Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica

Ricardo Cantoral, DME - Cinvestav del IPN (México)

Gisela Montiel, DME - Cinvestav del IPN (México)

Daniela Reyes-Gasperini, DME - Cinvestav del IPN (México)

Recibido el 9 de Septiembre de 2015; aceptado el 13 de Octubre de 2015

Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica

Resumen

Este artículo presenta un ejemplo del análisis de libros de texto (manuales escolares) de la enseñanza secundaria mexicana para el tema de la Trigonometría. Dicho estudio se basa en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa para la cual las prácticas sociales están en la base misma de los conocimientos más especializados. Se discute el papel de la problematización del saber, como historización y dialectización, mediante el empleo de la noción de "anidación de prácticas" para la construcción de lo trigonométrico (relativo al uso). A través de una serie de ejemplos concretos útiles teorizamos sobre las razones de la ausencia de significados que produce una enseñanza centrada en el objeto matemático. De ahí derivamos, posteriormente, propuestas para la intervención educativa en un aula extendida basada en la epistemología de prácticas.

Palabras clave. Problematización del saber; discurso Matemático Escolar; Usos del conocimiento; Lo trigonométrico; Socioepistemología y análisis de textos.

Análise do discurso Matemático Escolar em livros didáticos, um olhar a partir da Teoria Socioepistemológica

Resumo

Este artigo apresenta um exemplo da análise de livros didáticos (livros) do ensino médio mexicano para o tema da Trigonometria. O estudo é baseado na Teoria socioepistemológica da Matemática Educativa para a qual, as práticas sociais estão na base mesma dos conhecimentos mais especializados. Discute-se o papel da problematização do saber como "historización" e "dialectización", usando a noção de "práticas de nidificação" para a construção do trigonométrico (relativo ao uso). Através de uma série de exemplos concretos úteis para teorizar sobre as razões da ausência de significados a produzir um ensino centrada no objeto matemático. Daí derivamos, posteriormente, propostas para a intervenção educativa numa sala estendida baseada na epistemologia de práticas.

Palavras chave. Problematização do conhecimento; discurso Matemático Escolar Usa o conhecimento; O trigonométricas; Socioepistemologia e análise de texto.

Para citar: Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepestemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9 – 28.

Analysis of School Mathematics discourse on textbooks, a view from Socioepistemological Theory

Abstract

This paper presents an example of textbooks analysis for mexican secondary education, for trigonometry teaching in particular. Our research framework, the Socioepistemological Theory of Mathematics Education, states the social practices as the foundational base of specialized knowledge. We discuss the knowledge problematization rol, as historicizing and dialecticizing, through the notion of "practices nesting" for the trigonometric construction (relative to its use). With several concrete and useful examples, in order to theorize about the absence of meaning in students, produced by an education focused on mathematics objects. After that, we derive from there, intervention proposals for an extended classroom based on epistemologies of practices.

Key words. Knowledge problematization; School Mathematics discourse; Knowledge uses; The trigonometric; Socioepistemology and text analysis.

Analyse du discours mathématique scolaire dans les manuels scolaires, un regard du Théorie Socioéspistémologique

Résumé

Cet article présente un exemple de l'analyse des manuels scolaires (manuels scolaires) de l'école secondaire du Mexique au sujet de la trigonométrie. L'étude est basée sur la théorie socioéspistémologique de l'enseignement des mathématiques pour lesquels les pratiques sociales sont au cœur même de la plus grande expertise. Problématiser le rôle de la connaissance comme historicisation et dialectisation, en utilisant la notion de "la nidification de pratiques" pour la construction de le trigonométrique (concernant l'utilisation). À travers une série d'exemples concrets utiles à théoriser sur les raisons évoquées l'absence de sens entre les étudiants de l'enseignement pour produire une concentration sur la base de l'objet mathématique. Ainsi tirer ensuite des propositions pour l'intervention éducative dans une classe élargie fondée sur l'épistémologie du pratiques.

Paroles clés. Problématisation du savoir; Discours mathématique scolaire; l'utilization de connaissances; l'aspect trigonométrique; Socioépistémologie et l'analyse de texte.

1. Introducción

La Socioepistemología promueve una muy particular forma de estudiar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas: abandona una tradicional mirada centrada en *objetos* hacia otra centrada en *prácticas* que es guiada por el constructo teórico de *práctica social*. Esto significó en su momento un cambio fundamental en la manera en que suele investigarse en Matemática Educativa, donde la enseñanza empieza con el objeto matemático explícito u ostensible. En nuestro caso, estudiamos las prácticas asociadas al objeto.

En este artículo, desde la perspectiva socioepistemológica, mostramos cómo contribuye a la problematización del saber, el análisis del *discurso Matemático Escolar* (noción de la teoría) a través de los libros de textos. Esto sirve de sustento para un análisis posterior de una actividad escolar.

El libro de texto, como objeto cultural, es un medio mediante el cual se construye el consenso educativo. Sirve por tanto para introducir una ideología y para legitimar contenidos y formas específicas del conocimiento escolar. Este asunto resulta evidente en los textos escolares de historia nacional donde la toma de postura ante un hecho concreto lleva a verdaderas confrontaciones sobre el rol jugado por uno u otro agente histórico, bastaría con leer las descripciones de las batallas entre estados nacionales o entre comunidades en disputa territorial para advertir que las historias contadas desde cada lado del conflicto no parecen narrar el mismo hecho; el caso de las matemáticas no es la excepción. En este sentido, el análisis del libro de texto o manual escolar es un recurso fundamental para la investigación educativa en la medida en que brinda visiones institucionalizadas del conocimiento que con frecuencia suelen ser distantes de los estudiantes.

La Trigonometría, por ejemplo, utiliza simultáneamente objetos, conceptos y procesos, y prácticas. Resulta por tanto un escenario adecuado para mostrar cómo analizamos una pieza de saber escolar bajo un enfoque teórico. Específicamente mostraremos elementos para distinguir *la trigonometría* de *lo trigonométrico*, es decir, el *objeto* de la *práctica*. Para ello utilizaremos un constructo teórico que denominamos la epistemología de prácticas.

1.1 El caso de lo trigonométrico

A partir de una epistemología de prácticas, relativa a *lo trigonométrico* (Montiel, 2011), Montiel y Jácome (2014) analizaron la resolución, a una situación de cálculo de distancias inaccesibles, de un grupo de profesores del nivel medio superior mexicano, con el objetivo de estudiar el uso de este saber en la escuela. En los reportes de resolución los profesores plasmaron esbozos de modelos geométricos (estrictamente no lo eran), en donde se identifica una relación de (de)crecimiento constante entre ángulo y cateto, en un triángulo rectángulo (Figura 1).

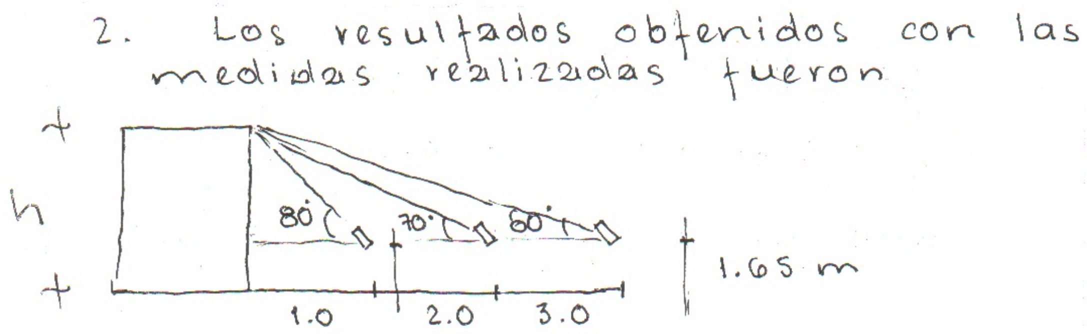


Figura 1. Modelo geométrico de uno de los reportes estudiados por Montiel y Jácome (2014).

En sus resultados de investigación, dichos autores destacan que si bien se aplican correctamente las razones trigonométricas en la resolución de la situación-problema, el no haber construido modelos geométricos a escala, por darle prioridad a la razón trigonométrica, impide una confrontación necesaria para constituir la relación entre el ángulo de elevación y la distancia desde donde están tomando las medidas. Notamos, desde este momento, que en la tradición escolar dominante, si bien se tiene evidencia del dominio de las razones, no se puede asegurar que se han construido significados sobre *lo trigonométrico* en el estudio de los triángulos. Esta profunda afirmación merece un análisis mayor, que realizamos a partir de la dinámica de prácticas anidadas: con este tipo de tratamientos se impide el paso de la noción intuitiva que lleva a establecer una relación específica entre dos elementos, en nuestro caso ángulo de elevación y distancia (al nivel de la *acción*), hacia una acción intencional y planeada con mediación instrumental, que en este caso sería la escala, al nivel de la *actividad* (Figuras 2 y 3).

Esta investigación incorporó el análisis de libros de texto, como un elemento para la problematización del saber matemático, pues permite develar aquello que, desde la Teoría Socioepistemológica, denominamos *discurso Matemático Escolar* (dME) y que, planteamos, regula su enseñanza y dosifica los tiempos de su aprendizaje. Al lograrlo, podemos mirar un poco más allá de los conocimientos y las aptitudes de profesores y estudiantes, para entender los fenómenos didácticos e intervenir en el aula, con el objetivo de transformarla.

En este escrito discutimos el método de análisis de textos y la forma en que se entreteje bajo el abrigo de la Socioepistemología, articulación a partir de la cual pudimos configurar el dME relativo a *lo trigonométrico*. Este momento de investigación tiene como objeto de estudio el libro en sí mismo, pero sus resultados nos permitirán construir un punto de partida más robusto para estudiar sus usos en situación de enseñanza o de aprendizaje.

2. Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

La expresión coloquial "hacer socioepistemología", como la de "hacer matemáticas", precisa de una relación distinta con el saber matemático puesto en juego, una forma de retar al conocimiento, una puesta en duda que reconstruye, una manera de promover una significación de los objetos matemáticos que provenga del uso del conocimiento matemático (esto es acuñado bajo el término de *normatividad de las prácticas sociales* o *principio normativo de la práctica social*); también exige del reconocimiento de una gran diversidad de racionalidades que desde el contexto (principio de la racionalidad contextualizada) emergen para dar sentido, para aprehender; así mismo se requiere de la aceptación de la validez, es decir, aceptar que la construcción del conocimiento depende de la coherencia de las argumentaciones que la sustenten (el denominado relativismo epistemológico) y no de una verdad absoluta;y de propiciar, finalmente, la significación a partir de prácticas de referencias diversas (principio de resignificación progresiva).

Todo ello, permite ofrecer nuevas formas para el entendimiento de la construcción social del conocimiento matemático, en tanto, que ésta se basa en lo que hemos denominado teóricamente *anidación de prácticas* (Figura 2).

Figura 2. Modelo de anidación de prácticas.

Este modelo articula los siguientes momentos: de la *acción* directa del sujeto ante el medio, a su organización como una *actividad humana* situada socioculturalmente, para perfilar una *práctica socialmente compartida*, que cae bajo la regulación de una o varias *prácticas de referencia* –la expresión material e ideológica de un paradigma– que a la vez son normadas por la *práctica social* (Cantoral, 2013).

Sin embargo, esta transición no es inmediata y su centro estará en el análisis del saber. Para ello, éste debe *problematizarse* (*historizarse* y *dialectizarse*):

> Específicamente, trata de la polifonía entre los *procesos avanzados del pensamiento*, la *epistemología de las matemáticas* y las *prácticas humanas* altamente especializadas. En este sentido, el *saber matemático* [el *saber* **sobre** algo], no puede reducirse a una mera definición formal, declarativa o relacional, a un *conocimiento matemático* [el *conocimiento* **de** algo], sino que habrá de ocuparse de su *historización* y *dialectización* como sus dos mecanismos fundamentales de constitución[1] (Cantoral, 2013, p. 53).

Este diagrama (Figura 2) podría descomponerse en dos partes o dos mecanismos que llamaremos coloquialmente “de subida” y “de bajada”. Ellos operan simultáneamente regulando la acción del niño buscando con sus manos los objetos para jugar o alimentarse y la acción de la cultura que, mediante prácticas sociales, norma la acción del niño al constituir el juego o los momentos de comida. Digamos que hacia arriba, la construcción social del conocimiento comienza por la acción del sujeto sobre el medio y hacia abajo, la construcción social del conocimiento comienza por la norma que regula el quehacer de los individuos en colectividad.

Este proceso es fundamental para explicar la forma en que el análisis del libro de texto es llevado a cabo por las investigaciones de corte socioepistemológico. En ellas no se analiza solamente el contenido, sino que se busca precisar el juego de prácticas explícitas o implícitas en la obra. Se contrastan los libros con los originales de otras épocas y se toma en cuenta el contexto de la producción de la obra. Algunos estudios desarrollados bajo este enfoque pueden consultarse en Reyes-Gasperini y Cantoral (2014), Espinosa-Ramírez (2009) y Bravo y Cantoral (2012).

---

[1] Historizar: estudiamos una historia crítica del desarrollo conceptual, una epistemología situada, más allá de lo cronológico factual. Dialectizar: lo que se dialectiza reconoce la contradicción, no como errata o falla, sino que es parte fundamental de confrontación.

El punto de intersección de ambas dinámicas ocurre justamente en la práctica, término que, para evitar ambigüedades, denominaremos *práctica socialmente compartida*. Éstas se localizan con mayor facilidad que las propias prácticas sociales, que sólo son inferibles mediante su normatividad, la constitución de identidades, el establecimiento de pragmáticas y de reflexiones discursivas.

Es en este proceso dialéctico de acción y norma (empezar de abajo o comenzar desde arriba) se construye socialmente el conocimiento. Para localizar cómo se establece esa dinámica en casos particulares, la Socioepistemología utiliza el recurso de la *problematización del saber*, proceso mediante el cual se realizan análisis de obras originales de una pieza de conocimiento, se examinan los libros de texto, se interpretan procesos mentales involucrados y se comparan los usos del conocimiento matemático. Es justamente ahí, en donde el análisis de los libros de texto toma un rol relevante para la teoría, puesto que permite identificar lo que se mantiene invariante, sea cual fuera el texto, el paradigma educativo o la región, y que caracteriza al discurso Matemático Escolar del saber matemático específico que se esté investigando, en nuestro ejemplo, la Trigonometría.

En términos generales diremos que la construcción social del conocimiento exige de una práctica (práctica socialmente compartida) que precisa de dos mecanismos (de abajo hacia arriba y de arriba hacia abajo). Por un lado, las situaciones que favorezcan el paso de la acción a la práctica y por otro, las normativas que brindan el pasaje de la práctica social a la práctica (Cantoral, 2013).

3. Discurso Matemático Escolar (dME)

Tal como señalan Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez (2006) en su crítica a la teoría de la representación como recurso inmediatista de la enseñanza:

> …la estructuración de este discurso no se reduce a la organización de los contenidos matemáticos, ni a su función declarativa en el aula (el discurso escolar), sino que se extiende un tanto más allá, al llegar al establecimiento de **bases de comunicación** para la formación de consensos y la construcción de significados compartidos (p. 86).

En este sentido, planteamos, el dME subyace a lo inmediatamente visible, lo ostensible, explícito u objetivo, los contenidos y sus concepciones: Planes y Programas de Estudio, libros de texto, exposición de aula, pero también a las creencias y concepciones de profesores, estudiantes y comunidad académica en general.

Estos discursos validan la introducción del saber matemático en el sistema educativo y legitiman un nuevo sistema de razón. Si bien estos discursos son vistos como medio para lograr una participación consensada en el ámbito didáctico, dicho consenso se logra acompañado de una particular forma de hegemonía que produce exclusión (Soto & Cantoral, 2014) y, para atender a dicha exclusión, se exige de acciones de empoderamiento docente (Reyes-Gasperini, 2011) y de dME basados en prácticas, cuya fundamentación para el rediseño se basa en los principios de la teoría (ver Tabla 1)..

Tabla 1. *Caracterización teórica del dME y la fundamentación para su rediseño. Actualizada de Reyes-Gasperini (2011).*

Discurso Matemático Escolar actual (Soto, 2010)	**Principios de la Socioepistemología (Cantoral, 2013)**	**Propuesta de dME**

Carácter utilitario	*Normativa de la práctica social*	*Carácter funcional*
La organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades.	La significación de la matemática mediante el uso: anidación de prácticas.	La matemática escolar se organiza con base en el saber y el funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos, reconociendo a las prácticas sociales en la base de la creación del conocimiento: contexto de significación.
Atomización en los conceptos	*Racionalidad contextualizada*	*Racionalidades conceptuales diversas*
No considera los aspectos sociales, contextuales y culturales que permiten la constitución del conocimiento.	La relación con el saber es una función contextual.	Se reconocen, privilegian y potencian diversos tipos de racionalidad relativos a la realidad en la que el individuo se encuentre en un momento y lugar; desde el cual se construirá conocimiento: aula extendida (contexto situado)
Carácter hegemónico	*Relativismo epistemológico*	*Validación de saberes (conocimientos construidos)*
Supremacía de argumentaciones y significados frente a otros. *Conocimiento acabado y continuo* La enseñanza de la matemática se reduce a la mecanización de procesos o memorización de los conceptos.	La validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural.	La matemática escolar tiene diversas maneras de verse, trabajarse, construirse y desarrollarse, concibiendo que la validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural en el cual éste ha emergido y respecto a la racionalidad contextualizada que éste posea.
Falta marcos de referencia para la resignificación	*Resignificación progresiva*	*Pluralidad de prácticas de referencia para la resignificación*
Se ha soslayado el hecho de que la matemática responde a otras prácticas de referencia, donde se encuentran las bases de significados naturales.	La significación no es estática, es funcional, relativa y contextual.	La pluralidad de prácticas de referencia, su interacción con diversos contextos y la propia evolución de la vida del individuo o grupo, resignificarán los saberes hasta el momento construidos, enriqueciéndolos con nuevos significados.

Una forma de hacer visible, para el análisis teórico, al dME es identificando aquello que permanece aún con la innovación didáctica y que está vinculado a lo que *pretendemos hacer* en una actividad didáctica con relación a la matemática escolar, debido a que, en el fondo, dicha innovación no modifica sustancialmente, o simplemente no modifica, aquello que se está enseñando, sino sólo cómo se está enseñando: la reorganización estructural de los contenidos, ya sea con la incorporación y/o extracción de unidades temáticas, o bien mediante la alteración de las secuencias de conceptos; modificar las estrategias de trabajo colaborativo, individual o por proyectos; entre otros. De ahí que la investigación socioepistemológica se ha ocupado de estudiar el aula como escenario dialógico o los libros de texto como sustancia del diálogo para que, a través de la evidencia empírica, se pueda poner en evidencia estos discursos y con ello sea posible configurar explicaciones más amplias a los fenómenos didácticos, que no responsabilicen sólo al estudiante o al profesor, porque, finalmente, este último se formó también bajo este mismo dME, en síntesis, es su reproductor.

4. Análisis socioepistémico de lo trigonométrico

Las primeras investigaciones didácticas relativas a la Trigonometría planteaban el estudio de los aprendizajes asociados al método de enseñanza: el del triángulo rectángulo o el del círculo trigonométrico. Según el nivel y contexto educativo, los resultados apuntaron a las ventajas de uno o de otro (De Kee, Mura & Dionne, 1996; Kendal & Stacey, 1998; Weber, 2005), poniendo atención en la comprensión que los estudiantes lograban con cada uno.

Nuestro cuestionamiento, en cambio, se dirigió a qué es enseñar y qué es aprender trigonometría, entendiendo primero qué es la Trigonometría como parte de las matemáticas. Para lograrlo, como ya dijimos, se lleva a cabo una problematización del saber desde sus usos, en la Matemática o fuera de ella. De este modo encontramos en Montiel (2011) que se configura una epistemología de prácticas basada en la historicidad y dialecticidad del conocimiento trigonométrico, que ha servido de base para estudiar los fenómenos didácticos más visibles e, incluso, para dar evidencia de aquellos que el propio dME ha ocultado; así como para fundamentar la innovación didáctica basada en prácticas y no sólo en conceptos.

Este cambio, de centrarnos en el objeto a centrarnos en la práctica, permite atender a la construcción de la relación, la funcionalidad y la formalidad trigonométricas, y sus respectivos desarrollos del pensamiento geométrico-proporcional, funcional-variacional y abstracto-formal; en contraste con la visión tradicional sobre el aprendizaje de la razón, la función y la serie. De ahí la distinción entre hablar de *lo trigonométrico* y no de la Trigonometría. Por ejemplo, mientras que la Trigonometría en el nivel básico secundaria, de la educación mexicana, se acota al dominio y aplicación de la razón trigonométrica en el contexto de triángulos rectángulos semejantes; nuestra epistemología de prácticas (desarrollada con más detalle en la sección 4.2) apunta hacia prácticas de geometrización para el estudio de la relación no-proporcional entre ángulos y cuerdas.

4.1. Génesis y escenarios de uso

Desde una revisión histórica de la Trigonometría es posible identificar que una transposición de sus conceptos al sistema didáctico, cuya evolución ha acompañado a la historia misma de la humanidad, puede transformarlos no sólo al nivel de la *(des)personalización* y la *(des)contextualización* descritas ampliamente en la literatura del campo, sino al grado de diluir su razón de ser o modificar su proceso de desarrollo. Este hecho ha sido documentado como una de las restricciones fundamentales para la mejora educativa.

Da cuenta de ello, por ejemplo, el cuestionamiento crítico que Bressoud (2010) hace sobre sentar las bases de la enseñanza de la Trigonometría en el estudio del triángulo rectángulo, sólo porque éste sea una forma más simple o básica, y después introducir el círculo trigonométrico, cuando la evidencia histórica apunta en dirección opuesta. Sin embargo, nuestra postura al estudiar el desarrollo histórico de la Trigonometría no se centró exclusivamente en entender la evolución de las estructuras matemáticas, sino en identificar para qué eran utilizadas y, consecuentemente, qué tipo de pensamiento matemático se asocia a ellas. Es en este sentido que nos interesa el uso del conocimiento, por tanto su construcción social.

Por su parte Pedersen (1974), en un estudio del *Almagesto* de Ptolomeo, reconoce que la Trigonometría se deriva de la Geometría, y en su análisis de la matemática en juego puede hacer una diferencia entre lo que le correspondería a cada una en esta obra. Sin embargo, para nuestro objetivo resulta relevante resaltar que Ptolomeo lo desarrolla de forma integral y plantea lo trigonométrico dentro de lo que llama *presupuestos matemáticos* para su modelo astronómico y que podemos enmarcar en una Geometría de racionalidad helenística–euclidiana. De ahí, que este autor describa los modelos geométricos que hoy consideramos trigonométricos, en la obra de Ptolomeo, como conceptos *estáticos* que se refieren a un instante particular en el tiempo y que, para estudiar otra posición del planeta, era necesario cambiar continuamente la configuración en el tiempo y la posición del punto que lo representaba en el modelo.

Fue necesario un cambio de paradigma, pasar de la posición al movimiento, para que lo trigonométrico transitara de la Geometría al Análisis. Katz (1987) señala que la función trigonométrica entra al análisis cuando se hace explícito un estudio de sus propiedades y en tanto se opere para obtener sus derivadas e integrales; por lo tanto la ubica, ya como una función, en los trabajos de Euler. Es decir, las propiedades de aquello que modelaba (fenómeno celeste), se convierten en propiedades de la herramienta matemática. Resaltamos, entonces, que, para lo trigonométrico, si bien los objetos matemáticos (círculo, cuerda, ángulo, curva) evolucionan, lo que hace emerger nuevo conocimiento es cómo y para qué se usan, pero sobre todo, la cosmovisión bajo la que se ponen en uso. La localización de las prácticas que acompañan a los conceptos y los procesos resultan fundamentales para el aprendizaje.

4.2. Una epistemología de prácticas, propuestas de intervención

El origen y significación de lo trigonométrico, entonces, lo vamos a situar en el *entendimiento de la naturaleza* de la relación entre un ángulo central y la longitud de la cuerda que subtiende, en un círculo. Visto en el triángulo rectángulo, esta relación se identifica en la proyección de ángulos en una línea vertical (Figuras 3 y 4).

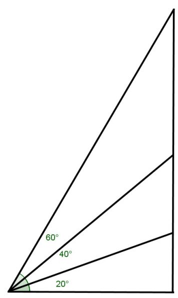


Figura 3. Ejemplos para mostrar que al doble o triple del ángulo, no le corresponde el doble o el triple de la proyección en la vertical.

Figura 4. Ejemplo de que al doble o triple de la proyección en la vertical, no le corresponde el doble o triple del ángulo.

Estudiar su naturaleza implica, identificar *lo no proporcional* de esta relación, pero analizarla y cuantificarla con *lo proporcional* (las razones), en actividad matemática de construcción geométrica. Es en ese sentido, que aquello que se debe desarrollar con el uso de la razón trigonométrica es un *pensamiento y lenguaje geométrico-proporcional*.

Es decir, no planteamos la reproducción de la génesis histórica (la matematización del fenómeno astronómico o del cálculo de sombras), sino la reconstrucción de la actividad matemática en las circunstancias de origen de dicho conocimiento, pues ello lo dota de sentido y significado. De esta manera, damos prioridad al *contexto de significancia* de la construcción del conocimiento, sobre el *contexto situacional* de su construcción. Por ejemplo, con el cálculo de distancias inaccesibles, en el entorno de quien construye conocimiento, se transita de lo macro a lo micro, de la realidad no manipulable al modelo geométrico a escala; siempre que el proceso de modelación sea vivencial y la construcción del modelo una necesidad para resolver una situación-problema, es decir, mediante el paso de la acción directa sobre el medio a la actividad intencional y mediada para llegar, finalmente, a una práctica socialmente compartida. Esta práctica es justamente compartida y social en la medida en que proviene de una normativa situada, es decir, de una práctica social y de las prácticas de referencia que las componen.

5. Método

El análisis del dME en los libros escolares, puede estudiarse desde el libro mismo, o desde el uso que hacen de él los actores educativos, tanto profesores como estudiantes. El primer caso trata de un análisis documental y es el que presentamos en este artículo. Nuestro método se presenta en dos fases: una fase descriptiva, que contextualiza y sitúa el tema de las razones trigonométricas en el sistema educativo mexicano del nivel básico (primaria y secundaria), y un análisis cualitativo de la actividad matemática que propone el libro, a partir de las *acciones* concretas que debe llevar a cabo quien trabaja con él.

Considerando la distinción de Stray (1993, citado por Lenoir, Lebrun & Hasni, 2012) el tipo de libro que analizamos es un *texto escolar*: “un libro que presenta una versión pedagógica y didáctica de un determinado ámbito de conocimiento”. En México, los textos escolares son elaborados por profesores e investigadores previo acuerdo con empresas editoriales, pero regulados y evaluados por la Secretaría de Educación Pública, buscando con ello que atiendan a los contenidos previstos y al enfoque educativo que ésta ha adoptado en su proyecto nacional de desarrollo.

Es posible, entonces, encontrar una gama amplia de libros de texto a elegir por parte de los profesores de matemáticas o de los subsistemas educativos en los que se divide regionalmente un sistema educativo. En virtud de nuestro interés, centraremos particularmente la atención en cómo hacemos el análisis de texto y de este modo, los datos del presente artículo referirán sólo al análisis de un libro de texto. El libro aquí reportado se eligió entre los textos ya analizados en (Montiel & Jácome, 2014), y que podríamos caracterizar como un “libro típico”, en lo que refiere a su propuesta para el estudio de las razones trigonométricas, en tanto muestra la regularidad de la organización didáctica que reportan los autores.

5.1. Fase descriptiva

La Trigonometría se introduce en el sistema educativo mexicano en el tercer y último año de la educación secundaria, cuando los estudiantes tienen aproximadamente 15 años de edad. El libro con el cual mostraremos este análisis fue publicado en el 2010, por lo que se enmarca en el Plan y Programa de estudios del 2006, año en el que se tuvo una Reforma a la Educación Secundaria (SEP, 2006). Allí se estableció lo que los alumnos de este nivel deben saber sobre la razón trigonométrica en términos de conocimientos y habilidades como se describe en detalle en la Tabla 2.

Tabla 2. *Conocimientos y habilidades, y Orientaciones Didácticas en Trigonometría. Programa de Matemáticas para la Educación Básica Secundaria. (Programa de Estudios 2006, p. 132.* – La negrilla es nuestra)

Conocimientos y habilidades	Orientaciones didácticas
4.3 Reconocer y determinar las **razones trigonométricas** en familias de triángulos **rectángulos semejantes**, como **cocientes entre las medidas de los lados**. Calcular medidas de lados y de ángulos de triángulos rectángulos a partir de los valores de razones trigonométricas. Resolver problemas sencillos, en diversos ámbitos, utilizando las razones trigonométricas	Para el desarrollo de esta habilidad se puede retomar la situación que plantea ampliar fotografías de diferentes medidas que se usó para el **estudio de la semejanza**. Pida a los alumnos que dibujen sobre el plano cartesiano una fotografía de 3 unidades de base y 4 de altura. Enseguida pídales que dibujen otras tres fotografías ampliadas (como se propuso en el bloque 2, tercer apartado de este mismo grado). Una vez que se han dibujado varios rectángulos cuya diagonal está sobre la misma recta, se plantea el problema de averiguar la medida del ángulo formado por la diagonal y el eje horizontal. Los alumnos pueden probar con el único recurso con el que cuentan, que es la medición directa con el transportador, después de lo cual se les puede explicar que **otra manera de calcular la medida de ese ángulo** es mediante los cocientes entre los lados del triángulo rectángulo que se forma —por ejemplo, la base del triángulo (cateto adyacente) entre la altura (cateto opuesto) —. Dichos cocientes son razones trigonométricas que se pueden traducir en medidas de ángulos. Pídales que verifiquen con varios triángulos semejantes y con diferentes cocientes. Finalmente dígales los nombres de las tres funciones directas: seno, coseno y tangente. Para realizar esta actividad es conveniente contar con calculadoras que tengan funciones trigonométricas.

La enseñanza de las razones trigonométricas, se ubica dentro del eje denominado “Forma, espacio y medida”, que describe lo central del estudio de la Geometría; en particular, en el tema “Medida”, y en el subtema “Estimar, Medir y Calcular”.

Este Plan y Programa de Estudios no declaraba explícitamente un enfoque educativo, pero planteaba la atención al razonamiento, más que la memorización, y la resolución de problemas diversos. El cambio más significativo de la reforma, fue la organización del curriculum en ejes, que más adelante se articularían con la educación primaria y la educación media superior.

El libro que aquí reportamos (Castillo, 2010), muestra desde su título, una transición al enfoque por competencias, aun cuando este cambio en los programas de estudio se diera oficialmente hasta el 2011. Es decir, en estricto sentido, este manual escolar habría de cumplir con el programa 2006. La lección donde aborda las razones trigonométricas es la número 23 de 30, consta de 6 páginas y se titula “Razones en familias de triángulos”.

Del eje “Forma, Espacio y Medida”, le anteceden las lecciones: Teorema de Pitágoras, Homotecia, Proporcionalidad entre segmentos oblicuos y paralelos, Semejanza de triángulos, Figuras semejantes, Área de sectores circulares, Ángulos centrales e inscritos y Congruencia de triángulos. Podríamos inferir, solo del temario, que se cuenta con las bases para la actividad geométrica donde contextualizar *lo trigonométrico*. Las lecciones posteriores, son: Cilindros y conos, y Volumen de cilindros y conos, en donde no se encontraron actividades con las cuales articular a las razones trigonométricas.

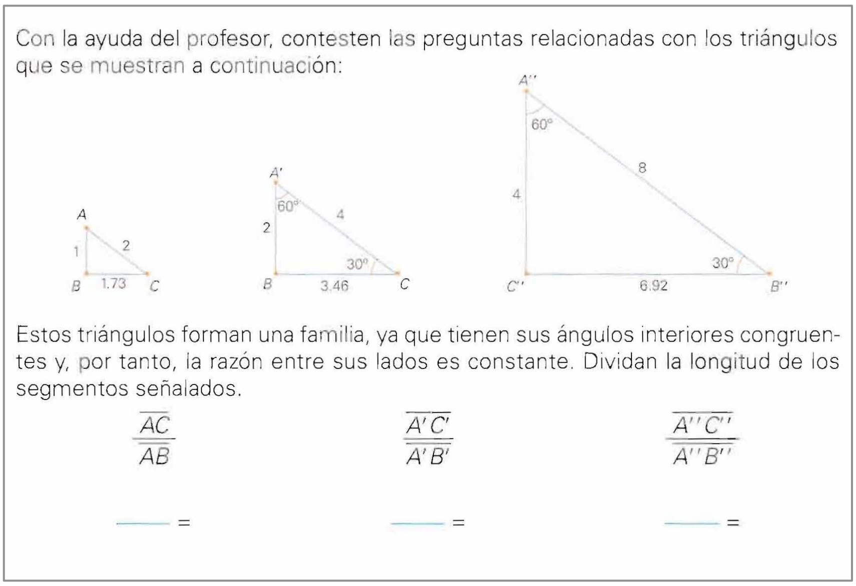
Finalmente, para esta fase, describimos genéricamente la organización didáctica de la lección en cuatro momentos: de *exploración*, de los cocientes de las longitudes de los lados de un triángulo y de la comparación con los cocientes de triángulos semejantes; de *institucionalización*, para establecer los nombres escolares que reciben dichos cocientes; de *ejercitación*, con ejercicios para encontrar lados o ángulos faltantes en el triángulo rectángulo; y, de *aplicación* a problemas prácticos o geométricos.

5.2. Análisis de la actividad en la clase de matemáticas

Para llevar a cabo esta fase, utilizamos el modelo de anidación de prácticas, ya presentado en la Figura 2. Por tratarse de un análisis documental, iniciamos con el nivel de *acción* y buscamos deducir una posible *actividad*, para el nivel de *actividad humana*, que pueda generarse en caso de llevar a cabo las tareas del texto en situación escolar. Ésta constituiría otro momento de investigación, una del tipo "usos del texto escolar".

Para el análisis refinado de las acciones, plantearemos a cada tarea del texto las preguntas *qué debe hacer*, para explicitar la acción directa del sujeto con el objeto, *cómo lo debe hacer*, para identificar las herramientas que se lo permiten, y *para qué lo debe hacer*, buscando reconocer la intención didáctica de la tarea, que frecuentemente se declara en los objetivos de la lección. La pregunta *por qué lo hace*, la vamos a considerar respondida por los contratos escolar, pedagógico y didáctico que influyen en cualquier experiencia didáctica en la escuela.

Considere, por ejemplo, la siguiente tarea extraída del libro elegido:


Con la ayuda del profesor, contesten las preguntas relacionadas con los triángulos que se muestran a continuación:

Estos triángulos forman una familia, ya que tienen sus ángulos interiores congruentes y, por tanto, la razón entre sus lados es constante. Dividan la longitud de los segmentos señalados.

$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ $\frac{\overline{A'C'}}{\overline{A'B'}}$ $\frac{\overline{A''C''}}{\overline{A''B''}}$

$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad} =$

Figura 5. Extracto del texto (Castillo, 2010, p. 116).

La acción directa que le demanda al estudiante es la de *dividir longitudes* y lo hace identificando la longitud *dada* del segmento indicado, colocándola en la estructura de cociente y realizando la *operación aritmética* correspondiente. La tarea misma deja ver que lo hace para evidenciar la igualdad en las divisiones, cuando dice: "la razón entre sus lados es constante" (Figura 5), así también cuando afirma: "Observen cómo al dividir las medidas de los segmentos de varios triángulos se obtienen los mismos valores" (Figura 6).

Otra vez, con los valores que aparecen en la figura hagan las divisiones:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \qquad \frac{\overline{A'C'}}{\overline{B'C'}} \qquad \frac{\overline{A''C''}}{\overline{B''C''}}$$

$$\_\_\_ = \qquad \_\_\_ = \qquad \_\_\_ =$$

Observen cómo al dividir las medidas de los segmentos de varios triángulos se obtienen los mismos valores, y sucede así en todas las familias de triángulos.

Figura 6. Extracto del texto (Castillo, 2010, p. 116).

Una vez caracterizadas cada una de las tareas, a la luz de estas preguntas, se contrasta la actividad matemática en su conjunto con la epistemología de prácticas propuesta, a partir de considerar el papel que juegan:

- La medición y la proporcionalidad,
- Los procesos de construcción geométrica,
- El análisis de la relación 'ángulo – longitud en el triángulo o cuerda en el círculo',
- La modelación para el paso de lo *macro* a lo *micro*.

Por ejemplo, con las tareas de las Figuras 5 y 6, que son las primeras de la lección, no se provocan acciones relacionadas con la medición, pues las longitudes que se ponen en juego están dadas en la ilustración. La proporcionalidad es el contexto en el que se están dando los objetos (triángulos semejantes) y la razón entre las longitudes, la herramienta para estudiarlos. No se presentan tareas de construcción geométrica, ni se hace mención tampoco a la relación entre el ángulo y la longitud de los lados del triángulo; la relación se da entre los cocientes de cada triángulo, enfatizando el que sean iguales.

Evidentemente, por tratarse de una tarea inicial, no son tan complejas como las de modelación o, al menos, de representación simbólica que requieran de un cierto modelo a escala.

6. Resultados preliminares

6.1 ¿Qué, cómo y para qué?

Hablar del libro de texto escolar como variable intermediaria (Fan, 2013) o como el tradicional recurso didáctico, implica reconocer que con su propuesta se atiende a (depende de) las demandas educativas institucionalizadas, es decir, que debe cumplir con el qué se debe enseñar (la matemática escolar), e innovar en cómo se puede enseñar, respetando el enfoque educativo que lo enmarque. En este sentido, y a partir del análisis de las acciones en cada una de las tareas, podemos responder que aquello que *"se hace enseñar"* al profesor *y* en consecuencia que se espera que *se haga hacer* al estudiante para iniciar el estudio de la Trigonometría en el triángulo rectángulo es: *realizar operaciones aritméticas* y *hacer despejes algebraicos*. Una aritmetización y algebrización de la Trigonometría. Estas acciones se acompañan de la correcta elección de la razón trigonométrica, para dar evidencia de su aprendizaje.

Las herramientas que permiten al estudiante llevar a cabo estas acciones y así obtener resultados positivos son, como dijimos anteriormente, los recursos basados en la memoria y en el cómputo realizado fundamentalmente a través de la calculadora. Si el triángulo rectángulo no le es proporcionado al estudiante, como parte de los medios para llevar a cabo la tarea, puede entonces servir como una ilustración que lo ayude a ubicar ángulos y catetos, pero no hay genuinamente una necesidad para construirlo en un sentido geométrico. Se esconde el valor de uso del conocimiento.

Evidentemente la intención didáctica de la lección es la de que aprendan – conozcan y operen con las razones trigonométricas. Nuestro objetivo, al preguntarnos para qué se hace lo que se hace, es poder vislumbrar el nivel de *actividad humana* del modelo de anidación de prácticas (Figura 2). Del análisis del texto, inferimos que aquello que puede lograrse al articular todas estas acciones, en el contexto proporcional en el que se desarrolla toda la lección, es el *cálculo del valor faltante*. Esta actividad, en el marco del currículo mexicano para la educación secundaria, es un hilo conductor de casi todas las actividades relativas a la proporcionalidad, la diferencia que plantea esta lección es que el valor faltante es un elemento del triángulo rectángulo. Es decir, pareciera que la Trigonometría se convierte en un nuevo escenario de aplicación de lo proporcional, y este hecho despoja de su esencia a lo trigonométrico: la relación entre el ángulo y los lados del triángulo no es proporcional.

6.2 El discurso trigonométrico escolar

Para ir develando el rol del dME que subyace a la trigonometría escolar, iniciamos identificando que la *proporcionalidad* es una especie de condición inicial, todo cuanto se pide hacer en la lección está en el contexto de la proporcionalidad. Llamó la atención de este libro, que no se haga referencia a que los triángulos son semejantes o rectángulos, según la tarea, sino que los agrupa en una “familia de triángulos” porque sus ángulos interiores son congruentes.

En las tareas que propone el texto no hay necesidad de *medir* (aunque es el tema curricular donde se ubica la lección) pues la clase de Matemáticas asume que trata sólo con objetos abstractos, se proporcionan todas las medidas necesarias para resolver la tarea requerida, y una vez definidas las razones trigonométricas, el triángulo es un referente ilustrativo para ubicar los valores que se deben usar para el *cálculo* de la razón o de la medida del ángulo (Figura 7).

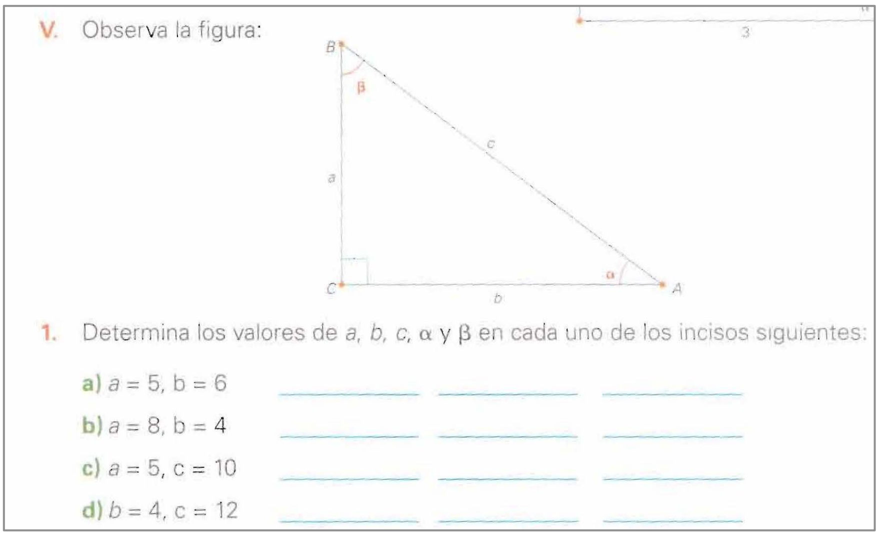


Figura 7. Extracto del texto (Castillo, 2010, p. 119).

Después de definir las razones trigonométricas y conforme se avanza en la lección, se sustituyen las operaciones aritméticas, de división de longitudes, por el cálculo directo en la calculadora y, aunque no indica cómo, se deduce que también con ella obtienen el valor del ángulo, dado el valor de la razón trigonométrica (Figuras 7 y 8).

III. Determina la medida del ángulo del que se obtuvieron las funciones:

1. *cos* θ = 0.771 ______	**5.** *tan* θ = 3.7320 ______
2. *sen* θ = 0.4226 ______	**6.** *tan* θ = 1.4825 ______
3. *tan* θ = 0.1763 ______	**7.** *sen* θ = 0.9975 ______
4. *cos* θ = 0.7071 ______	**8.** *sen* θ = 0.7771 ______

Figura 8. Extracto del texto (Castillo, 2010, p. 118).

No se encontró en toda la lección, en nuestra búsqueda, alguna tarea de construcción geométrica que pudiésemos ubicar como una práctica situada. Más aún, los triángulos en el texto son ilustraciones que no se corresponden, con base en una escala determinada, con sus medidas reales, al punto de ni siquiera hablar de las unidades de medida (ver Figura 5). Vinculado con esto, en tanto la consideramos parte del estudio del triángulo en su construcción geométrica, no se provoca un análisis de la relación y de cómo es la relación entre el ángulo y los catetos o la hipotenusa; desde el inicio, la relación se establece entre las longitudes referidas, evidentemente, a un (tri)ángulo en particular.

Quizá la sección que más ilustra qué es aquello que producimos o "hacemos hacer" a los estudiantes y qué es lo que valoramos como saber razones trigonométricas, sea la de aplicaciones de lo aprendido. Reconocemos su intencionalidad para explicitar el poder que tienen las razones trigonométricas en la medición, sin embargo, la forma en la que se presentan los problemas (Figuras 9 y 10), reducen la aplicación a la resolución de triángulos rectángulos, al dibujar estos encima de la ilustración relativa al problema y al proporcionar, en la redacción o en la ilustración, todas las medidas necesarias para sustituir datos en una fórmula y obtener un resultado, con la calculadora. Esto muestra la confrontación entre el contexto de significancia y el contexto sintáctico, pues, eliminando los escenarios artificiales redactados, los problemas planteados no difieren matemáticamente del momento de ejercitación.

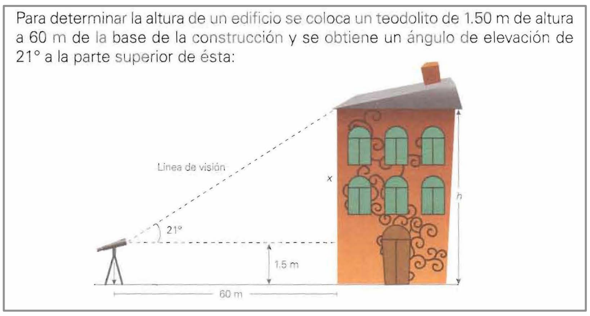


Figura 9. Problema 1 de aplicación (Castillo, 2010, p. 120).

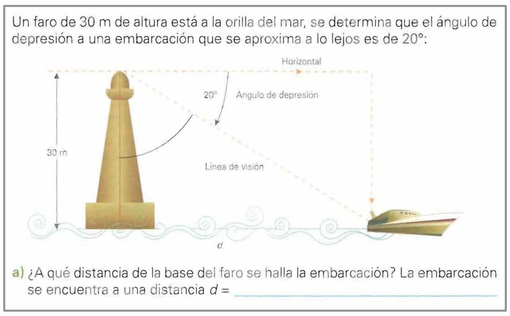


Figura 10. Problema 2 de aplicación (Castillo, 2010, p. 121).

El qué enseñamos en la clase de Trigonometría, otorga entonces a la razón trigonométrica su carácter utilitario en la aplicación que tiene para el cálculo del valor faltante en el triángulo rectángulo, y su carácter hegemónico al trazar una sola ruta de solución, sin propiciar la oportunidad de, por ejemplo, *medir* o *estimar en situaciones del aula extendida, un espacio de construcción de significados*. Se atomizan por tanto, los conceptos a la aritmética y a los llamados "despejes algebraicos" (estrategia para encontrar el valor de la incógnita), y se contextualizan los significados sólo bajo el esquema de la proporcionalidad.

Esta situación, así como otras del mismo estilo, dieron lugar a una profunda reflexión sobre el rol del docente ante el saber puesto en juego; dicho en términos llanos, rebasamos el nivel del conocimiento para plantear algo aún más profundo, el proceso de empoderamiento docente que, justamente, está centrado en el cambio con relación al saber del docente (Reyes–Gasperini, 2011).

7. Discusión

En los resultados, agregamos el planteamiento de lo que *hacemos enseñar* al profesor, porque del análisis de la lección podemos reconocer que ésta cumple con lo requerido por el Plan y Programa de Estudios, tanto con el tema como con los conocimientos y habilidades que pide se desarrollen en el estudiante, incluso sigue algunas de las orientaciones didácticas. Es decir, esta forma de enseñar las razones trigonométricas no se presenta en el libro sólo por elección del autor. La organización didáctica de las lecciones y los "ejercicios tipo", son muy similares en todos los libros que se han revisado, de aquellos aprobados para el programa 2006. En algunos se encontraron tareas que ponen en funcionamiento, además de la división de longitudes y cálculos en la calculadora, propiedades de las figuras geométricas para resolver problemas de áreas. Pero en todos hay una ausencia de análisis de la *naturaleza de la relación entre ángulo y longitudes de los lados del triángulo rectángulo.*

Aunque no fue un elemento de análisis para el libro de texto, resulta relevante señalar que en varios de los textos revisados encontramos que al definir las razones trigonométricas, los autores titulan la tabla de las razones como "funciones trigonométricas" (Figura 11); aunque en sentido estricto la expresión matemática no es una relación de dependencia entre dos variables.

Definimos las funciones trigonométricas de la forma siguiente:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

De este modo podemos encontrar las funciones trigonométricas de acuerdo con el ángulo de que se trate. Si tomamos como referencia el triángulo *PQR*, las funciones trigonométricas son:

Funciones para el ángulo *Q*	Funciones para el ángulo *P*
$\text{sen } Q = \frac{q}{r}$	$\text{sen } P = \frac{p}{r}$
$\cos Q = \frac{q}{r}$	$\cos P = \frac{q}{r}$
$\tan Q = \frac{q}{p}$	$\tan P = \frac{p}{q}$

Figura 11. Momento de institucionalización (Castillo, 2010, p. 117).

Reportan De Kee et al. (1996) que los estudiantes no distinguían entre razón trigonométrica y función trigonométrica. En Montiel y Jácome (2014) se señaló que los profesores en sus reportes escritos, hablaban de razón trigonométrica, función trigonométrica, herramienta trigonométrica, o, simplemente, de la tangente; hecho que se confronta con los hallazgos en el análisis de textos y se encuentran similitudes. Por su naturaleza y uso, razón y función deben asociarse con dos significados y, por lo tanto, dos formas de pensamiento distintos. Sin embargo, la ausencia de diferenciación puede entenderse cuando la enseñanza y el aprendizaje se centra en el *objeto razón trigonométrica,* entendido como el *cociente de dos longitudes*, porque al abordar la función en el círculo unitario, se sustituyen las longitudes de los lados del triángulo por los valores de las ordenadas (x, y) y se procede a realizar la operación del cociente.

Por otra parte, desde un análisis de corte histórico, Oller y Gairín (2013) reportaron el devenir y énfasis en lo numérico para el tratamiento de la razón y la proporción. Este mismo proceso podría explicar por qué la razón trigonométrica se enseña así actualmente; sin embargo, el conflicto con ésta es que debe ponerse en uso para estudiar algo que no es proporcional y es eso lo que no se aborda en la matemática escolar, pérdida provocada en el proceso de transposición didáctica. Así, el *discurso trigonométrico escolar* se basa en la transmisión de significados aritméticos y algebraicos, en consecuencia, todo aquello que la transmite, con intencionalidad didáctica, provocará los niveles de comprensión hasta ahora reportados en la literatura.

En esta historia el libro de texto juega un papel protagónico: se constituye como un objeto pluridimensional que puede juzgarse desde diferentes enfoques. Es a la vez apoyo del saber en tanto que impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de estudiantes como de profesores; y es un instrumento de poder en tanto que contribuye a la uniformidad lingüística de la disciplina, a la nivelación cultural y a la propagación de las ideas dominantes, para ubicar el papel del libro de texto en este proceso (Choppin, 1980).

Después del triunfo del método pedagógico de la enseñanza simultánea –que supone que todos los alumnos de una misma clase progresan a un mismo paso y siguen por tanto libros idénticos– aparece entonces la figura del uso sistemático del libro de texto.

La fuerza del discurso Matemático Escolar (en este caso el trigonométrico) se expresa de este modo, como un sistema de razón hegemónico que deja el tratamiento de la Trigonometría a una mera copia del tratamiento algebraico que se da a la Física o el Álgebra misma. En este estudio pudimos mostrar que los libros de texto son portadores de discurso Matemático Escolar, una forma particular de validez epistemológica que induce al docente a reproducir en el aula lo que debe y evitar lo que no debe ser comunicado. Este proceso de reproducción en el aula es estudiado desde el punto de vista de la Socioepistemología como el establecimiento de un sistema de razón y solemos utilizarlo como elemento de confrontación, para la búsqueda de estrategias que propicien el desarrollo profesional docente mediante el empoderamiento (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2014).

Referencias

Bravo, S. & Cantoral, R. (2012). Los libros de texto de Cálculo y el fenómeno de la Transposición Didáctica. *Educación Matemática,24*(1), 5–36.

Bressoud, D. (2010). Historical reflections in teaching trigonometry. Returning to the beginnings of trigonometry-the circle- has implications for how we teach it. *Mathematics Teacher, 104*(2), 107-112.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J. & Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9*(4), 27 – 46.

Castillo, G. (2010). *Competencias matemáticas 3*. México, DF: Editorial Santillana.

Choppin, A. (1980). L'histoire des manuels scolaires: une approche globale. *Histoire de l'éducation, 9*(4), 1-25.

De Kee, S., Mura, R. & Dionne J. (1996). La compression des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics, 16*(2), 19–22.

Espinoza-Ramírez, L. (2009). *Una evolución de la analiticidad de las funciones en el siglo XIX. Un estudio socioepistemológico*. (Tesis de Maestría no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, DF, México.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education, 45*(5), 765-777.

Katz, V. (1987). The Calculus of the Trigonometric Functions. *Historia Mathematica, 14*, 311-324.

Kendal, M. & Stacey, K. (1998) Teaching trigonometry. *Australian Mathematics Teacher, 54*(1), 34-39.

Lenoir, Y., Lebrun, Y. & Hasni, A. (2012). Análisis de textos escolares: Algunos fundamentos y desafíos a tener en cuenta. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa, 5*(3), 11-30.

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio socioepistemológico*. México, D.F.: Díaz de Santos.

Montiel, G. & Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática, 28*(50), 1193-1216.

Oller, A. & Gairín, J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(3), 317-338.

Pedersen, O. (1974). Logistics and the theory of functions. An essay in the history of Greek mathematics. *Archives Internationales D'Histoire des Sciencies, 24*(94), 29 – 50.

Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas* (Tesis de Maestría no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, DF, México.

Reyes–Gasperini, D. & Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y empoderamiento docente: acciones para un cambio educativo. *Bolema–Boletim de Educação Matemática, 28*(48), 360–382.

SEP – Secretaría de Educación Pública. (2006). *Educación básica. Secundaria. Programas de estudio.* México, DF: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. 2006.

Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión Socioepistemológica* (Tesis de Maestría no publicada). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, DF, México.

Soto, D. & Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una visión socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática*, *48*(28), 1525–1544

Weber, K. (2005). Student's understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal, 7(3*), 91-112.

Referencia de los autores

Ricardo Cantoral, DME - Cinvestav del IPN (México), rcantor@cinvestav.mx

Gisela Montiel, DME - Cinvestav del IPN (México), gmontiele@cinvestav.mx

Daniela Reyes-Gasperini, DME Cinvestav del IPN (México), dreyes@cinvestav.mx

Analysis of School Mathematics discourse on textbooks, a view from Socioepistemological Theory

Ricardo Cantoral, DME - Cinvestav del IPN (México)

Gisela Montiel, DME - Cinvestav del IPN (México)

Daniela Reyes-Gasperini, DME Cinvestav del IPN (México)

In this paper we present a method for textbooks analysis, from the perspective of the Socioepistemological theory of Mathematical Education. Since the theory consider the mathematical knowledge as a fundamental part of the didactic problem, when we study its processes of social construction, the analysis focuses on the whole of activities whose didactic intent relates to specific knowledge and is done based on epistemologies of practices relating to them too. We illustrate this method through the analysis of the didactical activity proposed by the textbook to introduce the student into the study of trigonometry, in basic secondary level, with the trigonometric ratios in the right triangle.

We synthetically expose the theoretical concepts and the epistemology of practices related to trigonometry, which serve as basis for the analysis. Delve in particular, for the documentary analysis that corresponds, in a 'nesting of practices' model that allows us to compare the theoretical approaches on the social construction of the mathematical knowledge with empirical evidence that emerges from the documentary, experimental and field research. In our case study, the epistemology of practices setting raises the trigonometric knowledge construction in a context of geometric constructions where the non-proportional nature of the relationship between the chord length and the central angle that subtend, in a circle, appear from the mathematical activity of measurement and calculation of distances. Thus, the proportional tool emerges as a tool to study and quantify such relationship, hence the use, meaning and significance of trigonometric reason.

The method looks to show the actions caused by the textbook tasks, asking: what do the students have to do, to make explicit their direct action with the mathematical object; How should they do it, to identify the tools that allow them to do it; and, what they must do it for, seeking to recognize the didactical intention of the task. The analysis allows us to highlight the characteristic elements of school mathematic discourse, that underlies the mathematical object-centered teaching, in this case, the trigonometric ratios as division of lengths.

The results allow to explain some educational phenomena and to sketch didactical proposals, based on epistemology of practices, for the interventions of, what we have called, the extended-classroom. Finally, we contribute to the discussion on textbook research identifying the importance of their different objects of study: the book itself, its processes of preparation and their use by the main actors of the educational system; to have a broad look of its role in the teaching and learning of mathematics.