

# Conocimiento matemático y didáctico en profesores de primaria para la enseñanza de las probabilidades

Vásquez, Claudia<sup>1</sup> y Alsina, Angel<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Pontificia Universidad Católica de Chile

<sup>2</sup>Universidad de Girona

## Resumen

Durante los últimos años el estudio de las probabilidades se ha incorporado fuertemente a lo largo de todo el currículo escolar en muchos países. Esto debido a su aplicabilidad y presencia en numerosas situaciones de la vida diaria en las cuales es necesario disponer de un razonamiento crítico que permita interpretar y comunicar distintos tipos de información. Lo anterior representa un gran desafío tanto para las instituciones formadoras como para el profesorado, pues no hay que olvidar que finalmente son ellos quienes ponen en marcha tales currículos, más aún en el caso de los profesores de primaria, pues muchos de éstos no han contado con una formación inicial apropiada que les permita responder a las nuevas exigencias.

Es en este escenario de cambios y desafíos que surge este estudio, a través del cual se busca aportar evidencias sobre los conocimientos matemáticos y didácticos que poseen los profesores de primaria en el tema probabilidades, y así responder el interrogante de ¿Cómo mejorar el conocimiento matemático y didáctico para la enseñanza de la probabilidades en profesores de primaria?, pues los estudios existentes son todavía escasos, sobre todo en lo que se refiere a profesores de primaria. Para ello hemos utilizado como referente teórico de la Didáctica de la Matemática el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, pues éste nos otorga las herramientas necesarias para analizar con detalle todos aquellos aspectos que se relacionan tanto con el conocimiento matemático como con el conocimiento didáctico de los profesores.

**Palabras clave:** conocimiento matemático y didáctico, probabilidades, profesorado, enseñanza.

## 1. Introducción

No es desconocido que los requerimientos de la sociedad varían muy rápidamente, cambiando al mismo tiempo lo que los alumnos necesitan aprender en la escuela. Estos cambios exigen, cada vez, una mayor preparación por parte de los profesores para ejercer la enseñanza en los distintos ciclos educacionales que conforman el sistema escolar. Tal es el caso de la probabilidad, que durante los últimos veinticinco años aproximadamente se ha ido incorporando fuertemente en los currículos de matemática tanto a nivel parvulario, básico, medio y superior en gran parte de los países desarrollados. Algunos de los principales motivos son su utilidad y presencia en numerosas situaciones de la vida diaria en las que es necesario disponer de un razonamiento crítico que permita interpretar y comunicar distintos tipos de información, además de su estrecho vínculo con distintas disciplinas. Esta iniciativa ha contado, desde 1989, con el apoyo del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) al ser este organismo el primero en incluir “Datos y Azar” como una área temática en el currículo de matemáticas en *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics* (NCTM, 1989). Esta iniciativa ha ido cobrando fuerza con el transcurso de los años, generando una verdadera reforma en los currículos de matemática de diversos países

que se ha plasmado, en la última década, en los *Principles and Standard for School Mathematics* (NCTM, 2000) que buscan proveer de una visión y dirección necesarias para una Educación Matemática de alta calidad para todos los alumnos.

Así, dada esta situación de cambios, se hace necesario contar con profesores preparados que logren que sus alumnos alcancen estos nuevos requerimientos y que utilicen enfoques adecuados para enseñar los contenidos recientemente incorporados, como es el caso de las probabilidades. Otorgar una mejor preparación a los profesores que enseñan matemática representa un verdadero desafío, ya que en su gran mayoría no han contado durante su formación inicial con asignaturas que les permitan alcanzar una enseñanza eficaz de la probabilidad.

Bajo esta perspectiva, es necesario contar con estudios relacionados con la enseñanza de las probabilidades en la educación primaria, y más específicamente con los conocimientos matemáticos y didácticos que los profesores de primaria deben poner en juego a la hora de enseñar estos contenidos, sobre todo en países como Chile en el que tales estudios son aún muy escasos. Es en este escenario que surge esta investigación, a través de la cual se busca vislumbrar y analizar el conocimiento matemático y didáctico de los profesores de primaria para la enseñanza de las probabilidades.

En este trabajo se da a conocer de manera muy sucinta parte de nuestro estudio. Para ello se expone en primer lugar un acercamiento al estado de la cuestión, por medio de las principales investigaciones relacionadas con la problemática de estudio; en segundo lugar, la situación curricular actual de Chile en relación a la enseñanza de las probabilidades; y por último se dan a conocer algunas directrices que guiarán el estudio.

## **2. Las probabilidades y la formación del profesorado**

Actualmente las investigaciones sobre el conocimiento matemático y didáctico de los profesores en probabilidad y su enseñanza son escasas, sobre todo en lo que se refiere a profesores de primaria en ejercicio, pues la mayoría se centra en profesores en formación y sobre todo en profesores de secundaria. Sin embargo, es posible distinguir claramente dos líneas de estudio dentro de este campo: las relacionadas con las actitudes y creencias de los profesores frente a las probabilidades y su enseñanza, y las vinculadas con el conocimiento disciplinar y didáctico. Es en esta última en la cual nuestro estudio busca profundizar, puesto que de acuerdo a investigaciones recientes se ha podido evidenciar que los profesores en formación presentan concepciones erróneas y dificultades en relación a la probabilidad y conceptos vinculados a ella (Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodríguez, 2006; Ortiz, Serrano y Mohamed, 2009) mientras que un grupo importante evita su enseñanza debido a que lo consideran un contenido de menor importancia que podría representar dificultades para los alumnos, o bien por falta de información y preparación (Serradó, Azcárate y Cardeñoso, 2006). Esto se debería a que los programas de formación inicial, en gran parte, no incluyen dentro de sus mallas curriculares asignaturas relacionadas con las probabilidades y su enseñanza, ya que éstas hasta hace un par de años formaban parte, casi únicamente, de la formación secundaria y no de la educación primaria como ocurre hoy (Batanero, Godino y Roa, 2004; Franklin y Mewborn, 2006).

Una de las primeras investigaciones sobre el conocimiento probabilístico de los profesores, realizada por Azcárate (1995), evidenció una baja comprensión de la noción de aleatoriedad y por ende en la comprensión del conocimiento probabilístico por parte de futuros profesores, pues su razonamiento en relación a la noción de probabilidad se encontraba elaborado más bien a partir de experiencias vinculadas a lo cotidiano que en un conocimiento formal. Situación que se ve reforzada por Begg y Edwards (1999) quienes al solicitar a un grupo de profesores de primaria dar respuesta a tres situaciones relacionadas con ideas básicas de aleatoriedad, sucesos equiprobables e independencia, detectaron una

débil comprensión de la probabilidad y de las nociones que subyacen a ella. Con ello no se quiere decir que sea necesario que los profesores cuenten con conocimientos matemáticos acabados de la probabilidad, como teoría de la medida, pero si se requiere que tengan un conocimiento profundo y acabado del contenido a enseñar y de cómo enseñarlo, en nuestro caso un conocimiento y una comprensión profunda de la probabilidad y de ciertos aspectos básicos vinculados a ella, entendiendo por *comprensión profunda* “los conocimientos que debería poseer un profesor para ejercer en plenitud su tarea de enseñar matemáticas” (Ma, 1999, pág. 13), lo que concuerda con las ideas de Schulman (1986) quien expone que es necesario que los profesores conozcan y comprendan en profundidad la matemática que deben enseñar, así como los tipos de conocimientos pedagógicos y didácticos necesarios para lograr una enseñanza eficaz: Conocimiento de los Contenidos, Conocimiento Pedagógico y Conocimiento Pedagógico de los Contenidos o Conocimiento Didáctico de los Contenidos, al reconocer la necesidad de que los profesores deben aprender y manejar otros tipos de contenidos además del conocimiento matemático para una enseñanza eficaz de las matemáticas. Según este autor, el Conocimiento Pedagógico o Didáctico de los Contenidos se relaciona con las formas de enseñar el contenido, por lo tanto va más allá del contenido en cuestión, considerando sus representaciones, ejemplos, demostraciones, etc., enfatizando en cómo hacerlo comprensible para los alumnos, para así enseñarlo mejor. Posteriormente Schulman (1987) amplía y profundiza las categorías del conocimiento base que un profesor necesita para enseñar un determinado contenido, considerando como mínimo las siguientes: Conocimiento del Contenido; Conocimiento Pedagógico General, con énfasis en los principios generales y estrategias de gestión de aula y organización; Conocimiento del Currículo, especialmente en lo referido a la comprensión de materiales y programas que sirven como “herramientas del oficio” para los profesores; Conocimiento Pedagógico del Contenido; Conocimiento de los Estudiantes y sus Características; Conocimiento de los Contextos Educativos, que va desde el trabajo del grupo o clase hasta la administración y financiamiento escolar en distintas comunidades y culturas; y Conocimiento de los Fines, Propósitos y Valores de la Educación, así como de sus fundamentos históricos y filosóficos (Schulman, 1987). Estas categorías pueden ser alcanzadas a través de la formación académica en el contenido disciplinar a enseñar; el contexto del proceso educativo y materiales relacionados; investigaciones sobre educación, relacionadas con organizaciones sociales, aprendizaje humano, enseñanza y desarrollo y otros fenómenos sociales y culturales que influyen en la labor de los profesores; y por último, la sabiduría que otorga la propia práctica. Hoy la propuesta de Schulman continúa vigente, y ha sido abordada y desarrollada por variados autores, destacando el trabajo de Ball, Lubienski y Mewborn (2001) quienes introducen la noción de “*Mathematical knowledge for Teaching*”, que se define como el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno (Hill, Ball y Schilling, 2008). Estos autores, basándose en las ideas de Schulman, proponen un modelo de conocimiento matemático para la enseñanza en el que se caracteriza el conocimiento matemático necesario para la enseñanza de la matemática escolar, estableciendo, además, la existencia de una correlación positiva entre el conocimiento matemático para la enseñanza y el logro de aprendizaje matemático en los alumnos.

Es importante destacar que si bien los modelos de conocimiento matemático para la enseñanza han ganado su espacio en la investigación y formación de profesores, aún son muy generales y no permiten contar con un análisis minucioso de los tipos de conocimientos que deberían poseer los profesores para lograr una enseñanza efectiva de las matemáticas, y más aún en el caso de las probabilidades. Godino (2009) realiza un análisis de los principales modelos de conocimiento matemático para la enseñanza, identificando en ellos ciertas limitaciones, por lo que propone un modelo teórico sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor. Este modelo comprende algunas de las categorías de los modelos anteriormente descritos, que se complementan y desarrollan con elementos del Enfoque

Ontosemiótico (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007). Este enfoque plantea un sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor compuesto por un conjunto de facetas y niveles que interactúan entre sí para el análisis de la idoneidad didáctica, sistema que tendremos en cuenta para el caso de la probabilidad. Godino y su equipo exponen que la idoneidad didáctica de un método para la enseñanza de las matemáticas se define en función del grado con el que resulta adecuado para su puesta en práctica en el aula. La idoneidad se estudia a través de la reflexión sobre sus diferentes componentes: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico (Godino, Batanero y Font, 2007). Tales criterios ofrecen un marco adecuado para valorar cualquier proceso de estudio de las matemáticas (Godino, Font, Wilhelmi y de Castro, 2009). Por ello, en esta investigación se usan dichos parámetros para dilucidar el conocimiento matemático-didáctico que debe poseer un profesor para la enseñanza de las probabilidades en la educación primaria; y así alcanzar los objetivos propuestos para este estudio.

### **3. La probabilidad en el currículo escolar chileno**

Chile no se encuentra ajeno al mayor protagonismo que ha ido adquiriendo la enseñanza de la probabilidad a nivel curricular, lo cual se ve reflejado en el proceso de actualización, ajuste y revisión que ha sufrido su currículo escolar, que busca acercarlo a las tendencias internacionales. Es así como el Ministerio de Educación (Mineduc) mediante la actualización 2009 del Marco Curricular de Educación General Básica y Media incorporó y adelantó el tratamiento de muchos contenidos en el sector de matemática, siendo “Tratamiento de la Información” el contenido con mayores modificaciones. Este bloque de contenidos se integró dentro del currículo como un nuevo eje temático, llamado “Datos y Azar”, ya que de acuerdo con este ajuste curricular, los contenidos referidos a estadística deben ser abordados desde el Primer Ciclo de Educación General Básica a lo largo de los doce años de escolaridad, mientras que los contenidos de probabilidades a partir del Segundo Ciclo de Educación General Básica (Mineduc, 2009a). No obstante, este proceso de ajuste curricular ha sido recientemente sustituido por la introducción de las nuevas Bases Curriculares de Educación Básica 2012 para la asignatura de matemática, observándose nuevas exigencias para este nivel educativo, siendo una de ellas la incorporación del eje temático de “Datos y Probabilidades” como un continuo en la educación básica. Con ello, el Mineduc busca “responder a la necesidad de que todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades” (Mineduc, 2012, pág. 5) y a la vez aminorar los desfases existentes entre el currículo nacional e internacionales. Desfases que han quedado de manifiesto, principalmente, con el análisis de los resultados obtenidos por los alumnos chilenos en mediciones tales como *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) y *Programme for International Student Assessment* (PISA). Si bien es cierto que los resultados de las últimas aplicaciones han experimentado una cierta mejoría, en ambas mediciones nuestro país se ubica muy por debajo del promedio internacional en el área de matemáticas. Estos bajos resultados y niveles de logros obtenidos han sido una de las principales razones por las que el Mineduc ha decidido dar un vuelco a la antigua tendencia de posponer el tratamiento de temas más desafiantes hacia los grados superiores, con un menor nivel de exigencia en los grados iniciales de la educación básica. Por el contrario, en las directrices curriculares vigentes se ha incorporado el tratamiento de las probabilidades de manera temprana y continua a lo largo de los doce años del currículo nacional (Mineduc, 2009b)

Esta iniciativa representa un avance en materia de formación ciudadana dada su aplicabilidad en situaciones cotidianas, tales como: para la comprensión de noticias, hechos, etc. y para la toma de decisiones; como conocimiento base de distintas disciplinas científicas y tecnológicas; y finalmente como herramienta para el desarrollo del razonamiento crítico.

No hay que olvidar que dada la complejidad de muchos de los conceptos vinculados al estudio de las probabilidades y la conexión de éstos con otras áreas de las matemáticas y de distintas disciplinas, es finalmente la escuela quien debe asumir, ineludiblemente, el deber de preparar a los alumnos en este ámbito. Preparación que se debe desarrollar de manera progresiva desde los primeros años de escolaridad, para así lograr capacitar a todos los alumnos para “comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad” (NCTM, 2003, pág. 54).

De este modo, dada la actual situación de cambios por la cual atraviesa el país, se hace necesario mejorar tanto los programas de formación inicial y continua del profesorado, sobre todo en lo que se refiere a la probabilidad y los aspectos vinculados a su enseñanza. Este aspecto cobra aún más relevancia si consideramos que para Chile las cifras internacionales no son alentadoras, puesto que revelan severas carencias en la calidad educativa en general y de manera particular en matemáticas. De hecho, según el Reporte de Competitividad Global 2011-2012 del *World Economic Forum*, en un ranking de 142 países, Chile se encuentra en el número 87 en calidad general de la educación, y en el número 124 en calidad de la educación de matemáticas/ciencias. Información que se ve reforzada con el informe 2010 de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), de acuerdo al cual nuestro país debe encauzar sus esfuerzos hacia la mejora de la formación de profesores en todo los niveles educativos, sobre todo en lo que se refiere a los profesores de educación básica, ya que éstos “reciben una formación general, y los conocimientos que adquieren sobre las materias no resultan suficientes ni siquiera para los cursos iniciales” (OCDE, 2010, pág.10). Otra investigación que avala lo antes expuesto y que otorga más evidencia sobre la enseñanza eficaz de la matemática es el estudio comparativo internacional *Teacher Education and Development Study in Mathematics* (TEDS-M), el cual en su informe de resultados *Breaking the Cycle, An International Comparison of U.S. Mathematics Teacher Preparation* (Babcock *et al.*, 2010), da a conocer resultados bastante preocupantes, en especial para nuestro país, ya que sitúa al desempeño de nuestros futuros profesores de enseñanza básica entre los peores del mundo, incluso muy por debajo de los resultados obtenidos por países con niveles de desarrollo iguales e inferiores al chileno.

Esta necesidad de mejora no tan solo se ve avalada por cifras internacionales, sino también por estudios nacionales que, al igual que los anteriores, reflejan serias carencias en los programas de formación inicial docente de los profesores de educación básica. Así, por ejemplo, en una encuesta aplicada el 2011 a un grupo de 220 profesores que enseñan matemática en el 2° ciclo de educación básica reveló que “un 45% de ellos declara no sentirse preparado para enseñar los contenidos del eje de Datos y Azar a sus estudiantes, sobre todo aquellos vinculados a las probabilidades” (Vásquez, 2011). Resultados que se complementan con los de la Prueba Inicia que se aplica desde el año 2008 a los alumnos recién egresados de Pedagogía en Educación Básica, y cuyo objetivo es el de verificar la calidad de la formación inicial docente. Los resultados en la última aplicación de la Prueba Inicia 2011 son preocupantes puesto que “un 69% de los recién egresados de Pedagogía en Educación Básica tienen conocimientos insuficientes en lenguaje, matemática, ciencia y ciencias sociales, es decir, no demuestra conocimientos y habilidades necesarios para iniciar el ejercicio de la profesión docente” (Mineduc, 2012).

#### **4. Metodología**

Dado que la finalidad de este estudio es el de aportar evidencias con sustento teórico, orientadas al cambio y a la mejora de la práctica educativa, que permitan, finalmente, contribuir a mejorar los procesos de formación inicial y continua del profesorado en probabilidades, y por ende contribuir a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las probabilidades en alumnos de primaria, se ha diseñado un cuestionario que considera las categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas propuestas por

Godino, Batanero y Font (2007). Como se ha indicado, la idoneidad se estudia a través de la reflexión sobre sus diferentes componentes: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico:

- La idoneidad epistémica se mide a partir del grado de representatividad que tienen los significados institucionales implementados o pretendidos respecto a un significado de referencia. Desde el punto de vista de las matemáticas y su aprendizaje es necesario analizar qué contenidos matemáticos aparecen y con qué frecuencia; asimismo, cuál es el modelo implícito que se asume en una actividad o pequeño grupo de actividades.
- La idoneidad cognitiva expresa el grado en que los significados pretendidos o implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.
- La idoneidad interaccional parte de la base que un proceso de enseñanza-aprendizaje tiene mayor idoneidad si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar *a priori*); por otra, resolver los problemas que surgen durante el proceso de instrucción.
- La idoneidad mediacional alude al grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- La idoneidad emocional concierne al grado de implicación (interés o motivación) del alumnado en el proceso de estudio. Está relacionada con los factores que dependen de la institución y con los que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.
- La idoneidad ecológica pone de manifiesto el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad, así como a los condicionamientos del entorno donde se desarrolla. En términos generales, alude al grado en que un método para aprender matemáticas resulta adecuado en el entorno donde se utiliza; el entorno incluye a todos los factores -tanto los de dentro como los de fuera del aula- que determinan la actividad que allí se lleva a cabo.

De este modo, la aplicación de este cuestionario a un grupo de profesores de primaria en ejercicio va a permitir identificar las debilidades y necesidades formativas de los profesores, así como un análisis en profundidad del conocimiento matemático y didáctico sobre probabilidades que éstos poseen. Permittiéndonos contar con evidencia suficiente para establecer directrices sobre las necesidades de formación de estos profesores. Tales directrices se verán reflejadas en el diseño de un curso de formación continua a través del aprendizaje realista y reflexivo, al tratarse de una metodología de enseñanza centrada en la realidad que permite dar sentido a la relación dialéctica entre la teoría y la práctica, y que se ha revelado como un método eficaz para la transformación de las creencias sobre la práctica docente de los estudiantes y profesores y, en definitiva, para la innovación metodológica (Alsina, 2007, 2010).

## Referencias

- Alsina, A. (2007). El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de la matemática. *Educación Matemática*, 19 (1), 99-126.
- Alsina, A. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 22(1), 149-166.

- Azcárate, P. (1995). El conocimiento profesional de los profesores sobre nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la educación primaria. Tesis doctoral inédita. Universidad de Cádiz.
- Babcock, J., Babcock, P., Buhler, J., Cady, J., Cogan, L., Houang, R., Kher, N., Patrick, J., Rosolova, K., Schmind, W.H. y Wight, K. (2010). *Breaking the cycle: An international comparison of U.S. mathematics teacher preparation*. Michigan: The Center for Research in Math and Science Education Michigan State University.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T. y Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Batanero, C., Godino, J. D. y Roa, R. (2004). Training teacher to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12 (1), [www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v12n1/batanero.html)
- Begg, A. y Edwards, R. (1999). Teachers' ideas about teaching statistics. *Proceedings of the 1999 combined conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education*. Melbourne: AARE & NZARE. Recuperado el 23 de Agosto de 2012 en <http://www.aare.edu.au/99pap/beg99082.htm>.
- Franklin, C. y Mewborn, D. (2006). The statistical education of PreK-12 teachers: A shared responsibility. En G. Burrill (Ed.), *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance* (pp. 335-344). Reston, VA: NCTM.
- Godino, J.D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J.D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J.D., Font, V., Wilhelmi, M.R. y de Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias* 27 (1), 59-76.
- Hill, H. C., Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- MINEDUC (2009a). *Propuesta ajuste curricular: Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- MINEDUC (2009b). *Fundamentos del ajuste curricular en el sector de matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- MINEDUC (2012). *Bases curriculares 2012: Educación básica matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- OECD (2010). *Síntesis estudio económico de Chile, 2010*. Recuperado el 15 de Julio de 2012 de <http://www.oecd.org/dataoecd/7/38/44493040.pdf>
- Ortiz, J., Serrano, L. y Mohamed, N. (2009). Competencias de los futuros profesores de primaria sobre la probabilidad. En L. Serrano (Ed.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp. 95-116). España: Universidad de Granada.
- Ortiz, J.J., Mohamed, N., Batanero, C., Serrano, L., y Rodríguez, J. (2006). Comparación de probabilidades en profesores en formación. En P. Bolea, M.J. González y M Moreno (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 268-276). Huesca: SEIEM.
- Schulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Schulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Serradó, A., Azcárate, P. y Cardeñoso, J.M. (2006). Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. En A. Rossman y B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador de Bahía, Brasil.
- Vásquez, C. (2011). Estudio de las percepciones de los profesores de educación básica sobre sus necesidades de fortalecimiento para la enseñanza de la estadística y probabilidad Tesis de magister no publicada. Universidad de la Frontera.