

NOTAS TECNICAS

RESISTENCIA MECÁNICA DE LOS TABLEROS DE DENSIDAD MEDIA PARTE 2: MODELO POLINOMIAL ORTOGONAL PARA ESTIMAR LA RESISTENCIA A LA FATIGA EN LA TRACCIÓN*

MECHANICS STRENGTH OF MEDIUM DENSITY FIBERBOARD PART 2: ORTHOGONAL POLYNOMIAL MODEL TO ESTIMATE THE FATIGUE STRENGTH IN THE TENSILE

Mariano Martínez-Espinosa¹, Carlito Calil Jr.²

RESUMEN

Tableros de Densidad Media (MDF), son composites a partir de madera, ampliamente utilizados en varias aplicaciones industriales, inclusive aquéllas estructurales que dependen de la fatiga. Aun así, sus aspectos relativos a la fatiga han sido comúnmente ignorados. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es presentar un modelo polinomial ortogonal para estimar la resistencia de los MDF a la fatiga en la tracción. Los resultados de los ensayos muestran que el modelo polinomial ortogonal basado en un diseño compuesto central ortogonal, es un buen estimador del número de ciclos en función de la tensión y de la frecuencia de la fatiga de tableros MDF.

Palabras claves: MDF, fatiga, modelo polinomial ortogonal.

ABSTRACT

Medium Density Fiberboard (MDF), is a wood-base composite widely employed in several industrial applications, in addition to its use in timber structures subjected to dynamic load. The fatigue life of this material have been little attention by researches in the area. Therefore, the objective of this work is to present a orthogonal polynomial model to estimate the fatigue strength in the tensile of MDF subjected to stress. The results of the tests on specimens showed that the orthogonal polynomial model based on a central orthogonal composite design is a good estimator of the number of cycles as a function of the stress and frequency to fatigue strenght of MDF.

Keywords: MDF, fatigue, orthogonal polynomial model.

*Recibido 12 de noviembre 2003. Aceptado 9 de junio 2004. Maderas: Ciencia y Tecnología 6(1):61-71

¹Post-Doctorando en Estructuras de la EESC/USP. ✉ marianom@sc.usp.br

²Profesor Titular de la EESC/USP. calil@sc.usp.br

INTRODUCCIÓN

1. Tableros de Densidad Media (MDF)

Por sus propiedades, costos y consideraciones de manufacturas, los tableros de densidad media, son ampliamente utilizados en distintas aplicaciones industriales, tales como: muebles, construcción civil y otros usos (Ansell et al., 1991). Sin embargo, los aspectos relacionados a la fatiga de este producto generalmente han sido ignorados (Hansen, 1991), aunque la mayoría de las fallas de servicios relativos a causas mecánicas de los materiales, en general se dé por la fatiga (Callister, 1994).

El estudio de la fatiga en MDF es posible, debido a sus propiedades y características generales (Hansen, 1991). Para este propósito se debe utilizar un diseño estadístico de experimentos apropiado que permita obtener información precisa que pueda analizarse por medio de métodos estadísticos con la finalidad de hacer inferencias válidas y objetivas (Martínez et al., 2000(a)).

El uso de un diseño estadístico de experimentos en el estudio de la fatiga de MDF, es justificado por varias causas, estas son: menor número de ensayos, menor tiempo en la realización de los ensayos y consecuentemente menor costo, menor variabilidad en los resultados, entre otros. (Martínez et al., 2000(a) y Montgomery, 1991).

MDF, es un producto homogéneo, uniforme, estable, de superficie plana y lisa que ofrece buena trabajabilidad y óptima aceptación para recibir revestimientos con diversas terminaciones. Son ampliamente utilizado por las industrias de muebles, pues la solidez y la uniformidad garantizan resultados satisfactorios en el uso de técnicas convencionales (atornillar, encajar, y así sucesivamente), sus características de resistencias mecánicas permiten su uso incluso hasta en tableros estructurales (Castro, 1998-b).

Además, los MDF puede usarse ventajosamente para la producción de piezas torneadas y talladas, que anteriormente sólo era posible con la utilización de madera sólida, como por ejemplo: varas para cortinas, piezas de muebles y otros tipos de piezas de pequeñas y grandes estructuras (Revista da Madeira, 1982).

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo es el desarrollo de un modelo polinomial ortogonal múltiple para estimar la resistencia de los MDF a la fatiga en la tracción. Procurando reducir el número, tiempo y por consiguiente el costo de los ensayos, además, disminuir la variabilidad y mejorar la confiabilidad de los resultados experimentales.

2. La fatiga en MDF

La fatiga es la falla estructural que resulta cuando un material es sujeto a tensiones repetidas o cargas cíclicas, por un periodo de tiempo de utilización considerable.

El esfuerzo que un material puede soportar bajo la acción de cargas cíclicas es mucho menor que el soportada bajo la carga estática. En otros términos, una falla por la fatiga puede ocurrir con un esfuerzo menor que el límite de resistencia del material.

Un ciclo es un intervalo de tiempo en que algún esfuerzo es aplicado en la probeta, de una manera cíclica, regularmente en un mismo orden. El esfuerzo para un material homogéneo se define como el cociente entre la carga o fuerza aplicada y el área de la superficie resultante.

En general las formas de ondas de tensión usadas en los ensayos de fatiga son triangulares, cuadradas o sinusoidales, y los ciclos típicos de tensión utilizados en la fatiga son: tensiones inversas, tensiones de flotación y tensión irregulares o al azar (Callister, 1994).

En particular las propiedades de fatiga de la madera y productos de madera (por ejemplo, madera laminada) son influenciadas por los siguientes factores (Hansen, 1991):

- 1) Las especies, lugar de origen, la densidad, etc.
- 2) El tamaño y forma de las probetas.
- 3) El contenido de humedad.
- 4) El tipo de carga aplicada. Normalmente los experimentos son hechos en ensayos de tracción, compresión, flexión o una combinación de estos. Generalmente los experimentos de fatiga son hechos con cargas armónicas y para este tipo de cargas tres factores son de importancia:
 - La razón entre la tensión mínima y máxima.
 - El valor de la tensión.
 - La frecuencia (el periodo de carga).
- 5) Otros factores que pueden afectar las propiedades de la fatiga en madera son la temperatura, los tratamientos químicos, adhesivos, etc.

Aun, no existen propiedades específicas de fatiga en MDF, sin embargo, es posible estimar la resistencia de la fatiga de este material, considerando que los MDF son un producto homogéneo y aproximadamente isotrópico. Siendo así, para el estudio del mismo, se pueden considerar las etapas de ruptura de un material isotrópico sujeto a la fatiga. Por lo tanto, para estimar la resistencia a la fatiga a la tracción de este material, será propuesto un modelo polinomial ortogonal múltiple de la distribución normal basado en un diseño factorial con tres niveles (Martínez, 2001).

3. Polinomios ortogonales múltiples de distribución normal

3.1. Definición del modelo.

Una expresión polinomial de grado d puede ser considerada como una expansión de la Serie de Taylor de la función teórica verdadera básica $f(\tilde{X}^c)$ truncada después del termino de orden d , donde las siguientes propiedades usualmente se cumplen (Box et al., 1987):

- 1) La orden más alta de la función aproximada, o más cerrada de la serie de Taylor puede aproximarse a la función verdadera.
- 2) Cuanto menor es la región sobre la cual la aproximación es hecha, mejor será la posible aproximación con una función polinomial de un grado dado.

En la práctica, frecuentemente podemos suponer que, sobre regiones limitadas del espacio de los factores, un polinomio de primer o segundo grado puede representar adecuadamente la función verdadera (Box et al., 1987). En este estudio consideramos un polinomio de segundo grado, basado en un diseño factorial con tres niveles, pues únicamente verificamos el efecto de dos variables

independientes (esfuerzo y frecuencia). De esta manera, la forma general de un modelo de segundo orden, es dado por la siguiente ecuación:

$$Y_i = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i x_i^c + \sum_{i=1}^k a_{ii} x_i^{2c} + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2}^k a_{ij} x_i^c x_j^c + \varepsilon_i^c, \quad (1)$$

$$i < j$$

donde la respuesta Y_i en problemas de fatiga en general es el logaritmo de N (ASTM: E739/80), $x_1^c, x_2^c, \dots, x_k^c$ son las variables independientes codificadas que influyen en la respuesta Y_i . Los valores $a_0, a_i (i = 1, 2, \dots, k), a_{ii} (i = 1, 2, \dots, k), a_{ij} (i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k)$, son los parámetros desconocidos a ser determinados, y ε_i^c es el error aleatorio (residuo), donde la letra minúscula indica el residuo del modelo con las variables independientes codificadas.

Para estimar los parámetros del modelo dado en la ecuación (1) es preferible utilizar la notación matricial, pues esta facilita los cálculos, siendo así, la misma puede ser escrita como:

$$\tilde{Y} = X^c \tilde{A} + \tilde{\varepsilon}^c, \quad (2)$$

donde $\tilde{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$, X^c es una matriz $n \times p$ codificada, con n líneas las cuales representan los n ensayos experimentales y $p = (k+1)(k+2)/2$ columnas, \tilde{A} es un vector $p \times 1$ de parámetros desconocidos y $\tilde{\varepsilon}^c = (\varepsilon_1^c, \varepsilon_2^c, \dots, \varepsilon_n^c)'$.

Los supuestos hechos sobre los $\tilde{\varepsilon}^c$ para las estimaciones por mínimos cuadrados son (ver por ejemplo, Draper et al., 1998):

$$E(\tilde{\varepsilon}^c) = \tilde{0}, \quad Var(\tilde{\varepsilon}^c) = \phi^{2c} I_n, \quad (3)$$

esto es, los $\tilde{\varepsilon}^c$ son variables aleatorias normalmente distribuidas ($\varepsilon_i^c \approx N(0, \phi^{2c} I_n)$), independientes, con media cero y variancia ϕ^{2c} constante, donde I_n es la matriz identidad de orden $n \times n$.

3.2. Comprobación de la idoneidad del modelo

Una de las herramientas más significantes para la comprobación de la idoneidad del modelo, es el análisis gráfico de los residuos ($\hat{\varepsilon}^c$) y el coeficiente de determinación (R^2).

3.3. Ortogonalización del modelo

Para la formulación del modelo de la ecuación (1) o de la ecuación (3), fue considerado un diseño factorial, por este motivo, los valores de las variables independientes fueron codificados (Martínez, et al., 2000(a)). En este caso, los valores de las variables que forman la matriz X^c dada por el modelo de la ecuación (4) pueden ser ortogonalizados con bastante facilidad (Box et al., 1987), la matriz X^c ortogonalizada, en forma general, puede ser representada de la siguiente manera:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Las variables x_{ip} y x_{iq} son llamadas ortogonales una con relación a otra si $x_{ip}x_{iq} = 0$, para $p \neq q$ (Khuri et al., 1996).

Así, utilizando la matriz dada por la ecuación (4), el modelo dado por la ecuación (2) puede ser escrito como:

$$\tilde{Y} = X\tilde{A} + \tilde{\varepsilon}, \quad (5)$$

que es el modelo polinomial ortogonal múltiple de la distribución normal, donde $\tilde{\varepsilon}$ es el error aleatorio del modelo con distribución normal, con media cero y variancia constante.

La utilización de la ortogonalidad en la aplicación estadística es justificada por varias razones, pero, una de las causas principales es que la matriz $\tilde{X}'\tilde{X}$ es una matriz diagonal, lo que facilita notablemente las estimaciones de los parámetros, del modelo polinomial ortogonal dado por la ecuación (5). Otra ventaja es que se puede decomponer fácilmente la suma de cuadrados de la regresión en componentes con apenas un grado de libertad, cada una de las cuales correspondiendo a la cantidad de variación de Y explicada por un factor dado.

Un caso particular del modelo dado por la ecuación (5), para $k=2$ variables independientes es el modelo cuadrático dado por:

$$Y_i = a_0 + a_1x_{1i} + a_2x_{2i} + a_3x_{1i}^2 + a_4x_{2i}^2 + a_5x_{1i}x_{2i} + \varepsilon_i, \quad (6)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$ y $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, donde los parámetros del modelo son obtenidos por los métodos de mínimos cuadrados (Martínez, et al., 2003).

Observe también que el modelo cuadrático dado por la ecuación (6), puede ser utilizado para estimar los efectos del esfuerzo y de la frecuencia en el número total de ciclos hasta la falla, en estudios de la fatiga en MDF en la tracción. Pues de acuerdo con el diseño utilizado, tenemos dos variables independientes con tres niveles cada una, además, son consideradas réplicas (Martínez, et al., 2003). La idoneidad o no de los modelos dados por las ecuaciones (5) y (6), puede ser verificada por el análisis de las gráficas de los residuos y el coeficiente de determinación (R^2). Otras técnicas pueden ser encontradas en los libros de estadísticas y de regresión (ver por ejemplo, Draper et al., 1998).

MATERIALES Y METODOS

Este estudio fue realizado en el Laboratorio de Maderas y de Estructuras de Madera (LaMEM) de la Escuela de Ingeniería de San Carlos de la Universidad de San Paulo (USP)-SP-Brasil.

- **Material utilizado en la investigación:** un MDF producido por las industrias brasileñas, con las siguientes dimensiones: $15\text{ mm} \times 183\text{ mm} \times 275\text{ mm}$ (espesor x ancho x longitud).
- **Método de Muestreo:** el método de muestreo utilizado en la selección de las probetas fue el aleatorio simple, seleccionando al azar 18 probetas (Martínez et al., 2000), considerando un diseño factorial con tres niveles (Martínez, et al., 2000(b)) y siguiendo las indicaciones de la norma ASTM: D1037/96a (1996).
- **Dimensión y confección de las probetas:** para la determinación de la resistencia a la fatiga en MDF, en la tracción, fueron utilizadas probetas con las dimensiones establecidas por la norma ASTM: D1037/96a (1996), como se muestra en la Figura 1.

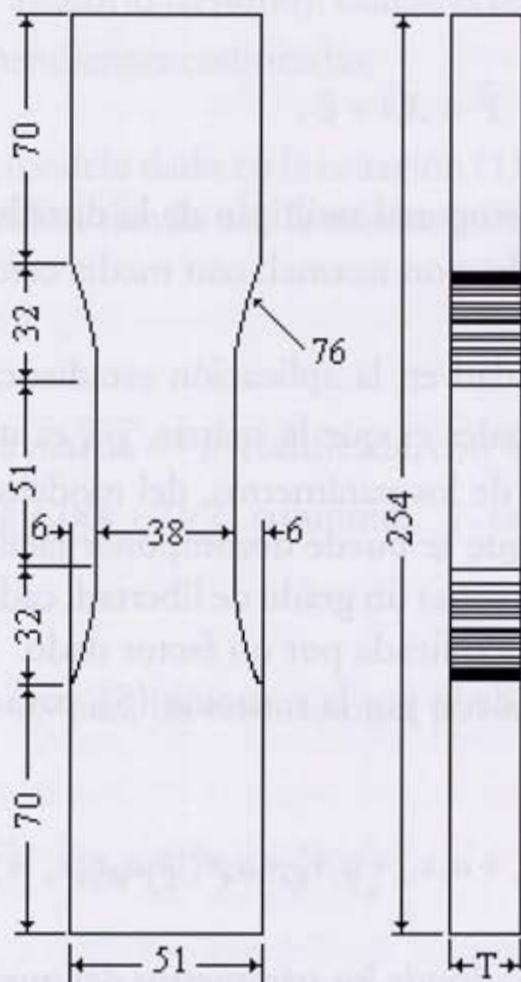


Figura 1: Dimensiones de la probeta para el ensayo de tracción paralela a la superficie (mm).

- **Ejecución de los ensayos:** la ejecución de los ensayos estáticos y cíclicos fue realizada en la máquina universal de ensayos DARTEC M1000/RC del LaMEM. Los datos obtenidos en los ensayos estáticos fueron utilizados para establecer los niveles de tensión máxima y mínima para los ensayos de fatiga en la tracción. El procedimiento y los resultados de los ensayos estáticos son presentados en la Parte 1 de este trabajo (Martínez et al., 2002). En los ensayos cíclicos se utilizaron ciclos de tensión fluctuante de forma sinusoidal, considerado frecuencias de 1; 5 y 9 HZ para las probetas, y cargas cíclicas de 60, 75 y 90% de la resistencia del material, estimados en los ensayos estáticos (en promedio $F_r = 10,11\text{ kN}$, en la condición seca).
- **Diseño estadístico de experimento:** se utilizó un diseño factorial con tres niveles, pues en este problema se estudia el número total de ciclos hasta la falla (variable respuesta), siendo considerada dos réplicas y usando combinaciones de dos factores (el esfuerzo y la frecuencia), cada una ensayada con tres niveles. Los niveles para cada factor, así como el código para cada nivel son dados en la Tabla 1, donde los códigos -1, 0 y 1, se obtienen de la siguiente manera:

$$x_1^c = \frac{x_1^* - 75}{15}, x_2^c = \frac{x_2^* - 5}{4}, \text{ donde, } f_{10}^* = \frac{60 + 75 + 90}{3} = 75, f_{20}^* = \frac{1 + 5 + 9}{3} = 5, s_1^* = 75 - 60 = 15 \text{ y } s_2^* = 5 - 1 = 4.$$

Tabla 1: Número de ciclos, sobre tres niveles de tensiones y tres tipos de frecuencias.

Código de los niveles.	x_i^c	-1	0	1
Tensión (S) en %.	x_1^*	60	75	90
Frecuencia (f) en %.	x_2^*	1	5	9

RESULTADOS Y DISCUSIONES

En la Tabla 2, se presentan los resultados experimentales, considerando la codificación dada en la Tabla 1. Observe también que en la Tabla 2 el número de réplicas es representado por N_{il} e N_{i2} , respectivamente.

Tabla 2: Datos de MDF obtenidos en el diseño factorial con tres niveles.

Ensayo (i)	RESPUESTA		Factores	
	N_{il}	N_{i2}	S	f
1	6201	9423	-1	-1
2	1831	1447	0	-1
3	91	108	1	-1
4	17158	22885	-1	0
5	4405	5362	0	0
6	214	153	1	0
7	43051	37736	-1	1
8	6263	6597	0	1
9	548	482	1	1

Nota: Cabe resaltar que los niveles -1, 0 e 1 no corresponden al conjunto de tensión e frecuencia, mas sí al valor individual de cada variable independiente codificada (tensión y frecuencia).

El análisis de los datos de la Tabla 2 comienza con un análisis de los residuos de este modelo.

Así, para verificar la igualdad de la variancia, fue utilizada una gráfica de los residuos contra los valores estimados (Figuras 2). De la Figura 2, se puede concluir que la variancia no es constante, pues se observa un aumento de la variancia en forma de curva. Generalmente, cuando esto ocurre se hace una transformación logarítmica de los datos ($y = \log(N)$), para tratar de estabilizar esta variación.

Para verificar la distribución normal, se utilizó la gráfica de los escores normales (Figura 3), se puede observar que los puntos no están localizados, de forma aproximada, sobre una recta, lo que indica que los residuos del modelo, no siguen una distribución normal.

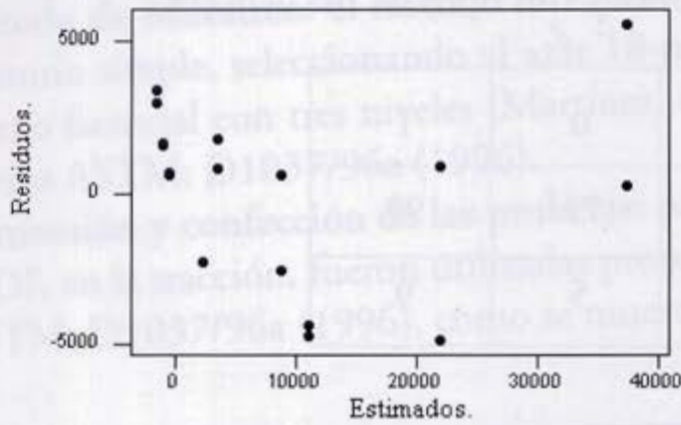


Figura 2: Gráfica de los residuos contra los valores estimados.

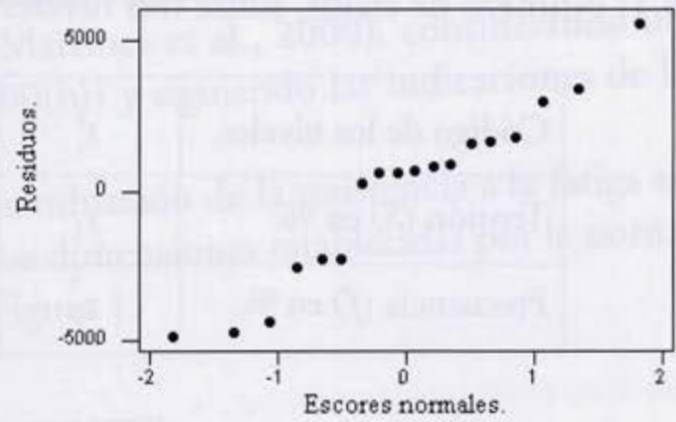


Figura 3: Gráfica de los residuos contra los escores normales.

A continuación se realiza una transformación de los datos ($\log(N)$), y se construye la gráfica de los residuos contra los valores estimados (Figura 4) y la gráfica de los escores normales (Figura 5).

De la Figura 4 se puede concluir que la variancia es constante, y en la Figura 5 se observa una relación aproximadamente lineal, esto indica que los residuos siguen una distribución normal aproximada. Para confirmar el supuesto de normalidad indicado, fue realizado la prueba estadística de Shapiro, esta prueba es basada en la teoría de correlación (Shapiro, 1972). A partir de la realización de esta prueba (Figura 6), fue posible concluir que la suposición de normalidad no fue rechazada por los datos de la muestra considerada.

Por consiguiente, para determinar los efectos de los factores, será utilizado el modelo dado por la ecuación (6), con los datos del N transformados y los valores de los factores codificados. A continuación en la ecuación (7) se presenta este modelo:

$$\hat{y} = 3,5984 - 0,9701x_1^c + 0,3388x_2^c - 0,2770x_1^{2c} - 0,04449x_2^{2c} - 0,0018x_1^c x_2^c \quad (7)$$

Este modelo, tiene una desviación estándar muestral de 0,0956 y un coeficiente de determinación de 99,2% ($R^2 = 99,2\%$). Además de estos valores, en la Tabla 3 se presentan los coeficientes de las variables independientes, con sus respectivas desviaciones estándar (DE), valor de la razón t_o , número de observaciones (n) y P (probabilidad), y en la Tabla 4 la suma de cuadrados (SC) y grados de libertad (g.l.), para los datos del modelo de la ecuación (7).

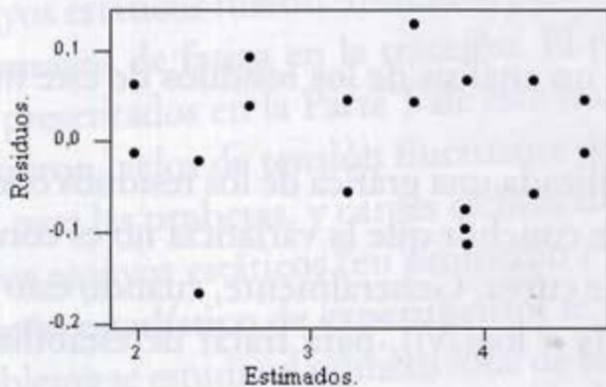


Figura 4: Gráfica de los residuos contra los valores estimados (datos transformados).

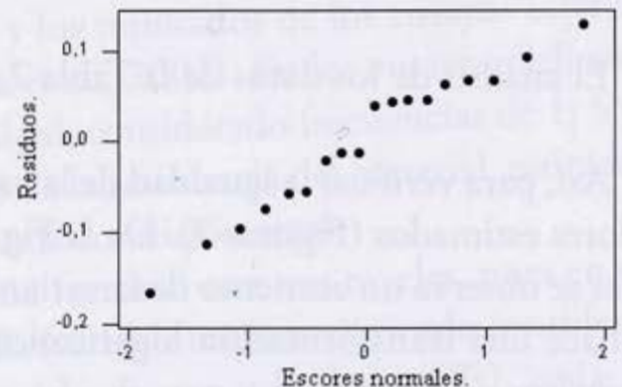
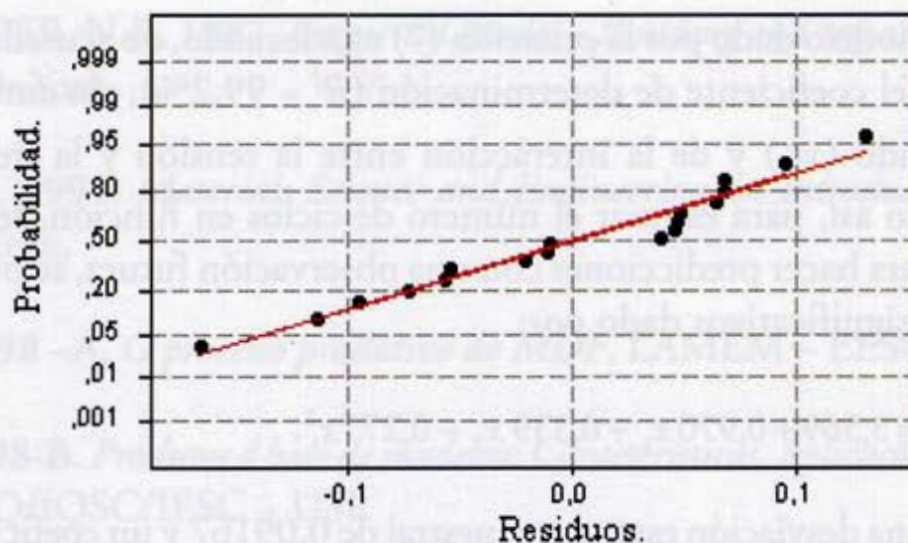


Figura 5: Gráfica de los residuos contra los escores normales (datos transformados).



Prueba para Normalidad:

Media = 0, DE = 0,08033, n=18, R=0,9814 y P-Valor (aproximado)>0,1000

Figura 6: Gráfica de probabilidad normal para los residuos de los datos de la Tabla 2 (transformados).

Tabla 3: Coeficientes de regresión de las variables independientes, DP, t_0 , n , R^2 e s , para los datos del modelo de la ecuación (7).

Variable.	Coefficiente.	DE.	t_0	P
Constante	3,59842	0,05039	71,41	0,000
x_1^c	-0,97017	0,02760	-35,15	0,000
x_2^c	0,33887	0,02760	12,28	0,000
x_1^{2c}	-0,27703	0,04781	-5,79	0,000
x_2^{2c}	-0,04449	0,04781	-0,93	0,370
$x_1^c x_2^c$	-0,00184	0,03380	-0,05	0,957
$n = 18 \quad R^2 = 0,992 \quad s = 0,0956$				

En la Tabla 3 se observa que los efectos mayores para el número de ciclos hasta la falla, en el orden descendente son la tensión ($x_1^c = -0,97017$), frecuencia ($x_2^c = 0,33887$) y la tensión al cuadrado ($x_1^{2c} = -0,27703$), aun así el efecto cuadrático de S no es tan grande, cuanto los efectos individuales de f y S (efectos principales de f y S), respectivamente.

Tabla 4: Suma de cuadrados (SC) y grados de libertad (g.l.) de las variables independientes, para los datos del modelo de ecuación (7).

Variable.	g.l.	SC.
x_1^c	1	11,2947
x_2^c	1	1,3780
x_1^{2c}	1	0,3070
x_2^{2c}	1	0,0079
$x_1^c x_2^c$	1	0,0000
Regresión	5	12,9876
Residuo	12	0,1097

Observe que el modelo dado por la ecuación (7) es adecuado, de acuerdo con las gráficas de los residuos y el valor del coeficiente de determinación ($R^2 = 99,2\%$), sin embargo, los efectos de la frecuencia al cuadrado (x_2^2) y de la interacción entre la tensión y la frecuencia ($x_1^c x_2^c$) no son significativos. Siendo así, para estimar el número de ciclos en función de la S y de la f para los datos obtenidos o para hacer predicciones con una observación futura, se puede utilizar el modelo sin los términos no significativos dado por:

$$\hat{Y} = 3,569 + 0,970 x_1 + 0,339 x_2 - 0,277 x_1^2. \quad (8)$$

Este modelo, tiene una desviación estándar muestral de 0,09167 y un coeficiente de determinación de 99,1% ($R^2 = 99,1\%$).

Observación: Actualmente existen muchos paquetes estadísticos computacionales para el análisis de datos. En este trabajo se utilizó el MINITAB V.13, por varias ventajas, tales como: facilidad en su uso, precisión, versatilidad de las varias técnicas estadísticas, entre otras.

CONCLUSIONES

- 1) El uso de un diseño estadístico de experimentos para el estudio de la fatiga en MDF, es justificado por varias causas, principalmente por: menor número de ensayos, menor tiempo en los ensayos y por consiguiente, menor costo, menor variabilidad y mejor confiabilidad en los resultados.
- 2) Para analizar los datos de fatiga en MDF se debe usar una transformación logarítmica de los datos originales de la variable respuesta, y una codificación de las variables independientes.
- 3) Estadísticamente el efecto de la frecuencia así como el de la tensión son altamente significantes.
- 4) Como el efecto de S y f son significantes, el investigador debe utilizar un modelo estadístico, para estimar el número total de ciclos hasta la fractura en función de la frecuencia y de la tensión, y no únicamente en función de la tensión como es usual en la práctica.
- 5) El modelo polinomial ortogonal es un buen estimador para el número de ciclos en los niveles intermedios de la S y f , o todavía para determinar los niveles de estos factores que maximizan el número total de ciclos hasta la fractura, en el estudio de la fatiga en MDF.
- 6) Finalmente, concluimos que, el modelo ortogonal polinomial propuesto es de gran interés práctico para el estudio de la fatiga en la tracción en MDF.

BIBLIOGRAFIA

- ANSELL, M.P., HANCOCK, M. AND BONFIELD, P.W. 1991. Wood Composites – The optimum Fatigue Resistant Materials for commercial wind Turbine Blades. *International Timber Engineering conference London*, Pap – 3741.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, 1996. Standard Test Methods for Evaluating Properties of Wood-Base Fiber and Particle Panel Materials. ASTM: D1037/96a, p. 1-30.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS, 1981. Statistical Analysis of Fatigue Data. ASTM: E739/80. p. 129-137.

- BOX, G.E.P.; DRAPER, N.R. 1987. *Empirical Model – Building and response surfaces*, John Wiley & Sons Inc., New York.
- CALLISTER, W.D. 1994. *Materials Science and Engineering an Introduction*, John Wiley and Sons Inc., New York.
- CASTRO, E.M. 1998 –A. *O processo produtivo do MDF*, LAMEM – EESQ/IQSC/IFSC – USP.
- CASTRO, E.M. 1998-B. *Produtos á base de madeira: Características. Aplicações e processos produtivos*, LAMEM – EESQ/IQSC/IFSC – USP.
- DRAPER, N.R., SMITH, H. 1998. *Applied Regression Analysis*. John Wiley & Sons Inc., New York.
- HANSEN, L.P. 1991. Experimental investigation of fatigue properties of Laminated Wood Beams, *Timber Engineering conference*, London, p. 3742.
- KHURI, A.I.; CORNELL, J.A. 1996. *Response Surfaces: Designs and Analyses*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- MARTÍNEZ, M.E.; CALIL, C.J. 2000(A). Statistical Fatigue Experiment Design in Medium Density Fiberboard. *Journal Materials Research*, 3(3): 84-91.
- MARTÍNEZ, M.E.; CALIL, C. J.; SALES, A. 2000(B). Un método de muestreo para la determinación de las propiedades físicas y mecánicas de la madera. *Revista Madera Ciencia y Tecnología*, 2(1): 5-20.
- MARTÍNEZ, E.M. (2001). *Desenvolvimento de Um Modelo Estatístico para Aplicação no Estudo de Fadiga em Emendas Dentadas de Madeira*. São Carlos. Tese (Doutorado) – EESC/IFSC/IQSC - USP, novembro, 2001.
- MARTÍNEZ, M.E.; CALIL, C.J.; JULIANO, F. 2002. Resistencia mecánica de los tableros de densidad media. Parte 1: Resistencia a la tracción paralela a la superficie. *Revista Madera Ciencia y Tecnología*, 4(2): 179-185.
- MARTÍNEZ, M. E.; CALIL, C. J. (2003). Statistical Design and Orthogonal Polynomial Model to Estimate the Tensile Fatigue Strength of Wooden Finger Joints. *International Journal of Fatigue*, vol. 25: 237-243.
- MONTGOMERY, J.S. 1991. *Diseño y Análisis de Experimentos*, Editora Panamericana S.A., México.
- REVISTA DA MADEIRA. 1982. *Avançado Método Para a Produção de Chapas MDF*. Seção de Tecnologia, In: *Revista da Madeira (RM₁)*, julho, p25-28.
- SHAPIRO S.S., FRANCIA R.S. 1972. An Approximate Analysis of Variance Test for Normality. *Journal of the American Statistical Association*, 67: 215.