COMPARACIÓN ENTRE EL MÉTODO DE LAS FLUXIONES DE NEWTON Y EL CÁLCULO INFINITESIMAL DE LEIBNIZ

Alfonso Pérez de Laborda
Universidad Pontificia de Salamanca

De todos es conocida la discusión violenta que sostuvieron Newton y Leibniz a propósito de la invención del cálculo infinitesimal. Lo cierto es que cada uno de ellos lo había 'inventado' por su cuenta; pero hay que decir también al punto que no fueron ellos sino los 'parteros' de una invención que estaba en el ambiente. Es decisivo señalar, pues, la importancia que tiene saber algo, pero saberlo con conciencia explícita de que se sabe, es decir, sabiéndolo de manera que se sabe muy bien lo que se sabe. Además del enorme esfuerzo, Newton y Leibniz añadieron la conciencia exacta y explícita de la enorme importancia para la matemática y para la ciencia de lo que ellos estaban sabiendo.

Hay que alabar a Newton y Leibniz por la osadía de su quehacer matemático, pues ambos, de manera mucho más segura que los matemáticos que les precedieron, se atrevieron a realizar lo que desde los griegos -y sobre todo desde que Arquímenedes nos legó la aplicación continuada del método de exhaución de Eudoxo- estaba prohibido, volviendo la espalda al pasado que buscaba un método para la 'intuición' o descubrimiento de resultados, que luego debían probarse rigurosamente para ser considerados válidos. Su método no tiene para ellos rigurosa demostración, pero está justificado, aunque sea provisionalmente, por la fecundidad y coherencia de sus resultados. Nuestros autores no se quedan enredados en el problema concreto que estudian, sino que buscan y obtienen en su juego un grado de abstracción que les lleva a la generalidad de un método: el tratamiento algebraico de toda suerte de problemas sobre tangentes, rectificación de líneas, cuadraturas, máximos y mínimos, etc. Consiguen así lo que Viète había logrado en la teoría de las ecuaciones y Descartes en la geometría. Nace así un 'método' que está preñado de infinitas posibilidades nuevas; escriben en el ámbito de las matemáticas su discurso del método.

Newton enmarca su nuevo método en las cuestiones del movimiento. Para él, dados cuerpos en movimiento, x, y, z son las ecuaciones de sus movimientos, p, q, r sus velocidades respectivas (luego, a partir de 1691, serán las fluxiones $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$), lo que busca es la relación entre esas velocidades. Se interesa para ello en las líneas infinitesimales que describen en cada momento los cuerpos considerados, que son proporcionales a sus velocidades: si los cuerpos A y B describen las líneas x, y , en el momento siguiente estarán en x+po, y+qo , en donde 'o' puede siempre hacerse desaparecer en la relación de velocidades buscada, como ya vió Fermat.

Su presupuesto es bien definido: las magnitudes matemáticas no vienen constituidas por partes, por pequeñas que se hagan, sino que forman un continuo. Las líneas no son adición de partes, sino que se generan por el movimiento de puntos, etc. De igual manera el tiempo viene generado por un flujo continuo. Para Newton, estas generaciones tienen verdadero lugar en la naturaleza, puediendo ser observadas en todo momento en el movimiento de los cuerpos.

> "Expone (Newton) la idea de deducir el área partiendo de la ordenada, por la consideración del área como una cantidad naciente, que brota y se incrementa por un flujo continuo en proporción a la longitud de la ordenada, y suponiendo crecer la abscisa uniformente en proporción al tiempo. Y a partir de los momentos del tiempo, da el nombre de momentos a los momentáneos incrementos o partes infinitamente pequeñas de la abscisa y área, generalmente en momentos de tiempo".

Estamos siempre en la presentación newtoniana en un contexto de marcada preferencia por las series de términos infinitas: trata siempre de ver cómo las áreas, las longitudes de curvas, los volúmenes y superficies de sólidos, así como sus centros de gravedad, pueden ser determinados por su método con ayuda de las ecuaciones reducidas a series de infinitos términos.

> "Y, todo lo que el análisis común efectúa por medio de ecuaciones con un número finito de términos -cuando ello es posible-, éste método siempre lo consigue por medio de las ecuaciones infinitas: por tanto no dudo en atribuirle el nombre de Análisis".

Así describe Newton los dos problemas básicos de su método: 1) dada la longitud del espacio continuamente (o en cada instante de tiempo), encontrar la velocidad del movimiento en cualquier tiempo propuesto; 2) dada la velocidad de movimiento continuamente, encontrar la longitud del espacio descrito en cualquier tiempo propuesto. O, dicho en los Principia de manera más madura: dada una ecuación cualquiera que contenga las cantidades fluentes, encontrar las fluxiones, y viceversa. Se distingue 'momento' (el incremento o decremento momentáneo de cantidades que crecen y decrecen en movimiento perpetuo, por tanto no magnitudes físicas, sino principios nacientes de las magnitudes físicas) de 'fluxión' (las velocidades de los incrementos o decrementos, o cualesquiera cantidades finitas proporcionales a ellas). El símbolo 'o' es un momento, mientras que el símbolo '$\dot{x}$' (al comienzo 'p') es una fluxión.

Para Newton, por fin, su método de las fluxiones y el método de las diferencias de Leibniz son una y la misma cosa (y $\dot{x}o$ y dx significan el mismo momento"), como lo afirma el juicio de la Sociedad Real de Londres:

> "IV. Que el Método Diferencial es uno y el mismo con el Método de las Fluxiones, excepto en el nombre y el modo de la notación, llamando el Sr. Leibniz diferencias a lo que el Sr. Newton llama momentos o fluxiones, marcándolas con la letra d , lo que el Sr. Newton no utiliza. Por ello, como la verdadera cuestión no es ver quién inventó este o aquel método, sino ver quien fue el primer inventor del único método...".

Por último, Newton encuadrará al final de su vida toda su obra sobre el método de las fluxiones en un contexto amplio en el que se defiende a ultranza a la filosofía experimental contra los hacedores de hipótesis metafísicas: "en esta Filosofía las Hipótesis no tienen lugar, si no es como conjeturas o cuestiones propuestas para ser examinadas por experimentos".

Leibniz, por su parte, se interesa desde el mismo comienzo de su trabajo matemático por la universalidad de los procesos. Así lo hace también cuando busca una teoría de las transformación de unas líneas en otras cuyo objeto es llegar -por otro procedimiento más general que el de las series de infinitos términos- a líneas de manejo más sencillo en el nuevo cálculo:

> "Los cuales pasos son tales que aparecen al punto a quien progresa siguiendo la naturaleza misma (de las líneas), y contienen el verdadero método de los indivisibles concebido de una manera más general, el cual -en cuanto yo lo sé- no ha sido hasta el presente explicado con suficiente universalidad".

Con las palabras que siguen caracteriza el mismo Leibniz sus íntimos intereses matemáticos, que coinciden con sus intereses en todos los campos:

> "Innumerables casos más podría proponer, los cuales en nada cederían en elegancia y exactitud, pero mi índole es tal que, una vez detectado el método general, quedo contento de tener la cosa en mi poder, y dejo de buena gana lo restante a otras manos; se trata en efecto de cosas que deben apreciarse solamente en cuanto perfeccionan el arte del descubrimiento y perfeccionan la mente. Si algunos puntos resultan obscuros, me alegraré de elucidarlos".

La gran preocupación de Leibniz es la generalidad, la universalidad, la búsqueda de un algoritmo. Así le caracteriza N. Bourbaki: "la algebrización progresiva del análisis infinitesimal, es decir, su reducción a un cálculo operacional provisto de un sistema de notaciones uniformes de carácter algébrico". En el celebrado artículo de 1684 que ahora conmemoramos, el propio Leibniz decía así:

> "Del conocimiento de este particular Algoritmo o de este cálculo que llamo diferencial, todas las demás operaciones pueden obtenerse mediante el cálculo común, y obtenerse los máximos y mínimos, así como las tangentes, sin que sea necesario separar las fracciones, los irracionales y otros vínculos, como debía hacerse según los Métodos hasta ahora publicados".

La presentación leibniziana del cálculo diferencial e integral es de una perfección tán súbita, que hay que decir que en ello todos somos leibnizianos.

Por otro lado, tiene Leibniz perfecta cuenta de los matemáticos que le han precedido en dar un gran impulso al método que él completa. Entre ellos, cita a Galileo, Cavalieri, Fermat, Descartes, Pascal, G. de St. Vincent, Wallis, Huygens, J. Gregory, Barrow, Mercator y Newton. Una de las pasiones de Leibniz era la historia.

Por fin, tiene Leibniz una muy clara idea de las diferencias existentes entre su método y el de Newton: "Veo que su cálculo está de acuerdo con el mío, pero pienso que la consideración de las diferencias y las sumas es más propia para iluminar los espíritus".

Para Leibniz, como lo consideran los historiadores, la relación dy/dx no es mucho más que un cociente geométrico, mientras que para el último Newton, sobre todo, la derivada está en el meollo mismo de su trabajo. Además de las ya reseñadas, ésta es una de las grandes diferencias de ambos métodos. Pero, como dice, C.H. Edwards, a pesar de que las espectaculares aplicaciones de las matemáticas de Newton a los problemas científicos, que inspirarán muchos de los progresos en matemáticas del siglo XVIII, dichos avances vienen frecuentemente de la mano de matemáticos continentales que usan la maquinaria analítica de Leibniz, más que los métodos newtonianos.