Identificación de parámetros de sistemas dinámicos

Oscar F. Avilés S., Esp.[1]
Paola A. Niño S. MSc.[2]
Leonardo Solaque[3]

Revista Ciencia e Ingeniería Neogranadina
ISSN 0124-8170 No. 12 · julio de 2002
(Págs. 41-52)

RESUMEN

Durante el año 2001, en el programa de Ingeniería Mecatrónica, se trabajó el tema de identificación de sistemas con el objetivo principal de aprender nuevas técnicas de modelamiento, sin recurrir al planteamiento total de las relaciones por medio de ecuaciones diferenciales, involucradas en un proceso.

En este proyecto se diseña e implementa un prototipo, con el objetivo de identificar sistemas por medio del toolbox Ident del programa MATLAB en modelos cuyo comportamiento es de primer y segundo orden. Para su realización se recopiló información acerca del toolbox Ident del programa de simulación MATLAB, el proceso de identificación de sistemas, procedimientos de adquisición de datos e interfaces de comunicación.

1 *Ingeniero electrónico, especialista en instrumentación electrónica. Docente de la Fac. de Ingeniería. Jefe de área de automatización y control del. dpto. de ingeniería mecatrónica. UMNG*

2 *Ingeniero electrónico, magister en Ing. eléctrica. Docente de la Fac. Ingeniería. Jefe de área de Electrónica. del dpto. de ingeniería mecatrónica UMNG.*

3 *Ingeniero electrónico, docente del dpto. de ingeniería mecatrónica. UMNG.*

Una vez realizada la recopilación y análisis de información obtenida, se diseñaron los modelos electrónicos de sistemas de primero y segundo orden, cuyo comportamiento se deseaba observar experimentalmente y analizar por computador.

El sistema está compuesto por una etapa de adquisición de datos que permite la transformación de las señales análogas procedentes de los modelos físicos, en señales digitales, las cuales son transmitidas al computador usando una interfaz y el programa LabView. El proceso de identificación se realiza posteriormente con el programa MATLAB y su toolbox Ident.

Es de importancia resaltar que este proyecto está orientado al desarrollo de equipo y manejo de instrumentos de laboratorio.

Palabras clave: Sistema dinámico, modelo.

SUMMARY

The Mechatronic Engineering Program worked during 2001 year, in the identification systems, in order to learn new "modeling" techniques without to resort an approach of relation of differential equations involves in process.

The project is based in design and implementation of a prototype, to identify systems, through of toolbox ident of the Matlab® program, in system whose behavior is first and second order. For the realization was compiled information about toolbox ident, process of identify systems, done purchase and communication interfaces.

After compile and analyze the information was designed the electronic models of first and second order whose behavior wish to obtain experimental and made by computer.

The system is composed of data acquisition that permits the analog signals transformation originating in physic models, digital signals which are transmitted to the computer, using an interface and Labview® program. After that, the identification process is made with Matlab® program and its toolbox ident.

It's important to stand out, that this project is approach of equipment develop and laboratory instruments operation.

Key Words: Dynamic sistem and model.

INTRODUCCION

Identificación es la obtención de modelos representativos de algún sistema dinámico y, a través de él, encontrar las ecuaciones para describir el comportamiento de dicho sistema en un punto específico, a través del estudio de las señales de entrada y de salida del proceso en cuestión.

Mediante observaciones y estudios de las propiedades de los procesos y fenómenos que nos rodean, la ciencia ha obtenido modelos tales como hipótesis, leyes naturales, etc, con el fin de comprender mejor el comportamiento del mundo que nos rodea y, a partir de sus características básicas, hacer aproximaciones dentro de ciertos parámetros.

Dentro de la construcción de modelos para realizar control de procesos, se cuenta con dos métodos: uno experimental, llamado *"Sistemas de identificación"* y otro que es analítico denominado *"Modelación matemática"*. El primer método constituye el objeto de estudio de este trabajo, el segundo método se basa en la construcción de relaciones matemáticas. Parte del método científico y las técnicas de sistemas de identificación tienen amplia aplicabilidad en procesos industriales como el estudio del comportamiento de procesos y diseño de reguladores, debido a que los sistemas dinámicos abundan en nuestro medio. Por ello, este documento les brinda la posibilidad de familiarizarse con estos métodos de identificación, sus propiedades y utilidades.

MARCO TEORICO

Sistemas dinámicos

Un sistema se entiende como un proceso en el cual interactúan variables de diferentes clases, se tienen entradas u(t), salidas y(t) y entradas de perturbaciones e(t) que son señales externas no deseadas, pero que en todo proceso están presentes.

Un sistema dinámico puede ser definido como un proceso en el cual las entradas u(t) pueden ser controladas por el observador, mientras que las perturbaciones e(t) no lo son. Las señales de salida y(t) son variables, producto del proceso y suministran información sobre el sistema (figura 1).

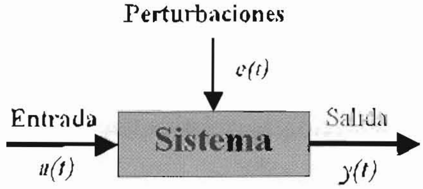

Figura 1. Sistema dinámico

Proceso de modelización

Todo proceso debe ser controlado de una u otra forma para obtener una mayor seguridad y eficiencia; esto es posible gracias a reguladores diseñados a partir de un modelo del proceso, o sea que el proceso de modelación es muy importante en el diseño de reguladores. El proceso de modelización se resume en encontrar modelos que representen sistemas dinámicos.

Modelos

Al trabajar con sistemas, es necesario conocer algunos conceptos acerca de la interacción de las variables que interactúan entre sí. Se define modelo de un sistema a la relación que existe entre una cierta cantidad de señales observadas.

Se tienen diferentes clases de modelos de sistemas:

✓ Modelo intuitivo

No involucra formalización matemática.

✓ Modelos gráficos y tablas

Algunos sistemas describen sus propiedades por medio de gráficas o tablas, los sistemas lineales pueden ser descritos por una respuesta impulso, paso o respuesta de frecuencia.

✓ Modelos matemáticos

Se definen como la relación que existe entre el mundo real y las matemáticas. Describen relaciones entre los sistemas variables en términos matemáticos como ecuaciones diferenciales o ecuaciones de diferencia.

Existen dos métodos para obtener un modelo: *Modelización matemática y sistemas de identificación*.

Modelización matemática

Esta se basa en leyes físicas, como las leyes de Newton y el balance de ecuaciones, a fin de describir el comportamiento dinámico de un fenómeno o proceso.

Sistemas de identificación

Este es una aproximación experimental, en la cual se desarrollan algunos experimentos en el proceso y se determina un modelo, con parámetros asignados que no tienen significado físico.

Los modelos en los sistemas de identificación se obtienen por medio de dos procedimientos: Off-line (fuera de línea), donde se hace un experimento enviando una señal prueba al proceso, luego se toman las mediciones correspondientes y se llevan al computador y a partir de estas mediciones se halla el modelo del sistema. El otro procedimiento es On-line (en línea): el computador está conectado al proceso y este puede ser controlado, lo que quiere decir que si el proceso cambia, el modelo también.

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

Para poder construir un modelo, se deben tener datos observados o datos experimentales. La primera ruta que se utiliza para construir un modelo se conoce como modelización y su naturaleza es teórica. La segunda, denominada sistemas de identificación tiene relación directa con la experimentación, las señales de entrada y la salida del sistema; estas se guardan en el computador para ser analizadas y encontrar el modelo adecuado (figura 2).

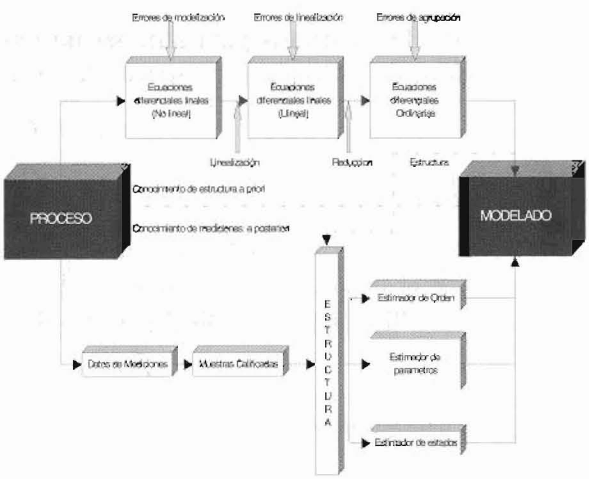

Figura 2. Proceso de modelización

Con base en lo anterior, los modelos se pueden clasificar en modelos blancos y modelos de caja negra, figura 3.

Los modelos obtenidos por sistemas de identificación en contraste con modelos obtenidos de la modelización matemática, tienen las siguientes propiedades:

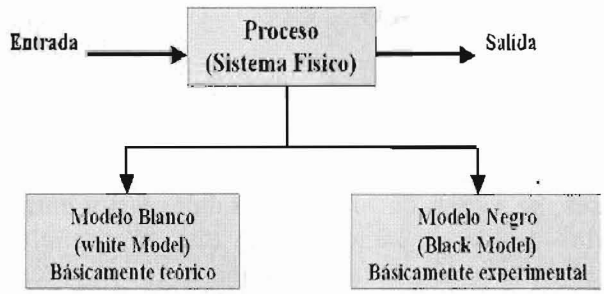

Figura 3. Tipos de Modelos

1. Su validez es limitada.

2. Los parámetros del modelo no tienen un significado físico y son usados solamente como herramienta para dar una buena descripción del comportamiento global del sistema.

3. Su construcción es relativamente fácil.

SISTEMAS INVARIANTES EN EL TIEMPO

Estos sistemas son la clase más importante de sistemas dinámicos y representan idealmente los procesos encontrados en la vida real.

Sistemas lineales

Un sistema es lineal cuando cumple el principio de superposición. "La salida provocada por múltiples entradas diferentes, es la suma de las salidas individuales".

Un sistema lineal, invariante en el tiempo y causal, puede ser descrito por su respuesta impulso $h(\tau)$ como sigue:

$$y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

Conociendo $h(\tau)_{\tau=0}^{\infty}$ y U(s) s para $s \le t$ se puede calcular la correspondiente salida y(s), $s \le t$, para cualquier entrada.

Comportamiento de los sistemas en tiempo continuo y discreto:

Considerando una señal continua y(t), que será observada o medida en el computador a instantes de muestreo $tK = KTs$, para $K=0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$ El período en el cual el computador toma las muestras A, B, C, D, E, F, G, se llama período de muestreo Ts (figura 4).

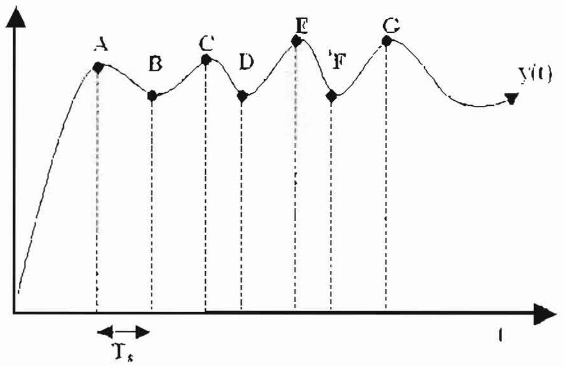

Figura 4. Comportamiento de una señal en tiempo

El objetivo en sistemas de identificación, es trabajar con señales en tiempo discreto, por ello las señales en tiempo continuo se pueden aproximar a tiempo discreto. Como ejemplo, podemos tomar un sistema de primer orden en tiempo continuo, el cual se puede aproximar en tiempo discreto.

Debido a que el computador trabaja con ecuaciones de diferencia, (tiempo discreto) estas resultan de la conversión de las correspondientes ecuaciones diferenciales (tiempo continuo). Por esta razón se obtiene la ecuación de diferencia general de n-orden:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \ldots + b_m u(k-m)$$

La función de transferencia del sistema en tiempo discreto es:

$$\frac{y(k)}{u(k)} = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \sim \frac{B(z)}{A(z)}$$

para $q^{-1} \sim z^{-1}$, $B(q^{-1})$es el polinomio B que corresponde al operador de desplazamiento $(b_0 + b_1 q^{-1} + \ldots + b_m q^{-m})$, el polinomio $A(q^{-1})$ con el operador de desplazamiento $(1 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_n q^{-n})$.

Un sistema lineal con perturbaciones se describe con la ecuación:

$$y(k) = G(q^{-1})u(k) + H(q^{-1})e(k)$$

Donde $G(q^{-1})$ representa la función de transferencia y $H(q^{-1})$ el aporte de ruido.

Respuesta paso

Con una entrada paso, la respuesta del sistema permite conocer empíricamente las características dinámicas del proceso, como tiempo muerto, constante de tiempo, coeficiente de amortiguamiento, entre otros.

Sistemas de primer orden: Si a un sistema de primer orden se aplica una entrada escalón de amplitud M, la transformada de Laplace de su respuesta es :

$$y(s) = \frac{k}{1 + s\tau} \frac{M}{s}$$

La antitransformada de la ecuación anterior es:

$$y(t) = Mk\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

Constante de tiempo para sistemas de primer orden: Se define como constante de tiempo de un sistema de primer orden, al tiempo que debe transcurrir para que la respuesta a escalón del sistema alcance 63,2% de su valor final; en la figura 5 de aquí, se puede notar que:

$$y(\tau) = 0{,}632Mk$$

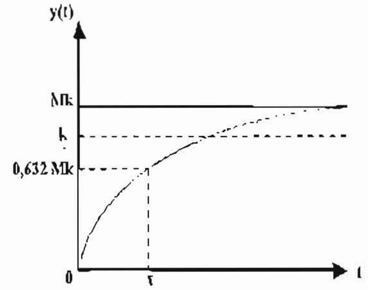

Figura 5. Respuesta a escalón de un sistema de primer orden

Sistemas de segundo orden: La función de transferencia en lazo cerrado de un sistema de segundo orden es de la forma:

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2} = \frac{y(s)}{u(s)}$$

por tanto, la respuesta escalón del sistema estará expresada de la forma

$$y(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2} u(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n + w_n^2} * \frac{k}{s}$$

donde k representa la magnitud del escalón.

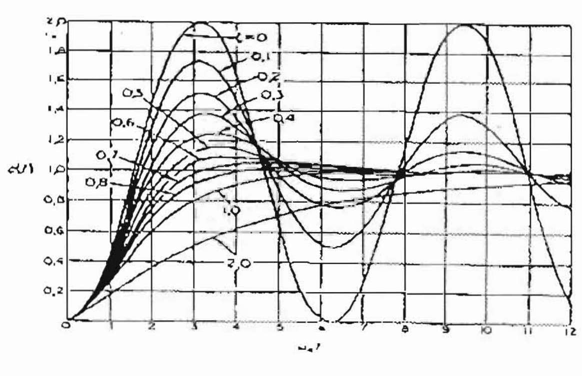

Figura 6. Respuesta paso de un sistema de segundo orden, "ξ" variable

En la figura 6 se muestran las diferentes respuestas para cada uno de los casos anteriores (considerando $k = 1$, es decir para un escalón unitario).

MODELOS PARAMETRICOS PARA SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO

Un modelo completo de un sistema lineal e invariante en el tiempo se describe como:

$$Y(k)=G(q^{-1})u(k)+H(q^{-1})e(k)$$

donde $G(q^{-1})$ representa la función de transferencia y $H(q^{-1})$ el aporte de ruido. Para realizar el proceso de identificación se deben parametrizar $G(q)$ y $H(q)$ de la ecuación anterior; para ello se toman funciones racionales, en las cuales el numerador y el denominador son polinomios y los coeficientes de estos son los parámetros que serán identificados durante el proceso. Se denotan los parámetros como un vector q, luego el sistema puede ser descrito así:

$$y(k) = G(k,\theta)u(k) + H(k,\theta)e(k)$$

A partir de esta descripción, existen cuatro parametrizaciones posibles, las cuales se citan a continuación.

Ecuación de error modelo (ARX). (Autoregresive eXogenous)

La relación entrada salida está descrita por una ecuación de diferencia lineal en la forma:

$$\hat{Y}(k)=\hat{B}(k) +e(k)$$

Modelo ARMAX

Se obtiene mayor flexibilidad describiendo la ecuación de error como un promedio móvil, "moving average", de donde proviene el término

"MA" en el nombre ARMAX y del ruido blanco e(k). La ecuación de diferencia lineal que describe la relación entrada salida para este modelo es:

$$\hat{Y}(k) = \hat{B}(k) + 1 + \hat{E}(k)$$

Estructura del modelo "output error" (OE)

Este modelo resulta útil cuando la relación de entrada y salida sin perturbación puede ser dada por una ecuación de diferencia lineal y la perturbación existe de un ruido de medición blanco aditivo en la salida; entonces se obtiene el siguiente modelo "output error".

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + e(k)$$

Este es un modelo ARMAX con:

$$A(q^{-1}) = C(q^{-1}) = F(q^{-1})$$

Estructura de modelo Box - Jenkins (BJ)

Una generalización evidente del "modelo output error", se puede obtener modelando más el error.

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})1}{D(q^{-1})}e(k)$$

Los modelos anteriores pueden obtenerse como casos especiales de la siguiente descripción general:

$$A(q^{-1})y(k) = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u(k) + \frac{C(q^{-1})1}{D(q^{-1})}e(k)$$

MODELOS NO PARAMÉTRICOS PARA SISTEMAS LINEALES INVARIANTES EN EL TIEMPO

Los sistemas de identificación (Modelización experimental) se estudian como modelos caja negra (black-box), en los cuales se envían señales de prueba al sistema, para observar la salida sin saber lo que sucede en su interior.

Los métodos de identificación para estos modelos se caracterizan porque, los modelos resultantes son gráficos o funciones las cuales no son necesariamente parametrizadas por un vector de parámetros. La respuesta impulso, la respuesta paso o escalón y la respuesta en frecuencia, son algunos ejemplos de modelos no paramétricos, ya que se obtienen a partir de la salida del proceso cuando la entrada ha sido respectivamente una señal impulso, una señal paso o una señal senosoidal.

Algunos de los modelos no paramétricos son:

- Análisis transiente: la entrada es tomada como una señal paso o un impulso y la salida constituye el modelo del sistema
- Análisis de correlación: la entrada es un ruido blanco (white-noise). La estimación de los pesos de la función se obtienen a partir de la relación de una covarianza cruzada normalizada (cross correlation) entre la salida y la entrada.
- Análisis espectral: la respuesta en frecuencia puede ser estimada por entradas arbitrarias dividiendo el espectro cruzado (cross spectrum) entre la salida y la entrada por el espectro de entrada.

HARDWARE IMPLEMENTADO

El sistema mostrado permite observar cual es la interfaz implementada para la toma de datos donde se utilizó la herramienta de software LabView para su posterior análisis en Matlab, logrando la obtención del respectivo modelo; estas mediciones se hicieron en el laboratorio de automatización de la UMNG.

El prototipo se caracteriza por ser una herramienta didáctica, ya que posee diferentes puntos de prueba en los modelos de sistemas de control de primero y segundo orden; de esta forma, se permite la verificación de las señales de entrada, salida y alimentación. Además, parámetros como el factor de amortiguamiento, frecuencia natural del sistema (w_n) y ganancia, pueden ser variados para obtener diferentes respuestas con el mismo modelo. El esquema general del prototipo se fundamenta en los tres sistemas descritos con sus respectivas etapas, en la figura 7.

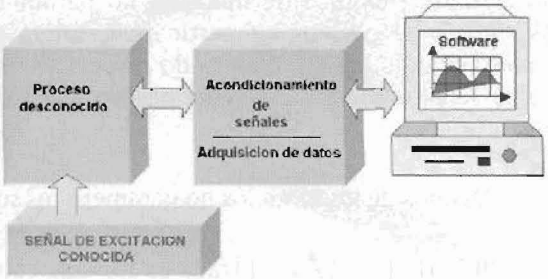

Figura 7. Vista del prototipo

El sistema propuesto permite analizar el comportamiento de sistemas de primero y segundo orden (los cuales han sido simulados por un circuito electrónico), desde el computador. El prototipo cuenta con un modelo de sistema de primer orden y un modelo de sistema de segundo orden; la señal de entrada es una señal paso con una amplitud de 5VDC y se debe generar una señal de salida o respuesta correspondiente al tipo del sistema.

En la etapa de acondicionamiento de señales se ha implementado una fuente de corriente con el fin de garantizar que la señal de excitación a una planta real (motor DC) esté dentro de los rango mínimos para lograr la respuesta del sistema. La tarjeta implementada en el PC consta de un integrado PPI 8255 y en la parte externa de unos conversores AD y DA como muestra las figuras 8 y 9 respectivamente.

Para la simulación análoga de sistemas de primero y segundo orden se hace con el AM-OP LM741; para un sistema de orden dos, por ejemplo, se tiene la implementacion de la figura 10.

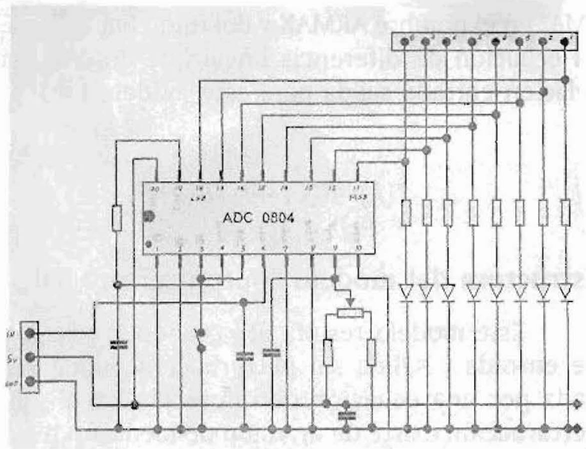

Figura 8. Implementación de la tarjeta de conversión análoga digital

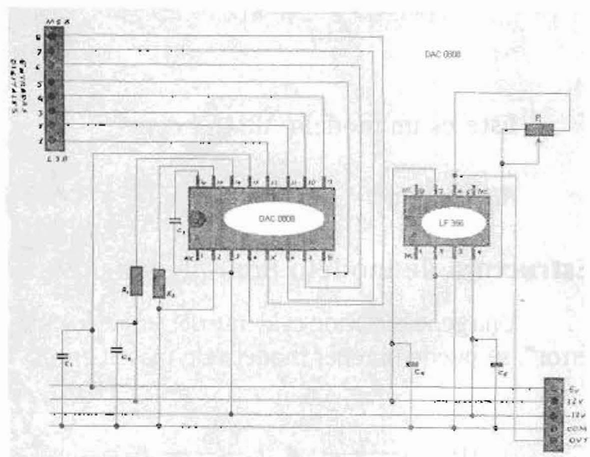

Figura 9. Implementación de la tarjeta de conversión digital análoga

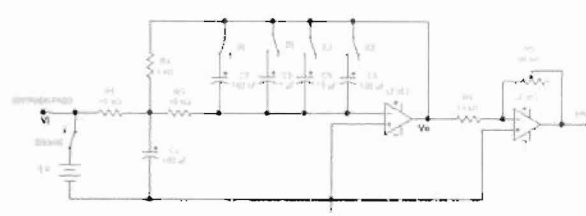

Figura 10. Sistema de segundo orden

En la figura 11, se muestra la pantalla del software de adquisición de datos implementado, es decir esta es la interfaz de usuario para la toma de datos del sistema por identificar:

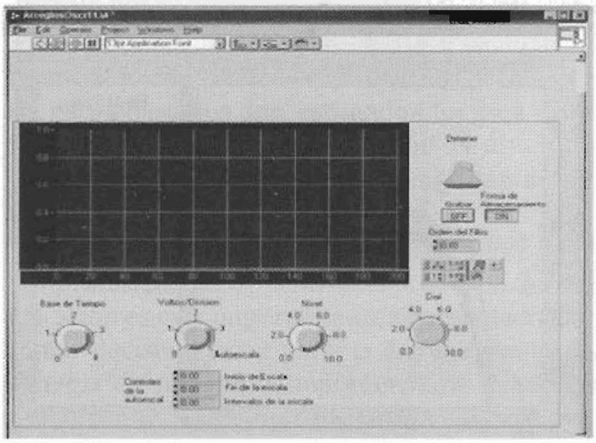

Figura 11. Panel frontal

Para la verificación de los datos obtenidos se hizo una exportación al programa Excel para de otra manera visualizar y observar con mayor claridad de nuevo los datos, como muestra la figura 12.

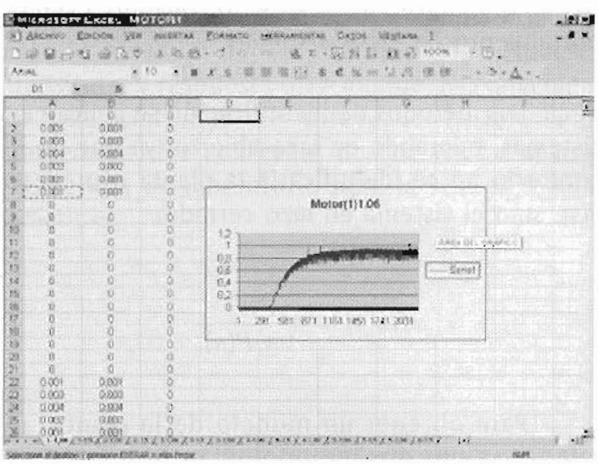

Figura 12. Gráfica en Excel de los datos

Posteriormente los datos son analizados y procesados con el toolbox Ident de Matlab, para la consecuente obtención del modelo del sistema.

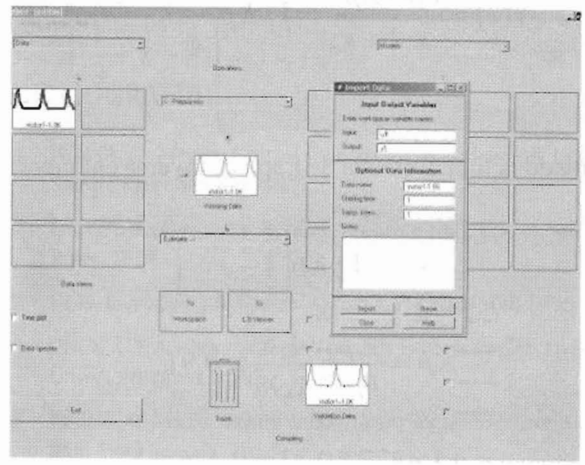

Figura 13. Ventana para importar desde matlab

Modelación de motor DC

La modelación de un sistema real, motor DC se hizo soportado en la implementacion mostrada en la figura 14

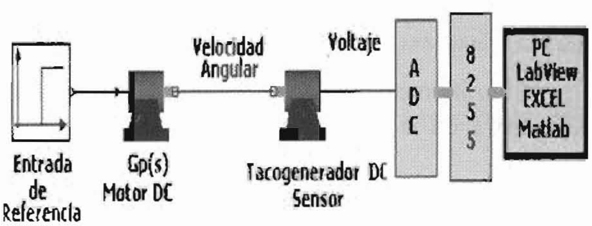

Figura 14. Esquema de sistema de motor DC

En este sistema, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Se realizó la obtención del gráfico de la respuesta a una entrada escalón de 1.98V y a partir de ahí se hizo una modelación manual (matemática) para luego ser verificada en simulación por medio de sistemas de identificación. El procedimiento fue el siguiente:

El sistema se asume de primer orden:

$$y(s) = \frac{Vp}{s}\frac{Kp}{1+s\tau} = VpKp\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s+\frac{1}{\tau}}\right)$$

tomado la transformada de Laplace inversa entonces:

$$y(t) = VpKp\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$Kp = \frac{y_{ss}}{Vp} = \frac{1.8}{1.98} \approx 0.91$$

$$\tau = 1.4427 * 0.33 = 0.476seg$$

Luego la función de transferencia del sistema es:

$$G(s) = \frac{0.91}{1+0.467s}$$

El gráfico de los datos obtenidos con el SAD se muestra en la figura 15.

Este mismo procedimiento fue realizado por medio de sistemas de identificación; aquí se obtiene un modelo directo y aquí es más sencillo

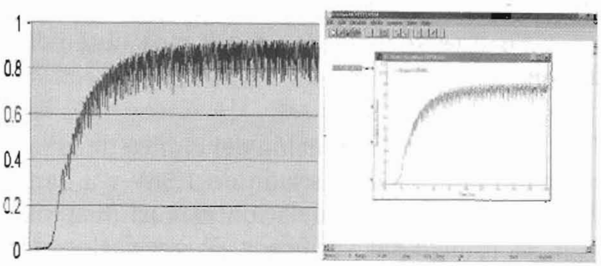

Figura 15. Datos obtenidos para motor DC y su simulación en Vissim

realizar cambios en la función de transferencia y en el método de cálculo de los coeficientes; una salida típica del sistema es como se muestra en la figura 16.

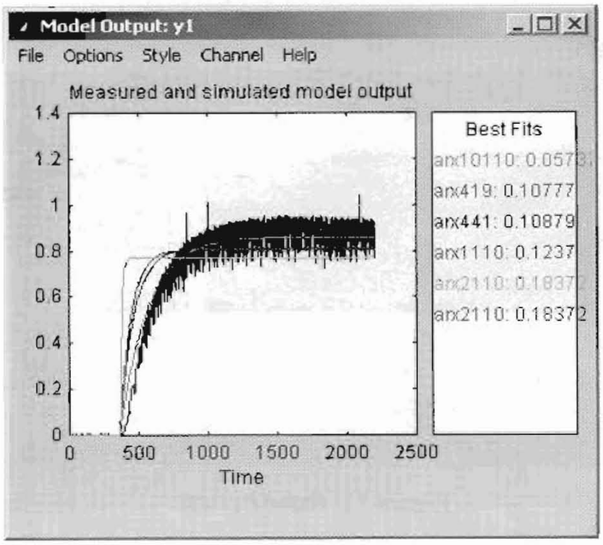

Figura 16. Salida de diferentes modelos usando el método ARX

CONCLUSIÓN

Al observar sistemas dinámicos, tanto en áreas técnicas como en no técnicas, se evidencia la necesidad de obtener modelos matemáticos que suministren información descriptiva sobre el comportamiento de estos sistemas.

Los métodos de identificación se aplican en sistemas, operando en lazo abierto, ya que de lo contrario no se identificaría la planta o proceso P(s), sino el sistema en lazo cerrado.

$$G_0(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)}$$

Para obtener un modelo de la planta, se pueden seguir dos metodologías diferentes. La primera de ellas es el estudio minucioso de cada uno de los procesos que tienen lugar en la planta. La segunda metodología es la identificación, que es el estudio de las señales de entrada y de salida sin tener en cuenta las causas físicas de la interrelación entre ellas. Los mejores resultados se obtienen combinando ambos métodos. Primero se estudian los fenómenos que ocurren en la planta y se propone un modelo con cierta estructura. Los parámetros de estos modelos son estimados luego a través de la identificación. Si los modelos obtenidos inicialmente son inexactos, se exploran estructuras más complejas.

En sistemas de control, el problema de identificación es muy importante como un soporte para tomar decisiones con miras a lograr la mejor estrategia de control; la importancia de conocer el proceso que se quiere controlar es el mejor sustento para la anterior afirmación.

Es común que en los laboratorios de control no existan herramientas que sirvan para la realización de prácticas relacionadas con el tema; por esto toma importancia la implementación de prácticas de laboratorio que sirvan de soporte y además es una buena practica para los temas de adquisición de señales y diseño de experimentos para su posterior identificación.

El uso de circuitos electrónicos para la simulación analógica de sistemas, ayuda a la mejor comprensión de los conceptos de respuesta transitoria y respuesta estacionaria. Es conveniente que sistemas de diferente orden sean implementados con el fin de que haya aún más elementos de laboratorio para la realización de prácticas.

El trabajo deja claro que el tema de identificación involucra un fuerte estudio de sistemas en tiempo discreto y conceptos de probabilidad. Se hace, entonces, énfasis en la inclusión de estos temas como objeto de estudio en los cursos de matemáticas.

BIBLIOGRAFIA

1 OGATA, K., *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, Upper Saddle River 3erd ed, 1997

2 OGATA, K., *Dynamics Systems*, Prentice Hall, Upper Saddle River, 1998

3 KUO, B., *Automatic Control Systems*, Prentice Hall 1995

4 CHEN, C T, *Analog and Digital Control Systems Design*, Oxford University press, 1993

5 LYUNG, L., *Systems Identification, theory for the user*, prenticee hall, 1999

6 LYUNG, L., *Modelling of Dynamics systems*, prentice hall, 1997

5 RICO, J., *Control Identificación y Estimación*, Fondo de Publicaciones Universidad Distrital Fco. José de Caldas, 1 ed. 1997.

6 GUTIÉRREZ, A., Briers, J. *Sistemas de identificación*, Automatización Industrial, SENA regional Bogota & Corporación Universitaria de Ibagué, 1997

7 OGUNNAIKE, R., Process Dynamics, Modelling, and Control, Oxford, 1994

8 SHAHIAN, B., Hassul, M., *Control System Design using Matlab*, Prenticee Hall 1993

10 THE MATHWORKS, *Control Systems Toolbox, for use whit Matlab*, Userguide Ver 4.2, 1998

11 THE MATHWORKS, *Systems Identification*, Userguide Ver 4.0.5, 1998