

La aleatoriedad desde la perspectiva de los estudiantes del profesorado de Matemática

Moreno, Amable¹; Cardeñoso, José María² y González García, Francisco³

¹Universidad Nacional de Cuyo

²Universidad de Cádiz

³Universidad de Granada

Resumen

En este trabajo analizamos las respuestas de 583 estudiantes del Profesorado de Matemática de la provincia de Mendoza, Argentina; a un cuestionario que indaga el reconocimiento y la argumentación de la aleatoriedad de sucesos del mundo físico natural, de la vida cotidiana y de la actividad lúdica de las personas. La identificación de la naturaleza aleatoria de ciertos sucesos es importante porque constituye la base indispensable para la construcción de una estructura matemática, como es la teoría de la probabilidad, irrenunciable en la formación académica del futuro profesor de Matemática. Las técnicas estadísticas aplicadas en este trabajo al análisis de los datos fueron: análisis de la varianza y el test Tukey, Intervalos de confianza para la diferencia de medias. Los resultados obtenidos nos han permitido detectar diferencias significativas entre la afirmación y la negación de la aleatoriedad de los sucesos inciertos; sin embargo, no se ha encontrado diferencias significativas del reconocimiento respecto del contexto del suceso: físico natural, cotidiano y de juego; como así tampoco con la formación académica de los estudiantes, la edad, el sexo y la institución en la que realiza la carrera. Cuando logran reconocer los sucesos aleatorios argumentan fundamentalmente desde la imprevisibilidad del suceso. Los resultados evidencian la presencia de unas concepciones que no les permitirán abordar de forma adecuada la enseñanza de esta temática.

Palabras clave: sucesos aleatorios, categorías argumentativas, estudiantes del profesorado de Matemática, nivel académico de los estudiantes.

1. Introducción

En los institutos de formación docente de la provincia de Mendoza, el profesorado de Matemática se encuentra transitando un proceso de transformación curricular, según la Resolución n° 655/2011 de la Dirección General de Escuelas (D.G.E.; 2011). Esta propuesta se inscribe en el marco de la Ley Nacional de Educación y las Resoluciones del Consejo Federal de Educación. La Ley de Educación Nacional N° 26.206 define en su Artículo 71 que:

“La formación docente tiene la finalidad de preparar profesionales capaces de enseñar, generar y transmitir los conocimientos y valores necesarios para la formación integral de las personas, el desarrollo nacional y la construcción de una sociedad más justa. Promoverá la construcción de una identidad docente basada en la autonomía profesional, el vínculo con la cultura y la sociedad contemporánea, el trabajo en equipo, el compromiso con la igualdad y la confianza en las posibilidades de aprendizaje de los/as alumnos/as”.

La causa de esta reforma surgió como una necesidad ante los resultados poco satisfactorios en la escuela secundaria. Este diseño curricular plantea cinco núcleos: “lo numérico y lo aritmético”, “lo geométrico”, “lo algebraico”, “lo analítico” y “lo probabilístico y lo estadístico”.

Para el núcleo “lo probabilístico y lo estadístico” se han considerado dos asignaturas denominadas: Probabilidad y Estadística I; Probabilidad y Estadística II. Ambas con una carga horaria anual de cuatro horas cátedra. En este bloque “lo probabilístico” aparecen algunas sugerencias acerca de la importancia de la enseñanza de la probabilidad y la estadística, como el siguiente:

Los modelos probabilísticos no permiten describir sólo situaciones aleatorias sino también deterministas en las que aparece variabilidad debido a la falta de precisión en el proceso de medición...

Por lo expresado, podemos afirmar que la enseñanza acerca de la naturaleza de los fenómenos aleatorios es un objetivo ineludible para la comprensión del objeto matemático probabilidad. La revisión y reformulación de la formación en probabilidad y estadística de los profesores matemática en formación, es un tema prioritario en la provincia de Mendoza. Así lo indican los resultados de la investigación realizada por Moreno (2009).

En el presente trabajo, entendemos el conocimiento profesional como:

un conocimiento epistemológicamente diferenciado, resultado de una reelaboración e integración de diferentes saberes que pueden concebirse como un sistema de ideas en evolución, lo que permite una gradación de lo simple a lo complejo: una hipótesis de progresión que facilite dicha evolución (Porlán, Rivero y Martín del pozo; 2000).

Por lo tanto, consideramos que el estudio de las concepciones sobre la naturaleza de los fenómenos aleatorios estriba en el convencimiento de que dichas concepciones están obstaculizando una correcta interpretación de estos fenómenos. La idea es aproximarse a concepciones epistemológicamente más correctas, susceptibles de influir más correctamente en el aprendizaje de la probabilidad. Desde esta perspectiva, consideramos que las personas aprenden a partir del mundo de significados que ya tienen construidos.

Para conocer los significados que los estudiantes le atribuyen a la aleatoriedad, hemos aplicado un cuestionario a los 583 estudiantes que están cursando la carrera. El cuestionario consta de 12 ítems destinados al reconocimiento de la aleatoriedad un suceso y sus correspondientes argumentaciones. El estudiante debe afirmar o negar la aleatoriedad y justificarla.

2. Marco teórico

Nuestro marco teórico es el sistema de categorías diseñado por CARDEÑOSO (2001) para el reconocimiento de la aleatoriedad:

- **Causalidad:** Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad explicaciones en función de los diversos factores causales o en la ausencia de posibilidad de su control.
- **Multiplicidad:** Argumentaciones que tienen como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la existencia de múltiples posibilidades en el desarrollo del fenómeno.

- Incertidumbre: Argumentaciones en las que se utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad la propia imprevisibilidad del suceso, sin profundizar en su explicación o análisis.
- Subjetiva: Argumentaciones en las que utiliza como criterio de reconocimiento de la aleatoriedad consideraciones referidas a la propia vivencia o creencia subjetiva.

Llamaremos ALEA11, ALEA12, ALEA13, ALEA14, ALEA10, ALEA20, ALEA21, ALEA22, ALEA23, ALEA24, ALEA00 a las categorías usadas para afirmar o para negar la aleatoriedad. Si el primer subíndice de A_{ij} , o sea i es 1 si indica que el estudiante reconoció la aleatoriedad del suceso, si es 2 indica que no la reconoció y si es 0 que no contestó. El segundo subíndice, o sea j , indica desde que categoría realiza la argumentación; si $j=0$ indica que no argumenta, si $j=1$ indica que ha contestado desde la causalidad, si $j=2$ indica que lo hizo desde la multiplicidad, si $j=3$ indica la incertidumbre y si $j=4$ indica la subjetiva.

3. Resultados

3.1. En relación con el reconocimiento de la aleatoriedad

Las respuestas de los estudiantes al cuestionario nos permiten afirmar que el 32,63% de los estudiantes niegan la aleatoriedad de los sucesos propuestos; el 66,35% afirma la aleatoriedad de los mismos y el 1,05% no contestan. Es importante destacar que de los seis ítems con mayor negación de la aleatoriedad, encontramos tres del contexto físico natural y tres del contexto cotidiano.

Los resultados obtenidos en el grupo de estudiantes del Profesorado de Biología en Moreno, Cardeñoso y González García (2012), son diferentes que los encontrados en el Profesorado de Matemática; siendo mayor este reconocimiento en Biología, dado que el 70,18% afirman la aleatoriedad de los sucesos, el 28,56% niegan la aleatoriedad y no contestan sólo el 1,33%. Además, el test de student para la diferencia entre medias con varianzas iguales, nos dio un valor para la $t=-3,701$, $g.l.=906$, valor $p=0,000$, y un intervalo del 95% de confianza:

$(-1,090; -0,335)$, lo que demuestra la existencia de diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad entre los estudiantes de Matemática y los de Biología.

3.2. Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad y el nivel académico de los estudiantes

Si consideramos la variable, que llamaremos ALEAS: “número de ítems reconocidos como aleatorios por estudiante” y la variable “nivel propedeúico del estudiante”; podemos determinar que no existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad respecto de los niveles propedeúicos. Así, encontramos que el promedio de ítems reconocidos como aleatorios por estudiante, según el nivel es:

- Primer año 7,60
- Segundo año 7,46
- Tercer año 7,37
- Cuarto año 6,83

Los intervalos de Tukey se obtuvieron con una confianza del 95% para las seis combinaciones posibles de los cuatro cursos, como se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Intervalos del 95% de confianza de Tukey

<i>Niveles propedéuticos</i>	<i>intervalos</i>	<i>Valor p</i>
1° año – 2° año	(-0,62; 0,90)	0,966
1° año – 3° año	(-0,47; 0,93)	0,837
1° año – 4° año	(-0,05; 1,59)	0,074
2° año – 3° año	(-0,75; 0,93)	0,993
2° año – 4° año	(-0,31; 1,58)	0,309
3° año – 4° año	(-0,36; 1,44)	0,403

3.3. Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad con la edad, el sexo y el instituto de los estudiantes

Para determinar si el reconocimiento de la aleatoriedad depende de la edad, hemos categorizado las edades de los estudiantes de la siguiente forma:

- de 17 a 22 años le asignamos el valor 1
- de 23 a 28 años le asignamos el valor 2
- de 29 a 34 años le asignamos el valor 3
- de 35 a 40 años le asignamos el valor 4
- de 41 a 46 años le asignamos el valor 5
- de 47 a 52 años le asignamos el valor 6
- de 53 a 57 años le asignamos el valor 7
- no contesta le asignamos el valor 0

Tomando como factor la edad, el análisis de la varianza revela que no existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad en función de la edad, con un valor $p=0,220$.

Además, no se han encontrado diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad, tomando como factor el instituto en el que realizan la carrera, con un valor $p=0,289$. Como así tampoco existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad en relación con el sexo con un valor $p=0,708$.

3.4 Relación entre el reconocimiento de la aleatoriedad en función del contexto

Tomando como factor el contexto y como variable dependiente la cantidad de estudiantes que reconocen la aleatoriedad en cada ítem, el análisis de varianza nos indica que el reconocimiento de la aleatoriedad no depende del contexto del fenómeno o suceso considerado, con valor $p = 0,099$.

3.5 Relación entre las categorías de la aleatoriedad y el contexto

Nuestro interés es conocer, en qué medida influye el contexto del suceso en la argumentación que proporciona el estudiante con respecto al reconocimiento. Para esto, hemos aplicado el análisis de la varianza multivariado, tomando como factor el contexto y como variables dependientes la cantidad de estudiantes que eligen cada una de las ocho

categorías que argumentan la aleatoriedad. Los resultados nos informan que no existen diferencias significativas en el reconocimiento de la aleatoriedad entre los tres contextos.

Sin embargo, si encontramos diferencias significativas en el uso de las distintas categorías cuando se afirma la aleatoriedad y cuando se niega la aleatoriedad.

Para detectar estas diferencias significativas entre las categorías hemos recurrido al uso de intervalos con una confianza del 95%, empleando la distribución t de student con 582 grados de libertad. Los intervalos obtenidos se muestran en la Tabla 2.

Cuando se afirma, el uso de la incertidumbre es significativamente mayor que la causalidad; la multiplicidad y la subjetiva. Mientras que, la categoría con menor aplicación es la subjetiva. Por otra parte, cuando se niega la aleatoriedad, lo hacen fundamentalmente desde la causalidad en primer lugar y en segundo lugar desde la incertidumbre (Tabla 2).

Tabla 2. Intervalos del 95% para la diferencia de las categorías

<i>categorías</i>	<i>intervalos</i>	<i>Valor p</i>
ALEA 13- ALEA 11	(1,929; 2,393)	0,000
ALEA 13- ALEA 12	(1,733; 2,161)	0,000
ALEA 13-ALEA 14	(3,657; 4,035)	0,000
ALEA 12-ALEA 14	(1,777; 2,021)	0,000
ALEA 21-ALEA 24	(1,395; 1,672)	0,000
ALEA 23-ALEA 24	(0,723; 0,978)	0,000

Una diferencia importante entre los estudiantes de Matemática respecto de los estudiantes de Biología, es que los primeros hacen un mayor uso de la subjetiva en general, tanto para afirmar como para negar. En Matemática, esta categoría alcanza el 3,89% de los estudiantes, mientras que en Biología lo hacen el 1,72%. Sin embargo, el grupo de los maestros andaluces alcanzan el 5%, superando a los dos grupos anteriores (Cardeñoso, 2001, p.266)

4. Discusión y conclusiones

Los estudiantes del Profesorado de Matemática no han logrado un desarrollo apropiado en el reconocimiento de la aleatoriedad, como se esperaba; el que es necesario para abordar el correcto aprendizaje de la probabilidad. Sorprendentemente este reconocimiento de la aleatoriedad va decreciendo a medida que avanzan en su formación matemática. Ocurre todo lo contrario en el Profesorado de Biología, en el que este reconocimiento crece, en la medida que aumenta su formación en biología. A pesar de que el diseño curricular de biología contempla una sola asignatura que trate esta temática, con una carga horaria que es la cuarta parte de la carga horaria que tienen los estudiantes de Matemática.

Por otra parte, la situación se complica aún más, si consideramos los resultados obtenidos por Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2006), quienes ha encontrado que algunos libros de texto del nivel de secundaria no hacen un planteamiento correcto de la aleatoriedad, sino por lo contrario reafirman las concepciones deterministas.

Nuestros resultados nos permiten apoyar la aseveración de Fischbein (1990); quien afirma que hay que tener en cuenta que, más allá de las estructuras formales hay intuiciones y modelos intuitivos que influyen en las estrategias de pensamiento, en las interpretaciones y conclusiones. Por lo tanto, es importante que los futuros profesores desarrollen, junto con el razonamiento formal deductivo, un sólido sistema de intuiciones probabilísticas correctas. Para ello es necesario promover actividades que fomenten el conocimiento, análisis y confrontación de concepciones erróneas. En consecuencia reafirmamos las

consideraciones de Lavalle, Michelli y Boché (2003), quienes proponen que la formación debe incluir tareas de socialización del conocimiento y validación de resultados.

En cuanto a la aplicación de la categoría subjetiva, se ha encontrado que estos estudiantes hacen un mayor uso de la misma y un menor uso de la causalidad, respecto de los estudiantes del Profesorado de Biología. Esta información nos confirma lo que expresa Pozo (1987) existe en el pensamiento humano una tendencia ubicua a reducir la incertidumbre de los sucesos remitiéndolos a formas de discriminación más controlables; buscando explicaciones que nos permitan actuar sobre ellos. Si no las encuentran buscan explicaciones mágicas, que no es otra cosa que intentar reducir la incertidumbre de los fenómenos desconocidos. Parece ser que la magia empieza cuando termina el conocimiento causal.

Referencias

- Cardeñoso, J. M. (2001). *Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de conceptos sobre la Aleatoriedad y Probabilidad*. Tesis (Doctorado en Filosofía y Ciencias de la Educación) – Facultad de Educación, Univ. de Cádiz, Cádiz, España.
- Diseño Curricular del Profesorado de Educación Secundaria en Matemática de la Jurisdicción de Mendoza (2011). Resolución n° 655/2011. Dirección de Educación Superior. Dirección General de Escuelas.
- Fischbein E. (1990). Training teachers for teaching statistics. En Hawkins Anne (Ed.), Training teachers to teach statistics. International Statistical Institute. The Netherlands.
- Lavalle, A.; Micheli, E.B. y Boché, S. (2003). Juicios heurísticos sobre probabilidad en alumnos del profesorado de matemática. Sociedad Argentina de Educación Matemática. Revista Premisa. Año 5, Número 7, pp. 23-31. Disponible en: <http://www.soarem.org.ar/Documentos/17%20Lavalle.pdf>. Acceso en: 8 de Marzo 2013.
- Moreno, A. (2009). *Análisis de factores que obstaculizan la formación de competencias inherentes al pensamiento estadístico en estudiantes de nivel medio*. Proyecto de investigación aprobado y financiado por el Infod. Ministerio de Educación de la Nación. Res. N° 6 (2007).
- Moreno, A.; Cardeñoso, J.M. y González García, F. (2012). Un estudio exploratorio de las tendencias de pensamiento probabilístico de los estudiantes del profesorado de biología. XVI Simposio de la sociedad española de investigación en educación matemática. Baeza, Jaén. España.
- Porlán, R.; Rivero Garcia, A. y Pozo, R.M. (2000). El conocimiento del profesorado sobre la ciencia, su enseñanza y aprendizaje. En Francisco Javier Palacios, Pedro Cañal de León (coords.), *Didáctica de las ciencias experimentales: teoría y práctica de la enseñanza de las ciencias*, pp. 507-534. Madrid: Marfil.
- Pozo, J. A. (1987). *Aprendizaje de la ciencia y pensamiento causal*. Madrid: Visor.
- Serradó, A.; Cardeñoso, J.M. y Azcárate, P.(2005). Las concepciones deterministas, un obstáculo para el desarrollo profesional del docente en el campo probabilístico. En: *Congreso Ibero-americano de Educação Matemática*, Portugal: Porto. *Actas del V Cibem*.