UNICIENCIA 20
pp. 213-222
2003

ALGUNAS EXPERIENCIAS EN EL USO DE LAS CALCULADORAS EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN COSTA RICA

Edison De Faria
Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas,
Escuela de Matemática, Universidad de Costa Rica
Asociación de Matemática Educativa, ASOMED
edefaria@cariari.ucr.ac.cr

Anabelle Castro
Instituto Tecnológico de Costa Rica
Asociación de Matemática Educativa, ASOMED
anabelle@costarricense.cr

RESUMEN

Este trabajo tiene como propósito presentar los resultados de las experiencias generadas en el Colegio Científico de San Carlos y en el curso de Matemática 3 para Computación de la Universidad de Costa Rica, mediante el proyecto de investigación "Innovaciones Tecnológicas en la enseñanza de la matemática", planteado por profesores de matemática de las cuatro universidades estatales de Costa Rica y puesto en ejecución en siete laboratorios instalados en el Departamento de Matemática de la Universidad Nacional, Universidad Estatal a Distancia, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Universidad de Costa Rica y en los Colegios Científicos Costarricenses de Pérez Zeledón, San Carlos y San Pedro.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to present results about experiences in the Colegio Científico de San Carlos and in the Mathematics 3 for Computation course in the Universidad de Costa Rica, through the research project "Technological innovations in mathematics teaching", designed by mathematics teachers of the public universities in Costa Rica and carried out in seven laboratories located in the following sites: The Mathematics Departments of the Universidad Nacional, Universidad Estatal a Distancia, Instituto Tecnológico de Costa Rica, Universidad de Costa Rica and the Colegios Científicos Costarricenses in Pérez Zeledón, San Carlos and San Pedro.

PALABRAS CLAVE

Teorías del aprendizaje, obstáculos epistemológicos, innovaciones tecnológicas, calculadoras graficadoras, educación matemática.

INTRODUCCIÓN

SEGURA y CHACÓN (1996), indican que los sistemas tradicionales de enseñanza en la educación no dan al estudiante las herramientas para indagar, analizar y discernir la información, que lo lleve a la verdadera toma de decisiones.

Al respecto, algunos estudios demuestran que el alumno que utiliza tecnología en su proceso de enseñanza aprendizaje tiene más tiempo para explorar, descubrir, entender y aplicar conceptos y llegar a la resolución de problemas, elevando así el nivel de pensamiento del estudiante. (MARTÍNEZ

CRUZ 1996, RAMÍREZ y WAYLAND 1996, DE FARIA 2000).

De igual manera, el National Council of Teachers of Matematics (NCTM 1996-97) recomienda la integración de la calculadora en todos los niveles de la enseñanza de matemática para: explorar y experimentar nuevas formas de enseñar con ideas matemáticas tales como patrones, propiedades numéricas y algebraicas, y funciones, así como el construir modelos, resolver problemas con datos reales y elevar el nivel de abstracción y generalización.

GÓMEZ (1997) considera que la tecnología abre espacios para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias matemáticas (difíciles de lograr en medios tradicionales como el lápiz y el papel) en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración. Esto gracias a la posibilidad que ofrece de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos, lo que es fundamental para el aprendizaje de los estudiantes. Investigaciones realizadas por DUVAL (1992) reportan que en estudios en donde se presente un enunciado en el cual están en juego varios sistemas de representación es importante analizar las articulaciones que hay de un sistema a otro.

Un punto importante a tomar en cuenta es que el incorporar tecnología en la enseñanza tiene grandes implicaciones con respecto a la decisión de las metodologías o teorías de aprendizaje a utilizar en el proceso de enseñanza aprendizaje, de manera que permitan a los estudiantes construir sus conocimientos, asumir la responsabilidad de su aprendizaje y el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, porque la tecnología no es un *fin en sí mismo sino un medio.*

En este trabajo asumimos como postura epistemológica que el conocimiento no se recibe p vamente, sino, más bien, es construido activamente por el sujeto que conoce, la que concuerda con los principios constructivistas planteados por Ausubel, Brunner entre otros, y socioculturalistas de Vigotsky .

Según Ausubel, la forma de aprender los conceptos es por medio de su relación con otros ya existentes, por lo que el significado es el producto de la interacción de la nueva información con las estructuras conceptuales ya construidas (POZO 1996, MOLINA 1999), de manera que "un aprendizaje es significativo cuando éste puede relacionarse, de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe (AUSUBEL, NOVAK y HANESIAN 1993). El principio de relacionar conceptos nuevos con otros previos concuerda plenamente con la necesidad de realizar articulaciones entre los distintos registros de representaciones semióticas que representan el concepto matemático.

Vigotsky propone que el proceso de enseñanza aprendizaje sea asistido por compañeros más capacitados o por docentes, tratando por diferentes medios que el estudiante avance a la zona de desarrollo próximo, logrando el desarrollo de la capacidad. La intervención que realiza un sujeto debe ser la de mediador, en el que la ayuda debe ser de manera que otro aprenda con la mayor autonomía e independencia posible (ZAMORA 2000). Para Vigotsky el ser humano no se limita a responder a los estímulos, sino que actúa sobre ellos transformándolos, y esto es posible gracias a la mediación de instrumentos que se interponen entre el estímulo y la respuesta; es decir, toda actividad humana es un proceso de transformación del medio a través del uso de instrumentos. Para él existen dos tipos de instrumentos mediadores: aquellos que actúan directamente sobre los estímulos, modificándolos, y los signos, como por ejemplo el lenguaje hablado o el álgebra. Dentro de este esquema, el rol del docente consiste en organizar el encuentro entre el sujeto y el medio de tal forma que se produzca un acercamiento a la zona de desarrollo próximo del sujeto, y en este sentido consideramos que la calculadora funciona como un instrumento de mediación que potencializa este acercamiento.

Bruner plantea que, para aprender, el sujeto requiere poseer ciertas condiciones que son las que facilitan y promueven la predisposición para el aprendizaje, tales como el saber indagar, plantearse preguntas, tener confianza en sí mismo y seguridad en sus propias habilidades para llevar a cabo la tarea que se propone, además de contar con una organización de la experiencia de aprendizaje (BRUNER, en ABARCA 1995). Aprender es conocimiento, es tomar conciencia de lo que uno ya sabe para poder trascender el pensamiento; es dominar ciertas habilidades que le permitan a cualquier sujeto entender la naturaleza de un proceso, de un hecho histórico, de un movimiento social, de una operación matemática (POZO 1996). Otro concepto introducido por Bruner es el de andamiaje. A manera de ejemplo él menciona: la madre guía al niño construyéndole andamios para que pueda moverse con libertad en esta zona no consolidada. El andamiaje o soporte consistiría en graduar finamente la dificultad de la tarea, así como el grado de ayuda, de tal forma que no fuera tan fácil y el niño perdiera interés por hacerla, ni tan difícil que implicara en una renuncia de ella. Consideremos que la calculadora también sirve de andamiaje en las distintas etapas del proceso de aprendizaje del estudiante, pues realiza las tareas más mecánicas y tediosas para que el mismo se concentre en la comprensión de los conceptos, tenga más elementos y objetos matemáticos a su disposición y desarrolle niveles de pensamiento superiores.

Otro aspecto muy importante considerado en este trabajo es la noción de "obstáculo" como constituyente del pensamiento científico. Esta noción fue formulada por primera vez en 1938 por el epistemólogo francés Gastón de Bachelard, en su libro *La formación del espíritu científico*. En este libro el autor propone que es en términos de obstáculos que el conocimiento científico se asienta, es decir, que en el mismo acto de conocer aparecen perturbaciones que producen el estancamiento y la inercia del pensamiento. Bachelard denominó "obstáculos epistemológicos" a tales perturbaciones.

Según BROUSSEAU (1983) el obstáculo epistemológico es aquel obstáculo ligado a la resistencia de un saber mal adaptado, en el sentido de Bachelard, y lo mira como un medio para interpretar algunos de los errores recurrentes y no aleatorios cometidos por los estudiantes, cuando se les enseña algún tema de matemática. Esto cambia el estatuto del error cometido por el aprendiz, pues evidencia que:

"El error y el fracaso no tienen el papel simplificado que a veces se les quiere asignar. El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar como se cree en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, sus logros, pero que ahora, se revela falso, o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos o imprevisibles, sino que constituyen obstáculos."

Brousseau distingue tres tipos de obstáculos que se presentan en el sistema didáctico:

1. De origen ontogenético: aquellos que se procesan a partir de limitaciones de orden de tipo neurofisiológicos entre otros, del sujeto, en el momento de su desarrollo.
2. De origen didáctico: aquellos derivados de las elecciones didácticas llevadas a cabo durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
3. De origen epistemológico: aquellos ligados al origen del concepto en cuestión y que en su momento permitieron construirlo.

De esta forma, un obstáculo es un conocimiento, una concepción, no una dificultad o falta de conocimientos.

En este trabajo analizaremos algunos obstáculos detectados en estudiantes de computación de la Universidad de Costa Rica y describiremos las estrategias metodológicas utilizadas para superarlos.

METODOLOGÍA

Para el caso especifico del Colegio Científico Costarricense al inicio del curso lectivo se les explicó a los estudiantes que se estaba en un proceso de investigación, en el que se aplicarían diferentes metodologías y que ellos son los que determinarían cuál o cuáles les permiten aprender con mayor facilidad, cuál les motiva más a trabajar y aprender y cuál les exige más. Estas variables se median por el grado de participación de los estudiantes, por entrevistas o por consulta directa grupal. Las actividades de la clase eran minuciosamente planeadas, considerando que el estudiante tuviera los conocimientos previos y durante su ejecución se tomaba nota de aspectos relevantes tales como actitudes de los estudiantes, grado de participación, preguntas, conclusiones a las que los estudiantes llegaban y trabajo en proyectos.

En la Universidad de Costa Rica, se utilizó la calculadora graficadora para corregir errores conceptuales y superar obstáculos epistemológicos de estudiantes del curso de Matemática 3 para computación cuya sigla es MA0329. Este es el tercer curso de matemática que llevan los estudiantes de la carrera de computación de la Universidad de Costa Rica y entre sus contenidos están los temas: sucesiones, series, polinomios de Taylor, derivadas parciales e integración múltiple. La metodología utilizada en esta investigación en el aula consistió en:

1. Detección de errores conceptuales u obstáculos epistemológicos en los estudiantes, mediante la técnica de preguntas y de instrumentos de evaluación diseñados por el docente (DE FARIA 2002).
2. Elaboración de guías didácticas que posibilitaran el uso de distintos registros de representación (gráfico, tabular, simbólico, verbal), con miras a superar los obstáculos detectados y corregir los errores conceptuales. Se trabajaba individualmente en cada guía y posteriormente en grupos. En este punto es muy importante el uso de la calculadora graficadora, por su potencial para utilizar distintos registros de representación y por permitir articulaciones de un registro a otro.
3. Discusión con todo el grupo sobre las experiencias adquiridas.

Es importante resaltar que en ambas investigaciones, nuestros objetivos coincidían, y consistieron en:

- Incorporar el uso de las calculadoras graficadoras en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Implementar metodologías que permitan a los estudiantes construir los conceptos.
- Elaborar materiales didácticos apropiados, para que el aprendizaje sea significativo.
- Investigar el impacto de las calculadoras en el proceso enseñanza y aprendizaje.

ERRORES ALGEBRAICOS Y OBSTÁCULOS

En nuestra experiencia diaria como educadores en matemática, es altamente probable encontrar situaciones en las que los estudiantes hayan manipulado y aplicado incorrectamente propiedades o definiciones, resultando en errores que necesitan ser corregidos mediante varias estrategias. Algunos ejemplos de los errores comunes en álgebra y cálculo son:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2, \ \sqrt{a^2+b^2} = a+b,$$
$$\sqrt{x^2} = x, \ x^a x^b = x^{ab},$$
$$f(x+h) = f(x) + h,$$
$$\int \frac{f(x)dx}{g(x)} = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx},$$
$$\iint f(x,y)g(x,y)dxdy = \left(\iint f(x,y)dxdy\right)\left(\iint g(x,y)dxdy\right)$$

Existen otros errores que se deben a una falta de cuidado en la especificación del dominio de funciones, como por ejemplo:

$$\ln x^2 = 2\ln x, \ \operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} x) = x,$$
$$\operatorname{sen}(\operatorname{arcsen} x) = x \ \ \forall x \in \mathbb{R}.$$

El uso de calculadoras graficadoras a nivel medio superior y superior permite que los estudiantes utilicen otros sistemas de representaciones para explorar la validez o la falsedad de argumentaciones, funcionando como andamiaje en algunos de los pasos utilizados en la resolución de una situación problemática (DE FARIA 2002, KUTZLER 1999, MORENO 1999).

Los errores analizados en este artículo son abstracciones de situaciones típicas encontradas en trabajos desarrollados en el aula, pruebas y tareas realizadas por estudiantes de un segundo curso de cálculo para computación, de la Universidad de Costa Rica, cuyos contenidos son: sucesiones y series, polinomios y series de Taylor, desarrollos limitados, integrales impropias, derivadas parciales e integración múltiple.

La herramienta de apoyo didáctico utilizada para la exploración de los supuestos errores fue la calculadora graficadora TI92. En el aula se disponía de una calculadora que se conecta a un proyector (View Screen), y cada estudiante tenía acceso a una calculadora TI92.

METODOLOGÍA UTILIZADA PARA CORREGIR LOS ERRORES

En un examen de diagnóstico encontramos errores relacionados con la aplicación equivocada de alguna supuesta propiedad de las integrales:

$$\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx} \qquad (1)$$

Para corregir el error, decidimos utilizar la representación gráfica de la calculadora TI92, planteando el siguiente ejercicio para que los estudiantes lo trabajaran en el aula:

1. Definir las siguientes funciones:

$$y1(x) = \int_0^x \frac{u\,du}{u^2+1}\ ; \ y2(x) = \frac{\int_0^x u du}{\int_0^x \left(u^2+1\right)du}$$

2. Graficar las funciones y1(x) y y2(x) en un mismo sistema de coordenadas, utilizando un dominio apropiado. Utilice estilos distintos para graficar las dos funciones.

3. Comparar las gráficas obtenidas y concluir si $y1(x) = y2(x)$.

4. Utilice los resultados obtenidos para verificar si es verdadera o falsa la conjetura:

$$\int_0^x \frac{u\,du}{u^2+1} = \frac{\int_0^x u du}{\int_0^x \left(u^2+1\right)du}$$

5. ¿Qué podemos decir en general en relación con la siguiente "propiedad"?

$$\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}dx = \frac{\int_a^b f(x)dx}{\int_a^b g(x)dx} \qquad (1)$$

6. Si la propiedad (1) es falsa, construya un ejemplo para el cual la propiedad (1) es verdadera.

Las figuras 1 y 2 exhiben una solución encontrada por los estudiantes para la parte (1-4).

Una de las respuestas posibles para la pregunta 6, construida por un estudiante, consistió en tomar $f(x)=x,\ g(x)=1,\ x\in[0,1]$ Vea la figura 3.

Es importante enfatizar a los estudiantes que algunos ejemplos concordantes con una conjetura no garantizan que tal conjetura sea verdadera, pero que es suficiente un contraejemplo para garantizar que la conjetura es falsa.

Otro error típico encontrado en la prueba de diagnóstico, y parecido al anterior, consiste en la utilización de la siguiente supuesta propiedad:

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = \left(\int_a^b f(x)dx\right)\left(\int_a^b g(x)dx\right) \qquad (2)$$

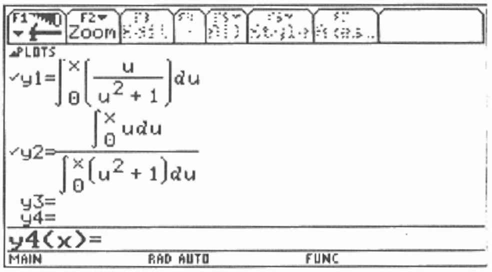

Figura 1. Pantalla con las ecuaciones de las funciones $y1(x) = \int_0^x \frac{u\,du}{u^2+1}\ ;\ y2(x) = \frac{\int_0^x u du}{\int_0^x \left(u^2+1\right)du}$

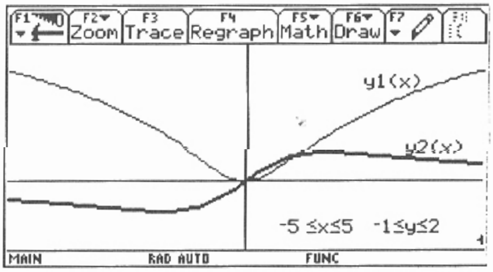

Figura 2. Pantalla con las gráficas de las funciones $y1(x) = \int_0^x \frac{u\,du}{u^2+1}\ ;\ y2(x) = \frac{\int_0^x u du}{\int_0^x \left(u^2+1\right)du}$

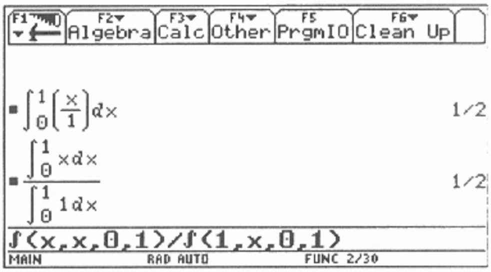

Figura 3. Pantalla con contraejemplo de la propiedad 1

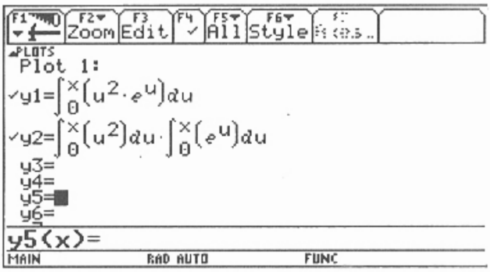

Figura 4. Pantalla con las ecuaciones de las funciones $\int_0^x u^2e^u du \quad y \quad \left(\int_0^x u^2 du\right)\left(\int_0^x e^u du\right)$

Algunos de los estudiantes escribieron, por ejemplo, que:

$$\int x^2e^x dx = \frac{x^3}{3}e^x + C \quad ;$$

$$\int \frac{\cos x}{e^x}dx = \int e^{-x}\cos x\, dx = -e^{-x} sen\, x + C$$

Utilizamos la misma estrategia considerada en la "conjetura (1)" para verificar la falsedad de dicha conjetura.

Las figuras 4 y 5 corresponden a las gráficas de $\int_0^x u^2e^u du \quad y \quad \left(\int_0^x u^2 du\right)\left(\int_0^x e^u du\right)$.

El procedimiento anterior se extendió posteriormente para corregir errores parecidos, que fueron cometidos por algunos estudiantes durante el desarrollo del tema de integrales múltiples. Esto es importante resaltar que tales errores ocurrieron en una proporción mucho menor que aquellos cometidos con integrales simples en la

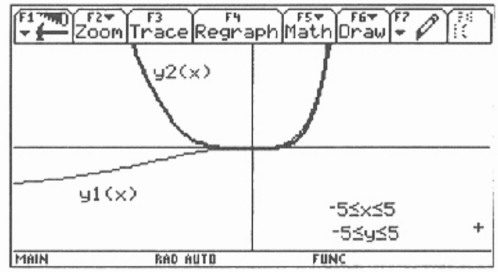

Figura 5. Pantalla con las gráficas de las funciones $\int_0^x u^2e^u du \quad y \quad \left(\int_0^x u^2 du\right)\left(\int_0^x e^u du\right)$

prueba de diagnóstico. Esto es un posible indicador de la importancia que tuvieron tanto la calculadora graficadora como las guías didácticas elaboradas en la corrección de conceptos y creencias equivocadas.

Una de las preguntas de la guía didáctica relacionada con integrales múltiples es la siguiente:

1. Definir las siguientes funciones:

$$z1(x) = \int_0^x\int_0^y \frac{v\,dvdu}{u+5}; \quad z2(x) = \frac{\int_0^x\int_0^y vdvdu}{\int_0^x\int_0^y (u+5)dvdu}$$

2. Graficar las funciones *z1(x)* y *z2(x)*, utilizando un dominio apropiado.

3. Comparar las gráficas obtenidas y concluir si *z1(x) = z2(x)*.

4. Utilice los resultados obtenidos para verificar si es verdadera o falsa la conjetura:

$$\int_0^x\int_0^y \frac{vdvdu}{u+5} = \frac{\int_0^x\int_0^y vdvdu}{\int_0^x\int_0^y (u+5)dvdu}$$

5. ¿Qué podemos decir en general con relación a la siguiente "propiedad"?

$$\iint_D \frac{f(x,y)\,dxdy}{g(x,y)} = \frac{\iint_D f(x,y)dxdy}{\iint_D g(x,y)dxdy}$$

Las figuras 6, 7, 8 y 9 fueron obtenidas por uno de los estudiantes.

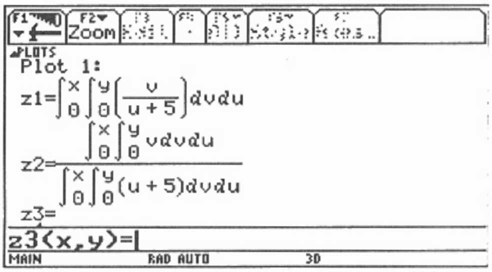

Figura 6: Pantalla con las ecuaciones de las funciones *z1(x,y)* **y** *z2(x,y)*

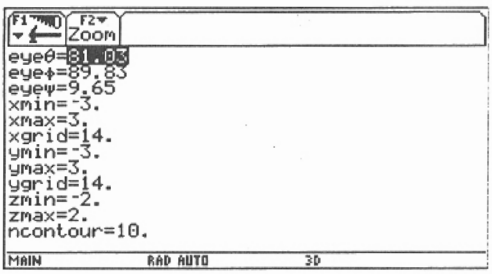

Figura 7. Selección de los parámetros para *z1(x,y)* **y** *z2(x,y)*

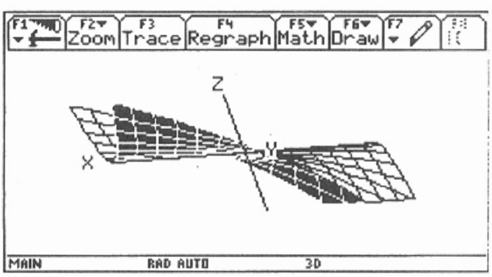

Figura 8. Pantalla con la gráfica de *z1(x,y)*

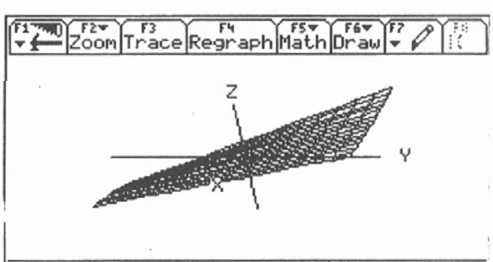

Figura 9. Pantalla con la gráfica de *z2(x,y)*

La dificultad en este tipo de verificación es que la calculadora TI92 no permite graficar dos funciones de dos variables en un mismo sistema de coordenadas. En la figura 10 obtuvimos los valores de las dos integrales, utilizando la capacidad de realizar cálculos simbólicos de la TI92.

Utilizando el software DPGraph podemos apreciar mejor las gráficas de las dos funciones en un mismo sistema de coordenadas (figura 11). Pero para graficar las dos funciones tuvimos que calcular las integrales correspondientes para *z1(x,y), z2(x,y)* con el sistema de cálculo simbólico de la calculadora TI92, debido a que el DPGraph no ha sido diseñado para hacer cálculos simbólicos. Es importante resaltar que utilizamos el DPGraph debido a que sus primeras versiones eran gratuitas.

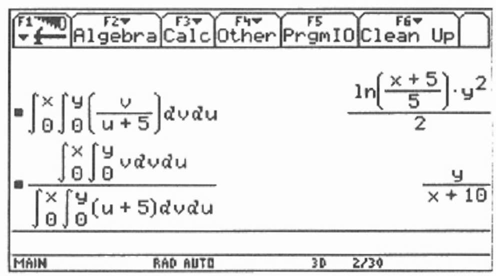

Figura 10. Pantalla con el cálculo simbólico de la integrales para *z1(x,y)* **y** *z2(x,y)*

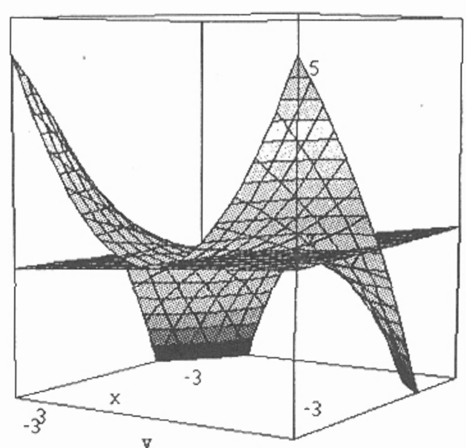

Figura 11. Gráficas de las superficies *z1(x,y)* **y** *z2(x,y)*

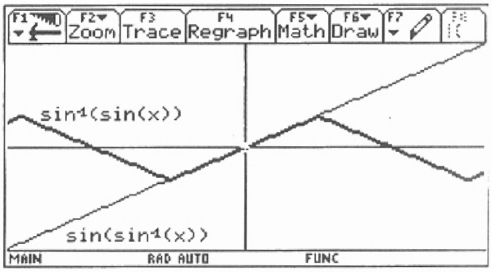

Figura 12. Pantalla con las gráficas de $\text{sen}(\text{arcsen}(x))$, $\text{arcsen}(\text{sen}(x))$

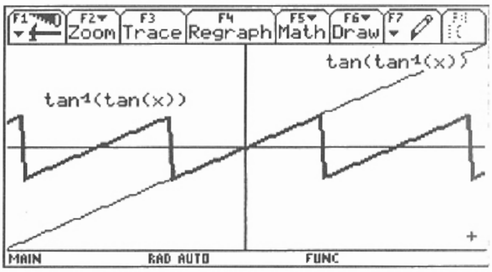

Figura 13. Pantalla con las gráficas de $\tan(\arctan(x))$, $\arctan(\tan(x))$

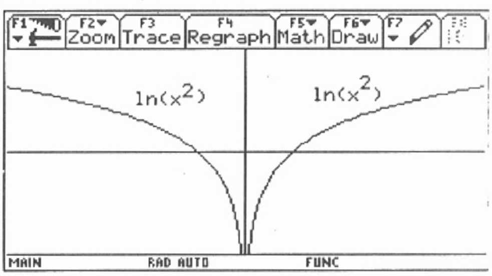

Figura 14. Pantalla con la gráfica de $\ln(x^2)$

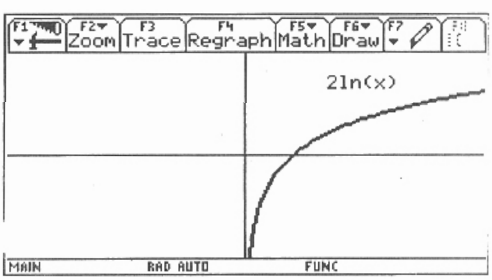

Figura 15. Pantalla con la gráfica de $2\ln(x)$

La misma estrategia ha sido aplicada para alertar a los estudiantes cuando ellos utilizan supuestas "identidades algebraicas", sin considerar los dominios de cada relación que aparece en tales identidades y para reflexionar sobre algunos errores en los algoritmos implementados en la calculadora. En esta oportunidad no logramos detectar si los obstáculos encontrados eran de tipo didáctico o epistemológico.

En las figuras 12 y 13 aparecen las "identidades trigonométricas"

$$\text{arcsen}(\text{sen}(x)) = \text{sen}(\text{arcsen}(x)) = x,$$

$$\arctan(\tan(x)) = \tan(\arctan(x)) = x,$$

mientras que en las figuras 14, 15, 16 y 17 graficamos las "identidades"

$$\ln(x^2) = 2\ln(x),\ \ e^{\ln(x)} = \ln(e^x) = x.$$

Las dos últimas figuras nos indican que los dominios de $e^{\ln(x)}$ y $\ln(e^x)$, $x \in \mathbb{R}$ son iguales, lo que es falso, pues sus dominios no son iguales. Esto nos lleva a concienciar a los estudiantes de que no debemos de confiar ciegamente en los resultados producidos por la calculadora, y que el uso de distintos registros de representaciones de

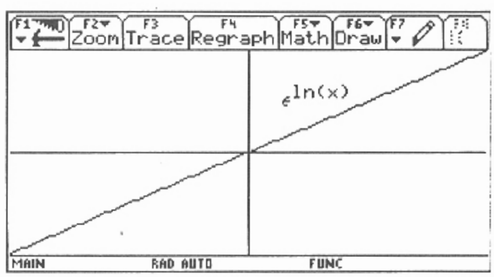

Figura 16. Pantalla con la gráfica de $e^{\ln(x)}$

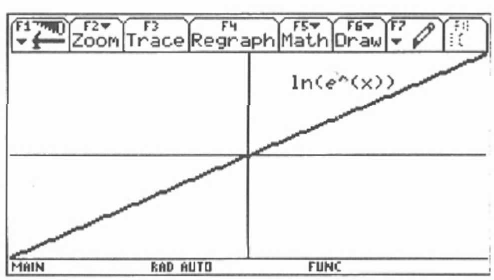

Figura 17. Pantalla con la gráfica de $\ln(e^x)$

un objeto matemático puede dar luz sobre la veracidad o falsedad de un resultado dado en un único registro de representación.

CONCLUSIÓN

Algunos de los resultados más relevantes obtenidos con nuestro proyecto de investigación fueron los siguientes:

El 65% de profesores capacitados durante la fase inicial del proyecto continuaron explorando actividades con la calculadora e incorporando actividades en el aula y el 35% de los profesores entregaron a los estudiantes las calculadoras sin ninguna guía y el uso que le dieron fue el de una calculadora "corriente".

El papel del profesor ante los estudiantes cambia, son compañeros de un proceso donde el profesor es conocedor de los contenidos y de metodologías de enseñanza, pero, por lo general, los expertos en el manejo de la tecnología son los estudiantes, y ellos, además, son los que deben interiorizar los conceptos y plantear conclusiones sin que esto represente atraso o lentitud en el tratamiento de los contenidos.

La posibilidad ofrecida por la calculadora graficadora para manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas de representación dentro de esquemas interactivos posibilitó corregir varios de los errores algebraicos que representaban obstáculos didácticos o epistemológicos para los estudiantes.

Con relación a los contenidos se elevó el nivel mediante el análisis de casos y ejercicios de aplicación y la realización de proyectos.

Estamos convencidos que los cambios más significativos deben realizarse en la metodología de enseñanza.

En el anexo transcribimos algunas apreciaciones de los estudiantes entrevistados, las cuales consideramos importantes en el proceso de evaluación del impacto de las calculadoras en el aula.

ANEXO
ALGUNAS RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES ENTREVISTADOS

En este apartado transcribimos algunas de las respuestas dadas por los estudiantes del Colegio Científico Costarricense de San Carlos, respecto a la metodología utilizada, a la evaluación y al uso de calculadoras graficadoras.

Respecto a la metodología:

"Anteriormente a este curso lectivo, resolvía los ejercicios de manera rutinaria y ahora analizo. Al inicio la metodología me costó porque tenía que estar concentrado porque si no me perdía y antes no necesitaba poner atención, con solo copiar un ejemplo, en la casa podía hacer el resto, porque las cosas eran más simples, y si aquí uno se concentra y pone atención, lo encuentra más fácil de cuando estaba en el otro colegio. El sistema de proyectos es mejor que ver a un profesor trabajando. El tipo de ejercicios es motivante porque hay que matarse tratando de encontrar la respuesta. Uno nota más avance con algo que le costó hacer y lo entendió cuando lo terminó. A veces hasta resulta interesante equivocarse con las cosas, porque aprende de eso. Los ejercicios fáciles son aburridos y da pereza hacerlos."

"Antes uno se sentaba a esperar que el profesor le explicara y luego llegar a la casa a resolver los ejercicios. Ahora a uno le toca enfrentarse a los ejercicios y poder aclarar dudas. El trabajo en clase es más aplicar la lógica. El trabajo en proyectos me parece una de las mejores, con plazo asignado y opciones para aclarar dudas."

"La metodología antes era muy diferente. El profesor explicaba y ponía un ejercicio y siempre todo quedaba claro. No lo ponía a trabajar a uno solo y nunca explicaba el porqué, siempre le decía "hágalo así". Las tareas eran sobre cosas que ya uno sabe. Aquí se preocupan más porque uno entienda, no importa que método aplique uno, sino que uno llegue al resultado. Le permiten a uno trabajar solo. Con los proyectos uno trata de resolverlos, analiza, busca caminos para resolverlos. Uno no está acostumbrado a que los ejercicios le cuesten tanto."

Respecto a la evaluación:

"Al inicio uno se siente muy inseguro al insistir el profesor en que no nos preocupemos por notas de examen o pruebas cortas, que primero pensemos en aprender. Yo no entendía a que se refería con qué iba a evaluar el proceso, pues entendía pero no podía comprenderlo, pero ahora ya sé a qué se refería y me da más confianza."

"Se evalúa por lo que se aplique en clase y eso no da tensión."

"No debe ser solo de exámenes, porque se amontona todo. Es mejor que se evalúe lo de siempre."

"Me siento motivado a trabajar porque uno sabe que todo es tomado en cuenta y siempre es importante trabajar en clase y así aprovecho y aprendo."

"Me costó acostumbrarme a no pensar ¿y el examen? Antes estudiaba para el examen, ahora tengo que estudiar siempre si no uno no puede resolver los ejercicios y en el trabajo en grupo uno está perdido o se nota que uno no estudió, usted se da cuenta rapidito quien no estudia por las preguntas que le hacen."

Respecto al uso de las calculadoras:

"El uso de tecnología le permite a uno comprobar lo realizado. En los ejercicios hechos del proyecto # 1, las calculadoras permiten darse casos. Me gustó mucho usar calculadora al hacer los ejercicios ya que también permitía saber el porqué y casi no se ha olvidado. Siento que sí aprendí algo, antes no. Llegaba a matemática aburrido. Ya no es aburrido."

"Las calculadoras son bastante útiles, ya yo no sé cómo hacen otros para ver estos gráficos."

"Las calculadoras permiten despejar las dudas y sirve para verificar."

"Las calculadoras sirven porque a uno le da más ganas de trabajar porque es importante saber que uno tiene más apoyo tecnológico aunque con estos ejercicios no ayuda mucho".

REFERENCIAS

Abarca, S. 1995. *Psicología de la motivación*. San José: Editorial Universidad Estatal a Distancia.

Ausubel, Novak y Hanesian 1993. *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo.* México. Editorial Tri-llas.

Brousseau, G. 1983. "Les obstacles epistèmologiques et les problemes en mathématiques". *RDM*, vol. 4, no. 2. Grenoble.

De Faria, E. 2000. "La tecnología como herramienta de apoyo a la generación de conocimiento". *Revista Innovaciones Educativas*. San José: Editorial EUNED, año VII, número 12, 79-85.

De Faria, E. 2002. "Calculadoras graficadoras: Herramientas útiles en la corrección de errores algebraicos". *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, Vol. 15, Tomo 2, 849-860.

Duval, R. 1992. "Registres de representation sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée". *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. IREM Strasbourg.

Gómez, P. 1997. "Tecnología y Educación Matemática". Página Web http://www.uniandes.edu.co

Kutzler, B. 1999. "The algebraic calculator as a pedagogical tool for teaching mathematics". Página Web http://www.kutzler.com

Martínez C. 1996. "Explorando transformaciones de funciones con una calculadora gráfica". *Memoria Décima Reunión Centroamericana y Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Puerto Rico.

Molina, Z. 1999. "Planificación, diseño y desarrollo curricular".*Revista Umbral Educación y Constructivismo*. Segundo Semestre. San José. Costa Rica. Pozo, I. (1996). Teorías Cognitivas del Aprendizaje. España: Ediciones Morata.

Moreno, L. 1999. "Mediación instrumental y tecnología informática en la educación matemática". *Memorias del VII Simposio Internacional en Edu-cación Matemática Elfriede Wenzelburger*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Professional Standards for Teaching Mathematics, National Council of Teachers of Mathematics, Octubre 1996.

Ramirez B., K. Wayland 1996. "La calculadora TI-92 y su impacto en la enseñanza de ciencias y matemáticas". *Memoria Décima Reunión Centroamericana y Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa*. Puerto Rico.

Zamora, L. 2000. *Vigotsky y el aprendizaje escolar.* Ciudad Quesada, C R.: Universidad Católica.