

Descripción de la variabilidad estadística de datos en el contexto de una situación de tratamientos médicos

Orta Amaro, José Antonio y Fernández Delgado, Gilberto

Cinvestav-México

Resumen

En este artículo presentamos las respuestas de estudiantes mexicanos de tercer año de secundaria (14-15 años) a través de las cuales mostramos sus diferentes percepciones de la variabilidad estadística a un problema de comparación de conjuntos de datos. La situación propuesta se refiere al efecto de tres tratamientos médicos y en ella se pregunta a los estudiantes sobre el tratamiento que preferían y en cuál de ellos había más variabilidad. Las justificaciones de los alumnos fueron agrupadas en categorías relacionadas con diferentes características o elementos que los estudiantes perciben en los datos y que se relacionan con la variabilidad estadística. En particular, se consideraron para analizar sus respuestas elementos como observar el arreglo general de la distribución de los datos, los valores extremos o interiores y la percepción del cambio que sugieren los datos. Estos elementos permitieron elaborar una jerarquía basada en la taxonomía SOLO. De acuerdo con el análisis de las explicaciones de los estudiantes, se observó que perciben distintas características de los datos y de la variabilidad cuando la pregunta es de toma de decisiones (v. gr. ¿Qué tratamiento preferirías? Explica tu respuesta) o si la pregunta es acerca de la variabilidad de los datos (¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad?); a pesar, de que en algunos casos la característica de la variabilidad para responder ambas preguntas puede ser la misma.

Palabras clave: Variabilidad estadística, percepciones de la variabilidad estadística, comparación de conjuntos de datos, SOLO.

1. Introducción

La variabilidad es el corazón de la estadística (Moore, 1990), indispensable para su existencia (Watson, Kelly, Callingham y Shaughnessy, 2003). Wild y Pfannkuch (1999) la proponen como uno de los tipos de pensamiento estadístico relacionado con el aprendizaje y la toma de decisiones, lo cual deriva de su omnipresencia. Este concepto está relacionado con muchas ideas estadísticas fundamentales, Garfield y Ben-Zvi (2008) observan que “la comprensión de las ideas de dispersión y variabilidad en los datos es una componente clave en la comprensión del concepto de distribución y es esencial para hacer inferencias estadísticas” (p. 203). Konold y Pollatsek (2004) recomiendan que en el análisis de datos se consideren conjuntamente centro (señal) y la variabilidad (ruido), porque ambas ideas son necesarias para darle sentido a los datos. Para Watson, Callingham y Kelly (2007) la comprensión de la variabilidad se relaciona con la percepción de la incertidumbre, con cambios previstos e imprevistos y con valores atípicos en las situaciones o en los datos. A pesar de su relevancia, el estudio de la variabilidad no se incluye en el currículo de los niveles básicos (y medios) de muchos países, aunque los resultados de la investigación sugieren la posibilidad de desarrollar nociones intuitivas de ésta desde edades muy tempranas. En el currículo mexicano de secundaria hay una mención a la “dispersión” (SEP, 2006, p. 61) y se han realizado varios estudios sobre el tema (una reseña se realiza en Sánchez, Borim y Coutinho, 2011).

En este trabajo se muestran las descripciones y representaciones de la variabilidad estadística que realizan estudiantes de secundaria cuando dan respuesta a dos preguntas en una situación de comparación de conjuntos de datos. Para hacerlo se trata de responder a la pregunta: ¿Cómo perciben y describen los estudiantes de secundaria (14- 15 años) la variabilidad estadística en datos que se refieren a un tratamiento médico?

2. Marco conceptual

Comprensión y aprendizaje. Garfield y Ben-Zvi (2005) plantean un marco de 7 categorías o “componentes de un modelo epistemológico” con los cuales organizan el conjunto de ideas y acciones necesarias para una comprensión profunda de la variabilidad. Las siguientes 3 primeras categorías son las más convenientes para analizar el nivel escolar y cognitivo de los alumnos de secundaria: 1) Desarrollar ideas intuitivas de la variabilidad, las cuales se refieren a ésta como una característica omni-presente en los fenómenos y en los datos que se derivan de ellos; asimismo, existen fenómenos y conjuntos de datos que tienen más variabilidad que otros y, finalmente, la variabilidad es una característica de un conjunto de datos y no de elementos aislados. 2) Describir y representar la variabilidad: Al restringirse a un conjunto de datos, la variabilidad es la *dispersión* de estos, los cuales pueden graficarse para mostrar aspectos de ella. La variabilidad puede medirse de diferentes maneras y expresarse mediante un número (rango, desviación media o desviación estándar). 3) Utilizar la variabilidad para hacer comparaciones, donde las medidas de tendencia central y las de dispersión permiten la interpretación de los datos y con ello la *toma de decisiones*.

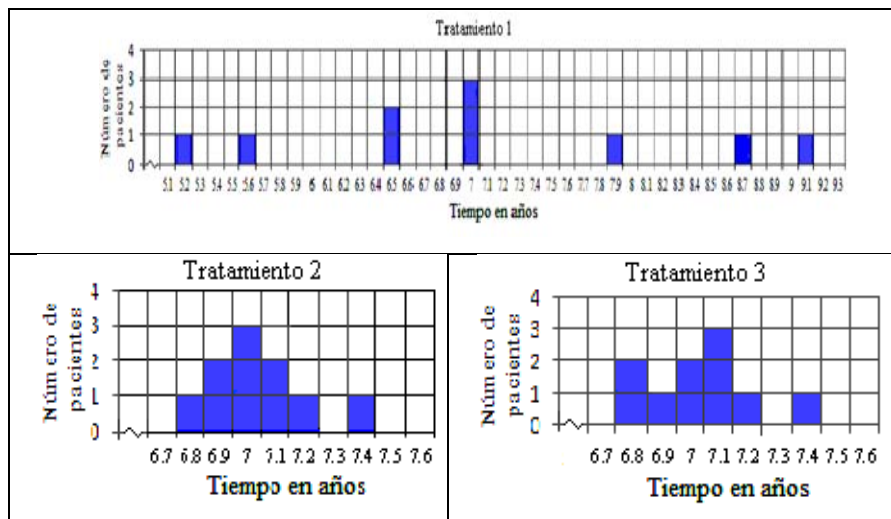
3. Metodología

Participantes. En esta investigación participaron 65 estudiantes, un profesor y los autores. Los estudiantes estaban distribuidos en dos grupos de tercer año de secundaria (catorce años) de una escuela pública de la Ciudad de México.

Instrumentos. En el estudio se diseñó un cuestionario para obtener datos sobre las ideas de variabilidad de los alumnos. Éste contenía tres problemas sobre comparaciones de conjuntos de datos. Dos de los problemas correspondían a contextos de juegos de apuestas, y uno a tratamientos médicos (problema 3). Algunas respuestas a los incisos a) y b) del problema número tres (Figura1) las presentamos en este artículo. Los datos de los problemas se planearon de modo que sean iguales las medias, medianas y el número de elementos en cada conjunto de datos. Aunque esto omite el uso de datos reales, tiene la intención de dirigir la atención de los estudiantes hacia la variabilidad.

Procedimientos de análisis. Las respuestas de los estudiantes se clasificaron en una jerarquía SOLO (*Structure of the Observed Learning Outcome*) de Biggs y Collis (1991). Este método propone definir cuatro categorías que dan cuenta de los niveles de comprensión de los estudiantes definidos de la siguiente manera: *Pre-estructural*, el problema es resuelto; no obstante, las respuestas nos sugieren que el estudiante se distrajo o confundió con un aspecto irrelevante y no llegó a la solución del problema. *Uni-estructural*, los argumentos del alumno se enfocan en un sólo un aspecto del problema. *Multi-estructural*, las justificaciones del escolar toman en cuenta más características relevantes o correctas del problema, pero las trata de manera separada. *Relacional*, las respuestas del estudiante muestran un tratamiento global del problema en una estructura coherente y significativa.

Considera que debes aconsejar a una persona que padece una enfermedad grave, la cual es tratable con medicamentos que pueden extender la vida por varios años. Es posible elegir entre tres opciones, dependiendo del tratamiento. Según el tipo de medicina, las personas tienen diferentes reacciones a las sustancias, para algunas, éstas tienen el mismo resultado, mientras que para otras, puede ser mayor o menor. A continuación se muestra la representación gráfica de los distintos tratamientos.



- ¿Qué tratamiento preferirías (1,2 o 3)? ¿Por qué?
- ¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad? Explica tu respuesta

Figura 1. Problema de los tratamientos médicos.

4. Resultados preliminares

A continuación mostramos diferentes respuestas de los estudiantes las cuales fueron jerarquizadas de acuerdo con el modelo SOLO. Cabe mencionar que dicha jerarquía fue diseñada para describir y representar la variabilidad en relación con un conjunto de datos de una situación dada (categoría 2 de Garfield & Ben-Zvi, 2005). De acuerdo con el análisis de las respuestas, encontramos que existen diferentes niveles para clasificarlas. Aquí, consideramos los siguientes:

Nivel pre-estructural. Estas respuestas, pueden mostrar una idea fuera del contexto del problema o asociada con experiencias de los estudiantes que no responden a las preguntas planteadas. Un ejemplo de este tipo de argumentos se muestra a continuación:

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? en la 2
 ¿Por qué? en la posibilidad de ganar

Figura 2. Ejemplo de respuesta pre-estructural.

En el ejemplo anterior podemos observar que la respuesta refleja que el estudiante posiblemente se distrajo y justificó su elección con argumentos fuera del contexto del problema.

Nivel uni-estructural. Las respuestas que se clasifican en este nivel contienen un aspecto relevante, aunque elemental, para describir la variabilidad de los datos. Las respuestas de los estudiantes pueden referirse a algunos de los siguientes componentes propuestos y que adaptamos de Reading (2004): Sugerir cambios, observar características del arreglo, expresar un límite global, basarse en un valor extremo y basarse en valores interiores. A continuación mostramos ejemplos de algunos de estos componentes:

- Sugerir cambios, dan una descripción de la variabilidad para resumir una impresión de ésta relacionada con la magnitud del cambio. Algunos términos sugieren poco cambio mientras otros sugieren más cambio (Figura 3).

b) ¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad? Tratamiento 1
 c) Explica tu respuesta en el Tratamiento 1 en el
hay diferentes datos de acuerdo
con los años que vive un paciente.

Figura 3. Ejemplo de respuesta uni-estructural que sugiere cambio

- Observan alguna característica del arreglo de los datos, como el orden ascendente o la dispersión de los elementos oposiciones relativas de dos o más valores. En la Figura 4, un escolar presenta la explicación.

b) ¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad? En el tratamiento 1º
 c) Explica tu respuesta Por que sus datos casi no se repiten y
muestran una gran dispersión de sus datos; a comparación
con las otras tablas o tratamientos no tienen
variabilidad.

Figura 4. Ejemplo de una respuesta uni-estructural basada en el arreglo de los datos.

- De manera intuitiva perciben ciertos límites de la variabilidad de los datos de los conjuntos, sin especificar los datos u operaciones que llevan a ellos (Figura 5).

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? en la 2
 ¿Por qué? ahi por ese tratamiento
podria vivir mas.

Figura 5. Ejemplo de una respuesta que expresa un límite global.

- Al igual que en el punto anterior, se refieren a la variabilidad pensando en un límite, pero aquí se basan, en algunos casos, en el valor máximo de los datos y, en otros casos, en el valor mínimo. En la Figura 6, se muestra un ejemplo de este tipo de respuesta.

a) ¿Qué tipo de tratamiento preferirías (1, 2 ó 3)? el 1º
 ¿Por qué? porque hay probabilidad de que
puedas vivir hasta 9 años y en los
otros la mayor probabilidad es de 7 años

Figura 6. Ejemplo de una respuesta uni-estructural basada en uno de los valores extremos.

- En las respuestas en esta categoría se observan características del arreglo, pero lo especifican o determinan explícitamente con valores interiores del conjunto de datos. Por ejemplo la respuesta mostrada en la Figura 7.

b) ¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad? En el 1

c) Explica tu respuesta Porque en el 1 se repite menos y en el 2 se repite un poco más pero en el 3 se repite aun más que en el tratamiento 2 y eso prefiero el tratamiento número 1

Figura 7. Ejemplo de una respuesta uni-estructural basada en los valores interiores.

Nivel multi-estructural. En este nivel las respuestas de los estudiantes tienen en cuenta dos o más de las componentes del *nivel uni-estructural*, por ejemplo, cuando su respuesta considera ambos extremos del conjunto de datos, o implícitamente, consideran un valor de referencia y la variabilidad del conjunto de datos (Figura 8).

b) ¿En cuál de los tratamientos hay más variabilidad? en el tratamiento 1

c) Explica tu respuesta en esta se ve más variabilidad ya que este empieza en 5.2 y acaba hasta 9.1 mientras que los otros su empezara en 6.8 y terminan en 7.4 y se ve más variabilidad en el número que en los otros ya que son más años

Figura 8. Ejemplo de una respuesta multi-estructural.

Nivel relacional. Utilizan la media o mediana y la desviación media o estándar de las distribuciones de datos para compararlas. Ningún estudiante ofreció respuestas a este nivel.

Resultados globales. A partir del análisis de las respuestas surgieron cinco sub-niveles del *nivel uni-estructural* y dos, del *nivel multi-estructural* de la jerarquía SOLO (Tabla 1) que permiten analizar la manera en que los estudiantes describen y representan la variabilidad. A continuación se muestran las frecuencias obtenidas.

De acuerdo con la Tabla 1, advertimos gran cantidad de respuestas y justificaciones al problema, vistas globalmente, pueden agruparse en “sugieren cambio” (29), “expresan un límite global” (36) y “observan características del arreglo” (26). En menor medida, hay varias respuestas agrupadas en las categorías “se basan en valores interiores” (13), “se basan en un valor extremo” (4), “basada en ambos extremos” (5) y “considerando centro y dispersión” (5). Esto nos indica que hay una tendencia a justificar las respuestas de manera cualitativa, es decir, de forma subjetiva.

Tabla 1. Frecuencia de respuestas a) y b), por categoría del problema 3 (P3).

	Nivel uni-estructural				Nivel multi-estructural		
	Sugiriendo Cambio	Decidido sobre el arreglo	Sugiere un límite global	Basada en un extremo	Basada en valores interiores	Basada en ambos extremos	Considerando centro y dispersión
P3a)	14	10	24	4	3	2	5
P3b)	15	16	12	0	10	3	0
Total	29	26	36	4	13	5	5

Al analizar los argumentos para justificar 3 a), hallamos que la mayoría de las respuestas es de tipo cualitativo, en cambio, en 3 b) los alumnos observan características cuantitativas (basadas en la forma del arreglo y en la variabilidad de los datos -valores interiores-) para tomar una decisión (elegir uno de los juegos). El patrón de las frecuencias

llevan a observar que cuando se les pregunta ¿dónde hay más variabilidad? , los alumnos tienden a dar respuestas cuantitativas. (Tabla 1).

Por una parte, la forma adecuada de describir y representar la variabilidad de un conjunto de datos es mediante una medida global que tome en cuenta todos los datos; así, las respuestas de los estudiantes, sobre todo en las preguntas de toma de decisiones, es una apreciación global ('sugiriendo cambio' o 'expresan un límite global'), pero no están basadas en los datos de manera explícita. Por otra parte, en las justificaciones a las preguntas directas de variabilidad, los alumnos sólo tomaron parcialmente en cuenta los datos.

5. Resultados preliminares

El grado de comprensión de los alumnos acerca de la variabilidad dependió de las formas en que percibieron la distribución de los datos; sin embargo, la situación propuesta también fue importante. En este estudio, advertimos la dificultad de los estudiantes para manejar una distribución como un todo (Bakker y Gravemeijer, 2004). Sus respuestas, por un lado, se enfocaron en una característica de las distribuciones como las percepciones de cambio, la reducción de la variabilidad y el basarse en un extremo o en repeticiones de datos; por otro lado, la situación influyó en sus descripciones, pues al responder *¿qué tipo de tratamiento preferirías?*, hacen descripciones en las que limitan la variabilidad; mientras que si las preguntas se dirigen a la variabilidad de los datos sin incluir el escenario, por ejemplo, *¿en cuál de los tratamientos hay más variabilidad?*, sus descripciones se encauzaron hacia el arreglo de los datos, a los valores interiores y a los dos extremos de la distribución.

Estos hechos nos sugieren que en la enseñanza del tema de variabilidad con estudiantes de tercer grado de secundaria deben considerarse actividades que refuercen las propuestas curriculares (análisis de distintos conjuntos de datos, gráficas y medidas de tendencia central y de dispersión), todo ello para promover que los estudiantes busquen patrones en las distribuciones (centro y dispersión) como lo señalan Konold y Pollatsek, (2004). Además, se deben considerar las medidas de tendencia central y dispersión como números en una situación determinada, dichas medidas deberán ser comprensibles e interpretables (Moore, 1990). Hallamos, a través de las respuestas, que los estudiantes cuentan con las nociones adecuadas de centro y dispersión, puesto que mencionan en sus explicaciones palabras como centro, dispersión, extensión. Finalmente, consideramos, que falta tratar con mayor amplitud estos temas para que los estudiantes comprendan el concepto correspondiente y efectúen un análisis reflexivo de los datos.

Referencias

- Bakker, A. y Gravemeijer, K. (2004). Learning to reason about distribution. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, (pp.147-168). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Biggs, J.B. y Collis, K.F. (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behaviour. En H. A. H. Rowe (Ed.), *Intelligence. Reconceptualization and measurement* (57-76). Hillsdale, NJ., USA: Erlbaum.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2005). A framework for teaching and assessing reasoning about variability. *Statistics Education Research Journal*, 4(1), 92-99.
- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching*. New York: Springer.
- Konold, C. y Pollatsek, A. (2004). Conceptualizing an average as a stable feature of a noisy

- process. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy reasoning and thinking* (pp.169-199). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Moore, D. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95–137). Washington, DC: National Academy Press.
- Sánchez, E., Borim, C. y Coutinho, C. (2011) Teachers understanding of variation. En C. Batanero, G. Burril, y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics Challenges for Teaching and Teacher Education*. A Joint ICMI/IASE Study: *The 18th ICMI Study*. (pp. 211-222). The Netherlands: Springer.
- SEP (2006). *Planes y Programas de Estudio. Educación Básica. Secundaria*. México, D. F.: Secretaría de Educación Pública.
- Watson, J., Kelly, B., Callingham, R. y Shaughnessy, M. (2003). The measurement of school students' understanding of statistical variation. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34 (1), 1-29.
- Watson, J. M., Callingham, R. A. y Kelly, B. A. (2007). Students' appreciation of expectation and variation as a foundation for statistical understanding. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(2), 83-130.
- Wild, D.J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-265.