# LOS METODOS MODERNOS DE LA LOGICA

Por:
William Botero Duque
Estudiante de 4to. año de Derecho

L LOS METODOS MODERNOS DE LA LOGICA

**William Botero Duque**
**Estudiante de 4o. año de Derecho**

## INTRODUCCION: Lógica clásica y lógica contemporánea.

Hablar de la existencia de una lógica clásica y de una lógica contemporánea podría tener varias implicaciones: nos preguntamos, en primer lugar, si semejante división tiene realidad; en otras palabras. existe una lógica contemporánea diferente de la clásica? Hasta dónde se puede hablar de lo clásico de la lógica? dónde comienza la lógica contemporánea? En segundo lugar: de aceptar esta división, tiene algún interés el ocuparnos hoy de la lógica clásica?

Los problemas que acabamos de plantear tienen su importancia al comenzar un trabajo sobre la lógica, ya que depende de la visión que tengamos frente a tales interrogantes, las soluciones que planteemos para su respuesta. Se trata de saber, pues, en último término, si la ciencia de la lógica posee una unidad histórica, lo cual no implica que no podamos hablar de diversas etapas en su evolución, o, si por el contrario, la llamada lógica contemporánea ha llegado a constituir otra ciencia independiente desplazando por completo la modalidad de la lógica tradicional o clásica.

En el presente trabajo, y en esto nos adelantamos a dar la respuesta, partimos del supuesto de la unidad del desarrollo de la ciencia de la lógica, sin desconocer que durante su evolución podemos distinguir varias etapas. En este sentido, partimos de la base de la afirmación de que la lógica en su estado o etapa contemporánea presenta unos caracteres específicos en cuanto a la presentación de métodos, sin dejar de reconocer el hecho de que muestra avances considerables en relación con los planteamientos de la lógica clásica, presentación que en principio puede llevarnos a pensar que ha habido un desplazamiento total de los planteamientos lógicos tradicionales.

En el anterior sentido, una de las diferencias bastante bien demarcada entre la forma de la lógica tradicional y la contemporánea, consiste en la utilización de lenguajes formales por parte de ésta, mientras en la lógica clásica el lenguaje sigue siendo el corriente, el hablado, para su expresión. Tanto para la lógica, en su etapa clásica, como en la contemporánea, el objeto de ella sigue y es siempre el análisis de las formas, es decir, le interesa el campo de las estructuras formales del lenguaje, nunca su contenido, el cual corresponde a las ciencias particulares, diferentes de la lógica misma. Al ser expresado el pensamiento en un lenguaje corriente, el análisis lógico tiende, como es natural, a confundirse con el campo ontológico, lo cual nos lleva al campo de los contenidos. Para poder desligar el terreno de lo formal del terreno ontológico, la lógica actual ha tratado de perfeccionar una serie de lenguajes "formales", o sea, lenguajes que nos presenten la forma o estructura del lenguaje. Estos lenguajes han recibido en algunos autores el nombre de "matemáticos", con relación a lo cual debemos, ya desde el comienzo, hacer una aclaración importante: la lógica contemporánea no es propiamente matemática, en el sentido de la ciencia de la matemática. Si bien es cierto que en el siglo pasado George Boole construye una "álgebra simbólica", llamada hoy "álgebra Booleana", de ninguna manera quuede decirse que se trata del álgebra en su sentido matemático, ni mucho menos existe isomorfía entre ambas.

Además de lo anterior, podríamos señalar otra de las diferencias en el tratamiento clásico y el contemporáneo, lo cual marca más (de) un avance dentro de la ciencia de la lógica que un desplazamiento. Se trata de la consideración más amplia que se le da hoy a las maneras de la expresión ordinaria y corriente del lenguaje, el cual está generalmente construído en base a proposiciones simples o singulares, mientras en la etapa clásica, por estar casi totalmente orientada hacia la silogística, se ocupó más de las proposiciones universales y particulares. En la actualidad, pues, de ninguna manera puede afirmarse que se haya abandonado este campo de la lógica; sigue siendo parte de su interés general, pero ha dado cabida al tratamiento de la argumentación corriente de nuestro lenguaje. Al ampliarse el campo de la lógica de esta manera, fue necesario el recurrir a la formulación, en algunos casos, y a la reformulación en otros, de algunas leyes "lógicas" que permiten el análisis de los argumentos. En este sentido, los llamados "lenguajes formales" y el álgebra simbólica han resultado de extraordinaria importancia y necesidad para el análisis.

El universo de la lógica en la actualidad es, pues, mucho más amplio que en el de sus etapas anteriores. Una comprensión correcta de este universo nos obligaría a recorrer, junto con todas sus etapas específicas, la historia de la ciencia de las matemáticas y de la lingüística. En aquéllas, los trabajos de Euler y Venn en lo relativo a la llamada teoría de conjuntos, pertenece más al campo de la lógica que al de la matemática en su sentido estricto. En lo referente a la lingüística, recomendamos ver el artículo de Emile Benveniste acerca de las "categorías" de Aristóteles como categorías lingüísticas. El problema, pues, de una delimitación o deslinde de estas ciencias, la búsqueda de sus límites y campos ontonómicos, pertenece más al terreno de una epistemología, que al de la lógica. Por ello no lo trataremos aquí. De todas maneras, es interesante señalar el entrecruce que se ha dado entre estas ciencias a partir del siglo pasado hasta nuestros días. Esta es la razón que ha permitido a muchos autores el afirmar que la ciencia de la lógica ha avanzado más en estos dos últimos siglos, que lo que lo hizo desde Aristóteles hasta el siglo XIX.

Digamos, por último, algo sobre el puesto de la lógica en el concierto de las ciencias. La ubicación concedida por Aristóteles a la lógica por fuera del cuadro de clasificación de las ciencias, sigue teniendo aún hoy su validez, en la medida misma en que la lógica sigue siendo un instrumento, un Organon, del pensamiento formal para los campos teóricos y prácticos. Entre los últimos, es decir de aplicación práctica, basta con mencionar la llamada "lógica de los circuitos" que ha hecho posible el mundo del computador.

## 1. La Lógica Proposicional

### A. La construcción sintáctica.

Una de las características sobresalientes de la llamada lógica contemporánea, o dicho de mejor forma, de la lógica en su estado actual, la constituye el haber permitido el tratamiento del lenguaje corriente, el cual se encuentra casi por completo fuera del tratamiento de la lógica en sus desarrollos clásicos. Se entiende por lenguaje corriente aquel que utilizamos para la diaria conversación, el cual consiste generalmente en enunciados simples, los cuales unimos por medio de ciertas partículas denominadas conectivas para formar enunciados complejos. Con relación a lo que estamos diciendo, es necesario tener en cuenta, ya desde el punto de partida varias cuestiones. en primer lugar, aunque es cierto que la lógica se ocupa de la construcción de los enunciados, debemos afirmar que el objeto último de la lógica se encuentra en la argumentación; en segundo lugar, la lógica proposicional o lógica de enunciados ha desarrollado una serie de lenguajes llamados formales que permiten hacer completa abstracción del lenguaje hablado, o, dicho de otra manera, le permiten el análisis de la estructura lógica del enunciado, independiente del contenido o significado corriente de los mismos; esto nos lleva a afirmar un tercer punto importante: a la lógica le interesa la parte formal, la parte estructural del enunciado, no los contenidos los cuales son objeto de otras ciencias.

Para la lógica, un enunciado es una frase, una proposición, de la cual podemos afirmar que es verdadera o es falsa. El concepto de verdad en la lógica no hace relación al contenido de la proposición, sino que se refiere exclusivamente a la verdad de la estructura. Así, en un enunciado como "llueve", desde un punto de vista lógico, puede afirmarse su verdad o su falsedad como dos posibilidades de toda proposición simple, independientemente de si en este momento es verdadero que llueve o no llueve. En este sentido, vale la pena afirmar como un cuarto punto importante, que el universo propio de la lógica es la enunciación, es decir, lo que se llama el lenguaje apofántico. Sólamente de un enunciado puede afirmarse su verdad o su falsedad.

Para la lógica proposicional, un enunciado como "lueve" se convierte en un símbolo como "p", por ejemplo. De "p" podemos afirmar que es una proposición verdadera o una proposición falsa. Lo que corrientemente hacemos en el lenguaje común consiste en el enlazar series de proposiciones, las cuales toman el carácter de argumentación. Así, si afirmamos. "llueve y el tiempo está malo", he construído una proposición compleja que se compone de dos proposiciones unidas mediante una conjunción. Se trata de una estructura lógica compleja. Para el lógico, ambas proposiciones simples, representadas por las letras "p", "q", han venido a formar una sola proposición compleja al estar unidas por la conjunción "y". Para su análisis, lo que interesará, desde el punto de vista exclusivamente lógico, será esa estructura. "p y q". De la misma manera, podemos unir las proposiciones mediante otras conectivas, tales como: la disyunción,y, entonces, diremos que la estructura queda: "p o q"; podemos convertirlas, una de las proposiciones simples en entecedente y la otra en consecuente, como es el caso de las proposiciones condicionales, y entonces queda: "si llueve entonces hace mal tiempo", que para el lógico, desde el punto de vista de su estructura es: "si p entonces q"; o podemos formar con ambas proposiciones un doble condicional o coimplicación, el cual quedaría así: "si y solo si llueve, entonces hace mal tiempo": "p si y solo si q".

Notemos cómo, en lo dicho antes, hemos encontrado las cuatro posibilidades de entrelace de las proposiciones que, sumadas a la negación, la que puede afectar a la proposición simple, constituyen las estructuras lógicas de nuestro lenguaje cotidiano. La lógica moderna ha llegado hasta estas posibilidades, tras un detenido examen de las estructuras lógicas de nuestro lenguaje; la simbolización, tanto de las proposiciones, como de las conectivas, nos permite ver claramente esas estructuras. Aquí, seguiremos convencionalmente una de las más cómodas: $\wedge$ para la conjunción; $\vee$ para la disyunción. $\rightarrow$ para el condicional, $\longleftrightarrow$ para el doble condicional y $\sim$ para la negación. La lectura de dichos simbolismos será siempre: "y", "o". "si . . entonces", . . . si y solo si. . . respectivamente, y "no" para la negación la cual puede, como hemos dicho, afectar a una proposición simple, así: "p" será una proposición afirmativa, " $\sim$p" será una proposición negativa y la leeremos "no p".

Hasta aquí, hemos encontrado los elementos necesarios para el trabajo de la construcción sintáctica de una lógica proposicional. En adelante, trabajaremos con los mencionados elementos, es decir, la simbolización de las proposiciones por medio de las letras convencionales "p", "q", "r", "s", "t", etc., y los símbolos convencionales de las conectivas posibles. Debemos recordar que se trata en todo caso de proposiciones simples o atómicas, que son las que ordinariamente constituyen nuestro lenguaje corriente, las cuales, combinadas entre sí por medio de las conectivas nos dan proposiciones complejas o moleculares.

**B. El valor de Verdad de las proposiciones.**

Dejando a un lado la construcción sintáctica para pasar al plano semántico, hablaremos del valor de verdad de las proposiciones. Decíamos atrás que de una proposición como "p" podemos decir que es verdadera o falsa. Esto significa que de la proposición simple "p" podemos afirmar dos y solo dos valores de verdad. Se trata del llamado principio de la bivalencia de la lógica, por lo menos de la lógica general y ordinaria que manejamos en el lenguaje corriente. Partiendo de la bivalencia de la proposición "p" podremos entonces calcular los posibles valores de verdad de las proposiciones complejas, en la siguiente forma: de la misma manera que en el mundo de las estadísticas, las probabilidades al lanzar una moneda será: o que caiga cara o que caiga sello, como en el de la proposición "p" de ser verdadera o falsa. Pero, si tomamos dos monedas, el número de probabilidades será mayor: llamando a ambas monedas A y B respectivamente tendremos al lanzarlas: A cae cara y B también cae cara, primera probabilidad; A cae cara y B cae sello, segunda probabilidad; A cae sello y B cae cara, tercera probabilidad; A cae sello y B también cae sello, cuarta probabilidad. En esta forma, al hablar de dos proposiciones, tendremos que las posibilidades de combinación de sus valores respectivos de verdad, serán cuatro. Esquematizándolo, tendremos:

| "p" | "q" |
|---|---|
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

En este esquema podemos observar la forma como se han combinado los cuatro posibles valores de verdad para dos proposiciones. De la misma manera, para un mayor número de proposiciones, las posibilidades aumentarán y entonces podremos calcular el número de estas combinaciones mediante la fórmula $2^n$, siendo "n" el número de las proposiciones, así: para 3 proposiciones, por ejemplo, el número de combinaciones de los valores de verdad será $2^3 = 8$; para cuatro proposiciones será $2^4 = 16$ combinaciones, etc.

### C. Las Tablas de Verdad.

Habiendo determinado las posibilidades de combinación de las proposiciones, pasaremos a definir las llamadas tablas de verdad para cada una de las conectivas, es decir, para la conjunción, la disyunción, el condicional y el bicondicional.

1. La Conjunción.

Tenemos por definición que el caso de la conjunción será verdadera sólamente cuando ambas proposiciones simples sean verdaderas. Utilizando el esquema de combinaciones de valores de verdad anteriores para las proposiciones "p", "q" tendremos:

| "p", | "q" | $P \wedge q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

En el cuadro podemos observar la tabla de verdad para la conjunción de las proposiciones "p" y "q". Por el momento, es suficiente con retener la definición misma de la conjunción. La demostración de la misma la dejaremos para la parte II, en la cual trataremos de la teoría de los conjuntos, en la cual se podrá ver claramente de dónde procede.

2. La Disyunción.

**Diremos por definición que la disyunción será falsa sólamente cuando ambas proposiciones simples sean falas, así:**

| "p" | "q" | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

**Según** el cuadro, **observamos** que cuando ambas proposiciones son verdaderas, la disyunción será verdadera, lo mismo que cuando "p" es verdadera y "q" es falsa, o cuando "p" es falsa y "q" es verdadera, sólamente cuando "p" y "q" son ambas falsas, la disyunción resultará falsa.

3. El Condicional.

Diremos que el condicional $P \rightarrow q$ (si p entonces q) será falso sólamente cuando el antecedente (en esta caso p) sea verdadero y su consecuente (en este caso q) sea falso, así:

| "p". | "q" | $P \rightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

Podemos, pues, observar en el cuadro que, dadas las combinaciones de valores de verdad de las proposiciones "p" y "q", el condicional será falso sólamente cuando el antecedente "p" es verdadero y el consecuente "q" es falso.

4. El Bicondicional.

El bicondicional $p \leftrightarrow q$ (p si y solo si q) será verdadero sólamente cuando ambas proposiciones tengan igual valor de verdad, es decir, sólamente cuando, tanto p, como q sean, o bien verdaderas, o bien falsas, así:

| "p" | "q" | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

**En el cuadro observamos que, cuando ambas proposiciones tienen igual valor de verdad, el bicondicional resultará verdadero.**

5. La Negación.

El caso de la negación lo definimos para una sola proposicion simple. Diremos, entonces que, dado el valor de verdad de una proposición afirmativa, su contrario, en este caso su negación, tendrá un valor de verdad contrario, así:

| "p" | "$\sim$p" |
|---|---|
| V | F |
| F | V |

En el cuadro podemos ver que cuando "p" es verdadero, ." $\sim$p" es falso, cuando "p" es falso, " $\sim$p" es verdadero.

En lo anterior, quedan definidas las tablas de verdad para las conectivas y la negación. Con dichas definiciones, tenemos ya un instrumento de cálculo útil para proposiciones más complejas, es decir, para la combinación de proposiciones que denominamos argumentación. Más adelante, al final de esta parte, colocaremos un ejemplo práctico que nos permitirá comprender mejor el empleo de las tablas de verdad en el cálculo de las proposiciones.

D. La Tautología.

Definiremos la tautología como "una proposición incondicionalmente verdadera". En otras palabras: cuando en el cálculo de los valores de verdad de una proposición dada, obtenemos VERDADERO en todos los casos, independientemente de las combinaciones de valores de verdad para las proposiciones que la componen, decimos que estamos frente a una proposición compleja incondicionalmente válida, es decir, ante una proposición tautológica.

E. La Constradicción.

La contradicción es el contrario de la tautología. Definiremos, entonces la contradicción como "una proposición incondicionalmente falsa". En otras palabras, esto quiere decir que si independientemente de los valores de verdad que tomen las proposiciones componentes, obtenemos FALSO para todos los casos, entonces estamos frente a una proposición compleja contradictoria.

F. Las posibles combinaciones de valores de verdad dadas las combinaciones para "p" y "q".

El siguiente cuadro nos muestra todas las combinaciones posibles que pueden obtenerse a partir de las combinaciones de valores de verdad para dos proposiciones "p" y "q":

| p/q | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V V | V | V | V | V | V | V | V | V | F | F | F | F | F | F | F | F |
| V F | V | V | V | V | F | F | F | F | V | V | V | V | F | F | F | F |
| F V | V | V | F | F | V | V | F | F | V | V | F | F | V | V | F | F |
| F F | V | F | V | F | V | F | V | F | V | F | V | F | V | F | V | F |
| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) | (12) | (13) | (14) | (15) | (16) |

Dados los valores de verdad de "p" y "q" obtenemos por un cálculo de combinaciones 16 tablas de verdad, dentro de las cuales podemos reconocer las siguientes: la (1) es la tautología, la (2) la tabla de la disyunción, la (5) la del condicional. la (7) la del bicondicional, la (8) la de la conjunción, en la (9) observamos la negación de la conjunción, en la (10) la negación del bicondicional, en la (12) la negación del condicional, en la (15) la negación de la disyunción y en la (16) la tabla de la contradicción.

La tabla de combinaciones posibles presenta una utilidad mnemotécnica ya que en ella se encuentran las tablas de verdad de las conectivas, la tautología la contradicción y las negaciones de las conectivas.

G. Ejemplo de utilización de las tablas de verdad en la comprobación de validez de un argumento.

El siguiente ejemplo es meramente hipotético. Es un ejemplo de argumentación en el cual, aparentemente, no podemos saber si tiene o no consistencia lógica, es decir que necesitamos de algún método apropiado de comprobación para ello. De la misma manera, podremos notar la forma como utilizamos los símbolos para cada una de las proposiciones y la manera cómo se llevan a cabo las combinaciones de valores de verdad de las proposiciones componentes del argumento, al tiempo que podemos observar el cálculo de las tablas de verdad para cada una de las proposiciones.

Ejemplo:

"Si el testigo mintió, entonces el reo fue hallado culpable.
Si el reo fue hallado culpable, entonces se le aplicó la pena y si se le aplicó la pena, entonces fue a la prisión.
No es cierto que el reo haya ido a la prisión. O bien el testigo mintió, o bien el reo quedó en libertad. Por lo tanto, el reo quedó en libertad".

Tomado en su totalidad el argumento, vemos que se trata de un condicional cuyo antecedente está formado por proposiciones complejas. El consecuente está introducido por la partícula "por lo tanto...". Lo primero que haremos será distinguir cada una de las proposiciones simples y reconocer las conectivas con las que se forman las proposiciones complejas. Asignaremos a cada una de las proposiciones una letra convencional así:

"El testigo mintió" será "p"; "el reo fue hallado culpable" será "q", "se le aplicó la pena" será "r"; "fue a la prisión" será "s"; "el reo quedó en libertad" será "t". Tenemos, por lo tanto, cinco proposiciones que se encuentran unidas por medio de conectivas: "si el testigo mintió, entonces el reo fue hallado culpa ble " será (p ⟶ q); "si el reo fue hallado culpable, entonces se le aplicó la pena" será (q ⟶ r); "Si se le aplicó la pena, entonces fue a la prisión" será (r ⟶ s), "no es cierto que el reo haya ido a prisión" será "∼s"; "O bien el testigo mintió, o bien el reo quedó en libertad" será (p ∨ t). De esta manera, podremos esquematizar todo el condicional; calcularemos primero las combinaciones de valores de verdad para las cinco proposiciones, es decir, $2^5 = 32$.

$2^5 = 32.$

| p/q/r/s/t | (1)<br>[(p ⟶ q) | (6)<br>∧ | (2)<br>(q – r) | (7)<br>∧ | (3)<br>(r – s) | (8)<br>∧ | (4)<br>∼s | (9)<br>∧ | (5)<br>(p V t)] | (10)<br>⟶ t |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| v v v v v | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| f v v v v | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| v f v v v | f | f | v | f | v | f | f | f | v | v |
| f f v v v | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| v v f v v | v | f | f | f | v | f | f | f | v | v |
| f v f v v | v | f | f | f | v | f | f | f | v | v |
| v f f v v | f | f | v | f | v | f | f | f | v | v |
| f f f v v | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| v v v f v | v | v | v | f | f | f | v | f | v | v |
| f v v f v | v | v | v | f | f | f | v | f | v | v |
| v f v f v | f | f | v | f | f | f | v | f | v | v |
| f f v f v | v | v | v | f | f | f | v | f | v | v |
| v v f f v | v | f | f | f | v | f | v | f | v | v |
| f v f f v | v | f | f | f | v | f | v | f | v | v |
| v f f f v | f | f | v | f | v | f | v | f | v | v |
| f f f f v | v | v | v | v | v | v | v | v | v | v |
| v v v v f | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| f v v v f | v | v | v | v | v | f | f | f | f | v |
| v f vv f | f | f | v | f | v | f | f | f | v | v |
| f f v v f | v | v | v | v | v | f | f | f | f | v |
| v v f v f | v | f | f | f | v | f | f | f | v | v |
| f v f v f | v | f | f | f | v | f | f | f | f | v |
| v f f v f | f | f | v | f | v | f | f | f | v | v |
| f f f v f | v | v | v | v | v | f | f | f | v | v |
| v v v f f | v | v | v | f | f | f | v | f | v | v |
| f v v f f | v | v | v | f | f | f | v | f | f | v |
| v f v f f | f | f | v | f | f | f | v | f | v | v |
| f f v f f | v | v | v | f | f | f | v | f | f | v |
| v v f f f | v | f | f | f | v | f | v | f | v | v |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f v f f f | v | f | f | f | v | f | v | f | f | v |
| v f f f f | f | f | v | f | v | f | v | f | v | v |
| f f f f f | v | v | v | v | v | v | v | f | f | v |

Notemos la manera como hemos esquematizado el problema planteado. Las proposiciones complejas que componen el antecedente se encuentran unidas por medio de conjunciones; todo lo que constituye el antecedente del condicional, se encuentra encerrado entre corchetes y aparece así unido por la flecha del condicional a su consecuente. Hemos dado un número a cada uno de los componentes del antecedente con el fin de poder explicar el orden del procedimiento en la resolución del argumento. Lo primero que hemos hecho es dar las combinaciones de valores de verdad a las cinco proposiciones simples p,q,r,s,t. A partir de estos valores, y siguiendo las definiciones dadas atrás para las tablas de verdad, resolvemos primero el condicional (1), luego el condicional (2), luego el condicional (3); damos después los valores a la proposición $\sim$s que son los contrarios de "s"; luego resolvemos la disyunción (5). Así, hemos obtenido las tablas de verdad de cada una de estas proposiciones complejas. Enseguida comparo las tablas (1) y (2) siguiendo la definición de la conjunción y obtengo la tabla (6); comparando ésta con la (3) obtengo la tabla (7); comparando ésta con la (4) obtengo la (8); comprando ésta con la (5) obtengo la (9) como tabla final de todo el antecedente. Finalmente, comparo esta tabla (9) con los valores de "t" y obtengo la tabla (10) que corresponde al condicional. Podemos notar que esta tabla final resultó ser toda VERDADERO, lo cual indica que la expresión en su totalidad es una tautología, lo que quiere decir que el argumento es absolutamente verdadero. Decimos, por tanto, que la estructura lógica que subyace al argumento que colocamos como ejemplo, es absolutamente válida.

El ejemplo anterior que hemos propuesto, aunque un poco complejo y que requiere bastante cuidado en la elaboración de sus tablas de verdad, si lo analizamos bien detenidamente, nos bastará para aprender a manejar casos de argumentos más simples.

H. Las Leyes de la lógica proporcional.

Las leyes lógicas son proposiciones absolutamente verdaderas que utilizamos para la construcción de las pruebas formales de de validez. Aunque son numerosas las leyes de la lógica proposicional, daremos sólamente algunas de las más importantes.

1. Modus Ponens.

"Dado un condicional, afirmar su antecedente nos permite afirmar su consecuente".

$$\left[(p \to q) \wedge p\right] \to q$$

Si comprobamos por medio de las tablas de verdad, comprobaremos que tal expresión resulta ser tautológica, lo cual nos indica que se trata de una proposición absolutamente válida. De la misma manera, con cualquiera de las siguientes leyes.

2. Modus Tollens.

"Dado un condicional, negar su consecuente nos permite negar su antecedente".

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge \sim q\right] \rightarrow \sim p$$

3. Silogismo disyuntivo.

"dada una disyunción, negar una de las proposiciones, nos permite afirmar la otra".

$$\left[(p \vee q)\ \ \sim p\right] \rightarrow q$$

4. Silogismo hipotético.

Se formula de la siguiente manera:

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)\right] \rightarrow (p \rightarrow r)$$

5. Silogismo constructivo.

"Dados dos condicionales, afirmar la disyunción de sus antecedentes, nos permite afirmar la disyunción de sus consecuentes.

$$\left[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee r)\right] \rightarrow (q \vee s)$$

6. Ley de adición.

"Dada una proposición, puedo afirmar la disyunción con otra proposición.

$$p \rightarrow \left[p \vee q\right]$$

7. Ley de simplificación.

"Dada una conjunción, puedo afirmar una de las proposiciones.

$$(p \wedge q) \rightarrow p$$

Las anteriores son solo algunos ejemplos de construcción de leyes lógicas. Otras reglas para la construcción de pruebas formales son las equivalencias, las cuales, para tales efectos, funcionan como las leyes propiamente dichas. Un ejemplo es la llamada ley de la doble negación:

$$P = \sim\sim p$$

Otras equivalencias son, por ejemplo:

a. Los teoremas de De Morgan

$$\sim (p \wedge q) = (\sim p \vee \sim q)$$
$$\sim (p \vee q) = (\sim p \wedge \sim q)$$

2. Ley de conmutación

$$(p \wedge q) = (q \wedge p)$$
$$(p \vee q) = (q \vee p)$$

**4**.. Ley de equivalencia.
Un bicondicional equivale a dos condicionales.

$$(p \leftrightarrow q) = \left[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)\right]$$

3. Ley de(idempotencia)

$$(p \wedge p) = p$$
$$(p \vee p) = p$$

En términos generales, pues, diremos que dos proporciones son equivalentes si sus respectivas tablas de verdad son iguales. Veamos algunos ejemplos para cada una de las conectivas:

$$(p \wedge q) = \sim (\sim p \vee \sim q) = \sim (p \rightarrow \sim q) = \sim (q \rightarrow \sim p)$$

$$(p \vee q) = \sim (\sim p \wedge \sim q) = (\sim p \rightarrow q) = (\sim q \rightarrow p)$$

$$(p \rightarrow q) = \sim (p \wedge \sim q) = (\sim p \vee q) = (\sim q \rightarrow \sim p)$$

$$(p \leftrightarrow q) = (\sim P \leftrightarrow \sim q) = \sim (\sim p \leftrightarrow q) = \sim (p \leftrightarrow \sim q)$$

I. Análisis del ejemplo anterior mediante las leyes de la lógica.

Volviendo al ejemplo de argumentación que analizamos mediante las tablas de verdad, podemos ahora resolverlo por medio de las leyes. Tomemos cada una de las premisas:

Primera premisa: $(p \rightarrow q)$

Segunda premisa: $(q \rightarrow r)$

Tercera premisa: $(r \rightarrow s)$

Cuarta premisa: $\sim s$

Quinta premisa: $(p \vee t)$

Procedemos de la siguiente manera: uniendo las dos primeras premisas $(p \rightarrow q)$ y $(q \rightarrow r)$ podemos afirmar una sexta premisa $(p \rightarrow r)$ por la ley del silogismo hipotético; uniendo la sexta y la tercera $(p \rightarrow r)$ y $(r \rightarrow s)$ podemos afirmar una séptima premisa $(p \rightarrow s)$ también mediante la misma ley anterior; uniendo ésta con la cuarta, mediante el modus tollens, obtengo una octava premisa $\sim p$; finalmente, mediante la ley del silogismo disyuntivo, unimos ésta última con la quinta y podemos afirmar la conclusión "t".

En la forma anterior, analizando el mismo ejemplo, vemos cómo las leyes de la lógica nos permiten la construcción formal de validez de una argumentación.

J. Conclusiones de la Parte I.

Hasta aquí, hemos recorrido en una forma rápida el campo de aplicación de la lógica proposicional. Esta constituye hoy uno de los campos más amplios de la elaboración de la lógica general en su estado contemporáneo. Al contrario de contradecir a la lógica en su estado clásico, constituye ella una ampliación de su terreno al formular sus posibles aplicaciones al campo del lenguaje corriente. En la siguiente parte del trabajo, que estará dedicada a mostrar el campo de la llamada teoría de conjuntos, partiremos de la base general de su isomorfía con la lógica proposicional, lo cual nos ayudará a clarificar más su amplio radio de aplicación.

II. La Teoría de Conjuntos.

Nos proponemos en esta parte del trabajo dar algunas de las nociones básicas de la llamada teoría de conjuntos, nociones que constituyen tan solo una introducción al conocimiento de los elementos más fundamentales para su manejo. Tal como lo decíamos en la conclusión de la parte anterior del trabajo, nos interesa sobre todo mostrar la isomorfía, o mejor, la isonomía, que existe entre el cálculo proposicional y los conjuntos. Tradicionalmente, tanto la una como la otra, han sido asociadas a las matemáticas; nuestra tesis es que esto no es así, ya que ambas, la teoría de conjuntos y la lógica proposicional, no son "matemáticas" en el sentido estricto de la palabra; el mundo desde el cual trabajan es el mundo del lenguaje y si existen algunas isonomías con las operaciones matemáticas (aritméticas o algebráicas) se trata de casos particulares de operaciones. Se trata, pues, de dos sistemas diferentes del cálculo: el de las matemáticas y el constituido por el cálculo proposicional y la teoría de conjuntos. Estos últimos constituyen la realización del sueño de Leibniz de una especie de "matemática" del lenguaje, que, en el fondo, no es otra cosa que el desarrollo de ciertas potencialidades de la lógica.

A. Definición de conjunto

Un conjunto es un ente no definido Se asocia a colección, agrupación, montón de objetos. Estos objetos, o partes que integran el conjunto, se denominan elementos del conjunto;

a es un elemento del conjunto A
a $\in$ A ( a pertenece a A)
a no es un elemento del conjunto A
a $\notin$ A (a no pertenece a A)

Se llama conjunto finito a aquel que está formado por un número finito de elementos; conjunto infinito, al que está formado por un número infinito de elementos.

B. Representación de los conjuntos.

1. La forma enumerativa

Se escriben entre llaves todos los elementos que pertenecen al conjunto separados por comas; ejemplo.

$$A = \left\{ a, e, i, o, u \right\}$$

2. La forma descriptiva:

Esta se hace por medio de proposiciones; ejemplo:

A = todos los Colombianos

B = todos los Suramericanos

Decimos, en este caso, que el conjunto A pertenece al conjunto B. Empleando las proposiciones, se puede representar los conjuntos así:

A = x/ P (x)

en donde x es la variable que representa a todos aquellos elementos que hacen la proposición P (x) verdadera; ejemplo:
A = x/x = vocal del alfabeto latino
o sea: A = a, e, i, o, u

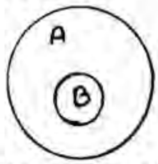
B = y/y = color primario
o sea: B = amarillo, azul, rojo

**Lectura:** **A es igual a x tal que x es igual al conjunto de las vocales del alfabeto latino.**

B es igual a y tal que y es el conjunto de los colores primarios.

3. Los Diagramas de Euler–Venn.

Para fijar la idea de conjunto, se puede asociar éste a una figura geométrica arbitraria (círculo, rectángulo, triángulo, etc.) que se denomina "diagrama de Euler–Venn; ejemplo:




En esta figura se indica que todo elemento del conjunto B pertenece al conjunto A, pero no a la inversa.

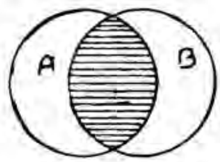
No obstante, los diagramas presentan algunas dificultades como en el caso del conjunto vacío el cual, por definición, es aquel que no posee elementos.

C. Interrelación de Conjuntos. Isonomía con la lógica de proposiciones.

1. La Intersección de conjuntos.

Sean A y B dos conjuntos dados. La intersección de A y B ( A B) es el mayor de los conjuntos que está contenido en A y B. Dicho en otras palabras: el conjunto intersección de A y B es el conjunto formado por los elementos que están tanto en A como en B.

$A \cap B = \{ x / x \in A \wedge x \in B \}$
Según el diagrama de Euler–Venn:




A ∩ B

Ejemplos: sea el conjunto A formado por los elementos a, b, c

A = a, b, c
sea el conjunto B formado por los elementos p, c, r, z

B = p, c, r, z
el conjunto intersección ( $A \cap B$) $= \{ c \}$

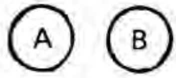
Otro: sea el conjunto C el formado por los elementos 1,3,5,7

C = 1,3,5,7

sea el conjunto D el formado por los elementos 2,4,6,8 el conjunto intersección ( C D) = $\phi$

De este último ejemplo podemos deducir que: dos conjuntos C y D son ajenos, si y solo si no tienen elementos en común. Su intersección es un conjunto vacío, Según el diagrama:

En este caso $(A \cap B) = \phi$




Volviendo al caso de la lógica proposicional, nos encontramos con que la operación que habíamos definido como conjunción de proposiciones presenta isonomía con la operación intersección de conjuntos. Decíamos que la conjunción, por definición es verdadera solamente cuando ambas proposiciones unidas por esta conectiva son verdaderas. La razón de esta definición la vemos en el siguiente caso: tomando dos predicados como. "cisnes" y "blancos", se pueden distinguir cuatro regiones de objetos. 1) cisnes blancos; 2) objetos blancos que no son cisnes; 3) cisnes que no son blancos; 4) objetos que no son ni cisnes, ni blancos.

| Cisne | Blanco | Cisnes blancos<br>cisnes $\wedge$ blancos |
|---|---|---|
| si | si | si |
| no | si | no |
| si | no | no |
| no | no | no |

La tabla anterior muestra que a la clase de los cisnes blancos pertenecen todos y solo aquellos objetos que son cisnes y también son blancos.

2. La Unión de conjuntos.

Sean A y B dos conjuntos dados. Se llama unión de los conjuntos $(A \cup B)$ al menor de todos los conjuntos que contenga a los conjuntos A y B. Dicho en otras palabras: el conjunto unión $(A \cup B)$ es el conjunto formado por todos los elementos que está en A o en B.

$$A \cup B = \left\{ x / x \in A \vee x \in B \right\}$$

La "o" de la definición es inclusiva, o sea, que el conjunto unión $(A \cup B)$ está formado por elementos que son de A, son de B y son de ambos.

Ejemplo: sea el conjunto A el formado por los elementos a,b,c; y sea el conjunto B el formado por los elementos p,c,r,x. El conjunto unión será el formado por los elementos a,b,c,p,r,z.

$$A = \{ a,b,c \}$$

$$B = \{ p,c,r,z \}$$

$$(A \cup B) = \{ a,b,c,p,r,z \}$$

Según el diagrama.


Volviendo al caso de la lógica proposicional, nos encontramos con que la operación que habíamos definido como disyunción de proposiciones presenta isonomía con la operación unión de conjuntos. Decíamos que la disyunción, por definición, es falsa sólamente cuando ambas proposiciones que une son falsas. La razón de esa definición la vemos en el siguiente caso: tomando dos predicados: cisnes o blancos, se puede concebir el conjunto que consta de todos los cisnes, incluso los no blancos, y de todos los objetos blancos, incluso los no cisnes.

| Cisne | blanco | cisne $\vee$ blanco |
|---|---|---|
| SI | SI | SI |
| NO | SI | SI |
| SI | NO | SI |
| NO | NO | NO |

En el cuadro se trata, pues, de todos los objetos que pertenecen a uno u otro o ambos conjuntos. Pertenecen a éste todos los objetos, menos aquellos que no están en ninguno de los dos conjuntos individuales.

3. La Contención de conjuntos.

Sean A y B dos conjuntos dados. Se dice que B está contenido en A (que B es un subconjunto de A) si y solo si la proposición ( $x \in B \rightarrow x \in A$) (si x pertenece a B entonces x pertenece a A) es verdadera para todos los elementos del conjunto B. Ejemplo:

Sea el conjunto A el formado por los colores: verde, rojo, violeta, amarillo, azul y café; y sea P (x) = es un color primario. El conjunto B formado por los elementos x del conjunto A que hacen P (x) verdadera es:

B = amarillo, azúl, rojo

En síntesis, pues, podemos decir que: dado un conjunto A se seleccionan elementos de A y se puede asociar a éste un nuevo conjunto B, al cual se le llama subconjunto de A. El símbolo se leee "contenido en" y significa que todos los elementos de B pertenecen a A.

$$( B \supset A)$$

Volviendo al caso de la lógica proposicional, nos encontramos con que la operación que habíamos definido como condicional presenta isonomía con la de la contención de los conjuntos. Tomando dos predicados: perro y mamífero, sabemos que todo perro es mamífero, es decir, que el conjunto de los perros está incluído en el conjunto de los mamíferos o, lo que es lo mismo, que aquél es un subconjunto de éste.

Si x es perro, entonces x es mamífero

$(x \text{ es } P) \rightarrow (x \text{ es } M)$

Aquí la recíproca no es válida

| Perro | Mamífero | Perro → mamífero |
|---|---|---|
| sí | sí | sí |
| no | sí | sí |
| sí | no | no |
| no | no | no |

Según la tabla anterior, podemos decir

1) hay objetos que son perros y son mamíferos verdadero
2) hay objetos que no son perro y son mamíferos verdadero
3) hay objetos que son perros y no son mamíferos falso
4) hay objetos que no son perros y no son mamíferos verdadero

4. La Igualdad de conjuntos

Sean A y B dos conjuntos dados Se dice que los conjuntos A y B son iguales (A = B) si y solo si están formados por los mismos elementos Dicho en otra forma: dos conjuntos A y B son iguales, si y solo si todo elemento de A es también de B y todo elemento de B es también de A

$$(A = B) \Leftrightarrow \left[(A \supset B) \wedge (B \supset A)\right]$$

Volviendo al caso de la lógica proposicional, nos encontramos con que la operación que habíamos definido como bicondicional presenta isonomia con la de la igualdad de los conjuntos. Decíamos por definición que el bicondicional era, verdadero siempre y cuando los valores de verdad de las proposiciones que une tengan iguales valores de verdad Tomando dos predicados como asno y burro, tenemos:

| asno | Burro | asno burro |
|---|---|---|
| sí | sí | sí |
| no | sí | no |
| sí | no | no |
| no | no | sí |

en la tabla anterior podemos darnos cuenta de cuatro situaciones

1) hay objetos que son asnos y son burros verdadero.
2) hay objetos que no son asnos y son burros falso

3) hay objetos que son asnos y no son burros: falso
4) hay objetos que no son asno y no son burros: verdadero.

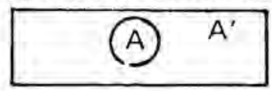
## 5 Complemento de un conjunto.

Todos los conjuntos que intervienen en la aplicación de la teoría de los conjuntos, pueden considerarse como subconjuntos de un conjunto fijo. A este se le denomina conjunto universo y se simboliza por U.

Sea U un conjunto universo y A un subconjunto de U. Se llama complemento de A respecto del conjunto U (A') al conjunto formado por todos los elementos que no pertenecen a A, pero pertenecen a U.

$$A' = \left\{ x / x \in U \wedge x \notin A \right\} = U - A$$

El complemento de un conjunto es, entonces, la diferencia del conjunto U con el conjunto A. Según el diagrama, tenemos:




Nótese aquí la isomorfía que hay con la negación de la proposición de que hablamos en la lógica proposicional.

## 6 Otras operaciones de los conjuntos.

a) La diferencia de conjuntos.

Sean A y B dos conjuntos dados. La diferencia de A con B (A – B) es el conjunto formado por todos los elementos del conjunto A que no pertenecen al conjunto B.

$$(A - B) = \left\{ x / x \in A \wedge x \notin B \right\}$$

Ejemplos:

1) sean los conjuntos:

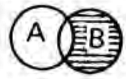
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \;;\; B = \{3, 5, 7, 9\}$$
$$A - B = \{1, 2, 4\}$$

2) sean los conjuntos:

$$A = \{a, b, c\} . \quad B = \{a, b, c, f, g,\}$$
$$A - B = \phi \; . \; B - A = \{d, f, g\}$$

Según el diagrama para el conjunto diferencia entre A y B

A−B 


B − A 


b) La diferencia simétrica.

Sean A y B dos conjuntos dados. Se llama diferencia simétrica de A y B ($A \triangle B$) al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto ($A - B$) o al conjunto ($B - A$).

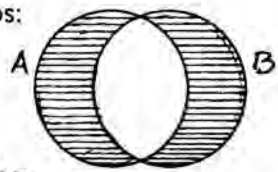
$$A \triangle B = \left\{ x / x \in (A - B) \vee x \in (B - A) \right\}$$

o lo que es lo mismo:

$$A \triangle B = \left\{ (A - B) \cup (B - A) \right\}$$

Según el diagrama, tenemos:

$A \triangle B$




Ejemplo: sean los conjuntos:

$$A = \{a, b, c, d\} \ ; \ B = \{b, c, m, n\}$$

la diferencia simétrica $(A \triangle B) = \{a, d, m, n\}$

D. Propiedades de las operaciones de conjuntos.

De la misma manera como en la lógica proporcional dimos algunas de las principales leyes, daremos aquí algunas de las propiedades principales que se dan en las operaciones de conjuntos.

1. Propiedades de la unión y de la intersección.

a) Ley de asociatividad.

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) \qquad (A \cap B) \cap C$$

b) de conmutavidad.

$A \cup B \qquad B \cup A$
$A \cap B \qquad B \cap A$

c) Ley de distributividad:

—de la unión respecto de la intersección.

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

—de la intersección respecto de la unión.

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

d) Ley de Idempotencia; para cualquier conjunto A, se tiene:

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

2. Propiedades de la contención.

a) La relación de contención es reflexiva, es decir, todo conjunto es subconjunto de sí mismo:

$$A \supset A$$

b) La relación de contención es antisimétrica.

$$\left[(A \supset B) \wedge (B \neq A)\right] \rightarrow (B \not\supset A)$$

o también:

$$\left[(A \supset B) \wedge (B \supset A)\right] \rightarrow (A = B)$$

Lo que quiere decir que si un conjunto está contenido en otro, éste otro no puede a su vez estar contenido en el primero, a menos que ambos conjuntos sean iguales.

c) La relación de contención es transitiva.

$$\left[(A \supset B) \wedge (B \supset C)\right] \rightarrow (A \supset C)$$

3. Propiedades de la igualdad.

a) La relación de igualdad es reflexiva:

$$A = A$$

b) La relación de igualdad es simétrica:

$$(A = B) \rightarrow (B = A)$$

c) La relación de igualdad es transitiva:

$$\left[(A = B) \wedge (B = C)\right] \rightarrow (A = C)$$

4. Propiedades de la diferencia de conjuntos.

a) para todo conjunto A se tiene que: $A - A \quad 0$, ya que para todo A conjunto $(A - A) = \{x/x \in A \wedge x \notin A\}$ o sea que no puede haber ningún elemento que al mismo tiempo sea y no sea de A.

b) Para todo conjunto A se tiene:

$$A - \emptyset = A$$

c) para todo conjunto A se tiene:

$$0 - A = \emptyset$$

d) Dados los conjuntos A y B se tiene:

$$\left[(A - B) = (B - A)\right] \rightarrow (A = B)$$

Si $(A - B) = (B - A)$ entonces todo elemento de $(A - B)$ será elemento de $(B - A)$ y todo elemento de $(B - A)$ lo será de $(A - B)$; pero a $(A - B)$ solo pertenecen elementos de A; y a $(B - A)$ solo pertenecen elementos de B; por lo tanto $A = B$.

E. Ejemplo de aplicación de la teoría de conjuntos.

A continuación, proponemos un ejemplo hipotético que hemos elaborado cuidadosamente con el fin de mostrar el campo de aplicación de la teoría de conjuntos y que, si se examina detenidamente, nos enseñará a resolver otros quizá menos complejos:

> "Cierto día, el Presidente de un Tribunal Superior deseaba saber la cantidad de negocios de esa dependencia y solicitó a su secretario que le diera el número de los que se hallaban actualmente en trámite. Luego de averiguar en las distintas salas del Tribunal, el secretario encontró que el número total de negocios era de 480 de los cuales 290 se hallaban en trámite, pero al examinarlos, se dió cuenta de que: 120 se referían a asuntos civiles, 110 a asuntos comerciales, 130 tenían que ver con asuntos laborales. Desconcertando ante estas cifras decidió mirarlos atentamente y sacó en claro los siguientes resultados: 70 de los negocios eran civiles con implicaciones comerciales; 55 se referían a asuntos comerciales con implicaciones laborales; 60 eran civiles con implicaciones laborales. Por otra parte, separó 75 que se referían exclusivamente a asuntos

Penales. Presentó su exhaustiva investigación al Presidente, pero todo se acabó de agravar cuando éste le solicitó que le dijera en último término cuántos de los negocios se referían a los tres primeros asuntos en forma concurrente. Ante esto, nuestro secretario procedió de la siguiente manera:

1. Llamó A al conjunto de los negocios civiles; B al conjunto de los negocios comerciales y C al conjunto de los negocios laborales.

2. Sabía que la suma (unión) de los negocios era igual a 290 menos los 75 que se referían a los asuntos penales, o sea, 215: $(A \cup B \cup C) = 215$.

3. Sabía que el número de cada uno de los conjuntos era: $A = 120$; $B = 110$ y $C = 130$.

4. Sabía que el número de negocios civiles con implicaciones comerciales $(A \cap B) = 70$; que el número de negocios comerciales con implicaciones laborales $(B \cap C) = 60$; que el número de negocios civiles con implicaciones laborales $(A \cap C) = 55$.

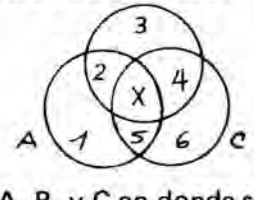
5. Por lo tanto, luego de razonar, cayó en la cuenta de que para obtener el número de los negocios en donde había implicaciones de los asuntos, o sea $(A \cap B \cap C)$ era igual a la suma de los conjuntos A, B y C, menos el número de los negocios civiles con implicaciones comerciales, menos el número de negocios comerciales con implicaciones laborales, menos el número de los negocios civiles con implicaciones laborales, más el número de los negocios buscados, o sea, aquellos con implicaciones de los tres asuntos, así:

   $$(A \cup B \cup C) = A + B + C - (A \cap B) - (B \cap C) - (A \cap C) + (A \cap B \cap C)$$

   Al reemplazar los valores, queda:

   $$215 = 120 + 110 + 130 - 70 - 60 - 55 + (A \cap B \cap C)$$
   $$215 = 175 + (A \cap B \cap C)$$
   de donde: $(A \cap B \cap C) = 40$

El secretario había encontrado ya la respuesta, pero temiendo que no le entendieran muy bien este abstracto razonamiento, decidió ensayar otra solución, esta vez dibujando los conjuntos para explicarlo más claramente:




**Tenemos los conjuntos A, B, y C en donde se ven claramente los entrecortes. La parte 1 del conjunto A representa los negocios civiles; la parte 3 del conjunto B representa los negocios comerciales, la parte 6 del conjunto C representa los negogios laborales; la parte 2 representa los negocios civiles con implicaciones comerciales con implicaciones laborales. Lo que se trata de saber es el valor de x, o sea, el número de negocios que tienen implicaciones de los tres asuntos.**

Conocidos los datos del problema, se tiene:

la parte 2 = 70 − x
la parte 4 = 55 − x
la parte 5 = 60 − x

Puesto que A = 120, la parte 1 será:

$120 - \left[(60 - X) + (70 - x) + x\right]$ es decir: $x - 10$

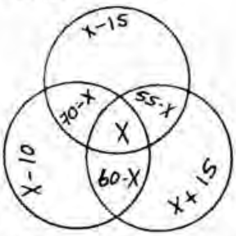
Puesto que B = 110, entonces la parte 3 será:

$110 - \left((70 - x) + (55 - x) + x\right)$ es decir: $x - 15$

Puesto que C = 130, entonces la parte 6 será:

$130 - \left[(55 - x) + (60 - x) + x\right]$ es decir: $x + 15$

Vistos estos valores en el gráfico, tenemos:




Se sabe que total de los negocios es de 215, o sea que la suma de todas estas partes o elementos de los conjuntos tiene que ser igual a 215, así:

$215 = \left[(x - 10) + (70 - x) + (x - 15) + (55 - x) + (60 - x) + (x \quad 15) + x\right)$
o sea: $215 = x - 175$; de donde $x = 40$.

Además, una vez obtuvo este valor, pudo saber que del total de los negocios 30 se referían exclusivamente a asuntos civiles; 25 a la parte comercial y 55 a asuntos laborales, simplemente al reemplazar el valor de x en las partes 1, 3 y 6 de los conjuntos A, B y C respectivamente.

F. Conclusiones de la Parte II.

En esta parte del trabajo nos hemos referido en forma breve a la teoría de los conjuntos o lógica de clases como también se la llama. Un examen detenido de su formulación, nos llevó a encontrar la isonomía con la lógica de proposiciones. Sabemos que el campo de la lógica es el de las estructuras del lenguaje y que, a pesar de la apariencia "matemática" que presenta, no estamos de acuerdo con el apelativo de "matemática" que se le ha dado a estas formas de la lógica. La unión o suma de conjuntos no es isomórfica o sinómica con la suma aritmética, por ejemplo. Hemos podido constatar además el amplio campo de aplicación que tiene la lógica en su estado contemporáneo y la utilidad que presenta, siempre dentro del lenguaje apofántico, los métodos que desarrolla, para el análisis de los argumentos o la construcción de argumentos lógicamente estructurados. El manejo, pues, de ambas formas de la lógica, nos permite el correcto empleo del lenguaje en sus estructuras argumentativas.

## III. La Lógica de Predicados.

### A. Lógica proposicional y lógica de predicados.

La Lógica proposicional, anteriormente vista, es un género de análisis del lenguaje que presupone y deja sin analizar las proposiciones o enunciados simples o atómicos, o sea, aquellos que no tienen ninguna conectiva. La lógica de predicados, de términos o cuantificacional, es un análisis que penetra los enunciados atómicos distinguiendo sus diversos elementos gramaticales. Toda la lógica clásica, desde Aristóteles, es lógica de predicados; en ella se introdujeron las primeras formas de simbolización de enunciados atómicos sencillos, unas para indicar el lugar del predicado (gramatical), otras para el sujeto y el verbo:

A se da en B

o en la notación medioeval y clásica:

S es P

El uso del verbo "ser" esconde la diversidad de estructuras de los enunciados atómicos. Así, por ejemplo:

1. Juan es alto. En esta oración se quiere decir dos cosas: o bien que la altura se da en Juan, o sea que el adjetivo "alto" conviene el nombre "Juan". Su notación corriente es: Aa, en donde la constante A = alto y a = Juan, lo que da con variables el esquema Px; o bien, se quiere decir que Juan pertenece al conjunto de las cosas altas, en cuyo caso la notación será: $a \in A$, o en el esquema con variables: $x \in A$.

2. El Hombre es Mortal. El "es" no tiene aquí el mismo sentido que el que tenía en la frase anterior, pues, "Hombre" no es un símbolo de individuo y, por tanto, la relación de "Hombre" con "Mortal" no puede ser la de pertenencia de un individuo a un conjunto, ni la relación de un individuo con una propiedad suya; el "es" significa la inclusión de un subconjunto en un conjunto, así: $H \supset M$, o en el esquema variable: $a \supset A$.

### B. La Simbolización de los enunciados y los cuantificadores.

Dentro de la lógica clásica, se analizaban cuatro tipos de enunciados que presentan las siguientes formas.

(1) Todos los franceses son europeos
Todos los S son P y se designa por la letra (A)

(2) Ningún ecuatoriano es griego
Ningún S es P y se designa por la letra (E)

(3) Algunos Turcos son asiáticos
Algunos S son P y se designa por la letra (I)

(4) Algunos Irlandeses no son católicos
Algunos S no son P y se designa por la letra (O)

Teniendo estos enunciados, se estableció el cuadro de las operaciones que daba las siguientes relaciones: las proposiciones AE son contrarias; las proposiciones IO son subcontrarias; las proposiciones AI y EO son subalternas; y las proposiciones AO y IE son contradictorias.

En el caso de la proposición (1) si sustituímos "es francés" por F y "es europeo" por G, entonces diremos: $Fx \rightarrow Gx$; "si x es francés, entonces x es europeo". Para cualquier valor que sustituya a x, esto será verdadero, o sea que: para todo x, si x es francés, entonces x es europeo. Se obtiene así un enunciado verdadero que expresado idiomáticamente se lee: "todos los franceses son europeos": $(x)\ (Fx \rightarrow Gx)$.

Así mismo, tomando el enunciado (3), tenemos: F = es turco y G = es asiático: $Fx \wedge Gx$, que se lee: x es turco y x es asiático. Para obtener el enunciado verdadero, debemos reemplazar x por argumentos. "para algunos x, x es turco y x es asiático: $(Ex)\ (Fx \wedge Gx)$.

De la misma forma, para las proposiciones universal negativa y particular negativa, tenemos: $(x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx)$ y $(Ex)\ (Fx \wedge \sim Gx)$, respectivamente.

El símbolo (x) es llamado cuantificador universal y se lee: "para todo x", El símbolo (Ex) es llamado cuantificador existencial y se lee: "hay por lo menos un x".

C. Las Leyes de la Lógica de predicados o lógica cuantificacional.

1. La Tautología.

Así como en la lógica proposicional, la forma $p \equiv p$ resulta tautológica, la forma:

$$(x)\ Fx \equiv (x)\ Fx$$

también lo será. Aquí no se le da el nombre de "tautología" sino de "esquema válido" y a su negación "esquema contradictorio".

2. Leyes de oposición simple.

a. $\sim (x)\ Fx \equiv (Ex) \sim Fx$

b. $\sim (Ex)\ Fx \equiv (x) \sim Fx$

c. $(x)\ Fx \equiv (Ex) \sim Fx$

d. $(Ex)\ Fx \equiv (x) \sim Fx$

Estas leyes muestran las diversas relaciones que se dan entre los cuantificadores universales y particulares.

3. Leyes de oposición aristotélica.

a. $(x)\ (Fx \rightarrow Gx) \equiv \sim (Ex)\ (Fx \wedge \sim Gx)$

b. $(x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx) \equiv \sim (Ex)\ (Fx \wedge Gx)$

c. $(Ex)\ (Fx \wedge Gx) \equiv \sim (x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx)$

d. $(Ex)\ (Fx \wedge \sim Gx) \equiv \sim (x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx)$

La primera ley muestra la equivalencia de la universal afirmativa y la negación de la particular negativa; la segunda ley muestra la equivalencia de la universal negativa y la negación de la particular afirmativa; la tercera ley muestra la equivalencia de la particular afirmativa y la negación de la universal negativa; la cuarta ley muestra la equivalencia de la particular negativa y la negación de la universal negativa.

4. Ley del silogismo categórico.

$$\left[(x)\ (Gx \rightarrow Hx) \wedge (x)\ (Fx \rightarrow Gx)\right] \rightarrow (x)\ (Fx \rightarrow Hx)$$

Esta fue presentada como ley de silogismo hipotético en la lógica proposicional. El silogismo categórico es un condicional que se compone de tres esquemas cuantificados: dos de ellos (premisa mayor y menor) son el antecedente y, el otro, la conclusión, es el consecuente.

Cada esquema se compone de dos letras predicados. La letra predicado que está en las dos premisas y no aparece en la conclusión es el término medio. La primera letra de la conclusión es el término menor; la segunda, es el mayor.

$$\left[(MP) \wedge (SM)\right] \rightarrow (SP)$$

Combinando estos términos se obtienen cuatro figuras.

a. $\left[(MP) \wedge (SM)\right] \rightarrow (SP)$

b. $\left[(PM) \wedge (SM)\right] \rightarrow (SP)$

c. $\left[(MP) \wedge (MS)\right] \rightarrow (SP)$

d. $\left[(PM) \wedge (MS)\right] \rightarrow (SP)$

En el interior de cada figura pueden distinguirse cuatro modos así: en el esquema de la primera figura.

$$\left[(MP) \wedge (SM)\right] \rightarrow (SP)$$

podemos sustituir en él: 1) MP por uno cualquiera de los enunciados A, E, I, O, dentro de los cuales se hallen las letras M y P en el roden MP; 2) SM por cualquiera de los enunciados A, E, I, O, dentro del cual se hallen las letras S y M en el orden SM; 3) SP por cualquiera de los enunciados A, E, I, O, dentro del cual se hallen las letras S y P en el orden SP.

Si los sustituímos por A, tenemos:

$(A \wedge A) \rightarrow A$ llamado modo BARBARA

$(E \wedge A) \rightarrow E$ llamado CELARENT

$(A \wedge I) \rightarrow I$ llamado DARII

Atendiendo a las combinaciones posibles de A, E, I, O, hay 64 modos posibles en cada figura y, por ser cuatro las figuras, 256 modos. No obstante, los Escolásticos redujeron su número a los más comunes, así:

Primera Figura: BARBARA, CELARENT, DIARII, FERIO.

Segunda Figura: CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO.

Tercera Figura. DATISI, FERISO, DISAMIS, BOCARDO.

Cuarta Figura: CALEMES, FRESISON, DIMATIS.

5. Ley de Especificación.

$(x)\ Fx \rightarrow Fy$

Si un predicado es verdadero del todo, lo es de una entidad dada. Permite inferir enunciados singulares, a partir de enunciados universales.

Ejemplo: "Si todo es bueno, entonces la virtud es buena".

6. Ley de Particularización.

$Fy \rightarrow (Ex)\ Fx$

Si un predicado es verdadero de una entidad dada, es verdadero de algo. Permite inferir enuncuados particulares a partir de otros singulares.

Ejemplo Si Thomas Mann es un escritor hay por lo menos un x tal que x es un escritor

7 Ley de Subalternación

$$(x)\ Fx \rightarrow (Ex)\ Fx$$

Si un predicado es verdadero de todo, lo es también de algo

Esta ley de subalternación fue estudiada en la lógica clásica como las relaciones AI y EO, de lo cual se sigue que

- A y O; E e I están opuestas de tal modo que las dos no pueden a la vez ser verdaderas o falsas,

A y E están opuestas de tal forma que las dos no pueden a la vez ser verdaderas, pero sí pueden ser falsas,

- I y O están opuestas de tal manera que las dos pueden ser verdaderas, pero no falsas

- A e I, E y O se relacionan de tal modo que, si A es verdadera, I también lo es; si E es verdadera, O también lo es; pero si I es verdadera, no necesariamente A lo será; si O es verdadera, no necesariamente lo será E.

La siguiente ley, al agregar la cláusula (Ex) Fx, hace posibles las subalternaciones A–I y E–O:

$$\left[(x)\ (Fx \rightarrow Gx) \wedge (Ex)\ Fx\right] \rightarrow (Ex)\ (Fx \wedge Gx)$$

Ejemplo Todos los hombres son mortales y hay hombres, luego algunos hombres son mortales

8. Leyes de Distribución cuantificacional.

a. $(x)\ (Fx \rightarrow Gx) = (x)\ Fx \wedge (x)\ Gx$

b. $(Ex)\ (Fx \vee Gx) = (Ex)\ Fx \vee (Ex)\ Gx$

c $(Ex)\ (Fx \wedge Gx) = (Ex)\ Fx \wedge (Ex)\ Gx$

Estas leyes gobiernan las distribuciones de los cuantificadores. Pero, no toda distribución es válida; así, en este caso.

$$\left[(Ex)\ Fx \wedge (Ex)\ Gx\right] \rightarrow (Ex)\ (Fx \wedge Gx)$$

9 Leyes de confinamiento

a. $(x)\ (p \wedge Fx) = p \wedge (x)\ Fx$

B. $(x)\ (Fx \wedge p) = (x)\ Fx \wedge p$

c. $(Ex)\ (p \wedge Fx) = p \wedge (Ex)\ Fx$

d. $(Ex)\ (Fx \wedge p) = (Ex)\ Fx \wedge p$

e. $(x)\ (p \vee Fx) = p \vee (x)\ Fx$

f. $(Ex)\ (P \vee Fx) = p \vee (Ex)\ Fx$

Estas leyes permiten desplazar un cuantificador y hacerlo gobernar uno solo de los miembros del esquema. "p" no puede ser sustituído por ningún esquema que contenga la misma variable que hay en el cuantificador.

10. Leyes de Opsoición diádica.

a. $\sim(x)\ (y)\ Fxy = (Ex)\ (Ey) \sim Fry$

b. $\sim(Ex)\ (Ey)\ Fxy = (x)\ (y) \sim Fxy$

c. $(x)\ (y)\ Fry = \sim(Ex)\ (Ey) \sim Fxy$

d. $(Ex)\ (Ey)\ Fxy = \sim(x)\ (X) \sim Fxy$

11. Leyes de permutación.

a. $(x)\ (y)\ Fxy = (y)\ (x)\ Fxy$

b, $(Ex)\ (Ey)\ Fxy = (Ey)\ (Ex)\ Fxy$

c. $(Ex)\ (y)\ Fxy = (y)\ (Ex)\ Fxy$

Las dos primeras muestran la posibilidad de intercambiar los cuantificadores; la tercera muestra que el esquema "algunos–todos" implica el "todos-algunos"; la conversa de la tercera no es válida.

D. Conclusiones de la Parte III.

Hemos mostrado hasta aquí una tercera parte de posibilidad de los métodos actuales de la lógica. Con la lógica de predicados, damos un paso más en el campo del análisis lógico que nos permite examinar el interior del enunciado. Por otra parte, tal como lo decíamos al comienzo de èste capítulo, se trata de la lógica clásica, la cual apareció ya desde sus primeros tiempos como una lógica de los enunciados desde el punto de vista de la cuantificación. La simbolización de las proposiciones cuantificadas y la exposición de sus leyes principales, constituye un instrumento de análisis de capital importancia dentro de la comprensión actual del campo de la lógica.

## CONCLUSIONES GENERALES

Hemos recorrido el campo de los principales métodos modernos de la lógica. Ahora debemos aclarar algunas ideas que son de interés para su comprensión, por lo menos en lo que respecta a la orientación y a la motivación del trabajo mismo.

En primer lugar, en relación con el título mismo del trabajo. Lo hemos denominado "los métodos modernos de la lógica" y no "los métodos de la lógica moderna o actual" como algunos suelen hablar. Existe, pues, una verdadera diferencia, pues, lo que hemos querido destacar es que la lógica es,una sola, como ya nos adelantábamos a decirlo en la Introducción. Es la lógica la que posee unos métodos modernos y no una supuesta lógica moderna que habría surgido de otras esferas diferentes, como muchos han pensado y que sería la matemática, por ejemplo. Como podemos observar en el caso de la llamada lógica de predicados, se trata de la misma lógica que fue elaborada por Aristóteles y continuada luego por los autores del mundo medioeval, y es ella misma la que se presenta hoy con un ropaje simbólico, aparentemente desconcertador, y que a primera vista puede aparecer como una "nueva lógica", si no estamos al corriente de la ciencia de la lógica en su estado clásico. Es, pues, imprescindible el conocimiento de la lógica llamada clásica, para poder llegar a la comprensión de esta lógica. Lo mismo ocurre con los dos anteriores métodos, el de llamada lógica proposicional y la teoría de conjuntos; pensamos que la fuente y el campo específico de su trabajo lo constituye el lenguaje ordinario. Tal como tuvimos ocasión de mostrarlo, en los ejemplos propuestos podemos darnos cuenta de la utilidad y del campo al cual son aplicados. Constituyen estos dos métodos una ampliación del terreno de la lógica en relación con el campo abarcado por ella desde sus primeros tiempos.

No obstante, en lo relativo a su "utilidad" debemos aclarar que ella no se agota en el mero empleo de la misma para la construcción de los argumentos correctos o para la construcción de pruebas de validez formal. La cuestión es algo más profunda. Sabemos que el actual desarrollo de las ciencias ha llegado a uno de sus puntos críticos, en la medida en que las ciencias mismas han comenzado en nuestro siglo un proceso que pudiéramos llamar de autorreflexión. La última teoría o filosofía de las ciencias que hemos conocido y que dió buenos resultados al trabajo de las ciencias lo conocemos como Positivismo. Este, desde el punto de vista de sus fundamentos epistemológicos, alimenta un trabajo fenoménico de la ciencia; quiero decir, mientras las ciencias se encontraron orientadas a un trabajo con los hechos, tomados estos en su más absoluta naturalidad, a unos hechos tomados en bruto por nuestro mundo de los sentidos, el Positivismo pudo ser la filosofía de fondo en la base de nuestras concepciones científicas. Las cosas se tornaron bastante diferentes, cuando ciencias tan sólidas como las matemáticas, la física, sobre todo, encontraron nuevos terrenos de trabajo; esto exigió, en primer lugar, desbordar los límites de sus fundamentos y, en segundo lugar, lanzarse a la búsqueda de nuesvos fundamentos para su concepción de la Realidad. Es evidente que un cambio de estas magnitudes conlleva necesariamente un profundo cambio en nuestras concepciones del mundo. Entre tanto, las así llamadas ciencias humanas proseguían en la búsqueda de su autoconstitución, siempre orientadas por el prejuicio emanado del Positivismo de igualar a las ciencias de la matemática con su rigor y ciencias que, como la física, al adoptar todo un artefacto matemático para su expresión, mostraba el más alto rigor en el conocimiento de la naturaleza. Esto fue lo que nos quedó en algunos de los famosos "sistemas" de ciencias humanas que nos legara el siglo pasado y llegaran hasta nosotros con el gran bagaje de inactualidad y de inadaptabilidad a nuestras circunstancias concretas de hoy.

Esto último es lo que ha llevado a una profunda reflexión por parte de los epistemológos, es decir, de los teóricos de las ciencias, acerca de lo que han de ser las nuevas bases de una filosofía de las ciencias sociales o ciencias del Hombre como realmente deben llamarse. Si algo ha identificado a esta reflexión, con las dificultades halladas, no pocas desde luego, es lo que podemos denominar la guerra a muerte del Positivismo. Una confrontación con las ciencias del lenguaje ha permitido a la reflexión contemporánea encontrarse de nuevo con el manantial de riqueza inexplorado de las ciencias humanas. Lo primero que ha arrojado esta búsqueda es lo relativo a las nuevas posibilidades de la lógica. Todo ello nos brinda un interrogante que vale la pena dejarlo aquí: no fue acaso la ciencia de la lógica concebida por su fundador griego como la ciencia que debía constituirse en el armazón (organon) de toda otra ciencia? Acaso no fue el rigor de la lógica lo que permitió a Aristóteles la construcción de todo el edificio del pensamiento científico, mejor: metafísico, que luego nos llegará a Occidente como la matriz de toda reflexión en el campo de las ciencias? Creo que nos encontramos en un momento análogo en nuestro tiempo; el lenguaje es ante todo un dato del hombre y en nuestro siglo, mientras reinaba el imperio del Positivismo, se fue gestando un horizonte nuevo que habría de proporcionar el nuevo camino del acceso al planteamiento de cuestiones últimas. Porque no podemos olvidar que el fundamental ataque del Positivismo al nutrir a las ciencias de una base filosófica, estuvo siempre orientado hacia aquel campo en el cual se plantean las preguntas de fondo y que conocemos como Metafísica. Bajo el imperio de la filosofía positivista, la metafísica quedó proscrita de todo campo científico, al quedar éste reducido al campo de los hechos. Pero el Positivismo se olvidó de que la ciencia es un dato del Hombre y, que como tal, éste no queda circunscrito a un reducido mundo fenoménico, sino que, por el contrario, la auténtica ciencia era siempre y será siempre un campo abierto que ha de satisfacer la totalidad delos interrogantes humanos. Hoy, cuando algunos campos del conocimiento han desbordado los límites que el Positivismo les había impuesto, han encontrado de nuevo la posibilidad de plantearse las cuestiones fundamentales del Hombre. Con las ciencias del lenguaje, hemos encontrado, por los más variados caminos, la posibilidad de una ciencia auténtica, quiero decir, de un terreno del conocimiento que no le teme, frente a la formalización o "matematización" de sus resultados, el encuentro con el mundo poético, con el mundo humano.

Mejor aún, la "matematización" o formalizacion de las estructuras de una ciencia o cuerpo de conocimientos no es meramente un añadido o una especie de anexo para aparentar el rigor, por el contrario, debe ser su gran fundamento. Con esto estamos plenamente de acuerdo. Mas, por otra parte, tenemos que repetir las palabras de Einstein al definir el campo de validez de un conocimiento científico; "la experiencia no es la unica vía de comprobación de la validez de una teoría". Es claro que la Teoría de la Relatividad einsteniana no cabe dentro de los límites señalados por la concepción positivista de la Realidad; por ello su autor afirmó de manera rotunda la superación del Positivismo como filosofía de la ciencia y con lo que dijo abrió un terreno nuevo para la formalización y la comprobación de la validez de las teorıas. Este terreno lo conocemos hoy con el nombre de "axiomática". El desarrollo de este aparato formal de análisis de las teorías científicas ocupa gran parte de la reflexión teórica sobre las ciencias y ha sido aplicado ya a algunas de las más importantes teorías, especialmente en la física, en donde teorías como la de la Relatividad, los Cuanta, etc., no pueden ser comprobadas por la vía experimental, es decir, con los criterios estrechos del Positivismo. Será interesante el día que algunas teorías de las ciencias humanas sean sometidas también a una comprobación por medio de la axiomática.

Con relación a esta última afirmación, compete a la ciencia del Derecho el haber contado con un teórico que ha llevado a cabo una primera aproximación a la construcción axiomática de esta ciencia. Se trata de Hans Kelsen con su Teoría Pura del Derecho. Comprender el intento de Kelsen hasta sus últimas consecuencias, nos impone la tarea de recorrer el camino de la teoría científica en toda su historia hasta la llegada de los métodos formales del pensamiento de nuestros días. Kelsen ha sometido allí a la ciencia del Derecho a una "sistematización" tal que le permita un análisis riguroso de su estructura. Su intento es, pues, puramente epistemológico, de allí, toda la neutralidad axiológica de la llamada 'teoría pura". Esto no debe desconcertarnos, ni nos debe conducir a juicios apresurados; su intención es mostrar la consistencia de una teoría científica del Derecho. Bástenos, por el momento, estas palabras. Lo que sí resulta importante a partir de estos planteamientos de Kelsen es el hecho de que la ciencia del Derecho, por primera vez dentro del campo de las ciencias del Hombre, se encuentra ya preparada para una superación del Positivismo, en el mismo plano en que muchas de las ramas del conocimiento matemático y físico lo están. Es tarea, a partir de la Teoría Pura, continuar con la reflexión por el mismo sendero hasta lograr sacar sus más extremas consecuencias, de la misma forma como, una vez llegadas a su nivel axiomático, las ciencias matemáticas y físicas nos permiten reencontrarnos con los planteamientos metafísicos que nos había prohibido el Positivismo, tendrá que llegar la hora, y con mayor razón al tratarse de una ciencia del Hombre, en que se construya una auténtica filosofía del Derecho, acorde con los planteamientos más actuales de la teoría de la ciencia y, que más allá de sus contradicciones dentro de las diferentes filosofıas, muestre una unidad consistente. Mientras se permanezca dentro de los criterios positivistas, existirá una contradicción entre las visiones formalistas y las visiones metafísicas; pero, de la misma manera como en la filosofía de Aristóteles no se da contradicción alguna entre el mundo de la formalización y el mundo de lo metafísico y de lo poético o humano, en el nivel al cual acceden hoy las ciencias a través de la formalización, llegaremos también a recuperar todos los aspectos metafísicos de la ciencia.

En este trabajo hemos realizado un primer intento al mostrar los métodos actuales de la lógica, que constituyen la parte más elemental, pero por ello no la menos importante y necesaria, y siempre apuntando a que su conocimiento resulta hoy indispensable si deseamos de verdad una reflexión seria sobre la ciencia en general y sobre el Derecho en particular.

## BIBLIOGRAFIA COMENTADA

Con el fin de proseguir el afán didáctico de la presente investigación, proponemos una selecta bibliografía de los textos más característicos en el campo de la lógica y sus métodos modernos. Partiremos de lo más elemental, con el fin de quien se encuentre interesado en su estudio, pueda ir ascendiendo en el conocimiento de la misma.

1. Textos elementales de introducción a la lógica.

A quien desee comenzar el estudio de los métodos actuales de la lógica le recomendamos estudiar en orimer lugar:


a. Blanché, Robert. **Introducción a la Lógica contemporánea.** Ed. Carlos Lohlé.

b. Agazzi, Evandro. **La Lógica Simbólica.** Ed. Herder.

c. Ferráter Mora, José y Hugues Leblanc. Lógica Matemática. Ed. Fondo de Cultura Económica.

d. Deaño, Alfredo. **Introducción a la Lógica Formal.** 2 Vols. Alianza Universidad.

e; Garrido, Manuel. **Lógica Simbólica.** Ed, Tecnos.

f. Seiffert, Helmut. **Introducción a la Lógica.** Ed. Herder.

g. Bochenski, J.M. **Compendio de Lógica Matemática.** Ed Paraninfo..

h. Langer, Susanne K. **Introducción a la Lógica Simbòlica.** Ed. Siglo XXI.

i. Suppes, P y S. Hill. **Introducción a la Lógica Matemática.** Ed. Reverté.

j. Suppes, Patrick; **Introducción a la Lógica Simbólica.** Ed. C.E.C.S.A.

k. Sacristán, Manuel. **Introducción a la Lógica y al Análisis Formal.** Ed. Ariel

l. Quine, Willard van Orman. **Los Métodos de la Lógica.** Ed. Ariel.

m. Carney James D. y Scheer, Richard K. **Fundamentals of Logic.** Ed. Collier Macmillan.

n. Copi, Irvin M. **Introducción a la Lógica.** EUDEBA.

Tal como lo hemos dicho, cualquiera de los textos anteriormente citados nos da una visión completa de los métodos actuales de la lógica, como paso previo para comprender a fondo los problemas que se plantean hoy dentro del análisis formal y sus implicaciones para una teoría de la ciencia.

2. Textos de Teoría de conjuntos.

   a. Seymour Lipschutz. **Teoría de Conjuntos y Temas afines: Teoría y 530 problemas resueltos.** Serie Schaum, Ed. McGraw-Hill.

   b. Suger, Morales y Pinot. **Introducción a la Matemática Moderna.** Ed, Limusa.

3. Textos sobre el álgebra de la Lógica.

   a. Couturat, Louis, **El Algebra de la Lógica.** Ed, Tecnos.

   b. Whitesitt, J. Eldon. **Algebra Booleana y sus Aplicaciones.** C.E.C.S.A.

4. Desde un punto de vista de análisis de la filosofía de la lógica, resultan. de imprescindible conocimiento las obras siguientes.

   a. Quine, Willard van Orman. **Desde un Punto de vista lógico.** Ed. Ariel.

   b. Quine, Willard van Orman. **Filosofía de la Lógica.** Ed. Alianza Universidad.

   c. Strawson, P.F. **Introducción a una Teoría de la Lógica.** Ed. Nova.

5. Aunque es bastante abundante la bibliografía sobre las corrientes analíticas de la filosofía contemporánea, resulta recomendable la lectura de los últimos capítulos del libro de Wolfgang Stegmüller **Corrientes Fundamentales de la Filosofía Actual.** Ed. Nova. En este mismo sentido, es importante la lectura de los textos recopilados en dos volúmenes por Javier Muguerza en su obra; **La Concepción Analítica de la Filosofía.** Ed. Alianza Universidad.

6. Desde el punto de vista de la evolución histórica de la lógica, son importantes los siguientes libros:

   a. Bochenski, J.M. **Historia de la Lógica.** Ed. Gredos.

   b. Kneale, William y Martha. **El Desarrollo de la Lógica.** Ed. Tecnos.

   c. Deaño, Alfredo. **Las concepciones de la Lógica.** Ed. Taurus.

   d. Prior, Arthur N. **Historia de la Lógica.** Ed Tecnos.

7. En el campo específico de la lógica jurídica, en lo relativo a la aplicación de los métodos modernos, son importantes.

a. Kalinowski, Georges. **Introducción a la Lógica Jurídica.** EUDEBA

b. Kalinowski, Georges. **Lógica del Discurso Normativo.** Ed. Tecnos.

c. Ross, Alf, **Lógica de las Normas.** Ed, Tecnos.

Wright, G. Henrik von. **Norma y Acción. una investigación lógica. Ed. Tecnos.**