

# RADIACION SINCROTRONICA EN UN CAMPO MAGNETICO DIPOLAR

*J. Bonatti*

Grupo de Astrofísica, Escuela de Física, Universidad de Costa Rica, San Pedro, Costa Rica

*L. Semionova*

Departamento de Física, Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica

(Recibido: marzo 10, 1994 / Aceptado: junio 30, 1994)

## RESUMEN

Se estudia la variación de la energía emitida por un electrón en una transición entre los niveles de Landau  $N_i = 1$  a  $N_f = 0$  en un campo magnético dipolar fuerte. Se toma como primera aproximación la dependencia funcional del campo  $B = r_*^3(r_* + z)^{-3} B_{sup.}$  para representar a éste cerca de los polos en la superficie de una estrella de neutrones y se analiza la variación de la energía emitida para esa transmisión en función de la altitud.

## ABSTRACT

We study the variation of the energy emitted by an electron for the transition between Landau levels  $N_i = 1$  a  $N_f = 0$  in the case of a strong magnetic dipolar field. Taking as the first approximation the next functional dependence for the field  $B = r_*^3(r_* + z)^{-3} B_{sup.}$ , representing this field near the poles of the neutron star's surface; it is also analyze the variation of the emitted energy for this transition with the altitude.

## I. INTRODUCCION

Los modelos del espectro de emisión de entes estelares compactos basados en la emisión de radiación sincrotrónica no térmica en un campo magnético fuerte han sido el objeto de un gran número de publicaciones (Harding y Preece 1987).

Minuciosas simulaciones de estos espectros han sido obtenidos por medio del método de MONTECARLO (Bussard 1984, Preece 1990).

Los pilares básicos de estos modelos son en la parte teórica el cálculo de la radiación sincrotrónica por electrones en un campo magnético constante realizado por el grupo de astrofísica teórica de la Universidad de Tübingen (Herold et al. 1982) y las observaciones del espectro de Hércules X 1 realizadas por un grupo formado por investigadores del Observatorio Astronómico de la Universidad de Tübingen y del Instituto Max Planck para Física Extraterrestre (Trümper et al. 1976).

El objeto de esta investigación es estudiar la influencia que pueda tener sobre el espectro de emisión, la altura que tenga el electrón emisor sobre la superficie de la estrella de neutrones. Naturalmente esto no tendría ningún sentido en un campo magnético constante como el que generalmente se utiliza en los modelos antes citados.

En el presente trabajo se trata de analizar como un primer paso en el estudio de la dependencia del espectro emitido respecto de la variación del campo magnético, la emisión sincrotrónica en un campo magnético dipolar, el cual está más cercano a un campo magnético estelar real.

La variación de la intensidad del campo con la altura es tan suave que no afecta la suposición, hecha para el cálculo de la radiación sincrotrónica, de que el campo en que se encuentra el electrón emisor es constante.

Como es discutido por Herold (Herold et al. 1982), existe una fuerte dependencia de la probabi-

lidad de transición entre los distintos niveles de Landau con respecto a la intensidad del campo magnético. Esta dependencia está fuertemente influenciada por la escogencia de las polarizaciones inicial y final de los electrones, así como también por el momento paralelo al campo de éstos.

En la sección II se estudia la dependencia de la probabilidad de emisión con respecto a la variación en la altura de los electrones que emiten la radiación. Para la dependencia entre el campo magnético y la altura se toma la variación del campo magnético dipolar con la altura dada por Harding. Se hace también un estudio de cómo varía el espectro de emisión con la altura para electrones en este campo magnético dipolar.

En la sección III se hace el ajuste para las curvas de la dependencia de la energía máxima emitida con respecto a la altura y para la variación de la energía máxima emitida con respecto al campo magnético. En esta misma sección se discuten ampliamente los resultados obtenidos.

**II. DEPENDENCIA DEL ESPECTRO CON LA ALTURA**

Se estudia la emisión de un fotón con momentum  $\vec{k}$  y vector de polarización  $\hat{\epsilon}_s$  por un electrón. El electrón ocupa un estado inicial  $N_i$  caracterizado por una energía  $E_i = \sqrt{m^2 + 2N_i eB + p_i^2}$ , un momentum paralelo al campo magnético  $p_i$  y una polarización  $\tau_i$ . La emisión ocurre cuando este electrón pasa a ocupar un estado final  $N_f$  caracterizado por una energía  $E_f = \sqrt{m^2 + 2N_f eB + p_f^2}$ , un momentum paralelo al campo magnético  $p_f$  y una polarización  $\tau_f$ .

La probabilidad de transición para la emisión de un fotón por un electrón en un campo magnético fuerte viene dada por (Semionova 1983)

$$W_{(2)}^{(2,2)} = \frac{\alpha}{8} \int_0^\pi \frac{k \sin \theta d\theta}{E_i (E_i \mp k(1 - \cos^2 \theta) \mp p_i \cos \theta) \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \sqrt{E_f^2 - p_f^2}} \cdot \{ (1 + \cos^2 \theta) (E_i E_f \mp p_i p_f \pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \sqrt{E_f^2 - p_f^2}) + I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} - m) (\pm \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \pm m) + I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} + m) (\pm \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \mp m) \mp 2 \sin^2 \theta \sqrt{4\gamma N_i} \sqrt{4\gamma N_f} \}$$

$$\begin{aligned} & \{ I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i E_f - p_i p_f} \pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \sqrt{E_f^2 - p_f^2}) \\ & - I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i E_f + p_i p_f} \mp \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \sqrt{E_f^2 - p_f^2}) \\ & - \sin 2\theta \sqrt{4\gamma N_i} \sqrt{4\gamma N_f} (p_i \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \pm p_f \sqrt{E_i^2 - p_i^2}) \\ & \{ I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} - m) \\ & + I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} + m) \} \\ & \mp \sin 2\theta \sqrt{4\gamma N_i} (p_i \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \mp p_f \sqrt{E_i^2 - p_i^2}) \\ & \{ I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \pm m) \\ & - I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \mp m) \} \\ & + \sin^4 \theta \{ (E_i E_f + p_i p_f) \mp \sqrt{E_i^2 - p_i^2} \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \} \\ & \{ I_{N_i, N_f, \pm}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} - m) (\pm \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \mp m) \\ & + I_{N_i, N_f, \mp}^{(2)} (\pm \sqrt{E_i^2 - p_i^2} + m) (\pm \sqrt{E_f^2 - p_f^2} \pm m) \} \end{aligned} \tag{1}$$

donde  $\alpha$  es la constante de estructura fina ( $\alpha = e^2/4\pi = 1/137$ ), el primer subíndice corresponde al espín inicial y el segundo al espín final del electrón. El número 1 representa el espín orientado a favor del campo y el número 2 cuando el espín tiene dirección contraria a éste. Para el estado fundamental solo es posible esta última orientación.

La razón de emisión de un fotón será entonces

$$E^{N_i, N_f}(\omega, \vartheta) = \frac{dW^{N_i, N_f}(k, s)}{d\Omega d\omega} \tag{2}$$

la cual nos da el número de fotones por unidad de tiempo y por unidad de intervalo de frecuencia  $d\omega$  emitidos en el ángulo sólido  $d\Omega$  en la dirección  $\vartheta$  con frecuencia  $\omega$ .

Antes de introducir la función  $W^{N_i, N_f}$  en la expresión vamos a reemplazar en ésta la distribución  $\delta$  por una distribución Lorentziana del modo siguiente:

$$\delta(E_i - E_f - \omega) \rightarrow \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_{total}^{N_i, N_f}}{(E_i - E_f - \omega)^2 + \frac{1}{4}(\Gamma_{total}^{N_i, N_f})^2}$$

$$\Gamma_{total}^{N_i, N_f}(p_z) = \sum_{N_{int} < N_i} \Gamma_{initial}^{N_i, N_{int}} + \sum_{N_{int} < N_f} \Gamma_{final}^{N_f, N_{int}} \tag{3}$$

$$f(p_z, T) = \frac{1}{2} (2\pi mT)^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{p_z^2}{2mT} \right\} \tag{4}$$

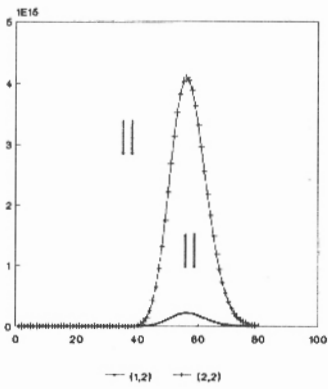


Figura 1

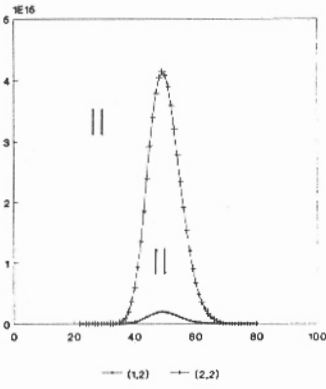


Figura 2

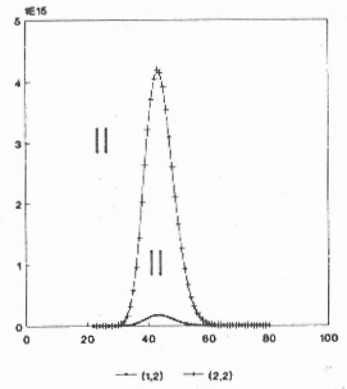


Figura 3

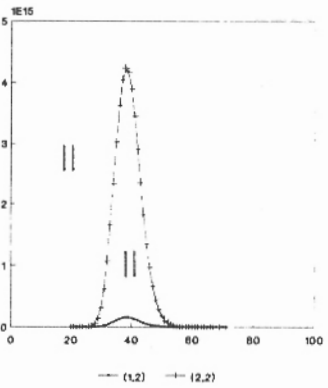


Figura 4

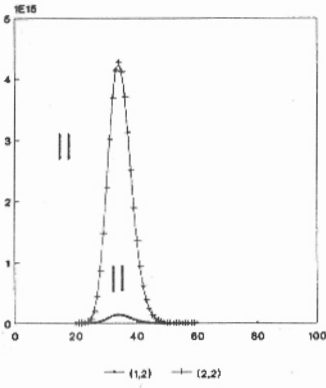


Figura 5

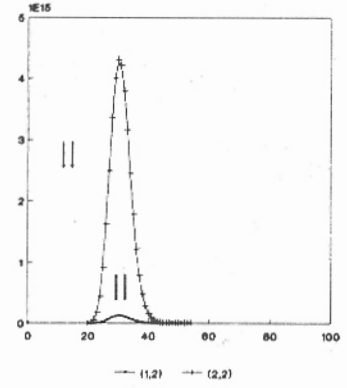


Figura 6

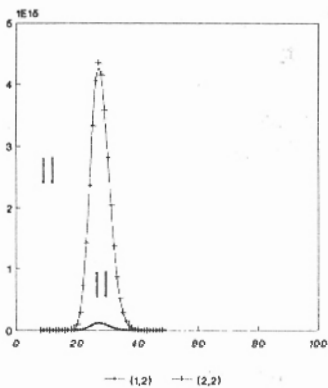


Figura 7

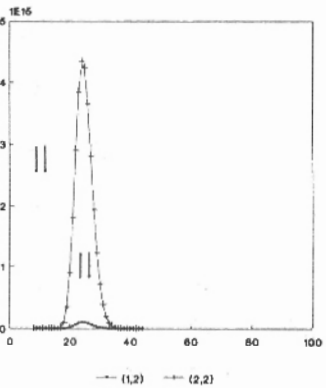


Figura 8

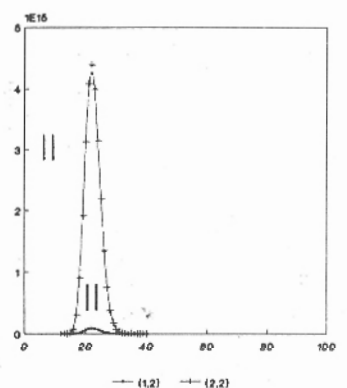


Figura 9

Figuras 1-15. Muestran el espectro de emisión de fotones no polarizados para campos magnéticos superficiales de  $5.3 \times 10^{12}$  Gauss como función de la energía del fotón emitido en keV, para  $T = 6.25$  keV,  $J = 1^\circ$  y  $z = 0, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5, 6.0, 6.5, 7.0$  km.

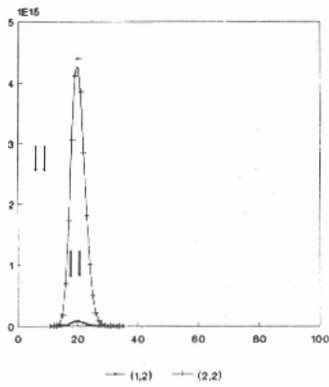


Figura 10

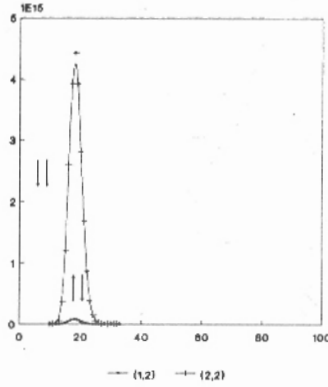


Figura 11

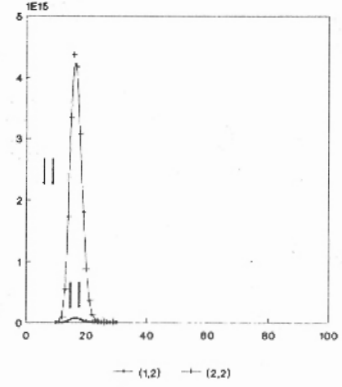


Figura 12

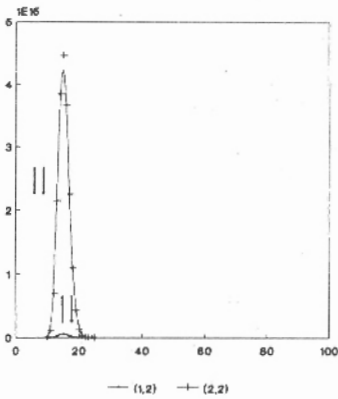


Figura 13

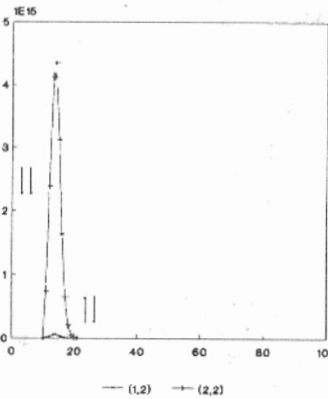


Figura 14

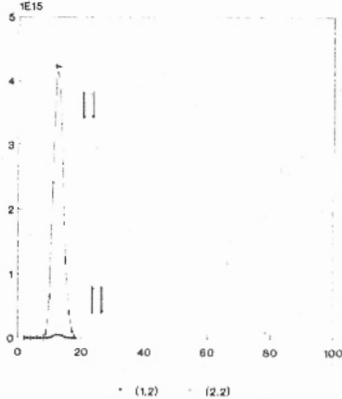


Figura 15

La evaluación de la emisividad para vidas medias finitas de los estados y para distribuciones electrónicas térmicas no-relativistas.

Fórmula (5)

fue realizada numéricamente por el método de integración adaptivo de Gauss-Legendre.

En el cálculo explícito nos hemos restringido a transiciones entre el primer nivel excitado de Landau  $N_i = 1$  y el estado fundamental  $N_f = 0$ . Esto no significa una pérdida de generalidad, ya que en un campo magnético fuerte casi todos los electrones ocupan los niveles de Landau más bajos.

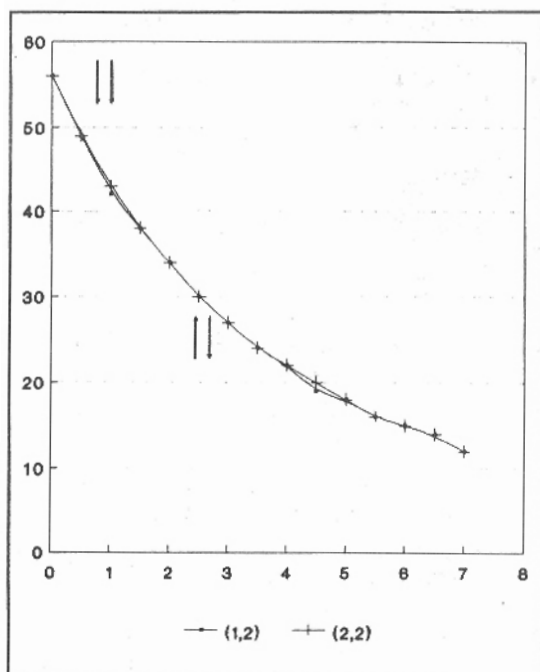
Como hemos mencionado anteriormente para

hacer el estudio de los espectros con respecto a la variación en la altura del electrón emisor utilizamos la dependencia del campo magnético dipolar con la altitud. La forma funcional de esta dependencia viene dada por (Daugherty y Harding 1989)

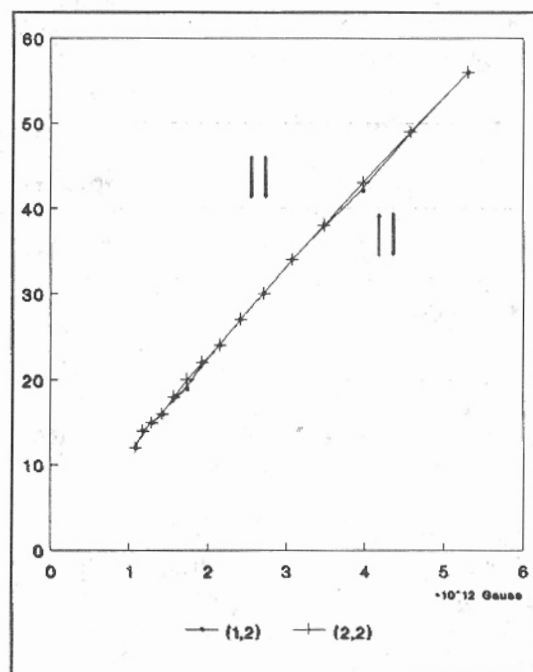
$$B = \left[ \frac{r_*}{r_* + z} \right]^3 B_{sup} \quad (6)$$

donde  $B_{sup}$  es el campo magnético en la superficie de la estrella.

Para dar algunos valores numéricos hemos elegido el valor de los parámetros correspondientes a Her X 1.



**Figura 16.** Muestra la variación de la energía promedio del fotón emitido en keV en función de la altura h en km.



**Figura 17.** Muestra la variación de la energía promedio del fotón emitido en keV en función del campo magnético B en Gauss.

- $B_0 \approx 5.3 \times 10^{12}$  Gauss (Reppin et al. 1977, Reppin et al. 1978)
- $M \approx 1.4 M_\odot$
- $n_{el.} \approx 10^{18} \text{ cm}^3$  (Pacini 1971, Schmith 1977)
- $z_{max} \approx 15 \text{ km}$
- $r_* \approx 10 \text{ km}$  (Dermer 1991)
- $T \approx 6.75 \text{ keV}$

### III. RESULTADOS

Dado que la emisión para la transición de  $N_i = 1$  a  $N_f = 0$  se produce casi exclusivamente en dirección del campo o contraria a éste, analizamos los espectros emitidos en la dirección  $\vartheta = 1^\circ$ .

Se encuentra que la dependencia con respecto a la altura z de la energía emitida más probable k se puede ajustar con la curva

$$\bar{k} = A + D \times z^C \quad (7)$$

donde  $A = 56 \text{ keV}$ ,  $D = -14 \text{ keV/km}^{0.62}$  y  $C = 0.62$

La aplicación de esta fórmula proporciona cerca de un 7% de error máximo respecto de lo evaluado con la fórmula teórica. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 16.

Por otro lado se encuentra que la relación entre la energía emitida más probable y la intensidad del campo magnético obedece una ley del tipo

$$\bar{k} = G \times B \quad (8)$$

donde  $G = 10.70257 \times 10^{-12} \text{ keV / Gauss}$  y B es la intensidad del campo magnético dada en Gauss en este caso.

La aplicación de la fórmula anterior proporciona cerca de un 10% de error máximo respecto de lo evaluado con la fórmula teórica en un rango de

altura de  $z = 0$  km a  $z = 15$  km. Este último valor representa el límite superior de la columna de la zona de emisión. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 17.

La gráfica de la variación del espectro con la altura, representada en la figura 15 permite observar que con el incremento de la altura se produce un desplazamiento del máximo del espectro hacia las energías menores.

Este tratamiento del problema aunque sea el de un modelo muy simplificado de la realidad, nos permitió obtener algunos resultados tanto fenomenológicos como numéricos, que servirán como punto de comparación a modelos más elaborados que estamos implementando, donde se toma en cuenta la teoría completa del transporte de radiación en un campo magnético fuerte para la región de emisión.

## AGRADECIMIENTOS

Esta investigación fue auspiciada parcialmente por la Universidad de Costa Rica. Proyecto de investigación #112-007-087.

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Bussard, R. W., 1984. *Astrophysical Journal*, 284, 357-363.
- [2] Daugherty, J. K. y A. Harding, 1989. *Astrophys. J.*, 336.
- [3] Dermer, Ch. D., 1991. *Nature*, 350.
- [4] Harding A. K. y R. Preece, 1987. *Astrophys. J.*, 319, 939-950.
- [5] Herold, H., H. Ruder y G. Wunner, 1982. *Astron. Astrophys.*, 115, 90-96.
- [6] Joss, P. C. y S. A. Rappaport, 1984. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 22, 537.
- [7] Pacini, F., 1971. *Neutron stars, pulsar radiation and supernova remnants*. Gordon and Breach.
- [8] Preece, R. D., 1990. PhD Thesis, University of Maryland.
- [9] Reppin, C., B. Sacco, E. Kendziorra, J. Trümper y W. Pietsch, 1977. *Ann. N. Acad. Sci.*, 302, 538.
- [10] Reppin C., W. Voges, R. Stauber, E. Kendziorra, J. Trümper y W. Pietsch, 1978. *Astrophys. J.*, 219.
- [11] Schmith, F. G., 1977. *Pulsar*. Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [12] Semionova, L. N., 1983. *El proceso de Bremsstrahlung en primera aproximación de Born*. Tesis de Maestría, UCR.
- [13] Trümper, J., et al., 1976. In *The VIII Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*. Boston, Mass.