

Proyecciones de tablas generacionales dinámicas de mortalidad y riesgo de longevidad en países en vías de desarrollo: El caso chileno

JAVIER ALONSO MESEGUER ^a, DAVID TUESTA CÁRDENAS ^a, DIEGO TORRES TORRES ^a, BEGOÑA VILLAMIDE MUIÑA ^a

^a *BBVA Research, Ciudad BBVA, C/ Azul, 4 - Edificio La Vela, Planta 4, - 28050 Madrid, España. E-mail: javier.alonso.meseguer@bbva.com, david.tuesta@bbva.com, diego.torres.torres@bbva.com, begona.villamide@bbva.com*

RESUMEN

El riesgo de longevidad es un factor determinante a evaluar en las reformas de pensiones públicas de reparto y en el cálculo de rentas vitalicias en las pensiones privadas. Uno de los elementos principales para mitigar dicho riesgo es el de disponer de tablas de mortalidad generacionales de la máxima calidad. Generalmente los países desarrollados disponen de información demográfica suficiente para poder confeccionarlas con garantías. Sin embargo, muchos países en vías de desarrollo no disponen de dicha información y toman las tablas de otro país como propias con algunos ajustes. En este trabajo se propone la utilización de unos test de igualdad de muestras a partir de contrastes no paramétricos para establecer qué país con tablas de mortalidad largas es estadísticamente el más comparable con la tabla de mortalidad del país sin información. Proyectando a largo plazo la tabla del país desarrollado seleccionado con un modelo ARMAX, obtendríamos la proyección del país en vías de desarrollo. Así mismo evaluamos algunas consecuencias de no utilizar y no proyectar tablas de mortalidad en el caso de Chile.

Palabras clave: Tablas de mortalidad, riesgo de longevidad, envejecimiento, pensiones, países en vías de desarrollo.

Projections of Dynamic Generational Mortality Tables and Longevity Risk in Developing Countries: The Chilean Case

ABSTRACT

Longevity risk is a leading factor in the assessment of public pension reforms and the calculation of annuities for private pensions. One of the main elements in mitigating this risk is to have generational mortality tables of the highest quality. Generally, developed countries have enough demographic information to be able to create extremely accurate mortality tables. However, many developing countries do not have such information and take tables from a similar country to their own, to which they make some adjustments. In this paper we propose the use of a test of equality of samples from non-parametric tests, to establish which country with long mortality tables is statistically the most comparable to the mortality table of a country without such detailed information. We forecast the long-term mortality table of the selected developed country with an ARMAX model, and then we obtain the projections for the developing country. We also evaluate some consequences of not using or projecting mortality tables in the case of Chile.

Keywords: Mortality Tables, Longevity Risk, Aging, Pensions, Developing Countries.

Clasificación JEL: G22, G23, H55, J11, J14, J26

Artículo recibido en marzo de 2015 y aceptado en mayo de 2015

Artículo disponible en versión electrónica en la página www.revista-eea.net, ref. e-33305

1. INTRODUCCIÓN

El proceso del envejecimiento de la población, caracterizado por el mantenimiento de forma prolongada de bajas tasas de fecundidad y el aumento de la esperanza de vida, ha cuestionado la sostenibilidad financiera de los sistemas de pensiones de reparto. Las políticas emprendidas para solventar este problema se han dirigido en líneas generales a introducir reformas paramétricas que reducen la generosidad del sistema y la introducción de uno o dos pilares de ahorro complementario (obligatorio y/o voluntario) que compensase la disminución de la tasa de sustitución causada por las reformas paramétricas.

En ese sentido, las políticas emprendidas han tenido que tomar en cuenta la estimación futura del aumento de la esperanza de vida, hecho que no está exento de controversia, ya que existen diversas metodologías para su cálculo. La posibilidad de “infraestimar” la esperanza de vida de los individuos es lo que comúnmente conocemos como riesgo de longevidad. Las repercusiones de este “error” son de diversa índole (Pitacco, 2004; Booth, 2006). Por un lado, en los sistemas tradicionales de reparto, la aplicación de las tablas de mortalidad que lleven consigo una estimación de la esperanza de vida de los afiliados inferior a la que realmente se producirá, pueden derivar en un desequilibrio actuarial del sistema. En otras palabras, que las contribuciones en valor presente de los afiliados cotizantes sean inferiores al valor actual actuarial de las pensiones¹ devengadas por los mismos individuos. Este desequilibrio traslada el desbalance a otras generaciones que deben ocuparse de los déficits ocasionados. De esta manera, el riesgo de longevidad cuestiona la sostenibilidad financiera del sistema, ya que proporciona un nivel de pensiones superior al que correspondería en función de las aportaciones realizadas por los individuos.

Por otro lado, en los sistemas de capitalización, bien como pilar único o como complementario, el riesgo de longevidad se puede trasladar tanto al cotizante como a las empresas gestoras de los fondos, dependiendo del esquema contratado por el afiliado. En esquemas de prestación definida, la utilización de tablas de mortalidad que ofrezcan un cálculo de la esperanza de vida inferior a la que tendrá el cliente generará un riesgo al promotor (fondo de pensión o aseguradora), ya que tendrá que proporcionar una pensión durante más tiempo del que había previsto con la tarifa aplicada. Este riesgo de longevidad puede poner en cuestión la solvencia de la empresa promotora que podría verse obligada a ampliar su capital económico para cubrir dicho riesgo. En el caso de tratarse de un esquema de contribución definida, en el momento de la compra de una renta vitalicia con los saldos acumulados, el riesgo también se traslada al promotor como en el caso anterior. Sin embargo, si el cliente suscribe una modalidad de

¹ Las dos variables principales para el cálculo actuarial de una pensión son el tipo de descuento aplicado y la tabla de mortalidad que establece su esperanza de vida.

retiro programado puede sobrevivir durante un número de años importante a la fecha última de percepción de la prestación. De esta manera el riesgo es afrontado directamente por el pensionista (Antolín, 2007).

La indisponibilidad de proyecciones largas de tablas de mortalidad en algunos países puede provocar que los sistemas de pensiones no calculen de forma apropiada las tasas de aportación necesarias para proporcionar una pensión adecuada y suficiente a la población en general. La acumulación de saldos (o derechos de pensión) podrían no ser suficientes para prestar el nivel de pensión esperado inicialmente si el aumento de la esperanza de vida ha sido finalmente superior al estimado cuando se estableció el tipo de aportación. Por todas estas razones, contar con el mejor cálculo de las tablas de mortalidad se revela como fundamental para mitigar los riesgos de longevidad en los sistemas de pensiones.

En Europa existe una larga tradición (que en algunos casos se remonta al siglo XVIII) en la elaboración de tablas de mortalidad (Reino Unido, Suecia, etc). El cálculo y la proyección de dichos países tienen por tanto una alta fiabilidad por la base estadística sobre la cual se fundamentan. Sin embargo, en otros países en vías de desarrollo (o que se han desarrollado en las últimas décadas), la información demográfica para elaborar buenas tablas de mortalidad, o no existe, o no tienen suficiente antigüedad como para poder proyectarlas adecuadamente a futuro. Tal es el caso por ejemplo de los países latinoamericanos.

Normalmente si un país no dispone de información suficiente para construir buenas tablas de mortalidad tiene la opción de utilizar las de otro país con algún tipo de ajuste que permita reflejar la particularidad de dicho país. Ese ajuste puede consistir en tomar dichas tablas con algún retardo para mostrar la posible diferencia de esperanzas de vida en un mismo periodo, y/o aumentar/disminuir probabilidades de fallecimiento en edades puntuales que muestren una diferencia muy significativa (típicamente edades de cero años o edades avanzadas). Bajo esta opción, una cuestión que se plantea es decidir cuál es el país más apropiado para realizar dicha adopción. Para resolver esta pregunta, en este trabajo proponemos la aplicación de tres contrastes no paramétricos de test de igualdad de muestras que nos indicarán qué país (con tablas de mortalidad disponibles de buena calidad) es el más apropiado para tomar como referencia de tabla de mortalidad propia.

En el epígrafe 2 respondemos a esta pregunta tomando el caso de Chile porque es un país que está haciendo importantes esfuerzos en mejorar sus tablas de mortalidad aunque no tiene información histórica suficiente para proyectarlas a muy largo plazo. En el epígrafe 3 y una vez identificados dichos países (para hombres y para mujeres), realizamos una proyección dinámica de sus tablas de mortalidad con un modelo ARMAX y contrastamos las diferencias que se aprecian en nivel de esperanza de vida proyectada entre los resultados obtenidos y la

utilizada por el Instituto de Estadística de Chile y las resultantes de las tablas RV2009, actualmente vigentes. En el epígrafe 4 realizamos una simulación que nos permitiría valorar el riesgo de longevidad asociado a no utilizar una tabla de mortalidad correcta, tanto para la industria como para un afiliado tipo. El epígrafe 5 concluye.

2. LAS TABLAS DE MORTALIDAD EN LATINOAMÉRICA Y EL RIESGO DE LONGEVIDAD

2.1. Las tablas de mortalidad en Latinoamérica

La demografía es la ciencia que tiene como objetivo el estudio de las poblaciones humanas, de sus características y de su dinámica. Los primeros trabajos con datos estadísticos demográficos corresponden a Ibn Jaldún (1332-1406). Sin embargo, esta ciencia comienza a tomar fuerza definitiva en el Reino Unido a partir de los trabajos de John Graunt en el siglo XVII y Robert Malthus en el XVIII. La principal fuente de información de la demografía son los censos de población. Aunque los censos se han realizado en distintas culturas con una antigüedad de miles de años con el fin de facilitar el cobro de impuestos, los censos modernos surgen a principios del siglo XIX en algunos países europeos tales como el Reino Unido, Suecia, entre otros.

En Latinoamérica, el principal programa de prospección censal surge cuando el Instituto Interamericano de Estadística (IASI, por sus siglas en inglés) lanzó su Programa del Censo de las Américas (COTA) que siguió un buen número de países de la región en el año 1950. Este retraso en la disponibilidad estadística y en muchos casos, la necesidad de una mayor cualificación técnica de algunos especialistas en algunos países, ha marcado un cierto retraso en la disponibilidad de información necesaria para el desarrollo de la ciencia actuarial, como son las tablas de mortalidad.

En el caso de Chile, hasta el 2004 se utilizaron las tablas de mortalidad RV-85 establecidas por la circular N° 656 de la Superintendencia de AFP². Estas tablas fueron diseñadas originalmente para ser aplicadas a la población de EEUU, pero ajustadas con datos de la CELADE del censo de 1982.

Sin embargo, a partir del año 2000, las tablas RV-85 comenzaron a mostrar signos de desactualización para el cálculo de la esperanza de vida. Esta deficiencia promovió que la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones y la Superintendencia de Valores y Seguros construyesen las tablas de mortalidad RV-2004. Estas nuevas tablas actualizaron el cálculo de las prestaciones de retiro programado y rentas vitalicias utilizando datos de pensionistas

² Para más detalle referirse a: <http://www.spensiones.cl/redirect/files/normativa/circulares/CAFP656.pdf> <http://www.safp.cl/safpstats/stats/files/normativa/circulares/CAFP1314.pdf>, así como al comunicado de prensa: http://www.svs.cl/comunicados/com_20041116-01.pdf.

por vejez del periodo 1995-2003, inclusive. En ellas, mediante técnicas de ajuste y graduación, se determinan las probabilidades de longevidad de los posibles jubilados. Lo más reseñable es que las tablas RV-2004 mostraron que las estimaciones del RV-85 estaban subestimando la probabilidad de supervivencia. Por ejemplo, la esperanza de vida en las mujeres de 60 años aumentaba en 3,06 años con las nuevas tablas. En el caso de los hombres, el error era menor, alrededor de 0,51 años inferior a la realidad.

Colombia estuvo utilizando la misma tabla de mortalidad de rentistas desde 1994 (RV89 sobre la experiencia del año 89). En el año 2000, la Superintendencia Bancaria de Colombia, a través de su circular 071/20003 solicitó a las entidades información referente a la mortalidad de activos, de rentistas, de inválidos y de invalidez, con el fin de elaborar tablas de mortalidad actuales. Como resultado del análisis de estos datos, se mostró que era necesaria la actualización de dichas tablas, dictándose en el año 2010 la resolución 1555/20104 que reemplazaba el RV89 por las tablas RV08. Al igual que en el caso chileno, la actualización de tablas en Colombia reveló que las esperanzas de vida estaban subestimadas. Los cálculos con RV08 daban una esperanza de vida para las mujeres a la edad de 60 de 27 años, mientras que los cálculos del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) rondaban los 22, una diferencia de 5 años. Para el caso de los hombres la diferencia era menor, alcanzando los 3,3 años.

Perú ha utilizado desde 1993 las tablas Chilenas RV85. Sólo después de 13 años, en el 2006, la resolución 354/2006 aprobó la utilización de las tablas de mortalidad RV-2004 chilenas modificadas. Más recientemente, la resolución 17728/2010 incluyó como obligatoria la utilización de tablas RV-2004 modificadas y ajustadas a la experiencia peruana⁵.

Las tablas de mortalidad utilizadas para el cálculo de las Rentas Vitalicias derivadas de la Seguridad Social en México, son elaboradas por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, órgano regulador y supervisor de las aseguradoras de pensiones. De 1997 a 2008 se utilizaron las tablas de mortalidad denominadas EMSSA 97 (Experiencia Mexicana Seguridad Social Activos), basadas en un estudio de proyección de mortalidad elaborado por el Consejo Nacional de Población (CONAPO) para el periodo 1990–2030, las cuales eran tablas diferenciadas por sexo, pero no consideraban mejoras en la mortalidad.

³ Para más detalle referirse a la circular 071/2000: <http://www.superfinanciera.gov.co/Normativa/PrincipalesPublicaciones/boletinminhda/2000/548-1000/ce071.rtf>

⁴ http://www.superfinanciera.gov.co/NormativaFinanciera/Archivos/r1555_10.doc

⁵ Para más detalles referirse a las resoluciones: <http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/0309-1993.R.PDF>; <http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/0354-2006.R.PDF>; <http://intranet1.sbs.gob.pe/IDXALL/SEGUROS/DOC/RESOLUCION/PDF/17728-2010.R.PDF>

En 2007 se realizó un análisis estadístico de la mortalidad observada de los pensionistas por rentas vitalicias en el periodo 1997-2006, observándose una supervivencia mayor a la prevista, por lo que a partir de 2009 se decidió adoptar las tablas de mortalidad dinámicas denominadas EMSSA 2009, las cuales consideran mejoras en la esperanza de vida proyectada para los próximos años, de acuerdo a las tendencias demográficas de una mayor longevidad, con base en el estudio de proyección de la mortalidad en México para el periodo 2005 – 2050 elaborado por CONAPO.

2.2. Contrastes no paramétricos: Los test de igualdad de muestras

Como habíamos comentado, cuando un país determinado no dispone de información fiable sobre tablas de mortalidad para poder proyectarlas, puede adoptar como propias las elaboradas por otro país, bajo el supuesto de que ambas poblaciones sean semejantes. Las diferencias de esperanza de vida se pueden ajustar adelantando/retrasando los años con los que se compara la mortalidad presente de dicho país.

En el caso Chileno esta metodología no tendría sentido para calcular las tablas de mortalidad actuales debido a que dicho país ya posee tablas propias (RV2004 y RV2009) que se han realizado con un esfuerzo técnico muy importante. Sin embargo, las RV04 y RV09, que se actualizan cada cinco años, no disponen de un historial estadístico suficiente para poder proyectar los factores de mejora pertinentes en el largo plazo.

El objetivo que nos planteamos en este epígrafe es el de proyectar las tablas de mortalidad chilena para medir el riesgo de longevidad que se podría estar corriendo en el futuro. Para ello, compararemos las tablas de mortalidad actuales de Chile con la de los países que disponen de tablas con suficiente calidad y periodicidad de información para que, bajo determinados criterios de igualdad de muestras, identifiquemos dicho país y proyectemos sus tablas a largo plazo. De esta manera, podremos asegurar que tomando el país que estadísticamente tiene tablas de mortalidad más semejantes a las chilenas, podamos por la misma analogía obtener la proyección de las chilenas.

Para establecer el criterio que nos permitiría afirmar que dos tablas de mortalidad de dos países diferentes son estadísticamente iguales, existe un método clásico de comparación de tablas de mortalidad asociadas a distintas experiencias propuesto por Forfar *et al.* (1988). Dichos autores proponen unos contrastes no paramétricos que comparan el nivel de mortalidad (contraste de signos), la forma (contraste de rachas) y la existencia de que un patrón similar entre ambas tablas (contraste χ^2). La aplicación de dichos contrastes nos permitirán contrastar qué país presenta unas tablas de mortalidad estadísticamente comparables a la chilena, con N años de atraso/adelanto.

Adicionalmente, nosotros aplicamos una condición adicional; la igualdad de las tablas debe ser estable y prolongada en el tiempo de manera que dicha igualdad no quede circunscrita a un episodio casual en el tiempo.

A partir de las experiencias de mortalidad de Chile (TCH) y la del país comparativo (TPC), para las que se dispone de las series de supervivientes R_x^{TCH} y R_x^{TPC} a la edad x , y donde los fallecidos totales a la edad x serían $A_x = A_x^{TCH} + A_x^{TPC}$. Las probabilidades de muerte serían por tanto $q_x^{TCH} = A_x^{TCH} / R_x^{TCH}$ y $q_x^{TPC} = A_x^{TPC} / R_x^{TPC}$ respectivamente.

A efectos de aplicación de los contrastes no paramétricos, comenzaremos por definir, por una parte, la hipótesis nula y, por otra parte, la hipótesis alternativa. Así, la hipótesis nula plantea que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo (TCH) y la mortalidad del país comparativo (TCP), es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones se debe a muestreo o al azar. La hipótesis alternativa es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Así pues, si se rechaza, significa que los datos no provienen de la misma población. En este trabajo, hemos elegido un nivel determinado de significación de 0.05, a una o dos colas, según se indique.

La forma estadística concreta de contraste se selecciona en función de cada contraste. La mayoría de los contrastes utilizados se basan en la hipótesis de que el número de fallecidos a cada edad x (A_x), se puede aproximar a una distribución normal, para $A_x \geq 5$, lo que puede no ocurrir para edades extremas. En caso de que esto no ocurra, se deben agrupar las edades hasta que la hipótesis se verifique. Por esta razón, se han agrupado los datos para edades $x \geq 84$.

2.2.1 Contraste de signos

En este contraste, se calcula la diferencia entre las probabilidades de muerte a la edad x , $q_x^{TCH} - q_x^{TPC}$ para cada una de las poblaciones TCH y TPC.

La hipótesis nula H_0 es que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo TCH (mortalidad de la población chilena) y la mortalidad del grupo del país comparativo (TPC). En otras palabras, que cualquier diferencia en términos de nivel de mortalidad de las poblaciones comparadas se debe a muestreo.

La hipótesis alternativa es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Si se rechaza H_0 , significa que los datos no provienen de la misma población.

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se elige un nivel de significación. En nuestro caso se seleccionó un nivel de significación de 0.05 a dos colas.

Se elige como estadístico de contraste el número de signos positivos (NP). Bajo la hipótesis de que sea verdadera, las diferencias tendrán igual probabilidad ($p=50\%$) de ser positivas o negativas. Entonces NP sigue una distribución binomial de parámetros N, donde en nuestro caso N es el número de clases de edad y $p=50\%$:

$$P(NP = r) = \frac{N!}{r!(N-r)!} \frac{1}{2^N}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, N$$

$$E[NP] = \frac{N}{2} \quad y \quad V[NP] = \frac{N}{4} \tag{1}$$

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación del 5%, y se rechaza si H_0 si $P(NP = r) \leq 0,025$ o si $P(NP = r \geq 0,025$. En otras palabras, se rechaza la hipótesis de que la mortalidad de ambas poblaciones sea similar para valores muy bajos o muy altos de signos positivos.

2.2.2 Contraste de rachas

En este contraste, la hipótesis nula H_0 establece que no existe diferencia en la forma de la tabla de mortalidad del grupo TCH y la mortalidad del grupo TPC (es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones de debe a muestreo). Por su parte, la hipótesis alternativa H_1 establece que sí existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. De esta forma, si se rechaza, significa que los datos no provienen de la misma población.

En este contraste también se calcula la diferencia entre las probabilidades de muerte a la edad x $q_x^{TCH} - q_x^{TPC}$, para cada una de las poblaciones TCH y TPC y se verifica si los signos de la diferencia son positivos o negativos.

Sea n_1 el número de signos positivos y n_2 el número de signos negativos, con $n_1 + n_2 = N$. El estadístico de contraste elegido es el número de agrupaciones con una o más desviaciones consecutivas del mismo signo (NR), que se puede expresar como:

Si $r=2k$ (si es par):

$$P(NR = r) = \frac{2(n_1-1)!}{(k-1)!(n_1-k)!} \frac{(n_2-1)!}{(k-1)!(n_2-k)!} \frac{n_1! n_2!}{N!} \tag{2}$$

Si $r=2k+1$ (si es impar):

$$P(NR = r) = \frac{(n_1 - 1)!}{(k - 1)! (n_1 - k)!} \frac{(n_2 - 1)!}{k! (n_2 - 1 - k)!} \frac{n_1! n_2!}{N!} + \frac{(n_1 - 1)!}{k! (n_1 - K - 1)!} \frac{(n_2 - 1)!}{(k - 1)! (n_2 - K)!} \frac{n_1! n_2!}{N!} \tag{3}$$

El número medio de rachas viene determinado por:

$$E[NR] = \frac{2n_1 n_2}{N} + 1 \tag{4}$$

Y su varianza es:

$$Var[NR] = \frac{2n_1 n_2(2n_1 n_2 - N)}{N^2(N - 1)} \tag{5}$$

A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación de 5%, y se rechaza H_0 si $P(NP = r) \leq 0,025$ o si $P(NP = r) \geq 0,025$.

2.2.3 El contraste χ^2

En este contraste la hipótesis nula H_0 establece que no existe diferencia entre la mortalidad del grupo TCH y la mortalidad del grupo TPC (es decir, que cualquier diferencia entre la mortalidad de las poblaciones de debe a muestreo). La hipótesis alternativa H_1 es que existe diferencia entre los dos conjuntos de datos. Si se rechaza H_0 , significa que los datos no provienen de la misma población.

A efectos de aplicación del contraste del chi-cuadrado, se calculan los siguientes ratios:

$$Z_X^{TCH} = \frac{A_X^{TCH} - R_X^{TCH} q_x}{\sqrt{R_X^{TCH} p_x q_x}} \quad y \quad Z_X^{TCP} = \frac{A_X^{TCP} - R_X^{TCP} q_x}{\sqrt{R_X^{TCP} p_x q_x}} \tag{6}$$

El estadístico de contraste viene dado por la siguiente expresión:

$$X^2 = \Sigma[(Z_X^{TCH})^2 + (Z_X^{TCP})^2] \tag{7}$$

Si H_0 es verdadera, el estadístico de contraste χ^2 sigue una distribución de chi-cuadrado con N grados de libertad. A efectos de determinar si se rechaza H_0 , se ha elegido un nivel de significación de 5%, y por tanto, se rechaza H_0 si $\chi^2 \geq 0.05$.

2.3. Los datos

La información más amplia sobre tablas de mortalidad disponible es la recogida en la Human Mortality Database (HMD). La HMD⁶ constituye un esfuerzo conjunto entre el departamento de demografía de la Universidad de Berkeley y el Max Plank Institute for Demographic Research para elaborar y compilar datos detallados de población y mortalidad disponibles para el conjunto de la comunidad científica. Actualmente existe información para 37 países, entre ellos Chile. Wilmoth *et al.* (2007) ofrecen una amplia y detallada descripción de la metodología empleada en esta base de datos.

⁶ (<http://www.mortality.org/>).

Según Canudas-Romo (2008), la serie histórica de mortalidad de Chile incluida en la base de datos de mortalidad humana de (HMD) cubre el período comprendido entre 1992 a 2005. Según el autor, las principales razones para restringir la serie HMD para el período desde el año 1992 son que solo a partir de los dos últimos censos de 1992 y 2002, la información incorrecta de edad de fallecimiento se sitúa por debajo del 3%, y que durante este período, al menos el 90% de las muertes fueron certificadas por un médico.

2.4. Los resultados aplicados al caso chileno

Comparando las tablas de Chile de 1992 a 2005 con las de 22 países⁷ de la base de datos sobre los cuales existe suficiente información histórica para poder realizar proyecciones econométricas, hemos obtenido resultados que permitirían proyectar el caso chileno a largo plazo. Los únicos países que cumplen con los tres contrastes no paramétricos (signos, rachas y chi cuadrado) y además lo hacen de forma continuada en el tiempo, serían los casos de Nueva Zelanda, en el caso de los varones, y Austria en el caso de las mujeres. Las tablas generacionales dinámicas de Chile son equivalentes a las de Austria restándoles 4 años para los varones y a las de Nueva Zelanda restándoles 6 años para las mujeres.

Tabla 1
Test no paramétrico para identificar similitudes a la edad de 65 años

Varones / Austria													
	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Signos	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
Rachas	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
Chi	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Chile	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004

Mujeres / Nueva Zelanda														
	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Signos	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
Rachas	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Chi	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
Chile	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007

1=Se acepta la hipótesis nula de igualdad de muestras.

0=Se rechaza la hipótesis nula de igualdad de muestras.

Fuente: BBVA Research.

La relación de largo plazo testada en función de los datos disponibles muestran que para el periodo 1992-2004 en los varones de Chile y 1994 a 2007 en las

⁷ Los países para los que hemos realizado los test de igualdad de muestras son: España, Dinamarca, Eslovenia, Portugal, Finlandia, Irlanda, Reino Unido, Alemania, Bélgica, Nueva Zelanda, Holanda, Austria, Noruega, Canadá, Israel, Suecia, Australia, Francia, Islandia, Italia, Suiza y Japón.

mujeres, se encuentra que en la mayoría de los casos (representados por “1” en la Tabla 1 anterior), los tres test son significativos y no rechazan la hipótesis de igualdad de muestras. Sólo en algunos pocos casos (marcados con “0”), se rechaza la hipótesis de igualdad en alguno de los tests. Una prueba de la robustez es que el test más potente estadísticamente hablando (chi cuadrado), solamente no se cumple en el caso de las mujeres del año 1993.

Las tablas generacionales de Austria y Nueva Zelanda están disponibles desde 1948, con lo que nos permite realizar los análisis econométricos oportunos para proyectar las tablas de dichos países a largo plazo t, y por tanto, las de Chile, con su correspondiente retardo según sexo.

3. LAS PROYECCIONES DE TABLAS DE MORTALIDAD CHILENAS Y EL IMPACTO DEL RIESGO DE LONGEVIDAD

Las primeras modelizaciones⁸ que ayudaban a construir las tablas de mortalidad (modelos paramétricos) para el caso estático permitían la captación de su evolución a lo largo del tiempo a partir de algunas distribuciones explícitas y un reducido número de parámetros (Gompertz, 1825; Makeham, 1860). Otros modelos de tipo paramétrico ajustan el mismo modelo o Ley a la medida de mortalidad elegida para los distintos años y observan la variación de los parámetros obtenidos, intentando describir un patrón de comportamiento para dichos parámetros mediante series temporales (Brass, 1969). El modelo de Lee y Carter (1992) ha sido ampliamente usado en el medio actuarial y consiste en formular la medida de la mortalidad a partir una función exponencial que depende de la edad y del tiempo⁹.

Otra familia de modelos (no paramétricos) no necesita suponer una función específica dependiente de la edad. La función que describe la mortalidad es fruto de una estimación estadística o econométrica (técnica de *smoothing*) que suavizan las probabilidades brutas obtenidas directamente y ajustan los datos a una distribución o regresión como el p-spline, algoritmo median-polish, o el modelo CMI (Wang *et al.*, 1998; Richards *et al.*, 2007, Heligman y Pollard (1980)).

3.1. La proyección de las tablas de mortalidad en el caso chileno

Para la proyección de tablas dinámicas, la literatura ha propuesto diversas técnicas. Según Booth and Tickle (2008), existen tres grupos de metodologías para realizar predicciones de tablas de mortalidad; la extrapolación, la explica-

⁸ Para descripciones detalladas de los distintos modelos ver Ayuso *et al.* (2006), OCDE(2014) y Debón *et al.* (2008).

⁹ Para más detalle ver Benjamin y Pollard (1992).

tiva y la de expectativas. Los métodos extrapolativos estudian la regularidad de los patrones y tendencias en el tiempo de la mortalidad y suponen que las tendencias futuras seguirán los patrones observados en el pasado. El enfoque explicativo formula modelos estructurales o epidemiológicos de la mortalidad clasificados por ciertas causas de muerte que son las variables exógenas y que son conocidos y medibles. Finalmente los modelos de expectativas se basan en las opiniones subjetivas de los expertos y tienen diversos grados de formalidad estadística (Stoeldraijer *et al.*, 2013). Dentro de los modelos de tipo extrapolativos también hay diversas metodologías aplicables. La metodología de predicción con series temporales con modelos ARIMA univariantes o multivariantes ha sido recurrentemente utilizada en varios trabajos. Por ejemplo, McKown y Rogers (1989) construye modelos ARIMA para predecir los parámetros estimados de un modelo tipo Heligman y Pollard (1980) para el caso de EEUU o Denton *et al.* (2005).

Para los ejercicios de proyección de las tasas de mortalidad de Chile a partir de sus correspondientes de Nueva Zelanda y Austria, hemos proyectado cada una de las 101 edades y cada sexo con un modelo ARMAX(p,q), en total 202 regresiones ARMAX(p,q):

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) u_t + \alpha + \beta t + \lambda t^2 + \delta t^3 \quad (8)$$

Donde y_t representa el logaritmo neperiano de la tasa de mortalidad para la población de una determinada edad y sexo. B es el operador de retardos ($B y_t = y_{t-1}$), t representa la tendencia temporal y u_t es la parte no captada por el modelo ARMAX. Asumimos que u_t es débilmente estacionario, es decir, la media independiente del tiempo e igual a cero y las autocovarianzas de orden s sólo vienen afectadas por el lapso de tiempo transcurrido entre los periodos y no dependen del tiempo. En palabras simples, estamos asumiendo que existe una dinámica que puede ser estimada, la cual consta de dos partes: 1) una tendencia determinista que puede ser aproximada por una ecuación matemática y 2) una tendencia estocástica cuya trayectoria es influenciada por los propios valores pasados de la tasa de mortalidad y las innovaciones del presente y del pasado.

La primera parte de esta dinámica (tendencia determinista) es la considerada en el modelo ARMAX como la variable explicativa exógena (X), mientras que la segunda “tendencia estocástica” es la que modelaremos con un modelo autorregresivo y de medias móviles.

Lo descrito en los dos párrafos anteriores lo podemos ver en términos algebraicos. Despejando la Ecuación 8 y realizando manipulaciones básicas de álgebra obtendremos la variación de la tasa de mortalidad (Δy_t) para cada edad y sexo:

$$\begin{aligned}
 y_t &= (\phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p}) + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_p B^p) u_t + \alpha + \beta t + \lambda t^2 + \delta t^3 \\
 y_{t-1} &= (\phi_1 y_{t-2} + \phi_2 y_{t-3} + \dots + \phi_p y_{t-p-1}) + (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_p B^p) u_{t-1} + \alpha + \beta(t-1) + \lambda(t-1)^2 + \delta(t-1)^3 \\
 \Delta y_{t-1} &= (\phi_1 \Delta y_{t-1} + \phi_2 \Delta y_{t-2} \dots + \phi_p \Delta y_{t-p}) + (\Delta u_t + \theta_1 \Delta u_{t-1} + \theta_2 \Delta u_{t-2} + \dots + \theta_p \Delta u_{t-p-1}) + (\beta + \lambda(2t-1) + \delta(3t^2 - 3t + 1))
 \end{aligned} \tag{9}$$

Variación
Tendencia estocástica
Tendencia determinista

Variación
tasa de
mortalidad

Para la estimación de la tendencia determinista no imponemos una forma funcional específica sino que seleccionamos aquella que mejor ajuste a los datos (probamos dentro del conjunto de ecuaciones lineales, cuadráticas y cúbicas). Esta selección se realiza aplicando un criterio de información de Schwarz, el cual es consistente, es decir, para muestras grandes tenderá a seleccionar el modelo correcto si se dan los supuestos asumidos.

Algebraicamente el criterio de Schwarz es:

$$SBIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + (k/T) \ln T \tag{10}$$

Sin embargo, para efectos del cálculo utilizamos una fórmula equivalente

$$SBIC = \ln\left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_t\right) + \frac{k}{T} \ln T \tag{11}$$

La ecuación 11 se obtiene utilizando el hecho que $E(u_t) = 0$ lo que implica

que $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{u}_t}{T}$, además como para todos los modelos analizados T es una constante, sólo variamos k , minimizar la ecuación 11 es equivalente a minimizar la ecuación 10,

Las tablas generacionales de Austria y Nueva Zelanda están disponibles desde 1948, con lo que nos permite realizar los análisis econométricos oportunos para proyectar las tablas de dichos países a largo plazo t , y por tanto, las de Chile, con su correspondiente retardo según sexo.

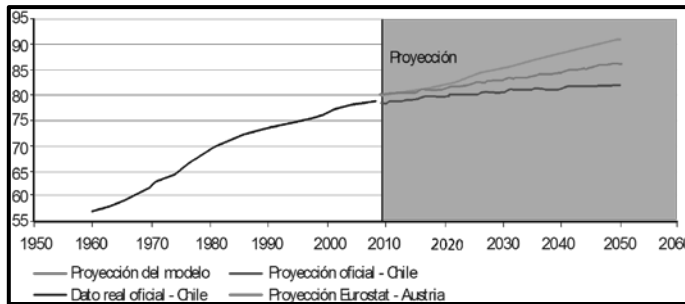
Sus proyecciones a partir del modelo ARMAX por edades puntuales, nos ofrece una esperanza de vida de 90,91 años en 2050 mientras que el INE de Chile proyecta una esperanza de vida al nacer de 82,14 años (ver Figura 1).

La metodología que utiliza el INE de Chile para proyectar las tablas de mortalidad sigue la propuesta realizada por la CELADE a partir de Brass (1975) y que también utiliza Veres Ferrer (2000) para el caso español. En concreto, a partir de la aplicación de una logística de dos asíntotas:

$$e_0^0(t) = K_1 + \frac{K_2}{1 + e^{a+bt}}$$

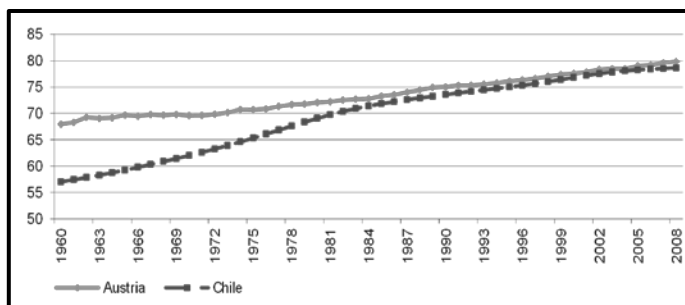
Donde $e_0^0(t)$ es la esperanza de vida al nacer para el momento t , K_1+K_2 es la asíntota superior, K_1 la asíntota inferior, a y b son parámetros determinados a partir del nivel observado y límite, y t es el año central del quinquenio para el que se hará la estimación de la esperanza de vida al nacer (2045-2049). Para proyectar la estructura por edades de la mortalidad para cada sexo se hace una interpolación entre las tablas determinadas para el período 2000-2005 y las tablas límite, cuidando que dicha interpolación reproduzca el nivel de la mortalidad estimado para cada quinquenio de la proyección.

Figura 1
Proyecciones de esperanza de vida a la edad de 65 años



Fuente: BBVA Research.

Figura 2
Convergencia de las esperanzas de vida



Fuente: www.mortality.org

Observando los resultados, si tomamos las estimaciones de la esperanza de vida al nacer oficiales del INE en 2050 (82,14 años) y la comparamos con las estimaciones de Europop para el caso de Austria (86,5) nos llama la atención que las esperanza de vida de Chile y Austria divergen en aproximadamente 4 años, contrario a lo que uno esperaría dada la tendencia demográfica histórica

de estos dos países. En efecto, uno puede observar en la Figura 2 que a partir de 1985, el diferencial entre las proyecciones de esperanzas de vida de Austria y Chile se ha mantenido relativamente constante en torno a los 1,6 años de media hasta el año 2008.

En resumidas cuentas, las proyecciones del INE de Chile estarían mostrando una divergencia de la esperanza de vida de Chile y Austria hacia 2050, que es contraria a la evidencia empírica observada en los últimos 50 años, tanto en la proyección realizada por Eurostat, como la realizada en este trabajo. Estas discrepancias y la amplitud de la desviación puede generar incertidumbre tanto en la industria de seguros para el cálculo de las rentas vitalicias como en la posible insuficiencia de las tasas de aporte para alcanzar una tasa de sustitución adecuada para los futuros pensionistas debido a una esperanza de vida infraestimada.

3.2. Los impactos de los riesgos de longevidad

Una renta vitalicia es un contrato por el cual, a cambio de una prima, una compañía de seguros garantiza al asegurado el pago de una renta periódica hasta la caducidad de los derechos. Esa renta que pagará la compañía de seguros incluye el pago de un tipo de interés llamado tipo técnico. Llegado el momento de la jubilación, el afiliado transfiere el capital acumulado en la cuenta de capitalización individual a una compañía de seguros y ésta es la que asume los riesgos financieros y de longevidad asociados a dicho producto.

Las variables fundamentales del negocio de rentas vitalicias son, por un lado, las variables financieras, los tipos de interés y por otro, la evolución de la mortalidad y en particular, el riesgo de longevidad. Si la esperanza de vida de una población aumenta respecto a la expectativa de vida considerada en el momento de la tarificación del producto, conllevará una pérdida para la Compañía por tener que pagar más mensualidades de las que se habían considerado. Por tanto, para la viabilidad del negocio de rentas vitalicias, será fundamental tener en cuenta cómo evolucionan las variables subyacentes, ya que una evolución desfavorable de alguna de ellas derivará en que la tarifa cobrada sea insuficiente en determinado momento del tiempo. Por otro lado, la aplicación de tablas de mortalidad que sobreestimen la esperanza de vida provocará una pérdida para el afiliado que se traducirá en una menor pensión a lo largo de su vida.

Sea q_x , la probabilidad de morir a la edad x , se define la probabilidad de morir en años sucesivos como $q_{x+1}, q_{x+2}, \dots, q_{x+h}$.

Sea p_{x+h} la probabilidad de estar vivo en el momento $x + h$, condicionada a que en el momento x el individuo estuviera vivo. Se define esta probabilidad tal y como sigue:

$$p_{x+h} = \prod_{i=0}^h (1 - q_{x+i})$$

Sea r el tipo técnico, esto es, el tipo de interés garantizado en la renta vitalicia. Se define el factor de descuento para el momento h como:

$$fd_h = \frac{1}{(1+r)^h}$$

El capital técnico necesario, CTN, para comprar una renta vitalicia se define como el valor actual descontando a tipo técnico de la pensión ponderada por la probabilidad de estar vivo. En general, para una persona de edad x se expresa como sigue:

$$CTN_x = \sum_{i=0}^N pension * p_{x+i} * fd_i$$

Siendo N la edad máxima recogida en las bases biométricas determinadas.

Tal y como se observa en el desarrollo anterior, una vez fijadas las bases biométricas, el tipo técnico y la cuantía de la pensión, queda totalmente determinado el capital técnico necesario para comprar una renta vitalicia. De igual modo, fijadas las bases biométricas, el tipo técnico y un determinado capital, se deduce la pensión a pagar tal y como se muestra a continuación:

$$pension = \frac{CTN_x}{\sum_{i=0}^N P_{x+i} * fd_i}$$

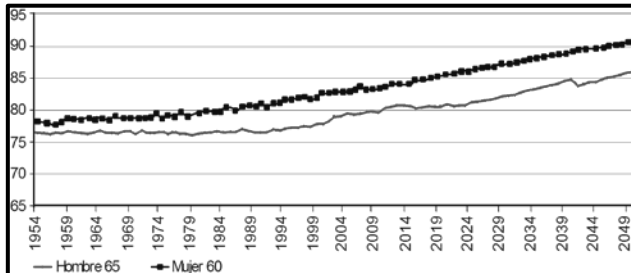
Siendo N la edad máxima recogida en las bases biométricas determinadas.

Una vez determinada la pensión o el capital técnico necesario para comprar una renta vitalicia, se establece la cantidad que pagará la compañía de seguros al asegurado. Es decir, en el proceso de tarificación queda establecido el coste de la operación bajo ciertas hipótesis de biometría y condiciones de mercado.

La edad de jubilación en Chile es 65 años para hombres y 60 para mujeres, por tanto, se trabajó con estos “*model points*” para todos los cálculos. Como bases biométricas, se utilizaron tablas de mortalidad proyectadas en este trabajo desde 1954 hasta 2050 para poder evolucionar la tarifa a lo largo del tiempo. La tasa de interés utilizada es de 3.5%. A continuación, en la Figura 3, se muestra cómo evoluciona la esperanza de vida para un hombre de 65 años y de una mujer de 60 años a lo largo del tiempo con las proyecciones realizadas en este trabajo.

Se observa que si bien la esperanza de vida para un hombre de 65 años en 1954 era de 76.5 años, se espera que en 2050 ascienda a 86 años. Del mismo modo, para una mujer de 60 años, en 1954 tenía una esperanza de vida de 78 años, se espera que en 2050 llegue a 90.5 años.

Figura 3
Evolución de la esperanza de vida



Fuente: BBVA Research.

El aumento en la esperanza de vida o equivalentemente, la reducción en la mortalidad, conlleva que para un capital determinado, la renta mensual a percibir por una persona que se jubile en un momento del tiempo será mayor a la renta a percibir por otra persona que se jubile en años posteriores. Dado lo anterior, la Figura 4, muestra la variación de la pensión a percibir para un hombre de 65 y para una mujer de 60 que se jubile desde 1954 a 2050.

Figura 4
Evolución de la renta anual para un hombre de 65 años (US\$)



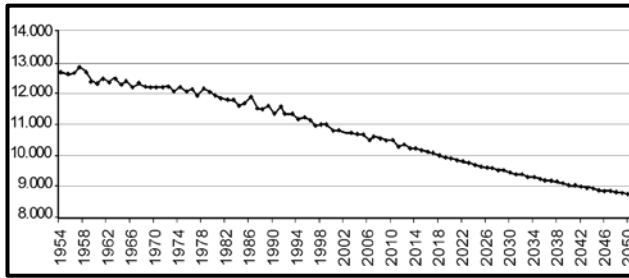
Fuente: BBVA Research.

Un hombre de 65 años que se hubiese jubilado en 1954 con 190.000 dólares ahorrados, recibiría de pensión 20.000 dólares anuales. Bajo el supuesto de haber acumulado un saldo por la misma cantidad, y en ausencia de inflación, en la actualidad, el mismo hombre de 65 años, recibiría una pensión de 16.000 dólares, disminuyendo hasta 12.700 en 2050. Es decir, el hecho de que con el paso del tiempo la mortalidad disminuya lleva asociado una reducción del 20% en las pensiones en los próximos 40 años.

Análogamente al caso anterior, una mujer de 60 años que se hubiese jubilado en 1954 con ahorros de 167.000 dólares percibiría una renta anual de 12.600 dólares. En la actualidad, con el mismo capital acumulado, dicha pensión dis-

minuiría hasta 10.300 dólares y se espera que en 2050 se sitúe en 8.700 dólares. Esto significa una reducción de 15% en los próximos cuarenta años (ver Figura 5).

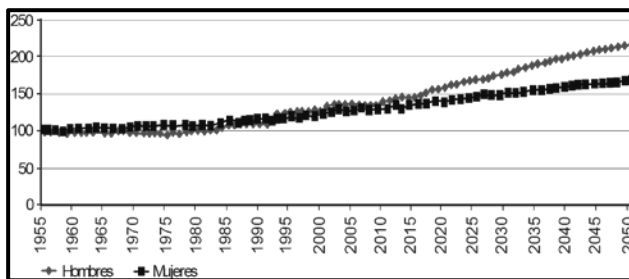
Figura 5
Evolución de la renta anual para una mujer de 60 años (US\$)



Fuente: BBVA Research.

En la sección anterior hemos observado que existen discrepancias en las predicciones realizadas por distintas instituciones y, que en el caso específico de Austria y Chile, resulta cuanto menos llamativo que la convergencia de las esperanzas de vida observadas en ambos países, se pudiera revertir en los próximos 40 años debido quizás a metodologías diversas de estimación. Entonces nos tendríamos que preguntar; ¿quién tiene razón?. Los riesgos de responder inadecuadamente a esta pregunta son muy relevantes para la industria de pensiones.

Figura 6
Simulación de tasas de aportación necesarias para mantener la tasa de sustitución actual



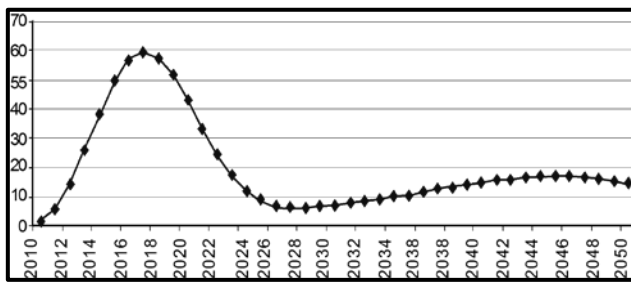
Fuente: BBVA Research.

En otro ejercicio de simulación, calculamos cual tendría que ser la tasa de aportación en Chile para mantener la tasa de sustitución actual (ver Figura 6). Dicha tasa de aportación debería aumentar en promedio unos 8 puntos por-

centuales en el caso de los hombres y en 4 puntos porcentuales en las mujeres desde los niveles actuales. Esta diferente evolución por sexo se explicaría por el mayor aumento relativo que experimentarían los varones en su esperanza de vida con respecto a las mujeres (se observa convergencia por sexo) y porque los varones detentan salarios superiores y, por tanto, deben acumular un saldo superior para mantener la tasa de sustitución.

Un ejercicio de simulación nos demuestra que una desviación de un 1% en las tablas de mortalidad utilizadas para el cálculo de rentas vitalicias se traduciría en pérdidas para la industria que podrían alcanzar 60 millones de dólares en 2017 (ver Figura 7). Estas pérdidas se deberán principalmente dos factores principales: efecto de mayor longevidad del afiliado y efecto de la utilización de una tarifa no adecuada.

Figura 7
 Simulación de riesgo sistemático en el uso de tablas de mortalidad de equivocarse en un 1% en las tablas de mortalidad de Chile
 (en millones de dólares)



Fuente: BBVA Research.

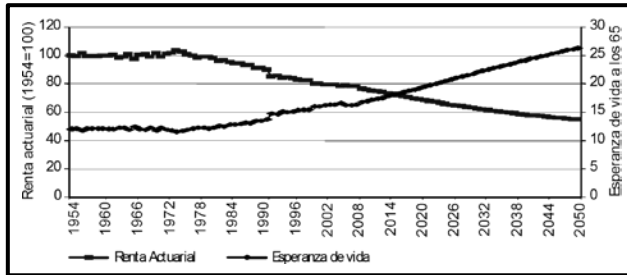
Adicionalmente, el aumento de la esperanza de vida podría implicar que los afiliados de muchos países latinoamericanos podrían no estar realizando las aportaciones suficientes a sus fondos de pensiones. Un error en la estimación de dicha esperanza de vida podría implicar que los afiliados tendrían que repartir los saldos acumulados con una renta vitalicia en un periodo de vida superior, con lo que su renta disponible haría menguar su tasa de sustitución y por tanto su nivel de vida.

En el caso de no realizar aportaciones suplementarias, las generaciones futuras podrían ver disminuida su jubilación en casi un 50% debido al aumento de la esperanza de vida (ver Figura 8).

Todos estos resultados apuntan a la necesidad de calcular buenas tablas de mortalidad dinámicas de largo plazo para mitigar los riesgos de longevidad tanto para la industria como para el afiliado. Si el caso de Chile, con las mejores

tablas actuales en la región incurre en estos riesgos, la necesidad para el resto de países es si cabe más imperiosa.

Figura 8
Evolución de la esperanza de vida y las pensiones de los varones



Fuente: BBVA Research.

4. CONCLUSIONES

La construcción de tablas de mortalidad constituye un elemento fundamental para ayudar a mitigar el riesgo de longevidad y sus potenciales efectos negativos sobre los sistemas de pensiones y gestoras de fondos privados. Las economías emergentes, en general, han tenido problemas para desarrollar tablas de mortalidad debido a la falta de recursos para poder invertir en la construcción del historial estadístico y capital humano necesario. Es por ello, que una alternativa comúnmente considerada por países con este déficit ha sido la adopción de tablas procedentes de otros países con mayor desarrollo, y que bajo determinados supuestos y ajustes, pueden aproximar a las características de sus respectivas realidades.

No sólo el contar con técnicas que se ajusten respecto al pasado son necesarias, sino que los aspectos proyectivos son fundamentales, y para ello, contar con un historial estadístico es importante. Este el caso de Chile, que si bien ha realizado esfuerzos técnicos importantes para desarrollar sus propias tablas, estas se actualizan cada cinco años, y no disponen de un historial estadístico suficiente para poder proyectar los factores de mejora pertinentes en el largo plazo.

Es así, que el objetivo planteado en este estudio es el de proyectar las tablas de mortalidad chilena para medir el riesgo de longevidad que se podría estar enfrentando en el futuro. Para ello, se compararon las tablas de mortalidad actuales de Chile con la de los países que disponen de tablas con suficiente calidad y periodicidad de información para que, bajo determinados contrastes no paramétricos de igualdad de muestras, pudiésemos identificar dicho país. Una vez identificados, proyectamos sus tablas a largo plazo mediante modelos ARMAX obteniendo las correspondientes chilenas. Concluimos que Austria (para los

varones) y Nueva Zelanda (para las mujeres), presentan las tablas de mortalidad que más se aproximan a las chilenas. Los resultados obtenidos mostrarían que las proyecciones del INE de Chile estarían generando una divergencia de la esperanza de vida de Chile y Austria hacia 2050, que es contraria a la evidencia empírica observada en los últimos 50 años, tanto en la proyección realizada por Eurostat, como la realizada en este trabajo. Estas discrepancias y la amplitud de la desviación pueden generar incertidumbre para el cálculo de las rentas vitalicias como en la posible insuficiencia de las tasas de aporte para alcanzar una tasa de sustitución adecuada para los futuros pensionistas debido a una esperanza de vida infraestimada.

Un ejercicio de simulación nos demuestra que el aumento de la esperanza de vida podría implicar que los afiliados de muchos países latinoamericanos no estén realizando las aportaciones suficientes a sus fondos de pensiones. Un error en la estimación de dicha esperanza de vida generaría que los afiliados repartan los saldos acumulados con una renta vitalicia en un periodo de vida superior, con lo que su renta disponible haría menguar su tasa de sustitución y por tanto su nivel de vida. En el caso de no realizar aportaciones suplementarias, las generaciones futuras podrían ver disminuida su jubilación en casi un 50% debido al aumento de la esperanza de vida.

En otro ejercicio de simulación, también se calcula cuál tendría que ser la tasa de aportación en Chile para mantener la tasa de sustitución actual. Dicha tasa de aportación debería aumentar en promedio unos 8 puntos porcentuales en el caso de los hombres y en 4 puntos porcentuales en el de las mujeres desde los niveles actuales. Esta diferente evolución por sexo se explicaría por el mayor aumento relativo que experimentarían los varones en su esperanza de vida con respecto a las mujeres (se observa convergencia por sexo) y porque los varones detentan salarios superiores y, por tanto, deben acumular un saldo superior para mantener la tasa de sustitución.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANTOLIN, P. (2007). "Longevity Risk and Private Pensions". *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions*, No. 3, OECD Publishing.
- AYUSO, M; CORRALES, H.; GUILLEN M.; PÉREZ-MARÍN A.M. y ROJO J.L. (2006). *Estadística Actuarial Vida*. Publicacions y Edicions Universitat de Barcelona.
- BENJAMIN, B. y POLLARD, J. (1992). *The Analysis of Mortality and Other Actuarial Statistics*. Butterworth-Heinemann, London, 6 edición.
- BOOTH, H. (2006). "Demographic forecasting: 1980 to 2005 in review". *International Journal of Forecasting*, 22(3):547-582.

- BOOTH, H. y TICKLE, L. (2008). "Mortality Modelling and Forecasting: a Review of Methods". *Annals of Actuarial Science* 3(1-2): 3-43.
- BRASS, W. (1969). *Population Growth and the Brain Drain*. Capítulo A generation method for projecting death rates, 75-91. University Press, Edinburgh.
- BRASS, W. (1975). *Methods for Estimating Fertility and Mortality from Limited and Defective Data*. Chapel Hill, North Carolina, Carolina Population Center, Laboratories for Population Studies, 1975.
- CANUDAS-ROMO, V. (2008). "The modal age at death and the shifting mortality hypothesis". *Demographic Research*, 19(30):1179-1204.
- CMI (2010). "The CMI Mortality Projections Model, CMI_2010". *Continuous Mortality Investigation Working Paper 49*. (Último acceso: file:///D:/Mis%20Documentos/Downloads/cmiwp49%20(1).pdf)
- DEBÓN, A; MONTES, F. y SALA, R. (2008). *Tablas de Mortalidad Dinámicas para España. Una Aplicación a la Hipoteca Inversa*. Fundación ICO. (www.fundacionico.es/fileadmin/user_upload/pdfs/libro_fico.pdf)
- DENTON, F; FEAVER, C. y SPENCER, B. (2005). "Time series analysis and stochastic forecasting: an econometric study of mortality and life expectancy". *Journal of Population Economics*, 18(2), 203-227.
- FORFAR, D.O.; MCCUTCHEON, J.J. y WILKIE, a.d. (1988): "On graduation by mathematical formula". *Journal of the Institute of Actuaries*, n.º 115, pp1-149.
- GOMPERTZ B. (1825). "On the nature of the function expressive of the law of human mortality and on a new mode of determining life contingencies". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, A 115, 513-585.
- HELIGMAN, L. y POLLARD (1980). "The age pattern of mortality". *Journal of the Institute of Actuaries*. 107 49-80.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICAS (INE) (ref. sin año de publicación). Serie de la Publicación (CEPAL): OI No 208 . (http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/demografia_y_vitales/proyecciones/Informes/MicrosoftWordInforP_T.pdf)
- LEE, R.D. y CARTER, L. (1992). "Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality". *Journal of the American Statistical Association* 87:659-71.
- MAKEHAM W. M. (1860). "On the Law of Mortality and the Construction of Annuity Tables". *J. Inst. Actuaries and Assur. Mag.* 8: 301-310.
- McKOWN, R. y ROGERS A. (1989). "Forecasting mortality: A parametrized time series approach". *Demography*, 26 645-660.
- OECD (2013). *Pensions at a Glance 2013: OECD and G20 Indicators*, OECD Publishing. (http://dx.doi.org/10.1787/pension_glance-2013-en)
- OECD(2014). *Mortality Assumptions and Longevity Risk: Implications for pension funds and annuity providers*. OECD Publishing.
- PITACCO, E (2004). "Survival models in dynamic context: a survey". *Insurance: Mathematics & Economics*, 35(2):279-298.
- RICHARDS, S; Ellam, J., HUBBARD, J., LU, J., MAKIN, S., y K.A., M. (2007). "Two dimensional mortality data: patterns and projections". *British. Actuarial Journal*, 6(1):5-61.
- STOELDRAIJER L; VAN DUIN C. VAN WISSEN L. y JANSSEN F. (2013). "Impact of different mortality forecasting methods and explicit assumptions on projected future life expectancy: The case of the Netherlands". *Demographic Research*. volume 29,

- article 13, páginas 323-354. (<http://www.demographic-research.org/volumes/vol29/13/29-13.pdf>)
- VERES F. (2000). "Obtención de tablas de mortalidad por comparación con la de otros ámbitos en periodos pasados". *Estudios de Economía Aplicada* nº 15, 2000, págs. 187-196.
- WANG, J; MÜLLER, H., y CAPRA, W. (1998). "Analysis of oldest-old mortality lifetables revisited". *The Annals of Statistics*, 26(1):126-163.
- WILMOTH J.R; K. ANDREEV, D. JDANOV, Y D.A. GLEI (2007). "Methods Protocol for the Human Mortality Database". (<http://www.mortality.org/Public/Docs/Methods Protocol.pdf>).

