem ser contextos apropriados para os problemas, desde que sejam reais na mente dos alunos.

Já a fenomenologia é apresentada, por Bicudo (2010), como sendo uma escola filosófica cuja essência consiste na "busca do sentido que as coisas que estão à nossa volta, no horizonte do mundo-vida, fazem para nós" (p. 26), ou seja, a "fenomenologia pode ser tomada como a articulação do sentido do que se mostra, ou como reflexão sobre o que se mostra" (BICUDO, 2010, p. 29). Na educação matemática, a pesquisadora estabelece uma diferenciação entre a matemática como fato ou enunciado científico e a compreensão do sentido desse fato ou desse enunciado, esclarecendo que

> No primeiro caso, faz sentido trabalhar com a Aritmética e com a Geometria, por exemplo, em termos de linguagem, proposições, métodos de construção, modos de raciocínio indutivos e dedutivos, modos de geração de produtos, modos de operar suas grandezas, análises de semântica, possibilidades de aplicação, e assim por diante. Ou seja, faz sentido ensinar conteúdos, significados semânticos, operações e possíveis aplicações. Essa é uma postura científica, pautada na maneira de se fazer ciência, no caso, Matemática. Ela é o cerne, o fato. No segundo caso, importa buscar o sentido que a Aritmética e a Geometria, com seus modos de ser, faz para a pessoa e o mundo-vida em que ele habita, bem como para aquele da Matemática, da ciência e da tecnologia em geral. (BICUDO, 2010, p. 26)

Com base nas ideias expostas nesta introdução, vamos iniciar a fundamentação teórica discorrendo, inicialmente, a respeito de aspectos epistemológicos atinentes ao conhecimento matemático. Em seguida, analisaremos aspectos conceituais da matematização que, segundo Freudenthal (1973), correspondem à característica mais importante da atividade matemática, tendo em vista que buscam organizar a realidade com significado matemático.

Conhecimento matemático

O conhecimento matemático vem sendo construído desde o início da história humana. Segundo pesquisadores da história da matemática, como Boyer (1974), Cajori (1993) e Hodgkin (2005), é possível conjecturar, com base em indícios de materiais antigos, como os papiros, do antigo Egito, ou os tabletes de argila encontrados na Mesopotâmia, que o ser humano tem criado meios tanto de registro de seus bens, como de compreensão da natureza que o cerca.

Entre todas as formas de conhecimento, o científico desperta interesse de muitos pesquisadores epistemólogos, estudiosos a respeito de como entender tal empreendimento humano, que, de modo amplo, podemos compreender como aquele que vem acompanhado de uma investigação racional, realizado a partir de um estudo da natureza do que se investiga e contando com métodos científicos próprios da ciência.

As ciências vêm sendo sistematizadas e desenvolvidas, ao longo do tempo, em meio a polissêmicas classificações. Nesse trabalho, é indispensável salientar que consideramos a classificação apresentada por Costa (1999), na qual as ciências são divididas em formais (lógica e matemática) e factuais ou reais (demais ciências).

Mas como o conhecimento da matemática vem sendo produzido e sistematizado?

A história mostra que o início da sistematização do conhecimento matemático é fruto do pensamento reflexivo sobre fenômenos naturais e sociais. Exemplos que fundamentam essa afirmação são encontrados em registros do antigo Egito, os quais apontam que o desenvolvimento do cálculo de áreas se deu a partir da necessidade da medição das terras para a efetiva cobrança de impostos (BOYER, 1974). No entanto, o desenvolvimento da matemática tomou caminhos bastante diferentes do apresentado originalmente, produzindo a idealização e formalização de seus objetos em meio a um campo no qual a abstração e o raciocínio lógico predominam, destituídos de vínculos com aplicações práticas e situações do mundo físico.

A abstração, para Husserl, segundo Bicudo (2010), constitui a origem das idealizações, que se apresentam como idealidades[3] objetivas. Sustentada nas ideias desse pesquisador, Bicudo argumenta que a idealização exige que

> [...] o percebido em perfis reunido pela abstração, desdobrado em síntese intencional, seja mantido numa materialidade não fixa que assegure sua existência objetiva. Essa materialidade em movimento é propiciada pela linguagem e tradição, uma vez que essas carregam consigo possibilidades de compreensões e interpretações, de abertura para o passado e para o futuro, e, no presente, de ações que desencadeiam a constituição de novos objetos. (BICUDO, 2010, p. 38)

Com respeito à formalização, de acordo com Burton (2007), foi Hilbert quem introduziu a noção de teoria formal. Essa teoria compreende a axiomatização simbólica completa na qual é incorporado, explicitamente, um sistema lógico, regido por símbolos e regras. Tais regras "consistem num certo conjunto de fórmulas iniciais envolvendo os símbolos, os axiomas e certas regras de inferência explicitamente determinando como fórmulas assertivas são construídas" (BURTON, 2007, p.703).

Antagonicamente a essa linha de pensamento, a quasi-empiricista defende que a atividade matemática (abstração, axiomatização e generalização) tem se mostrado tão essencial à matemática pura, quanto a construção de modelos que representam problemas ou fenômenos inerentes à natureza complexa do mundo físico.

[3] Uma idealidade é "constituída na intencionalidade da subjetividade transcendental, no solo em que as experiências ocorrem e fazem sentido, tanto para o sujeito como para a comunidade de cossujeitos" (BICUDO, 2010, p. 38).

As linhas supracitadas são próprias da filosofia da matemática, no entanto, a educação matemática também apresenta abordagens e teorias preocupadas em estudar a atividade matemática concernente, sobretudo, ao ensino e à aprendizagem desse conhecimento. Dentre elas, damos destaque à educação matemática realística.

Essa teoria considera o trabalho global desenvolvido pelos aprendizes, possibilitando o acesso aos métodos formais partindo dos informais. Ela não nega o trabalho com os métodos formais, aliás, enfatiza sua importância, porém destaca que tão importante quanto eles é a aplicação e o desenvolvimento dos métodos informais por parte dos alunos.

Enquanto os métodos formais são utilizados pelos matemáticos, no desempenho de suas atividades, os informais são utilizados por todas as outras pessoas que não são matemáticos, em seus afazeres cotidianos. Esses últimos envolvem explicação, negociação, intervenção, discussão, cooperação, esquematização e noção intuitiva. A evolução desses métodos caminha no sentido de alcançar os métodos formais.

Mas como fazer com que pessoas que não são matemáticos se apropriem e utilizem os métodos formais em seus afazeres cotidianos? A resposta para esse questionamento, segundo a educação matemática realística e a fenomenologia husserliana, é a matematização[4]. E o que vem a ser essa atividade?

Matematização

Freudenthal (1973) atribui amplo significado ao termo 'matematização' e o compreende como sendo a "organização da realidade com significado matemático" (p. 44). O autor reconhece a matematização como a característica mais importante da atividade matemática. Já Treffers e Goffree (1985, p. 100) a conceituam como "uma atividade de organização e estruturação por meio da qual se adquire conhecimentos e habilidades para descobrir regularidades, conexões, e estruturas ainda desconhecidas".

Essas definições se conjugam com a de Husserl (1970), cuja noção de matematização é explicitada a partir de sua análise dos estudos de Galileo (1564-1642). O grande passo dado por Galileo foi a matematização do mundo físico, por meio da objetivação[5] das formas e dos movimentos, obtida segundo a aplicação da matemática "para todas as propriedades reais e todas as relações de causalidade reais do mundo da intuição" (HUSSERL, 1970, p. 33).

Ressalte-se que, no domínio da Física, as constantes são mais estáveis do que nos estudos de conhecimento administrativo, por exemplo. Porém, podem ser aplicáveis a ele também, pois, segundo Ferraz é possível chegar "a um grau relativo de objetivação das aparências percebidas discrepantemente por diferentes sujeitos" (FERRAZ, 2004, p. 12), desde

[4] É relevante salientar que essa aproximação estabelecida de modo articulado entre a educação matemática realística e a fenomenologia husserliana mostra-se apropriada, uma vez que a primeira envolve estudos realizados em contextos empíricos, e a segunda em contextualizações do mundo físico, e está delimitada, exclusivamente, a aspectos concernentes à matematização.

[5] O objetivismo, segundo Husserl (1970, p. 68), "busca a verdade objetiva do mundo, busca o que, neste mundo, é válido incondicionalmente para todo ser racional".

que, como afirma Husserl (1970, p. 28), se escolha “como medida certas formas empíricas básicas, fixadas concretamente a corpos empiricamente constantes que estão de fato geralmente disponíveis”.

Com base no arcabouço teórico desenvolvido pelos autores supracitados no que diz respeito à matematização, ela é concebida, neste artigo, como sendo a atividade matemática que possibilita a organização e a estruturação dos fenômenos naturais pertencentes à realidade complexa, por meio de uma identificação de regularidades, padrões, relações e, posteriormente, estruturas matemáticas. Com a matematização, a matemática informal pôde chegar ao status de ciência formal tal como é concebida atualmente. Isso é pensado como um processo contínuo e dinâmico que se transforma e evolui conforme as mudanças ocorridas na realidade, demarcando grande interatividade e dinamismo na atividade educacional realística.

Nessa concepção, o processo de matematização ocorre como a tentativa de compreensão dos fenômenos naturais, isto é, com o intuito de entender e até dominar o que ocorre em determinados fenômenos, a humanidade começou a matematizá-los. Esse processo foi se desenvolvendo e aprimorando cada vez mais até atingir a independência de sua origem empírica. Por exemplo, ao se trabalhar com a construção de pirâmides, algumas relações triangulares são percebidas com frequência, como a que se conhece hoje por teorema do triângulo retângulo. A generalização dessa relação, em seu domínio de existência, ocorre por meio de operações matemáticas algébricas ou geométricas que permitem deduzir que, sempre que se tratar de uma forma triangular, analisada no plano e que possua um ângulo reto, a soma dos quadrados de seus catetos será invariavelmente igual ao quadrado da sua hipotenusa – ($ca^2 + co^2 = h^2$)[6] –, independentemente do problema ou do fenômeno estudado.

Essa generalização alcançou status de enunciado matemático formal totalmente desvinculado de seu contexto inicial, podendo ser aplicado em todos os contextos que integrem seu domínio de existência. Nesse ponto, esse enunciado passa a integrar o arcabouço da ciência formal abstrata, idealizada, lógica e racional reconhecida como matemática.

A matematização, conforme podemos sintetizar, compreende o desenvolvimento desse processo, envolvendo diversas características, como: a análise, a sistematização, a reflexão e o desenvolvimento dos conceitos matemáticos.

Os autores Jzn (1987), Treffers e Goffree (1985) comentam que a matematização seria inexistente sem uma reflexão. Essa característica é relevante não somente para a matematização realizada pelo matemático, como também para o aprendiz de matemática. Em se tratando do processo de ensino e de aprendizagem, a reflexão envolve cada procedimento adotado pelo aluno em sua matematização, ou seja: o aluno deve socializar seus conhecimentos e suas intenções de resolução de problemas com os pares; analisar os possíveis encaminhamentos de solução; avaliar a estratégia mais viável mediante a complexidade apresentada pela situação; decidir pela solução mais provável; resolver e interpretar o resultado diante do contexto trabalhado.

Uma segunda característica, enfatizada pelos autores supracitados, é a formação dos conceitos matemáticos, ou seja, os conceitos matemáticos assumem um valor cognitivo signi-

[6] Nessa relação, o símbolo ca corresponde ao cateto adjacente, co, ao cateto oposto, e h, à hipotenusa.

ficativo ao se trabalhar com atividades, segundo uma educação matemática realística, tendo em vista a possibilidade de reflexão e interação social. Nesse sentido, o pesquisador Jzn (1987) argumenta que a interação social é fundamental, e que os conflitos conceituais podem não somente motivar os alunos à resolução do problema como, também, melhorar a compreensão sobre o desenvolvimento de conceitos, e, consequentemente, levar a uma percepção ajustada do mundo físico.

É defendido, também, o contexto de resolução de problemas como um campo frutífero às atividades desenvolvidas pela educação matemática. Para Treffers e Goffree (1985), esse contexto possibilita o desenvolvimento da:

> . Formação de conceitos: na primeira fase do curso é possibilitado aos alunos o acesso natural e motivador à matemática;
> . Formação de modelos: eles oferecem uma firme segurança para a aprendizagem das operações formais, procedimentos, notações, regras, e, ao fazê-lo juntamente com outros modelos palpáveis e visuais, pode proporcionar uma função importante como suporte para o pensamento;
> . Aplicabilidade: eles descobrem a realidade como fonte e domínio de aplicação;
> . Exercício de habilidades aritméticas específicas em situações de aplicação. (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 112)

Um aspecto fundamental da matematização do contexto de um problema envolve o desenvolvimento de dois componentes: a matematização horizontal e a matematização vertical. Segundo Treffers e Goffree (1985); Gellert e Jablonka (2007); Schwarz, Dreyfus e Hershkowitz (2008), esses componentes contribuem para a aprendizagem do conhecimento matemático e ampliação de habilidades matemáticas, atribuindo significado ao cálculo e à operacionalização formais de modo expressivo. Isso ocorre sem exaltar o formalismo e inserido em um rico contexto, ou seja, "na matematização horizontal o problema é esquematizado com o intuito de ser manipulado por ferramentas matemáticas", enquanto que "na matematização vertical o processamento e a reformulação do problema do mundo real são transformados em matemática" (TREFFERS; GOFFREE, 1985, p. 100).

O pesquisador Jzn (1987) defende que cada um desses componentes compreende algumas atividades. A seu ver, a matematização horizontal envolve

> . identificação da matemática específica em um contexto geral;
> . esquematização;
> . formulação e visualização de um problema por diferentes modos;
> . descoberta de relações;
> . descoberta de regularidades;
> . reconhecimento de aspectos isomorfos em problemas diferentes;
> . transferência de um problema do mundo real para um problema matemático;
> . transferência de um problema do mundo real para um modelo de conhecimento matemático. (JZN, 1987, p. 43)

Já a matematização vertical envolve

> . representação de uma relação em uma fórmula;
> . prova de regularidades;
> . refinamento e ajuste de modelos;
> . uso de diferentes modelos;
> . combinação e integração de modelos;
> . formulação de um novo conceito matemático;
> . generalização. (JZN, 1987, p. 44)

O processo das atividades ocorre de forma gradual entre esses dois componentes: o componente horizontal, geralmente, envolve a identificação do(s) objeto(s) matemático(s) presente(s) no contexto do problema, e o componente vertical, a habilidade de operacionalização com tais objetos. Tal circunstância evidencia uma relação de interdependência entre a matematização horizontal e a vertical.

Os pesquisadores Barnes e Venter (2008, p. 7) comentam que

> [...] por meio de um processo de matematização progressiva, os alunos têm a oportunidade reinventar ideias matemáticas, conhecimentos e procedimentos. Ao fazê-lo os alunos passam pelos referidos estágios da RME[7] como a matematização horizontal e vertical.

Sobre o mesmo tema, encontramos em Santamaria (2006, p. 18) que "no processo de matematização horizontal, os alunos generalizam ferramentas matemáticas, que os ajudam a organizar e a solucionar uma situação problemática apresentada em um contexto de vida real"; enquanto a matematização vertical constitui "o processo de reorganização dentro do mesmo sistema matemático. [...] Por essa razão diz-se que a matemática vertical é tomar uma situação matemática e elevá-la a um nível mais alto de abstração" (SANTAMARIA, 2006, p. 18). Já Gravemeijer (2002, p. 2) argumenta

> A ideia é que as maneiras informais de modelagem[8] emergem quando os alunos estão reorganizando sua atividade enquanto resolvem problemas contextuais. Mais tarde, essas formas de modelagem podem servir como uma base para o desenvolvimento mais formal do conhecimento matemático.

Então, como uma consequência, o raciocínio de uma situação no contexto de aprendizagem na escola começa a derivar seus significados para outras relações matemáticas, e, desse modo, torna-se um raciocínio matemático mais formal.

[7] RME corresponde à Educação Matemática Realística.
[8] De acordo com Gravemeijer (2004), a modelagem como atividade, na Educação Matemática Realística, é desenvolvida mais no processo didático e na aprendizagem.

> Finalmente, os estudantes podem alcançar o nível de atividade mais formal (nível formal), quando esse raciocínio matemático formal não mais depende do suporte de um modelo. [...] Aqui, "mais formal" significa a constituição de uma nova realidade matemática. (GRAVEMEIJER, 2004, p.11)

Em concordância com tais autores, entendemos que os referidos componentes da matematização contribuem com a aprendizagem do conhecimento matemático, na medida em que promovem, potencialmente, o desenvolvimento de aspectos cognitivos inerentes ao raciocínio matemático, tais como: a descoberta de relações e regularidades, a esquematização de um problema, a produção de modelos matemáticos, a formulação de novos conceitos matemáticos, a generalização dos objetos matemáticos, entre outros.

A integração dos componentes supracitados com a contextualização e a descontextualização do conhecimento matemático pode otimizar os resultados alcançados.

A contextualização possibilita uma aproximação entre a matemática e o entorno histórico-social no qual o aluno está inserido, evidenciando a ação interdisciplinar entre áreas do conhecimento. Destarte, o ensino de matemática a estudantes de administração tem o potencial de tornar-se mais efetivo quando permeado de situações e problemas que envolvam contextos administrativos.

Já a descontextualização possibilita que um estudante conheça como se dá a produção de modelos ou fórmulas e reconheça a estrutura do objeto matemático com o qual está trabalhando. Na área administrativa, a utilização de fórmulas ou modelos constitui uma atividade relevante, já que um aluno desse curso - segundo o Conselho Nacional de Educação, no artigo 4º da resolução CNE/CES nº 4/2005 - deve desenvolver, entre outras, as competências e habilidades de

> I. reconhecer e definir problemas, equacionar soluções, pensar estrategicamente, introduzir modificações no processo produtivo, atuar preventivamente, transferir e generalizar conhecimentos e exercer, em diferentes graus de complexidade, o processo da tomada de decisão;
> II. desenvolver raciocínio lógico, crítico e analítico para operar com valores e formulações matemáticas presentes nas relações formais e causais entre fenômenos produtivos, administrativos e de controle, bem assim expressando-se de modo crítico e criativo diante dos diferentes contextos organizacionais e sociais. (BRASIL, 2005b)

Ao se conhecer a produção de uma fórmula ou modelo matemático, sua utilização pode tornar-se mais eficaz, tendo em vista que possibilita o contato com aspectos peculiares aos objetos matemáticos estudados.

Matematização horizontal e contextualização do conhecimento matemático

O mundo físico apresenta-se como um rico cenário que oferece grande quantidade de situações possíveis a serem estudadas e compreendidas. Nesse sentido, a matemática, que atua como uma forma de organização e compreensão dos fenômenos estudados, age de modo decisivo e contribui com a matematização dos mesmos.

A educação matemática, entretanto, vai além, preocupando-se também com os processos de ensino e de aprendizagem de tais fenômenos, com o intuito de desenvolver a habilidade de matematização dos alunos a partir de reflexões e análises de diversos contextos.

Mas o que vem a ser a contextualização? Para tornar mais clara a discussão, explicitamos seu significado. De acordo com o dicionário Houaiss (2001), a contextualização é a inter-relação de circunstâncias que acompanham um fato ou uma situação, ou seja, em um determinado contexto, todos os aspectos possíveis e pertinentes, bem como as articulações por eles estabelecidas, devem ser considerados. Desse modo, pode-se inferir que ela possibilita a existência da interdisciplinaridade entre diversas áreas do conhecimento, pois a reflexão a respeito de determinados conceitos pode evidenciar características, problemáticas, e outros elementos comuns atinentes a áreas, como, por exemplo, a matemática e a administração.

A diversificação do contexto em que o conhecimento matemático pode ser explorado, além do contexto puramente matemático, permite ao aluno experimentar criticamente situações vivenciadas por ele em seu mundo físico. Porém, um cuidado especial deve ser tomado ao se prepararem tais contextualizações, haja vista que elas envolvem não somente o conhecimento sobre os objetos matemáticos, como, também, as condições didático-metodológicas. As contextualizações não devem apresentar-se como simplificações de situações reais, mas sim a partir de transposições didáticas adequadas que incluem a complexidade inerente ao nível de ensino em que se pretende trabalhar e com o próprio fenômeno a ser explorado.

Com base em uma contextualização adequada e rica no que concerne às informações, o aluno poderá ser capaz de iniciar o processo de matematização horizontal refletindo sobre o contexto, analisando o conhecimento matemático que o permeia, reconhecendo suas variáveis e as relações que se estabelecem entre elas, e encontrando as regularidades apresentadas.

Exemplificando as ideias anteriormente expostas, as funções exponenciais podem ser estudadas segundo contextos que explorem o aumento populacional A, analisado em função do tempo (A(t)), com uma população inicial de 800 pessoas e taxa de aumento de 2%, expresso pela fórmula $A(t) = 1{,}02^t + 800$; bem como o aumento econômico de um montante M, analisado, também, em função do tempo (M(t)), com capital inicial de 500 e taxa de aumento de 1,7%, representado pela fórmula $M(t) = 1{,}017^t + 500$.

Ao iniciar o estudo desse exemplar, cabe aos alunos a reflexão a respeito dessas contextualizações, reconhecendo que a função exponencial é o conhecimento matemático presente nesses contextos; identificando as variáveis existentes (quantidade inicial de 800 pessoas, capital inicial de 500 unidades monetárias, taxas de aumento de 2% e 1,7%); reconhecendo as relações estabelecidas entre as variáveis no contexto dado (quantidade de pessoas e o tempo; montante composto e o tempo).

Uma vez que o aluno tenha iniciado o processo de matematização pelo componente horizontal, em seguida, ele deve desenvolver o componente vertical. A partir de então, ele terá condições de aprimorar suas habilidades matemáticas, sobretudo com relação à criação de fórmulas ou modelos matemáticos oriundos das relações e regularidades estabelecidas no componente horizontal da matematização, bem como a apropriação de conceitos matemáticos envolvidos no contexto em questão.

A partir do arcabouço teórico exposto, é possível notar que a contextualização apresenta-se como um processo relevante para o componente horizontal, que poderá auxiliá-lo no sentido de oferecer um contexto fecundo de informações, do qual a matematização emerge.

Matematização vertical e a contextualização e descontextualização do conhecimento matemático

A contextualização adequada do conhecimento matemático proporciona a análise de um contexto real, de preferência próximo ao aluno, sob uma ótica de análise lógico-racional, o que faz com que ela permeie a matematização horizontal e se estenda para a matematização vertical. No entanto, a descontextualização do conhecimento matemático, existente na matematização vertical, é essencial para que tal análise se realize efetivamente, tendo em vista que ela possibilita o acesso à *estrutura* dos objetos matemáticos, fortalece o desenvolvimento do pensamento lógico-racional e abstrato, bem como evidencia a natureza do conhecimento matemático.

Ainda sob a luz da contextualização, porém, agora, por meio de atividades que permeiam a matematização vertical[9], ocorrem: a representação das relações em algoritmos; a análise de diferentes algoritmos; o reconhecimento de similaridades entre as estruturas; e o estabelecimento de generalizações.

Tomando o mesmo exemplo acima apresentado, a matematização vertical propicia condições para a representação das relações estabelecidas entre um crescimento populacional que varia percentualmente em função do tempo e a variação de um montante composto, ocorrida em função do tempo, em forma de algoritmo. Nessa etapa dá-se a percepção da existência de que embora os valores dos coeficientes angulares e lineares das funções estudadas sejam diferentes, eles apresentam o mesmo tipo de estrutura, contando com uma relação de dependência entre variáveis, com a presença da potência, entre outros aspectos, e que tais similaridades podem produzir uma generalização específica das funções conhecida como função exponencial.

A partir desse ponto, a matematização vertical possibilita o reconhecimento do padrão presente nas estruturas, no âmbito da descontextualização. A estrutura do crescimento populacional, que será denominada estrutura matemática 1, possui características idênticas à estrutura da variação do montante composto, que será denominado estrutura matemática 2[10] (Figura 1).

Nessa análise, a matematização vertical, à luz da descontextualização, apresenta-se no momento do reconhecimento do mesmo padrão presente na estrutura dos contextos explorados. Assim, tem-se o desenho representado na Figura 2.

[9] Ver Figura 4.

[10] Os valores atribuídos às funções foram designados aleatoriamente, a título de exemplificação, tendo em vista que não foram apresentadas problematizações contextualizadas das quais esses valores poderiam se originar.

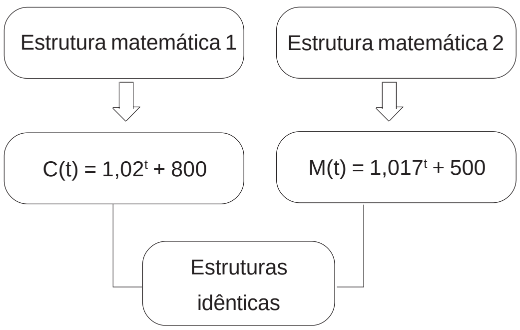

Figura 1. Estruturas matemáticas idênticas.

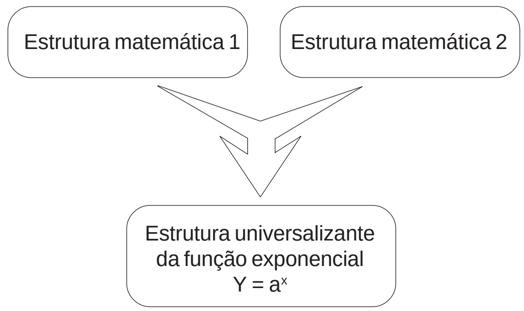

Figura 2. Generalização da função exponencial[11].

Desse modo, o processo completo desenvolvido pela matematização envolvendo seus dois componentes, com destaque especial à contextualização e à descontextualização do conhecimento matemático, reconhecido como função exponencial, possui a estrutura apresentada na Figura 3.

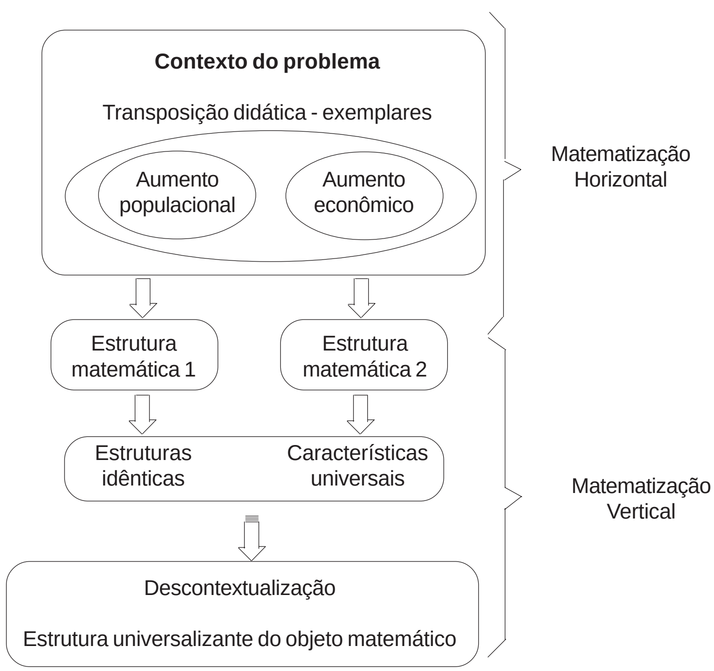

Figura 3. Do contexto para a universalização.

[11] Neste artigo, optou-se por representar a função exponencial sem os coeficientes lineares (800 e 500) presentes nos dois exemplares, já que, usualmente, essa função é representada desse modo.

O processo inicia-se com a proposição de *contextos* de problemas resultantes de transposições didáticas adequadas ao assunto matemático que se pretende trabalhar e ao contexto sociocultural no qual os alunos estão inseridos. Em seguida, atividades inerentes à *matematização horizontal*, como a descoberta de relações e regularidades, entre outras, são realizadas.

A partir do momento em que tais relações são representadas em modelos ou fórmulas, nota-se a existência de estruturas idênticas nos diferentes modelos obtidos e o reconhecimento da existência de uma generalização específica para esse tipo de objeto matemático em uma estrutura totalmente *descontextualizada*. Nesse processo, a matematização predominante é a *vertical*.

A integração entre os componentes horizontal e vertical da matematização, a contextualização e a descontextualização é relevante para o ensino e para a aprendizagem do conhecimento matemático, uma vez que evidencia o caráter universalizante dessa ciência formal. Tal caráter possibilita, aos alunos, reconhecerem que a estrutura de um objeto matemático pode se apresentar em diversos exemplares contextualizados e entenderem que um conhecimento matemático pode ser utilizado universalmente, independentemente do espaço, do tempo, ou, mesmo, de uma área específica do conhecimento, desde que respeitando a contextualização sociotemporal do mesmo.

É importante enfatizar que a existência da característica universalizante do conhecimento matemático é essencial para a ciência, pois permite compreender e identificar o caráter estruturante desse conhecimento num sentido amplo, ou seja, do reconhecimento da matemá-

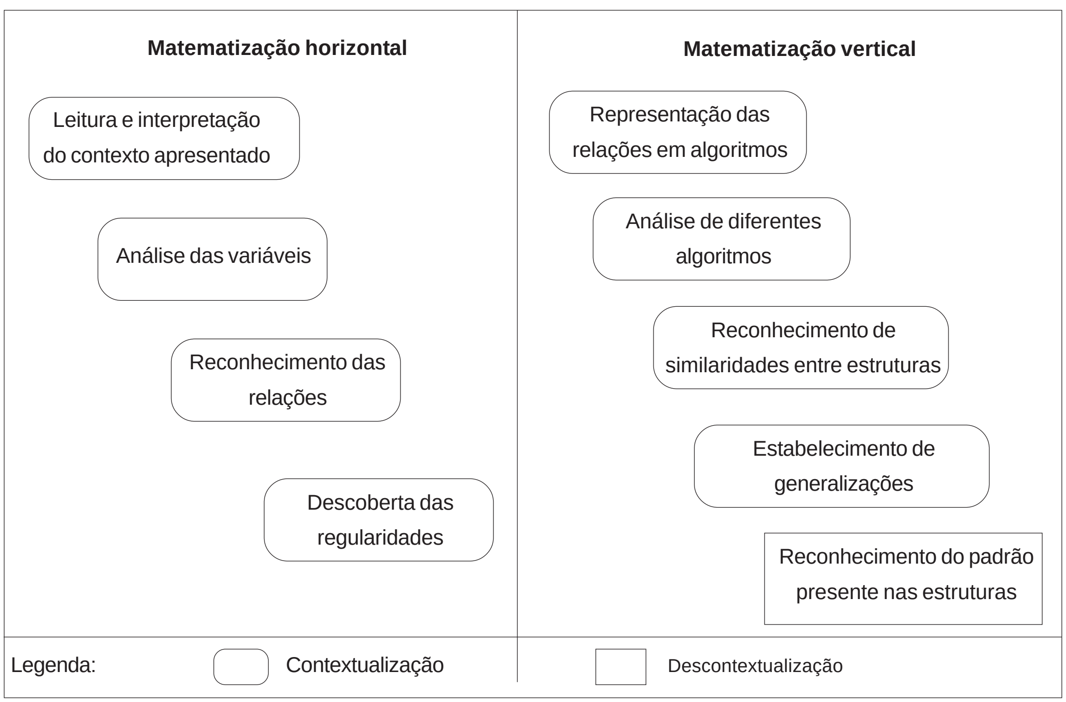

Figura 4. Integração entre as matematizações horizontal e vertical, a contextualização e descontextualização do conhecimento matemático.

tica como estruturante não só para a administração, como também para as mais diversas áreas do conhecimento humano.

Explorando a integração entre os quatro elementos apresentados, o quadro sintético que a representa aparece na Figura 4, porém com um enfoque maior no que tange às atividades inerentes aos componentes da matematização.

A matematização horizontal compreende atividades que vão da leitura e decodificação do enunciado de um problema na língua materna, passando para a linguagem simbólico-matemática, com a percepção da existência de relações e regularidades inerentes ao contexto explorado. A representação algorítmica dessas relações, bem como a produção da generalização do objeto estudado, implica atividades que envolvem a matematização vertical, as quais exigem conhecimento e habilidade maiores dos alunos com a operacionalização matemática, mas ainda sob os cuidados da contextualização (ver Figura 1). No entanto, a última atividade da componente vertical, que implica o reconhecimento do padrão das estruturas analisadas, é realizada sob a luz da descontextualização, ou seja, nesse procedimento, o modelo ou a fórmula é 'descolada' das variáveis dos contextos originais e assume um caráter universal, como o apresentado na Figura 2.

A integração entre os quatro elementos, acima analisados, explorada na Figura 3, com maior ênfase na contextualização e na descontextualização, e na Figura 4, com foco nas especificidades das matematizações horizontal e vertical, mostra que a integração entre tais procedimentos contribui não só para um maior entendimento do conhecimento matemático, como para a compreensão de sua importância nas diversas áreas do conhecimento humano. Destarte, a união desses procedimentos enfatiza a necessidade da ação interdisciplinar para que o estudo tenha significado na vida estudantil.

O processo completo referido até o momento corresponde a etapas e procedimentos operacionais realizados para se atingir a estrutura universal de um assunto matemático, nesse caso, a função exponencial. No entanto, a partir do momento que se obteve tal estrutura, o trabalho cognitivo com esse assunto pode mudar seu foco, procurando recontextualizá-lo em outros problemas de diferentes contextos. Assim, estabelece-se um circuito epistemológico do conhecimento (Figura 5).

O circuito, apresentado na Figura 5, descreve um fluxo da produção e do desenvolvimento do conhecimento no qual se contextualiza, em forma de problema, um dado fenômeno ou um problema da realidade complexa, a partir da seleção de variáveis importantes para o estudo do mesmo. Tal seleção implica uma escolha de variáveis pertinentes ao problema, assim como a decisão de quais variáveis são fundamentais para a análise adequada da situação. Ao selecionar essas variáveis, o contexto complexo que se apresentava inicialmente deixa de existir, e o trabalho passa a ser realizado sob um contexto de redução, no qual ocorre a descontextualização do objeto matemático por meio da matematização e, consequentemente, alcança-se a estrutura universal do objeto matemático em estudo.

A obtenção dessa estrutura possibilita a realização da análise de novos fenômenos que apresentem as mesmas características do contexto explorado. Sua aplicação possibilita a análise de outros contextos sem que seja necessário percorrer o caminho para alcançar a estrutura universal novamente. Isso viabiliza a realização de estudos e análises nas mais diversas áreas do conhecimento, por meio de recontextualizações.

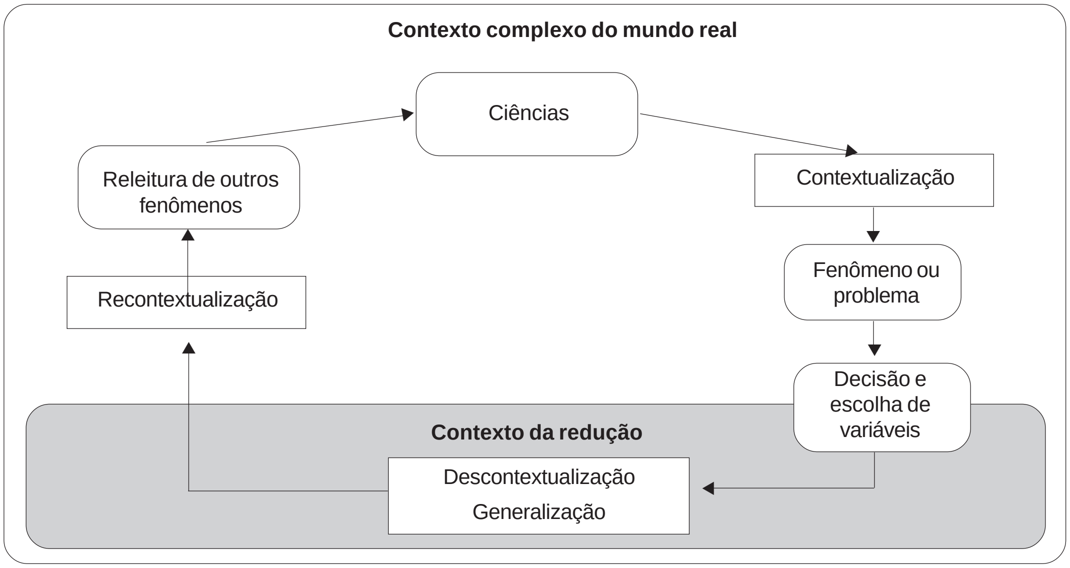

Figura 5. Circuito epistemológico do conhecimento.

Ação interdisciplinar entre domínios do conhecimento: Matemática e Administração

A utilização da matematização, da contextualização e da descontextualização pode contribuir com o ensino e, consequentemente, com a aprendizagem do conhecimento matemático por parte de alunos que estejam em formação universitária. Neste estudo específico, ponderaremos a respeito dessa integração junto a alunos de cursos de administração.

A operação com valores e formulações matemáticas presentes nas relações formais e causais entre fenômenos produtivos, administrativos e de controle apresenta-se como uma das competências e habilidades que alunos desse curso devem desenvolver. Nesse sentido, a realização de atividades envolvendo a matematização em meio a contextos e descontextos de objetos matemáticos pode possibilitar que alunos trabalhem com as relações formais e causais a partir do contato com atividades que funcionem como guias cognitivos da produção e do desenvolvimento de conhecimentos científicos. Mas como o trabalho de problemas matemáticos pode auxiliar a formação de um administrador?

Os exemplares matemáticos explorados neste artigo tratam do conhecimento matemático de função exponencial. A contextualização desse objeto matemático na forma de problemas e realizada a partir de uma transposição didática adequada pode aproximar a realidade do aluno do estudo teórico da mesma, a partir da investigação de exemplos que envolvam o aumento de montantes, o aumento populacional, com vistas a controles financeiros, logísticos, entre outros.

A exploração do contexto desses problemas permite que o aluno leia, interprete o enunciado apresentado e compreenda que o estudo do crescimento de um capital, bem como do crescimento populacional, é relevante para um administrador que necessita tomar decisões futuras, seja da abertura ou fechamento de uma empresa, de um investimento a ser realizado, entre outras situações.

A realização de atividades envolvendo a matematização horizontal possibilita que o aluno faça a escolha adequada das variáveis relevantes para a análise do contexto estudado, estabeleça relações entre essas variáveis e, a partir delas, descubra as regularidades inerentes a cada problema. Já a matematização vertical guia o aluno na elaboração de estruturas algorítmicas expressas em modelos ou fórmulas que viabilizam a análise do contexto do problema de aumento exponencial de capital ou de população à luz de relações operacionais matemáticas.

De posse das fórmulas, o aluno pode solucionar o problema apresentado, chegando a resultados próximos da realidade de um administrador e, a partir de então, compreender como tomar as decisões necessárias, fundamentado em valores resultantes de estudos e análises quantitativas da área administrativa, possibilitadas a partir de uma ação interdisciplinar entre duas áreas do conhecimento, a saber, a administração e a matemática.

Conclusão

Neste artigo apresentamos uma investigação acerca de como um ensino estruturado de matemática pode contribuir para o desenvolvimento cognitivo na formação inicial em um curso do Ensino Superior. O curso focalizado pertence à área das ciências sociais aplicadas – a administração.

O curso de administração compreende, em sua grade curricular, vários conteúdos de matemática cuja essência lógica e racional pode oferecer um campo fértil para o desenvolvimento de habilidades que propiciem a formação de profissionais com um perfil lógico-racional bem fundamentado.

Nesse sentido, buscamos demonstrar, com este trabalho, que a integração entre a matematização horizontal, a matematização vertical, a contextualização, a descontextualização e a recontextualização do conhecimento matemático compõe uma estruturação relevante na construção de um conhecimento interdisciplinar, com potencialidade de contribuir para o desenvolvimento desse perfil e, consequentemente, das habilidades matemáticas na formação de um administrador.

O processo de matematização proposto em nosso estudo evoca a reflexão sobre cada procedimento adotado pelo aluno, permitindo-o socializar seus conhecimentos, compartilhar suas intenções de resolução do problema proposto, avaliar quais variáveis são fundamentais para uma análise e qual estratégia de trabalho é mais viável diante da complexidade do contexto apresentado, decidindo pela melhor solução, de forma a resolver o problema e analisar o resultado mediante o contexto trabalhado.

A realização desse processo no âmbito do trabalho matemático pode ser ampliada a outras atividades exercidas por um administrador que não necessitam de conhecimento matemático, mas que exigem ações nas quais ele tenha de analisar as variáveis de uma determinada situação, socializar-se de modo integrado com sua equipe de trabalho, compartilhar possíveis soluções para o problema, avaliar as implicações das soluções expostas, decidir qual solução mais viável e analisar o impacto de tal decisão no contexto socioeconômico-cultural.

O trabalho matemático envolvendo a matematização, apresentado neste artigo, mostra que o ensino da matemática ultrapassa a atividade de aprender técnicas matemáticas para utilizá-las na resolução de problemas. O foco passa do ensino de matemática e da aplicação de técnicas de resolução de problemas para um contexto amplo e complexo, desempenhando as funções de linguagem, metodologia e avaliação de processos diversos com um papel interdisciplinar integrador.

Este artigo científico é resultado de uma pesquisa teórica que explicita a problemática da atuação complexa e interdisciplinar da matemática e do seu ensino, evidenciando vários elementos pedagógicos e epistemológicos que devem ser levados em conta na construção das interfaces disciplinares entre a administração, a matemática e a didática do Ensino Superior. Ela fundamenta, também, a construção de uma proposta pedagógica para o ensino de fundamentos da matemática em cursos de administração, cuja pesquisa metodológica e sua aplicação pretendemos apresentar num próximo artigo.

Referências

BARNES, H.; VENTER, E. Mathematics as a social construct: teaching mathematics in context. **Pythagoras: Journal of the Association for Mathematics Education of South Africa**, Pretória, South Africa, v. 68, p. 3-14, 2008.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática segundo uma perspectiva fenomenológica. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Filosofia da educação matemática**: fenomenologia, concepções, possibilidades didático-pedagógicas. São Paulo: Editora Unesp, 2010. p. 23-45.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Superior. **Relatório do grupo de trabalho instituído pela portaria ministerial nº 4.034, de 08 de dezembro de 2004.** Brasília: MEC, 2005a.

______. Conselho Nacional de Educação. Resolução n. 4, de 13 de julho de 2005. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Administração, bacharelado, e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 19 jul. 2005b. Seção 1, p. 26. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rces004_05.pdf>. Acesso em: 9 mar. 2009.

BURTON, D. M. **The history of mathematics**: an introduction. 6. ed. New York: McGraw-Hill, 2007.

CAJORI, F. **A history of mathematical notations**. New York: Dover Publications, 1993.

COSTA, N. C. A. **Conhecimento científico**. São Paulo: Discurso Editorial, 1999.

FERRAZ, M. S. A. Lições do mundo-da-vida: o último Husserl e a crítica ao objetivismo. **Scientiae Studia**, São Paulo, v. 2, n. 3, p. 355-372, 2004.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an education task.** Dordrecht: Kluwer, 1973.

GELLERT, U.; JABLONKA, E. **Mathematisation and dematematisation**: social, philosophical and educational ramifications. Rotterdam: Sense Publishers, 2007.

GOMES, L. P. História da administração. **CRA em Ação**: Informativo Mensal do CRA/CE, v. 1, n. 7, 2005. Disponível em: <http://www.cfa.org.br/download/RD1605.pdf>. Acesso em: 2 jun. 2009.

GRAVEMEIJER, K. Emergent modeling as the basis for an instructional sequence on data analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE TEACHING OF STATISTICS – ICOTS, 6., 2002, South Africa. **Proceedings...** Disponível em: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=1>. Acesso em: 1 out. 2010.

______. Creating opportunities for students to reinvent mathematics. In: INTERNATIONAL CONGRESS ON MATHEMATICAL EDUCATION – ICME, 10., 2004, Copenhagen. **Proceedings...** Disponível em: <http://www.icme10.dk/proceedings/pages/regular_pdf/RL_Koeno_Gravemeijer.pdf>. Acesso em: 2 out. 2010.

HODGKIN, L. **A history of mathematics**: from Mesopotamia to modernity. New York: Oxford University Press, 2005.

HOUAISS, A.; VILLAR, M. S.; FRANCO, F. M. M. **Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa**: versão 1.0. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001. 1 cd-rom.

HUSSERL, E. **The crisis of European sciences and transcendental phenomenology**. Evanston: Northwestern University Press, 1970.

JZN, J. L. **Mathematics, insight and meaning**: teaching, learning and testing of mathematics for the life and social sciences. Rijksuniversiteit Utrecht: Vakgroip Onderzock Wiskundeonderwijs en Onderwijscomputercentrum, 1987.

MAXIMIANO, A. C. A. **Teoria geral da administração**: da revolução urbana à revolução digital. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2006.

SANTAMARIA, F. I. **La contextualización de la matemática en la escuela primaria de holanda**. 2006. 138f. Tesis (Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales con orientación en Matemática) – Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue, Buenos Aires, 2006.

SCHWARZ, B.; DREYFUS, T.; HERSHKOWITZ, R. **The nested epistemic actions model for obstraction in context**. Amsterdam: Elsevier, 2008.

TREFFERS, A.; GOFFREE, F. Rational analysis of realistic mathematics education: the Wiskobas program. In: STREEFLAND, L. (Ed.). INTERNATIONAL CONFERENCE FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 9., 1985, Utrecht. Proceedings... Utrecht: Utrecht University, 1985. v. 2. p. 97-121.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 54, n. 1, p. 9-35, 2003.

Artigo recebido em julho de 2010 e aceito em dezembro de 2010.