

ASPECTOS QUE FACILITAN LA MOTIVACIÓN CON TAREAS MATEMÁTICAS. UN ESTUDIO DE CASOS CON ESTUDIANTES DE MAESTRO DE PRIMARIA

Ana Belén Montoro y Francisco Gil

Cuando un estudiante experimenta flujo en una tarea (está plenamente concentrado y disfrutando al realizarla), aumenta su rendimiento y el deseo por continuar realizando tareas similares. Esta investigación explora qué factores favorecen o dificultan la aparición de experiencias de flujo, en estudiantes universitarios del grado en educación primaria, al trabajar en grupos de cuatro o cinco estudiantes. Para ello, se compara el comportamiento de dos grupos de estudiantes al resolver dos tareas matemáticas. Los resultados muestran la importancia de establecer metas claras, proporcionar retroalimentación inmediata y que el estudiante confíe en su capacidad para superar la tarea.

Términos clave: Autoconfianza; Experiencias de flujo; Matemáticas; Trabajo en grupo

Exploring Which Aspects Facilitate Motivation Towards Mathematics.
A Case Study with Pre-Service Primary School Teachers

When students experience flow doing a task (they are deeply focused on the task and enjoying it), their performance and their engagement with similar tasks increase. This research explores which aspects facilitate or block the flow experience with regard to pre-service primary school teachers while working in groups of four or five students. For this purpose, the researchers compare the behavior of two groups of students solving two mathematical tasks. The results show the importance of setting clear goals, providing immediate feedback and students trust their ability to accomplish the task.

Keywords: Flow experience; Mathematics; Self-confidence; Work in group

En las últimas décadas se ha puesto de manifiesto la importancia de los factores afectivos y motivacionales en el aprendizaje. La motivación es el proceso que gobierna la dirección, intensidad y persistencia del comportamiento humano (Kanfer, 1994). Según la teoría de la autodeterminación (Deci y Ryan, 1985), existen tres tipos de motivación.

Desmotivación. Cuando no existe una razón para realizar la actividad.

Motivación extrínseca. Cuando los motivos por los que se elige una actividad son externos a ella. Es decir, la actividad es un medio para llegar a un fin. Según el fin, tenemos tres subtipos de motivación extrínseca.

- ◆ La regulación externa, que se reconoce cuando el sujeto realiza la acción para obtener una recompensa o evitar un castigo.
- ◆ La regulación interna, cuando el fin es satisfacer demandas internas como pueden ser mantener la autoestima, el sentimiento de obligación o de culpa.
- ◆ Y, la identificación, que se produce cuando se valora la tarea que se está llevando a cabo, la considera importante.

Motivación intrínseca. Cuando se realiza una actividad por el placer y satisfacción que se experimenta al realizarla. De todos los tipos de motivación, es la más intensa y duradera.

La teoría de flujo, enmarcada dentro de las teorías de motivación intrínseca, surgió del interés por conocer qué experimenta el ser humano cuando se implica en actividades por puro placer y sus causas. El término flujo se refiere a estados de profunda concentración en la tarea que se está llevando a cabo, en los cuales el ser se aísla de lo que sucede a su alrededor, perdiendo, en ocasiones, la noción del tiempo. Durante este estado, la persona siente que tiene el control sobre sus habilidades y la actividad, así como una sensación de acción sin esfuerzo. Todo esto provoca una experiencia intrínsecamente gratificante, que lleva a la persona a repetir la actividad para volver a experimentar esas sensaciones una y otra vez (Nakamura y Csikszentmihalyi, 2002).

Este compromiso con la actividad con la que se experimenta flujo (Whalen, 1998) y la mejora del rendimiento académico que se produce (Larson, 1998) hizo que esta teoría se empezara a aplicar en el entorno escolar.

Esta investigación, centrada en el estudio de experiencias de flujo de estudiantes universitarios del grado en educación primaria, se inició por la preocupación por la baja autoconfianza y los altos niveles de ansiedad hacia las matemáticas que presentan dichos estudiantes (Pérez-Tyteca, 2012) y la relación existente entre las experiencias de flujo de estudiantes y maestros (Zhu, 2001). Como se muestra en Sullivan, Clarke, Clarke y O'Shea (2010), la falta de confianza matemática de los profesores influye en el modo en que adaptan las tareas al aula, reduciendo el potencial de la tarea y limitando las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes.

A continuación se describen algunos aspectos de la teoría de flujo e investigaciones previas considerados claves para la justificación de esta investigación y la elección de la metodología utilizada.

TEORÍA DE FLUJO

La aparición de estados de flujo depende de la tarea, de la persona y del entorno en el que se realiza (Csikszentmihalyi y Csikszentmihalyi, 1998). En concreto, Nakamura y Csikszentmihalyi (2002) sostienen que para que dicha experiencia se produzca es necesario proporcionar metas claras, retroalimentación inmediata y un equilibrio entre las habilidades del sujeto y el desafío que propone la actividad. Concretamente, afirman que una actividad es gratificante para un sujeto si le enfrenta a un desafío que cree que puede superar. En contraste, aunque el nivel de desafío y habilidad estén en equilibrio, si el sujeto no encuentra la actividad desafiante, siente apatía; si los desafíos son demasiado altos, siente frustración y ansiedad; y si los desafíos son demasiado bajos en relación a sus capacidades, siente aburrimiento (figura 1).

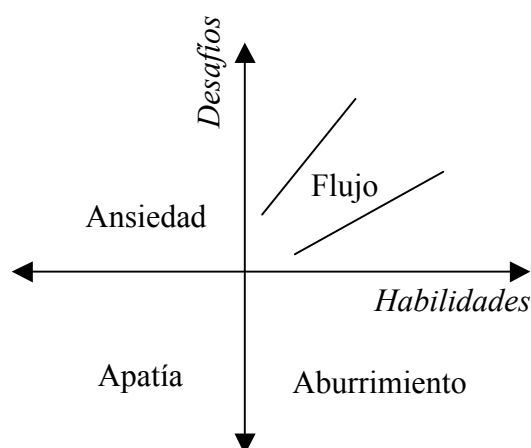


Figura 1. Modelo de los cuadrantes de flujo

Este modelo, válido en el caso de personas con talento y/o actividades elegidas libremente, no se adapta bien a los datos recogidos por Schweinle, Turner y Meyer (2008) al finalizar clases de matemáticas obligatorias de estudiantes de quinto y sexto grado con habilidades en torno a la media. Es decir, los niveles más altos de eficacia y afecto (motivación y emoción) se alcanzaron cuando los estudiantes se enfrentaron a desafíos ligeramente superiores a los que normalmente perciben, pero sus habilidades son muy superiores al nivel de desafío. De hecho, los desafíos pueden ser percibidos como una amenaza a la eficacia, sobre todo cuando las habilidades son bajas (Fernández y Figueiras, 2011; Nakamura, 1998; Schweinle, Turner y Meyer, 2008).

Hay que destacar que, aunque dar una idea intuitiva de lo que siente una persona cuando se encuentra en estado de flujo es fácil, no existe una definición ni forma de operativizar los estados de flujo universalmente adoptada por los investigadores en este campo (Rodríguez, 2009). En concreto, aparecen investigaciones que se basan en el modelo de los cuadrantes de flujo (figura 1) y otras que utilizan todas o algunas de las dimensiones del flujo propuestas por Csikszentmihalyi (2003) y que se resumen en la figura 2.

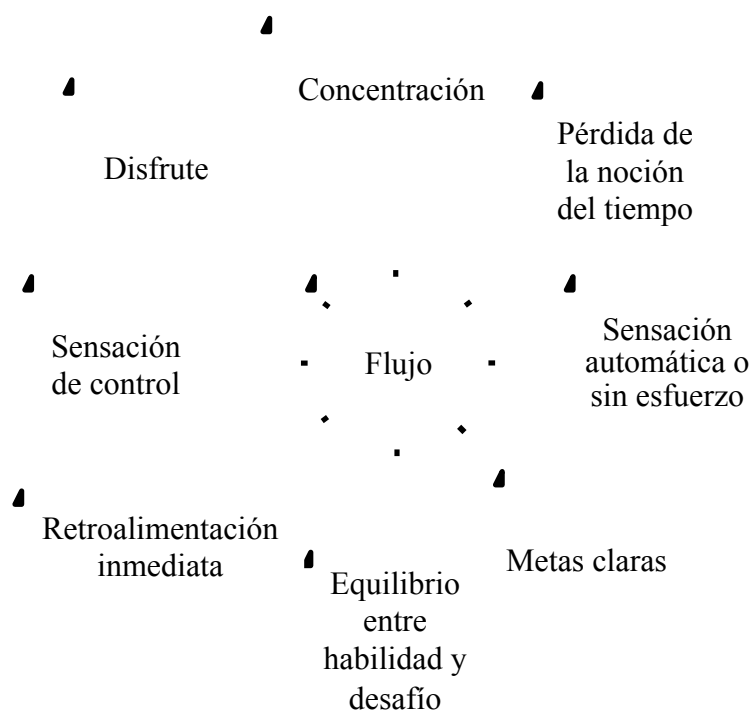


Figura 2. Dimensiones de la experiencia de flujo

Tras la revisión de las definiciones de flujo e instrumentos utilizados en investigaciones previas, se decidió adoptar la concepción propuesta por Ghani y Deshpande (1994) quienes describen el flujo como “(a) una total concentración en la actividad y (b) el disfrute derivado de la actividad” (p. 383). Esta decisión está apoyada, además, por datos recogidos a través de un cuestionario cerrado, diseñado y validado para identificar experiencias de flujo al resolver tareas matemáticas, justo al finalizarlas (Montoro, 2015).

Flujo en Educación Matemática

El estudio de las experiencias de flujo en Educación Matemática es muy novedoso, de ahí que se considere oportuno resumir los trabajos realizados en este campo de los que se tiene constancia.

Heine (1997), en su investigación con estudiantes con talento matemático, analizó las diferencias entre los grupos de clase que aumentaron o mantuvieron el nivel de flujo de sus estudiantes de los que lo disminuyeron, observando que los

primeros dedicaban más tiempo al trabajo individual y en grupo frente a las exposiciones del profesor y a problemas de aplicación de contenidos conocidos a contextos diferentes.

Por su parte, Schweinle, Turner y Meyer (2006) analizaron el modo en que el profesor propone y desarrolla las tareas que se realizan en varias clases de matemáticas de estudiantes de quinto y sexto grado con habilidades en torno a la media. De este modo encontró que las clases con las mejores experiencias establecían desafíos acordes a las habilidades del sujeto, proporcionaban retroalimentación informativa y positiva, potenciaban la cooperación más que la competición, favorecían la autonomía, la persistencia, trataban los errores como oportunidades de aprendizaje y enfatizaban la importancia de las matemáticas.

LA INVESTIGACIÓN

La escasez de trabajos sobre experiencias de flujo en Educación Matemática contrasta con la importancia de potenciar su aparición en el aula, como un medio para motivar intrínsecamente a los estudiantes hacia las matemáticas. En concreto, los altos niveles de ansiedad y la baja autoconfianza en tareas matemáticas, presentes habitualmente en estudiantes de maestro, motivaron nuestro interés por conocer los factores que influyen en la aparición de experiencias de flujo en el aula de matemáticas en dicho colectivo.

En este documento se presenta un estudio de casos que explora los factores que facilitan u obstaculizan las experiencias de flujo de estudiantes universitarios, del grado en educación primaria, al trabajar en grupo para resolver tareas matemáticas. En estas, los estudiantes trabajaban de manera autónoma, contando con la ayuda del profesor cuando se encuentran con dificultades. Esto enfatiza la importancia del análisis de las características de la tarea, la composición del grupo y las interacciones entre sus miembros y las interacciones con el profesor (aspectos de la tarea, la persona y el entorno en que se realiza, respectivamente).

Esta investigación pretende el logro de dos objetivos particulares. Primero, contrastar la influencia de algunos aspectos reconocidos en la literatura como dimensiones o facilitadores de la experiencia de flujo en estudiantes con talento, o con actividades no matemáticas en estudiantes con habilidades matemáticas en torno a la media. Esto es, ver cómo proponer desafíos acordes con las habilidades de los estudiantes, establecer metas claras y proporcionar retroalimentación inmediata, favorece la aparición de experiencias de flujo en estudiantes con habilidades en torno a la media cuando realizan actividades matemáticas. Segundo, explorar cómo contribuyen otros aspectos sugeridos en la literatura como el rendimiento de los estudiantes (Heine, 1997), la confianza en su capacidad para resolver las tareas (Rodríguez, 2009) y las interacciones con el grupo en la aparición o no de experiencias de flujo al enfrentarse a tareas complejas.

Metodología

Para responder a estas cuestiones se comparó el nivel de concentración y disfrute (flujo) experimentado por 230 estudiantes del grado en educación primaria de la Universidad de Almería, en nueve tareas de trabajo en grupo de la asignatura Enseñanza y aprendizaje de la geometría y la medida en la educación primaria.

Las carencias detectadas en la revisión de la literatura, en cuanto a la falta de consenso sobre la forma de operativizar las experiencias de flujo en estudiantes con capacidades en torno a la media (Rodríguez, 2015), hizo que surgiera la necesidad de diseñar y validar un cuestionario para identificar si un estudiante ha experimentado flujo, o no, al realizar una tarea, justo al concluirla (Montoro, 2015). Este cuestionario se describe en el apartado siguiente.

Conociendo el porcentaje de estudiantes que experimentó flujo en cada tarea, se seleccionaron dos tareas con diferencias significativas en dicho porcentaje y dos grupos de estudiantes que habían sido grabados resolviéndolas.

De estos grupos se analizaron, además de las grabaciones en vídeo de los estudiantes resolviendo la tarea, los datos obtenidos mediante un cuestionario diseñado y validado para identificar si un estudiante ha experimentado flujo o no con una tarea —y su valoración respecto a los aspectos considerados como facilitadores de flujo en la literatura previa—, un cuestionario abierto sobre experiencia previa y creencias en matemáticas (Montoro, 2015), una prueba inicial de conocimientos de medida, el informe presentado con el trabajo realizado en dichas tareas para su calificación, las calificaciones parciales y finales en la asignatura, y las observaciones realizadas por los profesores.

Cuestionario de flujo

Este instrumento, diseñado para recoger información sobre la calidad de la experiencia al finalizar una tarea, consta de seis ítems para identificar experiencias de flujo (dos ítems para la concentración y cuatro ítems para el disfrute) y diez ítems que miden el nivel de complejidad, claridad de metas, retroalimentación, utilidad e interés de la tarea. En sus respuestas, los participantes indicaron el grado de acuerdo con cada afirmación en una escala de valoración de cinco puntos, siendo uno totalmente en desacuerdo y cinco totalmente de acuerdo.

El cuestionario presenta ítems con enunciados con sentido positivo y sentido negativo que permiten detectar posibles inconsistencias en las respuestas de los participantes. Por ejemplo, para la concentración se utilizaron ítems como “mi atención estaba totalmente centrada en la actividad” y “mi concentración era interrumpida por cualquier cosa”. De esta manera, tras invertir las puntuaciones de los ítems negativos, para aceptar que los estudiantes estaban concentrados, disfrutaban con la actividad, recibieron retroalimentación, las metas estaban claramente establecidas, la actividad les resultó complicada, interesante y útil, se adoptó como criterio que la puntuación media en los ítems de cada una de estas variables sea superior o igual a cuatro (equivalente a estar de acuerdo en todas las afirmaciones).

Por otra parte, teniendo en cuenta que las experiencias de flujo están caracterizadas por altos niveles de concentración y disfrute (Ghani y Deshpande, 1994; Montoro, 2015; Rodríguez, 2009), se consideró que los estudiantes experimentaron flujo con la tarea cuando la media en cada una de estas dos variables fue superior o igual a cuatro.

Cuestionario de creencias y experiencia previa en matemáticas

Con este instrumento pretendimos explorar cómo había sido la experiencia previa con las matemáticas. Se utilizaron preguntas relacionadas con el gusto por las matemáticas, cuáles eran sus notas, si les parecían útiles y si se lo pasaban bien. El instrumento también contempló creencias sobre la naturaleza de las matemáticas, pidiéndoles seleccionar de entre ocho afirmaciones el símil que mejor describía su visión del aprendizaje de las matemáticas y aquel que menos lo describía.

Selección de la muestra, las tareas y los participantes

La figura 3 muestra la clasificación de las tareas¹ en tres tipos según su puntuación media en las variables concentración y disfrute. También presenta el porcentaje de estudiantes que experimentaron flujo realizándola. Como se puede notar, algunas tareas provocaron flujo a más del 70% de los estudiantes, y las medias en concentración y disfrute es superior a la puntuación media de todas las tareas en estas variables (líneas continuas), por lo que se consideraron potenciadoras del flujo. Otras tareas provocaron flujo a entre un 60% y 70% de los estudiantes, y las medias en concentración y disfrute superan el cuatro (líneas discontinuas), pero son inferiores a la media general de todas las sesiones, por lo que producen flujo moderado. Por último, se detectaron dos tareas cuya media en concentración o disfrute es inferior a cuatro, por lo que se han categorizado como bajo nivel de flujo.

¹ La tarea 6 tuvo dos versiones diferentes, por lo que aparece en la figura como 6A y 6B.

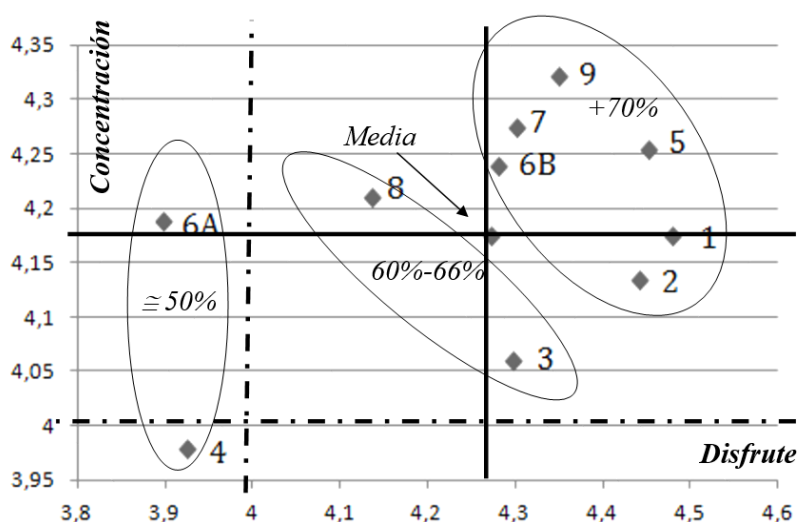


Figura 3. Media de la concentración y disfrute producido por cada tarea

Para este trabajo, se seleccionaron y analizaron los datos relativos a dos grupos de estudiantes que habían sido grabados durante la resolución de una tarea de las llamadas potenciadoras de flujo y una tarea de las categorizadas como bajo nivel de flujo.

En concreto, seleccionamos la tarea con la que menos estudiantes experimentaron flujo (tarea 4). Esta tarea venía realizándose por varios años y es considerada como muy rica desde el punto de vista del aprendizaje que puede generar con los estudiantes de maestro. De los cuatro grupos que habían sido grabados realizando esta tarea, seleccionamos aquellos —dos estudiantes— que habían sido grabados en tareas con un alto porcentaje de estudiantes en flujo. En nuestro caso, coincidió con la tarea 1.

De este modo, contamos con dos grupos de cuatro y cinco estudiantes, respectivamente, a los que nos referiremos indicando el grupo al que pertenecían y el número de participante asignados en la primera sesión. Por ejemplo, el G1P2 corresponde al participante 2 del grupo 1.

Características de los participantes

Analizando la información procedente del cuestionario abierto de creencias y experiencia previa en matemáticas, de las observaciones realizadas por los profesores y las calificaciones obtenidas durante el curso, se clasificó a estos estudiantes según su rendimiento, su grado de autoconfianza, motivación y perseverancia en matemáticas. La tabla 1 muestra esta información.

Tabla 1
Características de los estudiantes seleccionados

Estudiante	Rendimiento	Autoconfianza	Motivación	Perseverancia
G1P4	Alto	Alta	Alta	Sí
G2P1				
G2P4				
G1P2	Medio	Alta	Media-Alta	Sí
G1P3				
G1P1	Medio	Media	Media	A veces
G2P2				
G2P3	Bajo	Baja	Baja	No
G2P5				

Los estudiantes que obtuvieron una calificación mínima de notable en la asignatura afirman disfrutar con las matemáticas y tener vocación por ser maestros, tienen confianza en las propias habilidades para hacer matemáticas y perseveran ante las dificultades (G1P4, G2P1 y G2P4).

Los estudiantes que obtuvieron un aprobado en la evaluación de la asignatura gustan de las matemáticas, tienen seguridad en sus capacidades para resolver tareas matemáticas y perseveran para solucionar posibles obstáculos y/o fracasos (G1P2 y G1P3).

Los estudiantes que obtuvieron un aprobado en la evaluación de la asignatura confían en sus capacidades y procedimientos utilizados cuando se enfrentan a tareas sencillas, pero dudan de su capacidad cuando la tarea es compleja o no obtienen apoyo de compañeros que consideran buenos en matemáticas (G1P1 y G2P2).

Finalmente, hubo estudiantes que tuvieron que repetir el examen para superar la asignatura. Estos estudiantes tuvieron un rendimiento muy bajo en el cuestionario de conocimientos previos sobre medida, su experiencia previa con las matemáticas es negativa y se sienten inseguros o poco capaces para resolver tareas matemáticas (G2P3 y G2P5).

Hay que señalar que, aunque los estudiantes seleccionados para este estudio no se escogieron atendiendo a las calificaciones en la asignatura, el porcentaje de estudiantes suspensos (11,11%), aprobados (55,55%), con notable (22,22%) y sobresaliente-matrícula de honor (11,11%) de la muestra, es muy similar a la distribución de las calificaciones totales en el acta final de junio de la asignatura (15,12 % suspensos, 43,8 % aprobados, 31,20% notables, 5,62% sobresalientes o matrícula de honor, y 4,26% no presentados).

Descripción de las tareas

A continuación describimos la tarea 1 y la tarea 4, seleccionadas para analizar los datos obtenidos a través de las grabaciones de los grupos.

Tarea 1. Percepción y comparación de magnitudes. La primera tarea pretende que los estudiantes tomen conciencia de que muchas comparaciones se basan en el uso correcto de determinadas percepciones y estrategias que los niños y algunos adultos tienen que desarrollar o adaptar, si ya las poseen, a nuevas situaciones. Por ello, propone la comparación “a ojo” del volumen (ocupado o interior) de distintos objetos y que comprueben si su ordenación visual es correcta, animándoles a considerar distintas estrategias y explicar con detalle el procedimiento utilizado. En las dos situaciones (volumen ocupado y volumen interior), aunque la forma es distinta, el volumen y la capacidad de los objetos, o parte de ellos, son muy similares.

Tarea 4. Obtención de fórmulas con el geoplano. El objetivo de esta tarea es que los estudiantes aprendan un modo de obtener fórmulas de manera significativa y, por tanto, un método de enseñanza de la aritmetización de la superficie, experimentando las dificultades que conlleva su aprendizaje. La tarea consiste en obtener fórmulas para el cálculo de la superficie de distintas figuras tomando como unidad de medida un triángulo equilátero de lado uno. Para ello, los estudiantes cuentan con dos geoplanos triangulares y papel isométrico.

La tarea tiene dos partes. La primera propone la obtención de fórmulas de figuras que pueden hallarse usando únicamente patrones aritméticos (triángulo equilátero, hexágono regular, rombo y romboide). La segunda (rectángulo, triángulo rectángulo y triángulo cualquiera) requiere el uso de conceptos geométricos, ya sea para descomponer las figuras —creando ideas nuevas como la altura en ángulo de 60 grados—, o el cálculo de la medida de la altura de un triángulo equilátero, de lado uno, para reajustar la fórmula y continuar midiendo las alturas de triángulos como se acostumbra hacer, es decir, formando 90 grados.

Análisis de vídeos

El análisis de los vídeos se realizó utilizando el programa Atlas.ti 7 que permite la selección de fragmentos de vídeos, su codificación y la creación de comentarios que facilitan la vinculación de ideas sin perder la riqueza de los datos audiovisuales.

Partimos de un sistema de 16 categorías preestablecidas basado en la revisión de la literatura previa. Por una parte, contenía códigos para identificar experiencias de flujo como concentración, falta de concentración, disfrute, ausencia de disfrute, emociones positivas y emociones negativas. Por otra, incluía códigos que reflejaban la presencia o ausencia de los aspectos vinculados al flujo en la literatura y que estaban contenidos en el cuestionario cerrado descrito anteriormente, es decir, complejidad percibida, metas claras, retroalimentación, utilidad e interés. Las grabaciones fueron visualizadas en varias ocasiones y se extrajeron

fragmentos asociados a cada una de estas categorías. La tercera columna de las tablas 2-9 muestra ejemplos de los códigos asociados a varios fragmentos.

Posteriormente, se observó si se producían cambios en el nivel de flujo de los estudiantes, es decir, si pasaban de estar desconcentrados y/o desmotivados a mostrarse concentrados y disfrutando al realizar la tarea y viceversa. Cuando esto sucedía, se volvía a visualizar el vídeo en busca de posibles causas de dicho cambio. Por ejemplo, un incremento sustancial en la complejidad de la tarea, interacciones entre los estudiantes, interacciones con el profesor, entre otros.

En este punto, prestar atención a lo que cada estudiante decía y/o hacía en cada momento, sus expresiones faciales, sus gestos, la postura o el tono de voz, era esencial. Por ello, se transcribieron los fragmentos clave en dos columnas, una dedicada a describir lo que decía cada estudiante en cada momento y otra para describir cómo lo decía y lo que hacía en ese momento (ver ejemplos en las tablas 2-9). Esto supuso la visualización del vídeo en numerosas ocasiones para cerciorarse de que no se pasaba por alto algún suceso o detalle importante. Se entiende por momentos claves aquellos que estaban cargados de emociones positivas o negativas (ejemplos en las tablas 6, 8 y 9), así como la transición entre cambios actitudinales y/o emocionales (ejemplos en las tablas 2, 7 y 8).

De este análisis surgieron otras categorías ya que, además de la falta de re-orientación, claridad de meta, la dificultad de la tarea y su interés, los cambios en el comportamiento de los estudiantes se podían atribuir principalmente a su nivel de autoconfianza, al interés mostrado por sus compañeros hacia sus ideas y a la presencia o ausencia de refuerzo por parte del profesor y/o los compañeros.

A continuación, se comparó la calidad de la experiencia y el comportamiento en función de la tarea y el grupo. Es decir, se centró la atención en un grupo y se observaron las diferencias entre las tareas (las experiencias variaban en los dos grupos al cambiar la tarea), después centramos la atención en la tarea y analizamos las diferencias entre los grupos (sólo se encontraron diferencias en la tarea 4). Destacamos que para garantizar la objetividad en el análisis, se solicitó la revisión de la descripción del desarrollo de dos de las cuatro tareas y su codificación a dos investigadores externos a la investigación alcanzándose un nivel de coincidencia alto.

RESULTADOS

En este apartado se expone de manera sintética cómo se desarrollaron las tareas en los distintos grupos, incluyendo algunos fragmentos que ilustran nuestras afirmaciones y muestran ejemplos de la codificación realizada. Posteriormente, se describen las valoraciones realizadas por los estudiantes al finalizar las dos tareas, concluyendo con la sugerencia de un modelo explicativo de las relaciones entre distintos aspectos vinculados al flujo.

Desarrollo de la tarea de comparación en el primer grupo

El grupo 1 se centró en la comparación de dos piedras y un bote de espuma vacío según su volumen ocupado, tarea que los estudiantes consideraron de dificultad media-baja (valorada entre 2 y 3).

La tarea comenzó con la ordenación a ojo realizada por G1P1, quién parecía segura de haberla realizado correctamente, hasta que G1P2 decide cambiar el orden y el resto de compañeras están de acuerdo con G1P2. Este hecho hace que G1P1 se sienta un poco decepcionada, aunque sigue interesada en resolver la actividad y/o conocer la solución (tabla 2).

Tabla 2

Comparación de volumen realizada por el grupo 1, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
G1P1: Ordenar por volumen, ¿no?	Hace un gesto con las manos simulando algo grande.	Presencia de metas claras
P: Sí, volumen, espacio ocupado.		
G1P1: El que ocupa más...	G1P1 realiza una ordenación.	
Fragmento 2		
G1P2: Para mí es este.	Toca las dos piedras y cambia el orden propuesto por G1P.	Ausencia de confianza
G1P3: Para mí también.		
G1P4: A mí también.	Asiente	
G1P2: Ya me habéis copiado.	Bromeando	

Tabla 2

Comparación de volumen realizada por el grupo 1, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
<i>G1P1</i> : ¡Ale!, ya soy yo la tonta.		
<i>G1P2</i> : A lo mejor no...	El tono de voz sugiere que está segura de su ordenación.	

A la hora de la comprobación, G1P2 y G1P3 participan más activamente a lo largo de la tarea. En contraste, G1P4 escucha las propuestas de sus compañeras, evalúa su procedimiento y únicamente interviene cuando considera que el procedimiento es inadecuado —sus compañeras comparan la cantidad de agua que desplazan los distintos objetos sin sumergir completamente uno de ellos—. Por su parte, G1P1 adopta una actitud activa al comienzo de la tarea, pero cuando se encuentran con la necesidad de reajustar el primer procedimiento, su papel se limita a observar y comprender el procedimiento que están llevando a cabo sus compañeras.

Al concluir, se ven expresiones de incredulidad y sorpresa en todas ellas. Sin embargo, mientras que las G1P2, G1P3 y G1P4 consideran que el procedimiento es bueno y su percepción era errónea, G1P1 no acepta que las piedras ocupen lo mismo que el bote de espuma, y piensa que han podido hacer algo mal (tabla 3).

Tabla 3

Comparación de volumen realizada por el grupo 1, parte 2

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
<i>G1P4</i> : Son iguales.	<i>G1P4</i> sonríe. Todas se muestran sorprendidas.	
Fragmento 2		
<i>G1P2</i> : Este parece que un poquillo más...		Ausencia de retroalimentación
<i>G1P3</i> : Pero es que a lo mejor...	<i>G1P3</i> señala las rayitas que han hecho con el bolígrafo en el recipiente con el agua donde las han sumergido.	
<i>G1P1</i> : Tiene truco.		

Tabla 3

Comparación de volumen realizada por el grupo 1, parte 2

Fragmento 3		
<i>GIP2</i> : Nos salen que son iguales, según esta cosa.	<i>GIP2</i> se dirige al profesor.	Retroalimentación
Fragmento 4		
<i>GIP1</i> : Yo creo que eso no está bien. No veo que sea el mismo volumen una piedra que esto, que el bote de espuma.	<i>GIP1</i> se dirige al profesor.	Ausencia de retroalimentación
<i>GIP3</i> : Pero te lo ha demostrado el agua.		
<i>GIP1</i> : Pero quizás nos hemos equivocado.		
<i>GIP3</i> : No, hemos metido los objetos y sube un tanto por ciento. Y, han sido todos lo mismo.	<i>GIP3</i> coge el recipiente y señala el espacio ahora vacío entre la marca y el agua.	Retroalimentación Confianza

En general, los estudiantes trabajan bien. Afrontan la tarea con una actitud positiva, muestran interés por resolverla, participan activamente, dan su opinión y escuchan al resto. Particularmente, *GIP1* adopta una actitud más pasiva al ver que sus compañeras adelantan una respuesta distinta de la suya y parece que no domina el concepto de volumen y el Principio de Arquímedes.

Desarrollo de la tarea de comparación en el segundo grupo

El grupo 2 se centró en la tarea de comparación del volumen interior o capacidad de distintas botellas, una tarea que consideran de complejidad intermedia-alta (3 y 4).

Los estudiantes *G2P1*, *G2P2*, *G2P3* y *G2P4* comienzan a observar y tocar las botellas desde el principio. Parecen querer realizar una buena ordenación a ojo y estar concentrados en lo que están haciendo.

Por el contrario, *G2P5* no se siente atraído por la actividad al comienzo. Es en el momento en que *G2P2* y *G2P3* comentan que ya han terminado cuando *G2P5* empieza a tomarse en serio la ordenación a ojo. Parece que lo hace presionado porque tiene que dar una respuesta. Sin embargo, cambia su actitud una vez que comienza a realizar la ordenación a ojo y, sobre todo, al comprobar la ordenación correcta. En general, aunque en un primer momento la actividad no les pareció atractiva, una vez que comenzaron a realizarla, sintieron curiosidad por algunos recipientes y los resultados inesperados aumentaron su interés.

Durante la comprobación, todos mantienen una actitud positiva, muestran interés y confianza en sus propias capacidades para resolverla correctamente. Aunque G2P3 es el que vierte el agua de un recipiente a otro, ayudado la mayoría de las veces por G2P1, todos se muestran atentos, dan su opinión y escuchan a los demás (tabla 4). No obstante, G2P4 ejerce un poco de líder, insistiendo en muchas ocasiones en que se haga lo que él piensa. Por su parte, G2P4 se encarga de anotar los resultados; G2P2 y G2P5 dan su opinión, pero sin insistir en cuál consideran el siguiente, quizás porque la botella de suavizante les ha confundido un poco (G2P2 parecía intrigada con ella) o porque confían menos en su ordenación. La tabla 4 muestra algunos de estos momentos.

Tabla 4

Comparación de volumen en el grupo 2, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
G2P4: Llena la que hemos... supuestamente la segunda más grande.	G2P3 ha llenado la B y va a realizar el trasvase de líquidos.	Interés
G2P5: Está entre la G y la H.	G2P3 y G2P2 miran su predicción.	
G2P4: La de acuarius esa (H).		
G2P3: Yo dije que era la D.		
G2P4: Llena esta, hazme caso.	G2P4 coge la H.	
G2P3: Esta es la que yo he puesto.	G2P3 busca la D y la señala.	
G2P4: Yo he dicho que la H, pero bueno.		
G2P5: Yo he puesto la G también, ¿cuál es la G?		
Fragmento 2		
	G2P3 empieza a llenar la D. Todos miran atentos.	Concentración
Fragmento 3		
G2P1: Cabe más.	G2P1 parece sorprendido.	Interés

Señalar que el hecho de que no se dijera que podía haber botellas iguales y hasta dónde llenar las botellas, hace que G2P4 se empeñe en considerar que la botella de cristal de vino y otra de plástico tienen distinta capacidad, obviando las evidencias. En las demás situaciones y para el resto de participantes, la actividad les

ha proporcionado retroalimentación. Conocen el procedimiento y confían en él (tabla 5).

Tabla 5

Comparación de volumen realizada por el grupo 2, parte 2

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
<i>G2P4</i> : Hacerlo otra vez.		Ausencia de retroalimentación
<i>G2P3</i> : ¿Entiendes? Mira, yo echo la botella de vino aquí y esto no se derrama.		Confianza
<i>G2P4</i> : Me cago en la mar, tío.		
<i>G2P5</i> : Que son iguales... Que sí son iguales.		
<i>G2P4</i> : Yo creo que cabe más en esta.		
<i>G2P1</i> : Que son iguales.		
<i>G2P5</i> : Que son iguales, que la otra también se ha quedado un poquito...	<i>G2P2</i> se ríe.	
<i>G2P4</i> : Alguna hay que poner delante.		Retroalimentación Disfrute

Desarrollo de la tarea de obtención de fórmulas en el primer grupo

Al comenzar esta tarea, la profesora explica su objetivo: obtener fórmulas para calcular el área de distintas figuras utilizando como unidad de medida un triángulo equilátero. Los estudiantes parecen haber entendido la meta, aunque la tarea les resulta complicada.

Al realizar esta tarea, *G1P4* se encarga de rellenar el informe aunque pide ayuda a sus compañeras para expresar lo que han realizado. Redactar el informe le privaba en algunas ocasiones del tiempo necesario para reflexionar sobre el patrón (aspecto de esta tarea considerado más interesante para ellas) ya que sus compañeras encontraban la fórmula rápidamente. Algo similar le sucede a *G1P1*, quien, aun habiendo encontrado la primera fórmula, considera que esta figura es más sencilla, que la tarea es complicada y necesita más tiempo para descubrir los patrones que sus compañeras.

Ante esta situación, *G1P1* se limita a intentar comprender el patrón obtenido por sus compañeras, el razonamiento (si lo hay) y dar algunas sugerencias. A medida que avanza la actividad, las intervenciones de *G1P1* cada vez son más escasas. En cambio, *G1P4* pide ayuda a sus compañeras para rellenar el informe.

Al principio, G1P2 suele ser la que convierte el patrón encontrado en una fórmula, dando un nombre apropiado a cada variable, y le indica a G1P4 lo que poner en el informe, aunque en general todas aportan sus ideas (tabla 6).


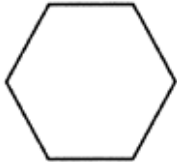

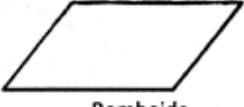
Tabla 6
Obtención de fórmulas en el grupo 1, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
	Fragmento 1	
G1P2: Vale, que tiene 2 son 24.		
G1P3: Dos por uno, dos... mientras señala los lados del triángulo.	G1P3 va señalando los lados.	
G1P2: $6 \times 2 = 12$. No, no va.	G1P2 cuenta más rápido.	
G1P1: Es que son tres triángulos por cada lado... Ah, no...	G1P1 está concentrada en su geoplano, pero se equivoca al contar.	Concentración
G1P3: ¡Mira!, ¡ $12 \times 2!$ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Por 2, 24. G1P1: ¿Cómo?	G1P3 grita y le da un manotazo a G1P2. Cuenta los triángulos del "perímetro" mientras los señala. No ha escuchado lo que dice G1P1.	Disfrute
G1P2 y G1P4: Vamos a poner otro de otro tamaño.		Interés
G1P3: Yo, yo, yo, porfi.		
	Fragmento 2	
G1P4: ¿Pero antes qué hemos hecho? Antes hemos hecho no sé qué por dos.		
G1P3: 96. 24×4 , ¡Lo estaba diciendo!	G1P3 habla excitada. G1P2 le choca la mano a G1P3.	Disfrute
G1P3: Son los lados que hay, por 4. ¡No!	G1P3 señala el borde muy rápido, y más despacio la medida del lado.	
G1P1: 4×1 , 2, 3, 4, 5, 6, 24. Por 4.		

Tabla 6
Obtención de fórmulas en el grupo 1, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
<i>G1P3</i> : ¡Por los huequecitos que hay! ¡Sí!	<i>G1P3</i> termina la frase de <i>G1P1</i> y habla excitada. Ha recordado su idea.	
<i>G1P3</i> : Tiene razón <i>G1P1</i> . Contamos el lado, 4, por el número de lados, 6, sale 24. Y luego multiplicamos por el número de huequecitos. Son $24 \times 4 \dots$ y sale.		Refuerzo por parte del compañero
<i>G1P1</i> : Claro... $24 \times 4 = 96$.		

Encontrar la fórmula del triángulo equilátero, el hexágono, el rombo y el romboide fue una tarea de complejidad intermedia, que permite utilizar métodos geométricos y/o numéricos para hallar la solución. Todas lograron resolver alguna de ellas (*G1P1*, *G1P3*, *G1P4* y *G1P2*, respectivamente) y fueron capaces de comprender las ideas de sus compañeras y evaluarlas. La figura 4 muestra la resolución de la primera parte de la tarea de obtención de fórmulas realizada por el grupo G1.

Figura	Casos particulares Demostración	Fórmula
 Triángulo equilátero	Hemos contado los triángulos del área y de los lados Ej: Lado : 5 lado : 5 Dentro : 25	Lado x lado
 Hexágono regular	Hemos calculado el perímetro. Lado: 3 unidades x 6 lados que tenía. luego hemos medido el área y da 54. Descubrimos que →	perímetro x la longitud de uno de los lados
 Rombo	Hemos pensado que son dos triángulos equiláteros pegados. Hemos cogido la fórmula de triángulo y multiplicado por dos	$(\text{lado} \times \text{lado}) \times 2$
 Romboide	Hemos contado el área y los lados y hemos ido probando	Suma lados largos multiplica por lado corto $(e+e) \times c$

Ej: lado largo) 5
 $5+5=10$
 lado corto) 2
 $10 \times 2 = 20$
 Área = 20

Figura 4. Resolución de la primera parte realizada por el grupo G1

Se reconoce que G1P2, G1P3 y G1P4 se emocionan y dan signos de estar disfrutando con la tarea, especialmente G1P2 y G1P3 (ver tabla 6). En cambio, una vez terminadas estas figuras, a G1P1 no le apetece seguir.

El resto de las figuras requiere de su descomposición (figura 5) y de la creación de ideas nuevas (como la altura en ángulo de 60 grados) y/o el cálculo de la medida de la altura para reajustar la fórmula y seguir midiendo las alturas de triángulos como se acostumbra a hacer, es decir, formando 90 grados.

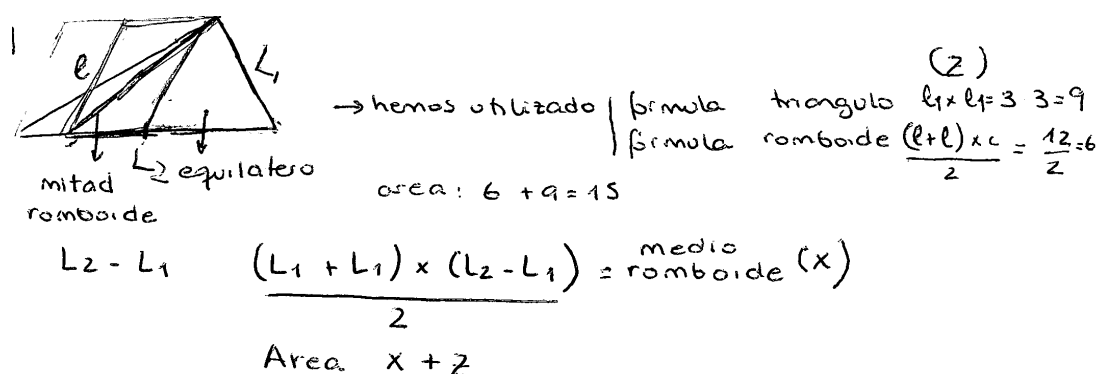


Figura 5. Obtención por descomposición de la fórmula de un triángulo en G1

Este aumento de la complejidad, reflejado en el bloqueo producido por la necesidad de cambiar de estrategia, y la falta de adecuación o utilidad de las alternativas propuestas provoca en las estudiantes una mezcla de sentimientos. Salvo G1P1, que parece haberse resignado a intentar comprender las ideas de sus compañeras, todas parecen un poco enfadadas y confusas. Han perseverado ante las dificultades y propuesto nuevas ideas. No obstante, como muestra la tabla 7, ante situaciones de bloqueo, las estudiantes deciden seguir con otra figura y preguntar a la profesora más adelante.

Tabla 7
Obtención de fórmulas en el grupo 1, parte 2

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
G1P2: Es que... se queda mal. G1P4: Ya...	G1P2 lo observa. Se muestra un poco "enfadada".	Ausencia de disfrute
G1P3: Vamos a pasar al siguiente que son los lados iguales y ahora cuando venga [la profesora] lo hacemos.	Levanta el geoplano enseñándoselo a G1P3 y G1P4. G1P1 se acerca porque no ve. G1P2 lo aleja para que lo vean todos.	
G1P2: Es que es así pero ahora, ¿cómo lo contamos?		Interés
G1P4: Pues vamos a contar nada más que los que sabemos.	G1P4 empieza a contarlos.	
G1P4: Uy, que tienen esos.		

Tabla 7
Obtención de fórmulas en el grupo 1, parte 2

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
<i>GIP2</i> : ¡Por eso! <i>GIP3</i> : ¿Y estos de aquí?	<i>GIP3</i> estaba casi todo el tiempo mirando a su geoplano. <i>GIP2</i> está bromeando. <i>GIP3</i> termina la frase de <i>GIP2</i> . Todas se ríen.	
<i>GIP2</i> : Tengo un plan. Si juntamos esta puntita, con la otra nos da uno. <i>GIP3</i> : Con esta...		Disfrute
<i>GIP3</i> : ¡Estos dos forman uno y es en serio! Y este con este también. <i>GIP4</i> : Es verdad. <i>GIP2</i> : ¿y me explicas este de ahí? <i>GIP4</i> : ¿Y este? <i>GIP2</i> y <i>GIP3</i> : Vamos a pasar al siguiente.		Concentración

La profesora intenta que apliquen una estrategia distinta para eliminar el bloqueo, por lo que pregunta cómo realizaron la figura del rectángulo. En ese momento les hace ver que han cometido un error al suponer que la altura del triángulo equilátero mide lo mismo que el lado, por lo que no funcionaría si lo hicieran en general midiendo con una regla. Por ello, le sugiere utilizar una estrategia no inductiva.

Las estudiantes *GIP2* y *GIP4* se dan cuenta de que es cierto, que en un papel no funciona. Pero *GIP3* y *GIP1* no entienden por qué no funciona, aunque no lo manifiestan hasta casi el final de la sesión. Esto les crea confusión e incluso les hace dudar de la validez de sus razonamientos. No obstante, salvo *GIP1*, todas perseveran en la búsqueda de soluciones al problema. Especialmente *GIP3* y *GIP4* dan muestras de flexibilidad de pensamiento. Los éxitos en otras figuras hacen que se animen. Sin embargo, el tono general es muy distinto: ninguna de ellas está entusiasmada.

Desarrollo de la tarea de obtención de fórmulas en el segundo grupo

En el desarrollo de la actividad, *G2P3* toma un papel poco activo: se limita a intentar comprender el razonamiento de sus compañeros y rellenar el informe para

entregar a la profesora. Al principio, todos dan su opinión, aunque la mayoría de ellos dan mayor credibilidad al razonamiento de G2P1 y G2P4, quiénes toman un papel muy activo.

En concreto, G2P4 ejerce el papel de líder o jefe, dando órdenes y supervisando todo. Además, sólo escucha a G2P1, haciendo caso omiso de lo que dicen G2P2 y G2P5, diciéndoles que todo lo hacen mal y culpabilizándoles de los errores cometidos (tabla 8). Es decir, su actitud muestra que piensa que él es superior y ellos son un lastre en el grupo, por los que los excluye.

Tabla 8
Obtención de fórmulas en el grupo 2, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
<i>G2P4</i> a <i>G2P1</i> : Escúchame. Multiplicas el número este, por 6. $1 \times 6 = 6$; $2 \times 6 = 12$; $3 \times 6 = 18$ $1 \times 6 = 6$; $2 \times 6 = 12$; $3 \times 6 = 18$		
<i>G2P1</i> : 48	Se equivocan en las operaciones.	
<i>G2P4</i> : ¿Cómo?, ¿cómo? ¿cómo?		
Fragmento 2		
<i>G2P4</i> : Tiene que salir 94, no da. No lo entiendo. Vaya mierda. ¡Ah!, no, no, que es $6 \times 4 = 24$.	<i>G2P3</i> le dice que está la cámara, él dice que le da igual.	Retroalimentación Emociones negativas
<i>G2P5</i> : Claro. <i>G2P4</i> : $24 \times 4 =$	<i>G2P4</i> le explica sus ideas a <i>G2P1</i> .	
<i>G2P5</i> : Sí da, sí da, sí da. <i>G2P4</i> : No da 94. Vaya leche. <i>G2P3</i> : A ver si os habéis equivocado sumando eso. <i>G2P1</i> : 4×24 serían... si es que no sale. 96. Nos hemos equivocado por dos. <i>G2P4</i> : Yo creo que nos hemos equivocado porque sí tiene sentido.		

Tabla 8
Obtención de fórmulas en el grupo 2, parte 1

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
G2P1: Así sí tiene sentido. G2P5: ¿Lo contamos otra vez? G2P4: Es que yo creo que lo hemos hecho mal. Lo habéis hecho mal.	G2P4 culpabiliza a G2P2 y G2P5.	Ausencia de refuerzo por parte del compañero

La estudiante G2P4 utiliza un tono agresivo e intenta imponer sus ideas, a la vez que desea la aprobación de G2P1 y comprender sus ideas (su único interlocutor válido junto con la profesora). Este tono lo utiliza con todos, aunque no en todos tiene el mismo efecto. G2P5 exige razones por las que está mal pero no defiende sus ideas, G2P3 dice que él toma nota de lo que G2P4 había dicho y G2P2 busca apoyo en sus compañeros y deja de trabajar cuando no lo encuentra. En cambio, G2P1 cede únicamente cuando cree que es correcto pero si su procedimiento también lo es, lo hace ver. Confía en sí mismo.

Este hecho lleva a que G2P2 y G2P5 se limiten a dibujar las figuras, G2P3 a comprender cómo obtienen el patrón y G2P1 y G2P4 trabajan en la búsqueda de patrones.

G2P4 y G2P1 discuten acaloradamente casi todo el tiempo. Estas discusiones excluyen al resto del grupo y hacen pensar que la tarea es compleja, haciendo que se aburran y solo den su opinión cuando están muy seguros o está la profesora delante.

En sus intervenciones, la profesora les hace ver que han hecho suposiciones erróneas en varias situaciones, por ejemplo, suponer que en un romboide un lado siempre tiene que ser el doble del otro (figura 6).

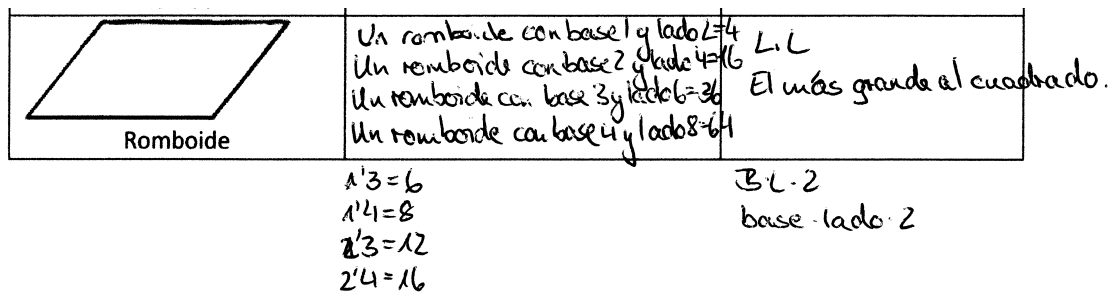


Figura 6. Resolución del romboide realizada por el grupo G2

El estudiante G2P4 suele pensar que es imposible obtener una fórmula si cambian este supuesto, sin embargo, se motiva cuando ve a G2P1 trabajando, quién acepta muy bien los desafíos. Al enfrentarse a la fórmula del rectángulo, los estudiantes realizaron la misma suposición que el grupo 1, lo que les llevó a un

bloqueo. Ante esto, G2P4 se muestra enfadado, G2P1 es el único que muestra perseverancia ante las dificultades y con ganas de resolverlo, el resto sienten aburrimiento (tabla 9). Finalmente, con los cálculos que han realizado y algunas preguntas de la profesora, consiguen descubrir la fórmula (figura 7). Todos notan que debe haber una forma más sencilla y sienten curiosidad por conocerla.

Tabla 9

Obtención de fórmulas en el grupo 2, parte 2

Discurso	Acciones/Comentarios	Codificación
Fragmento 1		
G2P1: Que te está diciendo que esto no cuenta como un triángulo.		
G2P4: ¡Ah! 1, 2, 3, 4.		
G2P1: Que es más.	Señalando mitades de triángulos (en superficie).	Falta de retroalimentación
G2P4: ¿Este con este no es un triángulo?	Señala la altura del rectángulo.	
G2P1: Pero la altura no sería esa.		
G2P4: Que no consideramos la altura, consideramos que 1, 2, 3, 4...	G2P5 repite lo que dice G1P4 y se ríe.	
G2P4: Con cuatro de base sale 16.		Emociones negativas
G2P1: ¿Y de altura cuánto?		
G2P4: De altura la leche.		
G2P1: No, tenemos que decir cuánto tiene la altura. ¿Y si yo te digo ahora de base cuatro y altura tres o lo que yo diga qué?	G2P1 estira la goma aumentando la altura del rectángulo y manteniendo la base.	Meta clara
G2P4: Eso es una movida.		
G2P1: No, es así.		
G2P4: ¿Cómo lo haces?		
G2P1: ¡Por eso! Hay que saber cuánto mide este medio.	G2P1 señala la altura del triángulo.	

La profesora comenta que siempre han utilizado la misma estrategia, pero que hay otras y les pregunta cómo harían el hexágono de otra forma, teniendo en cuenta lo que vieron en teoría. Así, surge la estrategia de descomposición de figuras.

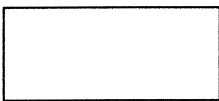
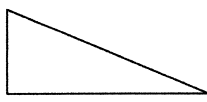
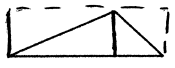
Figura	Casos particulares Demostración	Fórmula
 Rectángulo	$3b \cdot 2h = 12$ $4b \cdot 2h = 16$ $5b \cdot 2h = 20$ $5b = 4h = 40$	$\text{lado} \cdot 2 \cdot \frac{\text{altura}}{\sqrt{0,75}}$ $h^2 = c^2 + c^2$ $i^2 = 0,5^2 + c^2 \rightarrow 1 = 0,25 + c^2 \quad \sqrt{0,75} = c$ $1 - 0,25 = c^2 \quad c = h = \text{altura}$
 Triángulo Rectángulo	Como el triángulo rectángulo es la mitad de un rectángulo dividimos la fórmula entre 2	$\text{lado} \cdot \frac{\text{altura}}{\sqrt{0,75}}$
 Triángulo	Dividimos el triángulo en dos. Sacamos el doble de cada parte y se forma un rectángulo	$\text{lado} \cdot \frac{\text{altura}}{\sqrt{0,75}}$

Figura 7. Resolución de la segunda parte realizada por el grupo G2

Se nota que G2P2 ya había observado esta posibilidad al afirmar, mientras sus compañeros realizaban la del rectángulo, que la del triángulo rectángulo es la misma pero dividida entre dos. Esto la anima un poco y le da confianza para discutir con G2P1 y G2P4 sobre cómo descomponer el pentágono. Esto ocurre casi al final de la clase.

PERCEPCIÓN/VALORACIÓN DE LAS TAREAS

Con base en las respuestas a los cuestionarios y las grabaciones, describimos la valoración de cada uno de los estudiantes a las distintas tareas.

Si nos centramos en la tarea 1, encontramos que 7 de los 9 participantes experimentaron flujo durante su realización (G2P1, G1P4, G1P2, G1P3, G1P1, G2P3 y G2P5), la consideraron interesante y útil para su formación, tenían claro el objetivo de la tarea y recibieron retroalimentación inmediata. Por su parte, G2P2 y G2P4 experimentaron altos niveles de disfrute y niveles medios de concentración. De ellos, G2P4 afirma no tener metas claras y G2P2 considera que es una tarea complicada (la valora con 4,5).

En cambio, en la tarea 4, únicamente G2P1 afirma haber experimentado flujo; G1P4, G1P3, G2P4 y G1P2 disfrutaron, pero sus niveles de concentración son medios, G1P1 y G2P5 están concentrados, pero no disfrutaron, y G2P2 y G2P3 ninguna de las dos cosas.

A continuación, se muestran las valoraciones y aspectos más relevantes de cada uno de los estudiantes observados en los vídeos, comenzando con los que tienen mayor rendimiento, nivel de autoconfianza y motivación.

Tanto G2P1 como G1P4 consideraron esta tarea como muy complicada, interesante y útil para su formación, tenían claro el objetivo de la tarea y recibieron retroalimentación inmediata. En general, estos estudiantes adoptan una actitud de escucha y respeto por las ideas de sus compañeros, dejándolos actuar a ellos primero y participando cuando no consideran adecuado el procedimiento que está aplicando el grupo. Especialmente G1P4, cuyo rendimiento en el cuestionario inicial mostró escaso dominio de los contenidos de medida, valora las ideas de sus compañeras y aprende evaluando procedimientos alternativos para resolver la tarea y parece disfrutar de ello. No obstante, en la tarea de obtención de fórmulas, se ve un deseo de descubrir el patrón, proponiendo sus ideas tan pronto como le surgen.

Por otro lado, para G2P4 las metas establecidas son ambiguas y en ocasiones necesita que sea la profesora y/o su compañero G2P1 quien proporcione retroalimentación sobre la validez de su argumento y resultado.

En cuanto a las dos estudiantes con rendimiento medio y alta autoconfianza, G1P2 y G1P3, vemos que ambas muestran indicios de haber disfrutado y estar concentrados en la búsqueda de patrones. Sin embargo, explicar sus ideas y expresarlas en lenguaje algebraico lo ven como algo tedioso. G1P3 afirma tener claro el objetivo de la tarea, pero no recibir retroalimentación inmediata.

Ahora, nos centramos en las estudiantes con rendimiento medio y autoconfianza media. En el caso de G1P1, manifiesta una alta concentración en la tarea prácticamente durante todo el tiempo, ya sea al principio buscando el patrón o después intentando comprender las ideas de sus compañeras. Sin embargo, a medida que avanza la tarea disminuye su implicación, ya que siente que poco puede aportar al grupo y atribuye su éxito al encontrar la fórmula de la primera figura a su facilidad. En general, considera que la tarea es muy compleja y manifiesta no tener claro su objetivo.

Para G2P2, la tarea 4 carece de interés y experimenta los niveles más bajos de concentración y disfrute posibles, lo que se pone de manifiesto en el vídeo y se enfatiza a medida que avanza la tarea. Esta estudiante considera la tarea muy compleja y trabaja con un grupo que no tiene en cuenta sus ideas y piensa que poco puede aportarles durante esta tarea.

Por último, los estudiantes con rendimiento y autoconfianza baja, G2P2 y G2P5, se consideran incapaces de resolver la tarea e incluso entender lo que sus compañeros, referentes para ellos en matemáticas, consideran complejo. La tarea les supera y la abandonan. G2P3 se limita a intentar comprender las ideas de sus compañeros y toma nota de ellas, algo que considera poco interesante y útil, no teniendo claro en muchas ocasiones lo que tiene que hacer. Algo similar le sucede a G2P5, quién únicamente construye las figuras en el geoplano.

Resumiendo, en la tarea 1, considerada como útil por los estudiantes (ya que son contenidos que pueden trabajar y adaptar a las clases de primaria), todos los participantes del grupo 1 dominan el procedimiento para medir el volumen de un objeto, salvo una de ellas, que lo conoce vagamente y se limita a comprender las ideas de sus compañeras. Tienen capacidad de pensamiento flexible y de superación ante las dificultades, especialmente G1P4.

Por su parte, todos los miembros del grupo 2 cuentan con los conocimientos necesarios para resolver la tarea con éxito. La ordenación a ojo (estimación) supone una tarea nueva para todos, quienes tienen algo que aportar. Es la primera vez que trabajan juntos en tareas matemáticas, por lo que los roles no están establecidos, y el estudiante que en la otra tarea se mostrará como el más “dominante” se encarga de tomar nota.

En la tarea 2, el grupo 1 comparte un lenguaje común, una actitud de escucha e interés por las ideas de los demás, sobre todo entre G1P2, G1P3 y G1P4. El rendimiento y la capacidad real de las estudiantes está relativamente equilibrada y el hecho de que la estudiante más “hábil” se encargue de tomar notas hace que el resto del grupo tenga más tiempo para pensar y se produzca dicho equilibrio. La sensación de G1P1, a medida que avanza la tarea es que tiene poco que aportar al grupo.

Por el contrario, el grupo 2 es más heterogéneo. No comparten un lenguaje común que facilite la comunicación y algunos miembros intentan imponer su lenguaje y sus ideas en lugar de llegar a acuerdos y crear ideas nuevas entre todos. Es decir, se consideran superiores en matemáticas a sus compañeros y los ven como un lastre más que como una ayuda.

En definitiva, “sentirse competente en general en matemáticas” ayuda a experimentar flujo en el sentido de que si el estudiante se considera incapaz de superar la tarea, es difícil que se implique en ella. Dicho de otra manera, la expectativa de éxito del estudiante ante la tarea propuesta, que se puede modificar a medida que se realiza, es más importante para experimentar flujo que la dificultad real de la tarea. De hecho, los datos sugieren que no es necesario que la tarea sea vista como compleja y que el estudiante tenga que esforzarse al máximo para resolverla para producir flujo. Si la tarea es considerada como relevante, interesante, proporciona metas claras y retroalimentación inmediata puede producirse.

La figura 8 muestra la relación entre los aspectos vinculados con mayor frecuencia a las experiencias de flujo y otros factores como son el rendimiento, las creencias del estudiante sobre las matemáticas y su enseñanza y su autoconfianza.

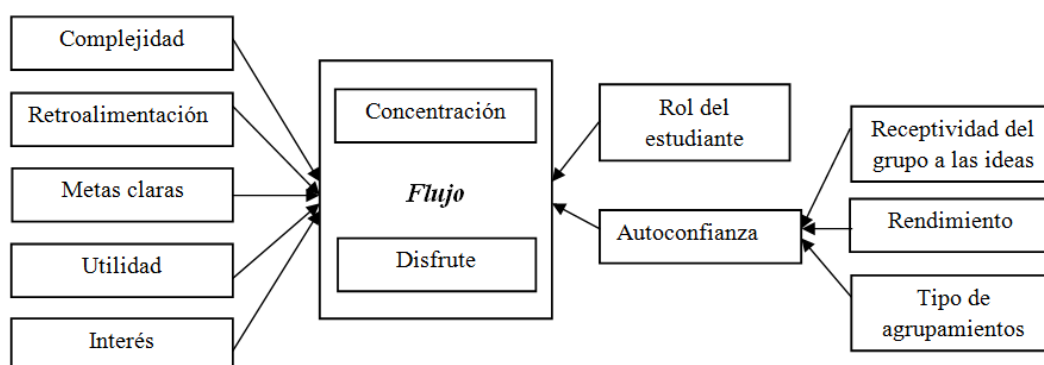


Figura 8. Aspectos que influyen en la aparición del flujo: modelo propuesto

CONSIDERACIONES FINALES

En este trabajo se han analizado las grabaciones en vídeo de dos grupos de estudiantes resolviendo dos tareas que presentaron diferencias considerables en el porcentaje de estudiantes que experimentaron flujo realizándolas.

El primer objetivo era contrastar la influencia de aspectos vinculados al flujo en investigaciones anteriores, realizadas en su mayoría con estudiantes con talento, otras áreas distintas a la Educación Matemática o niveles educativos, al contexto de estudiantes universitarios del grado en educación primaria.

En este sentido, los resultados de este estudio apoyan la idea de que la confianza en las propias capacidades para resolver la tarea, tener una meta claramente establecida, recibir retroalimentación sobre la efectividad de las ideas o procedimientos utilizados para solucionarlos y el éxito en tareas similares favorecen la implicación en la tarea, y por tanto, la aparición de experiencias de flujo. En contraste, no tener claro el objetivo de la tarea, la falta de retroalimentación o la presencia de retroalimentación engañosa, la baja confianza en las propias capacidades para resolver la tarea, así como su poca utilidad o interés obstaculiza la aparición del flujo o hace que el estudiante salga de dicho estado de flujo (figura 8, parte izquierda). Es decir, los datos sugieren que la autoconfianza del estudiante para resolver la tarea es más importante para el flujo que su complejidad real. Aunque, evidentemente, estos dos factores está relacionados: es más probable que un alumno considere que puede resolver una tarea sencilla que una compleja.

El segundo objetivo de esta investigación era explorar la influencia de otros aspectos, considerados en menor medida en investigaciones previas, en el flujo (figura 8, parte derecha). En el análisis de la tarea 4, vemos que la presencia de fracasos continuados, la falta de consideración de las propias ideas y la presencia de retroalimentación no fiable disminuyen la confianza en la capacidad del estudiante de concluir la tarea de manera satisfactoria y hace que el estudiante sienta que no tiene nada que aportar al grupo, lo que supone un obstáculo para la experimentar flujo.

Por otro lado, este estudio sugiere que cuando las tareas, como la de comparación, son consideradas de complejidad media-baja por los estudiantes, cuentan con un lenguaje común para comunicarse y sienten confianza en sus conocimientos para resolver la tarea, agrupamientos aleatorios resultan eficaces. En cambio, en el caso de tareas que aumentan su nivel de complejidad rápidamente, como es la tarea de obtención de fórmulas, es aconsejable que los grupos sean homogéneos o que los estudiantes que avanzan más rápidamente se encarguen de tomar anotaciones o de apoyar a los compañeros y se den pautas de trabajo en grupo en las que todos los estudiantes tengan tiempo para reflexionar sobre el problema y oportunidad de expresar sus ideas y se sientan cómodos al hacerlo, creando nuevas ideas fruto de la discusión y colaboración de los miembros del grupo.

Sería muy interesante contrastar este hecho en una muestra mayor, es decir, analizar la influencia del tipo de agrupamiento (homogéneos frente a heterogéneos) en el flujo según la dificultad de la tarea.

Por último, el análisis del desarrollo de la tarea de obtención de fórmulas muestra que aparecen dudas en algunos estudiantes sobre las características que definen las figuras propuestas y figuras que no pueden ser dibujadas en el geoplano triangular. Además, hacer suposiciones erróneas hace que el geoplano induzca a pensar al estudiante que tiene la fórmula correcta (el caso del rectángulo) cuando no lo es. Estos aspectos deben ser corregidos ya que producen metas ambiguas, confusión, fracasos repetidos y falta de confianza en los propios procedimientos para resolver la tarea. Es decir, se propone modificar la tarea de obtención de fórmulas para mejorar el nivel de claridad de metas y la retroalimentación proporcionada, hacer más explícita su utilidad y mejorar la implicación, a la vez que se cumplen los objetivos marcados en la tarea. Además, habría que dar pautas a los estudiantes para mejorar las relaciones entre los miembros del grupo y reestructurarlos para dicha tarea. Otras posibles vías de continuidad serían la ampliación de este estudio a otros tipos de tareas y colectivos.

REFERENCIAS

- Csikszentmihalyi, M. (2003). *Fluir. Una psicología de la felicidad* (N. López. Trad.) (9ª ed.). Barcelona, España: Kairós.
- Csikszentmihalyi, M. y Csikszentmihalyi, I. S. (1998). *Experiencia óptima: estudios psicológicos del flujo en la conciencia* (J. Aldekoa. Trad.). Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Deci, E. L. y Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. Nueva York, NY: Plenum.
- Fernández, S. y Figueiras, L. (2011). Implicación afectiva y evolución de estrategias de resolución de problemas de conteo en la transición desde primaria a secundaria. *PNA*, 5(4), 147-161.
- Ghani, J. A. y Deshpande, S. P. (1994). Task characteristics and the experience of optimal flow in human-computer interaction. *The Journal of Psychology*, 128, 381-391.
- Heine, C. A. (1997). *Tasks enjoyment and mathematical achievement*. (Tesis inédita de doctorado). Universidad de Chicago, Estados Unidos.
- Kanfer, R. (1994). Motivation. En N. Nicholson (Ed.), *The black well dictionary of organizational behavior* (pp. 1-53). Oxford, Reino Unido: Blackwell.
- Larson, R. (1998). Flujo y escritura. En M. Csikszentmihalyi e I. S. Csikszentmihalyi (Eds.), *Experiencia óptima: estudios psicológicos del flujo en la conciencia* (pp. 151-169). Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Montoro, A. B. (2015). *Motivación y matemáticas: experiencias de flujo en estudiantes de maestro de educación primaria*. Almería, España: Editorial Universidad de Almería.
- Nakamura, J. (1998). Experiencia óptima y las aplicaciones del talento. En M. Csikszentmihalyi e I. S. Csikszentmihalyi (Eds.), *Experiencia óptima: estudios psicológicos del flujo en la conciencia* (pp. 71-90). Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Nakamura, J. y Csikszentmihalyi, M. (2002). The concept of flow. En C. R. Snyder y S. J. Lopez (Eds.), *Handbook of positive psychology* (pp. 89-105). Oxford, Reino Unido: Oxford University Press.
- Pérez-Tyteca, P. (2012). *La ansiedad matemática como centro de un modelo causal predictivo de la elección de carreras*. (Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada, España). Recuperado de <http://hera.ugr.es/tesisugr/2108144x.pdf>
- Rodríguez, A. (2009). *The story flows on: A multi-study on the flow experience*. (Tesis doctoral, Universidad Jaume I, Castellón, España). Recuperado de <http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/10527/rodriguez2.pdf?sequence=1>
- Schweinle, A., Turner, J. C. y Meyer, D. K. (2006). Striking the right balance: Students' motivation and affect in elementary mathematics. *The Journal of Educational Research*, 99(5), 271-293.

- Schweinle, A., Turner, J. C. y Meyer, D. K. (2008). Understanding young adolescents' optimal experiences in academic settings. *The Journal of Experimental Education*, 77(2), 125-143.
- Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B. y O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning. *PNA*, 4(4), 133-142.
- Whalen, S. P. (1998). Flow and the engagement of talent: Implications for secondary schooling. *NASSP Bulletin*, 82, 22-37.
- Zhu, N. (2001). *The effects of teachers' flow experiences on the cognitive engagement of students*. (Tesis doctoral inédita). Universidad de San Diego y Universidad Estatal de San Diego, California, Estados Unidos.

Ana Belén Montoro
Universidad Camilo José Cela
amontoro@ual.es

Francisco Gil
Universidad de Almería
fgil@ual.es

Recibido: Mayo 2015. Aceptado: Enero 2016.
Handle: <http://hdl.handle.net/10481/41648>