

## *Equivalent everyday words to arithmetic operators related to the solution of problems\**

María Luisa Ávalos Latorre\*\*  
Roberto Oropeza Tena\*\*\*  
Cecilia Colunga Rodríguez\*\*\*\*

- \* Proyecto de investigación para obtener el grado de Maestría en Ciencias del Comportamiento, Opción Análisis de la Conducta.
- \*\* Doctora en Psicología. Posdoctoranda en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Docente en el Centro Universitario de Tonalá, Universidad de Guadalajara. Correspondencia: [marilupsi@hotmail.com](mailto:marilupsi@hotmail.com)
- \*\*\* Doctor en Psicología. Coordinador de Posgrado en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Correspondencia: [dipum-snh@yahoo.com](mailto:dipum-snh@yahoo.com)
- \*\*\*\* Doctora en Ciencias de la Salud Pública. Coordinadora del Doctorado Interinstitucional en Psicología, Centro Universitario de Ciencias de la Salud, Universidad de Guadalajara. Correspondencia: [ccolungar@yahoo.com](mailto:ccolungar@yahoo.com)

# *Palabras cotidianas equivalentes a operadores aritméticos relacionadas con la solución de problemas\**

Como citar este artículo: Ávalos, M. L., Oropeza, R. & Colunga, C. (2014). Palabras cotidianas equivalentes a operadores aritméticos relacionadas con la solución de problemas. *Tesis Psicológica*, 9(2), 110-125.

Recibido: octubre 7 de 2014  
Revisado: octubre 10 de 2014  
Aprobado: octubre 30 de 2014

## ABSTRACT

Studies on solving arithmetic problems have been predominantly realized from cognitive theory, but also behavioral theory has been interested, there is still insufficient knowledge that has to regard. For the development of the present experimental empirical study various trainings were applied in the identification of words equivalent used to adding and subtracting in ordinary language, every words related with arithmetic operators and with troubleshooting. 16 students participated from second year of primary school, divided into four groups: the first one, trained by matching procedure sample first order sample, the second one, using declarative sentences; the third one, received both trainings and the control group answered only tests. There were no significant differences in the identification from equivalent words used to sum and subtraction. The group exposed to words training identified more words in the post-test than other groups. The percentage of correct answers successes was higher in solving problems than in the words recognition. It is considered irrelevant identifying the word to achieve the correct solution of the problem. It is suggested that the approach to the performance in arithmetic problems should provide participants with high and low precision of arithmetic operations because low percentages of problems solved correctly are due more to the poor domain of adding and subtracting procedure than the non-recognition words.

**Keywords:** Arithmetic operators, ordinary language, troubleshooting, behavioral theory.

## RESUMEN

Los estudios sobre la solución de problemas aritméticos se han realizado predominantemente desde la teoría cognoscitiva, aunque la teoría conductista también se ha interesado, sigue siendo insuficiente el conocimiento que se tiene al respecto. Para el desarrollo del presente estudio empírico experimental se aplicaron distintos entrenamientos en la identificación de palabras de uso equivalente a sumar y restar en el lenguaje ordinario, palabras cotidianas relacionadas con operadores aritméticos y con la solución de problemas. Participaron 16 estudiantes de segundo grado de primaria distribuidos en cuatro grupos: el primero, se entrenó mediante procedimiento de igualación de la muestra de primer orden, el segundo usando oraciones declarativas, el tercero recibió ambos entrenamientos y el grupo control solo respondió las pruebas. No existieron diferencias considerables en la identificación de las palabras de uso equivalente a la suma y la resta. El grupo expuesto al entrenamiento de palabras identificó más palabras en la postprueba que los otros grupos. El porcentaje de aciertos fue mayor en la solución de operaciones que en el reconocimiento de palabras. Se considera irrelevante la identificación de la palabra para lograr la solución correcta del problema. Se sugiere que el abordaje del desempeño en problemas aritméticos debe contemplar participantes con alta y con deficiente precisión de operaciones aritméticas ya que los bajos porcentajes de problemas solucionados correctamente se deben más al deficiente dominio del procedimiento de sumar y restar, que al no reconocimiento de las palabras.

**Palabras clave:** Operadores aritméticos, lenguaje ordinario, solución de problemas, teoría conductual.

## Introducción

El aprendizaje de la matemática ha sido privilegiado, pues supone que favorece el desarrollo intelectual del individuo, ayuda a la formación de una disciplina de pensamiento y tiene utilidad práctica para la solución de problemas ordinarios (Castro, Rico & Gil, 1992). La aritmética, como parte de la matemática y como materia escolar, se ha justificado históricamente unas veces por su interés en sí misma, otras por la disciplina mental derivada de su estudio y sobre todo, por su utilidad práctica. Académicamente, el fin de la aritmética es desarrollar el conocimiento de las relaciones cuantitativas y la habilidad para resolver los problemas que se presentan en la vida, relativos a los números. La aritmética tiene una amplia aplicación en actividades esenciales de la cotidianidad; mientras más conocimiento tenga el alumno de esta y de los objetos con que trata, más significativa y valiosa resulta la materia.

La enseñanza escolar de la matemática recurre a dos tipos de exposición didáctica. Una de ellas tiende a separarse del lenguaje natural en la medida en que se abordan progresivamente los dominios de la matemática, mientras que la otra opción basa sus procedimientos en el análisis de las formas de vinculación entre ambos lenguajes. Pese a su importancia, es evidente que en la actualidad son insuficientes los conocimientos que existen de los procesos implicados en la adquisición de competencias, aun cuando se tengan datos sobre distintos procedimientos de enseñanza y su eficacia relativa, propuestas principalmente por las teorías cognoscitiva y conductista.

Algunos estudios asumen que la solución de problemas está en función de la habilidad lectora y la legibilidad de los textos, la cual depende en gran parte de la estructura que tengan; otros se centran en las variables estructurales, en que las características de los enunciados que

constituyen los problemas asumen un valor particular dentro de un conjunto de valores posibles. Los estudios realizados bajo este enfoque pueden clasificarse en dos categorías: los que pretenden predecir la dificultad del problema en función de todas las variables estructurales que tengan influencia significativa sobre esa dificultad (enfoque global) y los estudios que han tratado de determinar si una variable en particular afecta de forma significativa el nivel de dificultad expresado en porcentajes, controlando el resto de las variables (efecto parcial).

Por último existen estudios de corte semántico, que sugieren que es necesario conocer el significado de las palabras que constituyen el texto en el que está enunciado el problema, los cuales distinguen las palabras que desempeñan un papel en la elección de la operación y las que no desempeñan papel alguno. El papel de estas últimas se limita a conectar el enunciado del problema con el contexto del problema. Las palabras o grupos de palabras que influyen en la elección de la operación que hay que realizar son denominadas palabras clave (LeFevre, Kulak & Basanz, 1991; Lemaire, Barreto, Fayol & Abdi, 1994; Bull & Johnston, 1997; Swanson, Cooney & Brock, 1993; Stern, 1993; Muth, 1984; Kintsch & Greeno, 1985; Rodríguez, Fraga, Vega, Brito & Fernández, 2012; Iglesias, 2008; Moreano, Asmad, Cruz & Cuglievan, 2008).

Por otro lado, en décadas recientes se ha producido un gran interés en el estudio experimental de las habilidades aritméticas con base en los principios y técnicas de condicionamiento operante (Ferster & Hammer, 1966; Parson, 1972). Este interés ha comprendido, por un lado, el análisis teórico de los procesos funcionales que tienen lugar durante la adquisición, generalización y mantenimiento de las habilidades de sumar, restar, multiplicar y dividir (Díaz & García 1980; García, Eguía, Gómez & González, 1983; García & Rayek, 1978; González & García,

1984; Lovitt & Curtiss, 1968; Stella & Toro, 2008; Rodríguez & Tejedor, 2014).

Otros estudios se han centrado en el desarrollo de tecnologías de enseñanza y recursos instruccionales tales como retroalimentación y modelamiento, empleando operaciones tales como adición, sustracción, multiplicación, división (García, Lugo & Lovitt, 1976; Lovitt & Esveldet, 1970; Ribes, 1972; Schoenfeld, Cole & Sussman, 1976; Skinner, 1968; Castillo, 2008; Colón, 2009; Aragón, Castro, Gómez & González, 2009; Jiménez, 2012; Rodríguez & Tejedor, 2014). El análisis experimental y funcional de las habilidades aritméticas que son de interés son retomadas como el sustento teórico del presente trabajo.

## Sustento teórico

La conducta de contar se ha considerado básica para el estudio completo de operaciones aritméticas más complejas, Schoenfeld, Cole y Sussman (1976) entendieron la conducta de contar como el comportamiento más simple, intentaron revelar algunas de las condiciones necesarias para que la conducta surgiera en sus aspectos más rudimentarios, como establecer el curso para el estudio de la conducta más compleja que implica competencias matemáticas y promover el desarrollo de técnicas de enseñanza para la adquisición eficiente y retención de esas habilidades.

Las máquinas de enseñanza propuestas por Skinner (1968) son las más importantes tecnologías propuestas para la enseñanza de la aritmética. Una de las críticas que hace a las escuelas esta dirigida a la ineficacia en la enseñanza de las materias que sugieren un ejercicio continuo, situación que atribuye a las técnicas empleadas. Skinner proporciona un instrumento que permite: a) la inmediata corroboración de la respuesta,

b) probabilidad de que el mero manejo de la máquina resulte lo bastante reforzador como para mantener al alumno atento a la tarea c) la supervisión de una sola maestra a toda una clase, d) el progreso individual según la capacidad de cada niño y e) la posibilidad de interrumpir la sesión en cualquier momento y reanudar en el punto mismo en que quedara interrumpido.

Las tareas se organizaban de tal manera que el estudiante componía su respuesta; la intención era lograr que este grabara en su memoria el modo de dar con la respuesta acertada y no solo que la reconociera al verla. Además, las tareas se segmentaban en pequeños pasos a fin de facilitar el avance, de tal manera que poco a poco adquiriera la competencia deseada.

Aunque en el Análisis Experimental de la Conducta hay una cantidad amplia de estudios respecto a las habilidades aritméticas y a las técnicas o procedimientos para enseñarlas, hasta ahora no existen estudios que aborden las habilidades aritméticas y las técnicas efectivas implicadas en problemas de la vida diaria que requieren operaciones aritméticas para ser resueltos. Por tal motivo el presente trabajo pretende evaluar y comparar distintos entrenamientos en la identificación de palabras que indican sumar y restar en el lenguaje ordinario para la solución de problemas.

## Método

### Participantes

Participaron 16 alumnos de segundo grado de primaria, en edades entre los 7 y 8 años de edad de dos escuelas públicas. Los niños fueron elegidos por la profesora del grupo respectivo teniendo como criterio que fueran alumnos con aprovechamiento escolar promedio. Las sesiones se realizaron en un salón que dispuso la escuela a la que pertenecían los niños.

## Diseño

Se realizó un estudio cuantitativo, transversal, cuasi-experimental en el cual los 16 participantes se asignaron en forma aleatoria a tres grupos experimentales y un grupo control. El orden secuencial de las fases se presenta en la Tabla 1 y enseguida se presenta la descripción de cada una de ellas.

Tabla 1. Grupos experimentales, fases experimentales y número de sesiones

|                        | Fases |    |     |    |      |    |      |
|------------------------|-------|----|-----|----|------|----|------|
|                        | Voca  | PA | PRE | EP | POS1 | EO | POS2 |
| <b>GRUPO 1</b>         | X     | X  | X   | X  | X    |    | X    |
| <b>GRUPO 2</b>         | X     | X  | X   |    | X    | X  | X    |
| <b>GRUPO 3</b>         | X     | X  | X   | X  | X    | X  | X    |
| <b>GRUPO Control</b>   | X     | X  | X   |    | X    |    | X    |
| <b>No. de sesiones</b> | 1     | 1  | 4   | 3  | 4    | 3  | 4    |

Nota: Vocabulario: Voca, Prueba aritmética: PA, Preprueba: PRE, Entrenamiento de palabras: EP, Postprueba 1: POS1, Entrenamiento de oraciones: EO, Postprueba 2: POS2.  
Fuente: Autores

## Procedimiento

En la fase de vocabulario se presentaron 20 palabras de uso equivalente a sumar y 20 a restar ordenadas alfabéticamente. El sujeto debía marcar con una cruz las palabras que no conocía en el recuadro correspondiente a cada palabra. En la prueba aritmética se presentaron en una hoja impresa, veinte sumas y veinte restas dispuestas al azar con las siguientes características:

- Sumas de dos cifras con dos dígitos que implican “llevar” a las decenas y con resultado de dos dígitos.
- Restas de dos cifras con dos dígitos que implican “no llevar” en las unidades y con resultado de dos dígitos.
- Restas de dos cifras con dos dígitos que implican “llevar” en las unidades y con resultado de dos dígitos.

La preprueba estuvo constituida por 40 ensayos, presentados en un cuadernillo, los cuales eran problemas aritméticos elaborados a partir de los contenidos de los libros de matemáticas de primero y segundo grado de primaria de la Secretaría de Educación Pública. Esta fase se distribuyó en cuatro sesiones; para concluir cada sesión el niño debía resolver 10 problemas o haber transcurrido una hora. Se emplearon las 40 palabras que se presentaron en la fase de vocabulario. Los problemas eran situaciones cotidianas en los que se requería sumar, restar o ambas para ser solucionados, a continuación se muestra un ejemplo: “*Sofía quiere comprar en el mercado 56 pesos de verdura y 78 pesos de fruta. ¿Cuánto dinero tiene que reunir para comprar lo que quiere?*”

Las palabras empleadas en la fase de preprueba se aplicaron en la fase de entrenamiento. Se realizaron dos tipos de entrenamientos, uno denominado entrenamiento de palabras y otro entrenamiento de oraciones. En el primero se realizaron tres sesiones de 40 ensayos cada una, los cuales eran los mismos de sesión a sesión variando solo el orden de aparición de cada uno de ellos. Dichos ensayos se diseñaron mediante un arreglo de igualación de la muestra de primer orden con retroalimentación y corrección inmediata.

Como estímulo de la muestra podía aparecer el signo de “+” o el signo de “-”, dependiendo de

- Sumas de dos cifras con dos dígitos que implican “no llevar” a las decenas y con resultado de dos dígitos.

la expresión a entrenar. Los estímulos de comparación dispuestos aleatoriamente eran de tres tipos: a) una palabra de uso equivalente a sumar, b) una de uso equivalente a restar, y c) una palabra que no implicaba operación aritmética pero concerniente al dominio de la matemática.

Por otro lado, el entrenamiento de oraciones tuvo 40 oraciones declarativas, elegidas del contenido de los libros de texto de primero y segundo grado de primaria, que incluían las palabras equivalentes en su uso a sumar y restar empleadas en la preprueba. Los sujetos de los Grupos 2 y 3 se expusieron a este entrenamiento constituido por 40 oraciones declarativas, elegidas del contenido de los libros de texto de primero y segundo grado de primaria, que incluían las palabras equivalentes en su uso a sumar y restar empleadas en la preprueba. Al igual que el entrenamiento de palabras, se realizaron tres sesiones de 40 ensayos cada una, los cuales eran los mismos, variando el orden de aparición de cada uno de ellos, por ejemplo: “*René y María juntan su dinero para comprar dulces*”.

Las fases de postprueba tenían las mismas características que la preprueba, teniendo como únicas diferencias las siguientes: la postprueba 1 tuvo los mismos ensayos que la preprueba pero se varió el orden de aparición; en el caso de la postprueba 2 se emplearon distintos problemas pero las mismas palabras.

### Consideraciones éticas

Conforme a la Ley General de Salud (Artículo 17, Fracción Primera y Artículo 100), en materia de investigación con seres humanos la nuestra se categoriza como de riesgo mínimo, ya que no se realizó ningún proceso de intervención, aunque sí indagaciones sobre

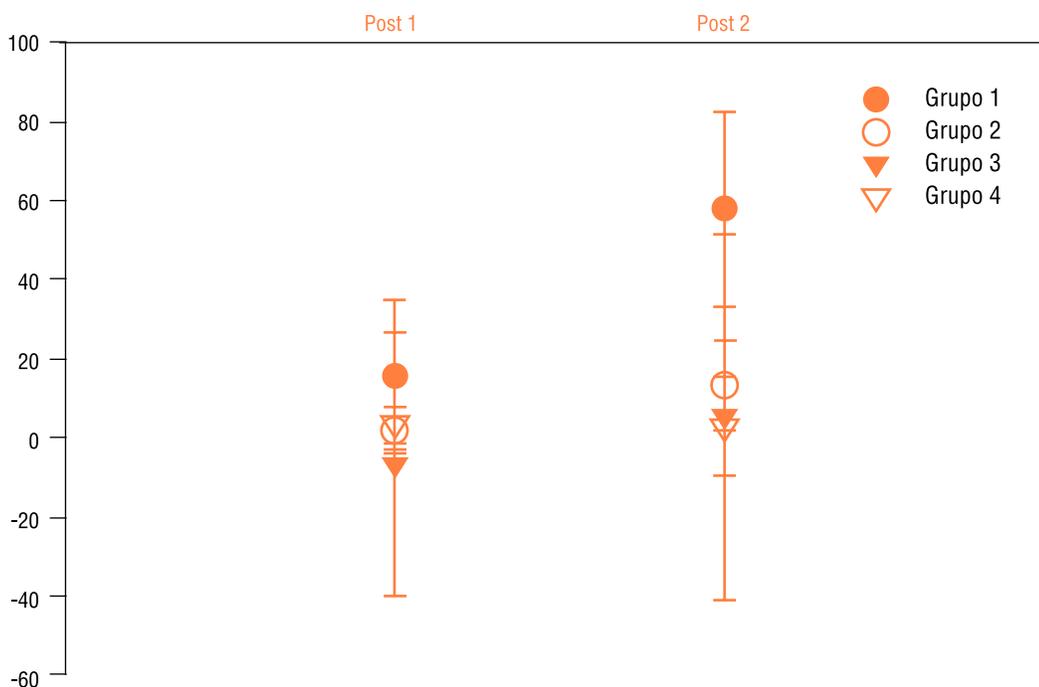
aspectos sensibles dentro de la esfera educativa. Asimismo se trató de población considerada como “vulnerable” al ser personas menores de edad, por lo que se les solicitó firmar un consentimiento informado tanto al menor como al padre o tutor. Como parte de esta invitación se les reiteró que si alguien decidiera no continuar en el proyecto no habría ningún problema. La información proporcionada por los informantes se manejó de forma estrictamente confidencial en este reporte, y así se hará en las sucesivas posibles presentaciones o publicaciones.

## Resultados

Con relación al desempeño de los sujetos en las fases, se presentan algunas generalidades en todos los grupos. El porcentaje de palabras conocidas que los sujetos refirieron en la fase de vocabulario, representada por los triángulos, no excedió el 80%. En la identificación de palabras, no existieron diferencias considerables entre las palabras equivalentes en su uso a sumar y a restar. No sucede lo mismo al resolver las operaciones, representado por las barras, dado que la mayoría de los sujetos resolvieron mejor las sumas que las restas.

En la Figura 1 se muestra la diferencia algebraica del promedio grupal de aciertos entre la preprueba y las postpruebas así como el error estándar referente a la identificación de palabras. El Grupo 1 tuvo una diferencia de +15%, el Grupo 2 de +2% y el Grupo 4 de +3%. En el caso del Grupo 3 hay una diferencia de -7%. La diferencia entre el porcentaje de la preprueba y la postprueba 2, fue positiva en todos los grupos, pero fue notable la diferencia del Grupo 1 que fue de 58%, comparada con el Grupo 2 cuya diferencia fue de 13%, del Grupo 3 que fue de 5% y del grupo 4 fue de 3%.

Figura 1. Diferencia grupal promedio entre el porcentaje de palabras conocidas en preprueba y postpruebas



Nota: Post 1=Diferencia entre preprueba y postprueba 1, Post 2=Diferencia entre preprueba y postprueba 2.  
Fuente: Autores

En el Grupo 1, la diferencia de los porcentajes de operaciones resueltas correctamente entre pruebas no fue consistente, ya que algunos disminuyeron y otros aumentaron sus aciertos a lo largo de las pruebas pero no de forma considerable. Otro aspecto es que no existió correspondencia entre el porcentaje de palabras identificadas y el porcentaje de operaciones resueltas correctamente ya que, en la mayoría de los casos, los niños fueron mejores al solucionar operaciones que al identificar palabras. En la fase de entrenamiento de palabras a la que se expuso este grupo, hubo un incremento de aciertos.

En el Grupo 2, los participantes lograron más del 80% de aciertos en las operaciones de suma, mientras que en las restas, solo un participante logró más del 70% de aciertos, esto en la preprueba aritmética. En las pruebas, la solución correcta de operaciones fue mayor al 80% en

las sumas y menor al 60% en las restas. Los participantes tuvieron mejor porcentaje de aciertos en la prueba aritmética que en las pruebas subsiguientes, Todos los niños tuvieron mejor desempeño al resolver las operaciones que al reconocer las palabras en las pruebas. En este grupo, el incremento en el porcentaje de aciertos fue mayor en las sesiones de entrenamiento que en las pruebas.

Las ejecuciones del Grupo 3, que recibió tanto el entrenamiento de palabras como el de oraciones, muestran que los participantes obtuvieron mejores ejecuciones al restar que al sumar. En la solución de operaciones en las pruebas, tuvieron un porcentaje de aciertos mayor al 70% en las sumas. Como sucedió en los grupos anteriores, el porcentaje de palabras identificadas en las pruebas fue menor que el porcentaje de operaciones resueltas correctamente. En las ejecuciones del

entrenamiento de oraciones de este mismo grupo, aumentaron su ejecución en las palabras relacionadas a la suma conforme transcurrieron las sesiones, mientras que en los ensayos de resta mantuvo más o menos su misma ejecución.

Las ejecuciones del Grupo Control expuestas solo a las pruebas, los participantes tuvieron más del 80% de aciertos en las sumas en la prueba aritmética, mientras que en las restas, las respuestas correctas fueron menores al 40% de aciertos. Por otro lado, reconocieron alrededor del 40% de las palabras en la preprueba, en la postprueba tuvo un ligero incremento mientras que en la postprueba 2 disminuyó su porcentaje de aciertos.

## Discusión

El tipo de procedimiento empleado tanto en el vocabulario como en las pruebas coincide con el utilizado en los estudios cognoscitivos que resaltan la importancia del conocimiento previo para la comprensión y solución de problemas, lo que permite plantear fácil y rápidamente las reglas pertinentes para que ocurra la solución correcta (Alsina & Domingo, 2010; Rodríguez, Fraga, Vega, Brito & Fernández, 2012; Sáenz & Lebríja, 2014; entre otros). Desde una postura conductista, específicamente bajo el argumento del discurso didáctico (Ribes & Varela, 1994; Varela, 1998), es necesario que los sujetos sepan ejecutar antes de describir, esto es, los sujetos en las pruebas necesitaban saber sumar y restar antes de poder identificar la palabra que les indicaba dichas operaciones.

Los resultados referentes a la solución de las sumas y restas, muestran que resolvieron mejor las primeras, lo cual puede deberse a su historia escolar, pues posiblemente tienen más entrenamiento para sumar que para restar.

Inicialmente, se estableció como requisito para pasar a la preprueba resolver correctamente al menos el 90% de las operaciones en la prueba aritmética, sin embargo, no hubo ningún sujeto que lograra ese criterio, situación que obligó a seleccionar azarosamente a los sujetos. Esta deficiencia explica en parte los bajos porcentajes de problemas resueltos correctamente.

Los niños no tenían un adecuado dominio de la técnica de sumar y restar, debido quizás a las condiciones escolares tradicionales en las cuales el aprendizaje en su mayoría, es pasivo mediante la exposición de los pasos y reglas por su profesor, restringiendo la práctica para identificar los componentes funcionales de la tarea y elaborar por sí mismos el principio y ser capaces de transferirlo a otras situaciones.

Las operaciones que se emplearon fueron de las más simples y dado que es indispensable su dominio para aprender operaciones más complejas, es probable que cuando los sujetos sean expuestos a ellas las ejecuciones serán deficientes. Esto ya ha sido reportado por algunos estudios (Ver Backhoff, Lovitt, Lazarrozo & Romano, 1980; Díaz & García, 1980; García, Eguía, Gómez & González, 1983; García, Esparza & Ochoa, 1988; García, Lugo & Lovitt, 1976; García & Rayek, 1978) los cuales han argumentado que en la enseñanza de la aritmética básica hay implicada una secuencia, dado que pertenecen a la misma clase de respuesta.

En el caso particular de la aritmética, un procedimiento aconsejable es que el alumno sea entrenado en condiciones retroalimentadas en las que los niños aprendan el procedimiento y sean capaces de plantear los mismos pasos en situaciones diferentes tal como lo establece el discurso didáctico (Ribes, 1981, 1990a; Ribes & Varela, 1994; Varela, 1998).

En general lo que se observó es que no existe correspondencia entre el número de palabras identificadas y las operaciones solucionadas correctamente, siendo mayor el porcentaje de aciertos en la solución de operaciones que en la identificación de palabras. Esto permite suponer dos cosas: la primera es la poca relevancia de identificar la palabra que indica la operación como necesaria para solucionar el problema, la segunda es referente al tipo de procedimiento empleado; se analizarán estos aspectos a continuación.

De acuerdo a las instrucciones dadas a los niños, lo primero que hicieron fue identificar la palabra que les indicaba la operación, después tuvieron que estructurarla y finalmente resolverla. La postura cognoscitiva supone que saber algo significa la ocurrencia de una operación mental la cual permite que se presente una conducta exitosa. De tal manera que el saber precede al hacer, si esto sucede, los sujetos serán capaces de resolver exitosamente el problema.

Los datos del estudio reflejan lo contrario, a pesar de que los alumnos no identificaron la palabra que les indicaba la operación, la resolvieron correctamente, es decir, los sujetos no fueron capaces de establecer la equivalencia de la palabra con una operación aritmética pero no así de reconocer la operación y su procedimiento para resolverla. Debido a que la fase de vocabulario tuvo severas deficiencias, en el sentido de que no se corroboró y evaluó directamente el conocimiento de las palabras, no se pueden establecer conclusiones respecto a si los sujetos conocían el significado de las palabras. Lo que sí se puede afirmar es que no sustituyen la palabra por la operación a la que es equivalente en las fases de prueba.

Ribes (1990a) señala que la sustitución implica desligarse de las situaciones concretas, lo cual

está limitado por las reglas impuestas por los sistemas convencionales. Los sujetos aunque cuenten con un repertorio verbal, este no garantiza que se establezcan correspondencias del uso de palabras de acuerdo al tipo de dominio. Esta correspondencia solo sucederá cuando la interacción de los sujetos con las palabras sea de tipo sustitutivo y esta únicamente es posible cuando las respuestas que median como nuevos eventos de estímulo son funcionalmente independientes de las dimensiones físicas de las relaciones de contingencia.

La sustitución no referencial implica interacciones entre acciones lingüísticas o convencionales. Desaparecen las dimensiones fisicoquímicas como parámetros funcionales de la relación, y el individuo puede crear las circunstancias en que son válidas las relaciones que establece entre acciones lingüísticas. Se trata de una inteligencia simbólica, transituacional, en la que el individuo y su entorno se confunden como relación de convenciones (Ribes, 1990b). Basados en lo anterior, los niños, lograron resolver las operaciones correctamente debido a su entrenamiento, pero no fueron capaces de referir, a partir de la identificación de una palabra equivalente en su uso, la operación que tenían que realizar, porque no hay un tipo de entrenamiento escolar en este sentido.

Estos resultados sugieren que no es necesario entrenar la equivalencia de las palabras presentadas aisladamente con el operador, ya que con el entrenamiento en la identificación de las palabras en oraciones logran establecer correctamente dicha equivalencia. Enseñar a los alumnos a establecer la equivalencia de la palabra con una operación aritmética no depende de si esta se presenta de forma aislada o en oraciones, sino que depende de la retroalimentación. Aunque los sujetos pertenecientes al Grupo

1, expuestos al entrenamiento de palabras, lograron más aciertos en las postpruebas que los otros grupos, el porcentaje en ningún caso excedió el 85%; la diferencia algebraica demuestra lo anterior.

Los resultados que se esperaban en este aspecto eran contrarios a los obtenidos, ya que el entrenamiento de oraciones era semejante con el problema en las postpruebas en el sentido de que las palabras se presentan en contexto en los dos casos y no así en el entrenamiento por igualación de la muestra que se presentaron de forma aislada y la equivalencia era con el operador.

Además, respecto a la estructura hay diferencias entre la empleada en el entrenamiento de oraciones y la usada en las pruebas. Se considera que la sintaxis de los problemas fue más compleja que en las oraciones de los entrenamientos, lo cual podría explicar la diferencia del porcentaje de palabras reconocidas en el entrenamiento y la postprueba 2 en los Grupos que se expusieron a este. Se sugiere un estudio más detallado de las variables involucradas en estos aspectos.

A pesar de que el porcentaje de palabras reconocidas correctamente como equivalentes en su uso a sumar y restar, en la preprueba y postpruebas, no fue alto, los sujetos lograron identificar y solucionar la operación obteniendo así, el resultado correcto del problema planteado en el texto en un mayor porcentaje; el por qué solucionaron correctamente la operación independientemente de la identificación de palabras ya ha sido explicado en párrafos anteriores, pero el que los alumnos hayan identificado correctamente la operación que tenían que realizar se puede deber a que los textos fueron tomados de los libros escolares los cuales contienen información que es sencilla y familiar para los sujetos, es decir, los sujetos interactuaron con los

objetos o eventos incluidos en el problema de forma adecuada, en la medida en que conocían los elementos involucrados en la problemática, lo cual pudo ser lo que les permitió a los sujetos reconocer la operación que tenían que realizar aunque no identificaran la palabra clave.

Hay estudios cognoscitivos que aseguran que la sintaxis es crucial para la comprensión del problema y su trabajo se ha centrado en variar las estructuras de los problemas y los elementos gramaticales involucrados (Kintsch & Greeno, 1985; Stern, 1993), estos estudios tienen la desventaja de centrarse en los textos y no en la conducta de los sujetos. Otros autores argumentan que la familiaridad que los estudiantes tengan con el contenido del problema facilitará que puedan resolverlo de manera correcta (Multh, 1984), en este estudio se ha demostrado que no es suficiente este aspecto, aunque se sugiere un estudio más detallado mediante el empleo de pruebas que evalúen el conocimiento que tengan de la información.

Finalmente, otros autores consideran que la dificultad para resolver problemas aritméticos radica en la comprensión lectora (Swason, Cooney & Brock, 1993; Lewis & Mayer, 1987), uno de los problemas que tiene esta explicación es que basan la explicación de sus hallazgos en la integración de información en estructuras o modelos mentales coherentes necesarios para solucionar el problema, imposibles de estudiarse directamente.

Fuentes y Ribes (2001) y Fuentes (2005), consideran la comprensión lectora como una interacción que va a depender, en parte, de la modalidad del texto. Además, Fuentes (2005) considera tres competencias necesarias para que dicha interacción ocurra. Estas competencias podrían dar elementos para explicar la deficiente identificación

de palabras en el presente estudio, sin embargo, debido a los resultados tan variados que se obtuvieron respecto a sumar y restar, y al tipo de diagnóstico de vocabulario que se empleó, no es posible hacer un análisis en este sentido, por lo que se sugiere entrenar directamente las técnicas de sumar y restar con llevar y sin llevar, para posteriormente exponer a los sujetos a problemas cotidianos y evaluar si dicha precisión se mantiene en esa situación. De no mantenerse, es probable que estén implicados

problemas de comprensión lectora que ocasionen los errores. Por lo tanto, se sugiere que el abordaje del desempeño de los sujetos en problemas aritméticos debe contemplar sujetos con alta precisión para resolver sumas y restas, y sujetos con deficiente precisión. Los hallazgos de esta tesis, más que ofrecer estrategias de entrenamiento adecuadas para resolver correctamente problemas aritméticos, proporciona bases para estudiar con detalle los elementos particulares involucrados en la solución.

## Referencias

- Alsina, A. & Domingo, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(1), 7-32.
- Aragón, C. E., Castro, L. C., Gómez, H. B. & González, P. R. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas. *Apertura*, 9(11), 100-111.
- Backhoff, E., Lovitt, T., Larrazolo, N. & Romano, H. (1980). Adquisición, generalización y mantenimiento de problemas de suma, resta y multiplicación. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 6(1), 39-58.
- Bull, R. & Johnston, R. (1997). Children's arithmetical difficulties: contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.
- Castro, M. E., Rico, R. L. & Gil, C. F. (1992). Enfoques de investigación en problemas verbales aritméticos aditivos. *Investigación y experiencias didácticas*, 10(3), 243-253.
- Colón, B. A. (2009). El efecto del uso del sistema de enseñanza EDUCOSOFT durante los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aprovechamiento académico y la actitud hacia las matemáticas. (Tesis Doctoral) Puerto Rico. Universidad del Turabo.
- Díaz, D. & García, V. (1980). Análisis descriptivo de la conducta de conteo en niños preescolares. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 6(1), 59-72.
- Ferster, C. B. & Hammer, C. E. (1966). Síntesis de los componentes de la conducta aritmética. En W. K. Honig (Ed.), *Conducta Operante: Investigación y aplicaciones* (pp. 749-797). México: Trillas.
- Fuentes, M. T. (2005). Repertorios precurentes de la comprensión lectora reconstructiva. (Disertación doctoral no publicada). Universidad de Guadalajara, Guadalajara, México.
- Fuentes, T. M. & Ribes, E. (2001). Un análisis funcional de la comprensión lectora como interacción conductual. *Revista Latina de Pensamiento y Lenguaje*, 9(2), 181-212.
- García, V. H., Eguía, S., Gómez, L. & González, A. R. (1983). Análisis experimental de la generalización de respuestas aritméticas en operaciones de división. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 9(1-2), 11-28.

- García, V., Esparza, E. & Ochoa, G. (1988). Análisis experimental de la generalización de respuestas de multiplicar en operaciones y problemas aritméticos. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 14(1), 41-59.
- García, V., Lugo, G. & Lovitt, T. (1976). Análisis experimental de la generalización de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 2(1), 54-67.
- García, V. H. & Rayek, E. (1978). Análisis experimental de la conducta aritmética: componentes de dos clases de respuestas en problemas aritméticos de suma. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 4(1), 41-58.
- González, A. R. & García V. (1984). La conducta de contar en niños preescolares; un análisis comparativo. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 10(2), 113-123.
- Iglesias, S. V. (2008). Dificultades de aprendizaje en el dominio aritmético y en el procesamiento cognitivo subyacente. Universidad de Vigo. Recuperado de <https://www.educacion.gob.es/teseo/mostrarRef.do?ref=623223>
- Jiménez, F. N. (2012). Los sistemas cognitivos artificiales en la enseñanza de la matemática. *Educ. Educ.*, 15(2), 167-183.
- Kintsch, W. & Greeno, G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
- LeFevre, J., Kulak, A., & Basanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 52, 258-274.
- Lemaire, P., Barreto, S., Fayol, M., & Abdi, H. (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 57, 224-258.
- Lewis, B. & Mayer, R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology*, 79(4), 363-371.
- Lovitt, T.C. & Curtiss, K. A. (1968). Effects of manipulating an antecedent event on mathematics response rate. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 1(4), 329-333.
- Lovitt, T.C. & Esveldt, K. A. (1970). The relative effects an math performance of single versus multiple-ratio schedules: a case study. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 3, 261-270.
- Moreano, G., Asmad, U., Cruz, G. & Cuglievan, G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales. *Revista de Psicología*, 26(2), 299-334.

- Muth, K. D. (1984). Solving Arithmetic word problems: role of reading and computational skills. *Journal of Educational Psychology*, 76(2), 205-210.
- Parson, J. A. (1972). Conditioning precurent (problem solving) Behavior of children. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 2(2), 190-206.
- Ribes, E. I. (1972). *Técnicas de modificación de conducta: Su aplicación al retardo en el desarrollo*. México: Trillas.
- Ribes, E. I. (1981). Reflexiones del concepto de inteligencia y su desarrollo. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 7, 107-116.
- Ribes, E. I. (1990a). La conducta lingüística y simbólica como procesos sustitutivos de contingencias. En E. Ribes & P. Harzem. (Eds.) *Lenguaje y conducta* (pp. 193-207). México: Trillas.
- Ribes, E. I. (1990b). Aptitudes sustitutivas y planeación del comportamiento inteligente en instituciones educativas. En E. Ribes. (Ed.), *Psicología General* (pp. 202-230). México: Trillas.
- Ribes, E. I., & Varela, J. V. (1994). Evaluación interactiva del comportamiento inteligente: desarrollo de una metodología computacional. *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 20, 83-97.
- Rodríguez, P.M., Fraga, G. E., Vega, G. C., Brito, V. M. & Fernández, O. P. (2012). Importancia del trabajo Independiente en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Pedagogía Universitaria*, 17(4), 28-41.
- Rodríguez, Q. C. & Tejedor, D. A. (2014). High Quality Blended Learning para la enseñanza personalizada de la matemática. *Global Conference on Business and Finance Proceedings*, 9(2), 1927-1932.
- Sáenz, C. & Libreja, A. (2014). La formación continua del profesorado de matemáticas: una práctica reflexiva para una enseñanza centrada en el aprendiz. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(2), 219 -244.
- Schoenfeld, W. N., Cole, B. K. & Sussman, D. M. (1976). Observations en early mathematical behavior among children: "counting". *Revista Mexicana de Análisis de la Conducta*, 2(2), 176-189.
- Skinner, B. F. (1968). *La tecnología de la enseñanza*. España: Labor.
- Stella, L. L. & Toro, A. C. (2008). Formación de docentes en la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas en la Red de Comprensión Lectora y Matemáticas—CCyM, segunda etapa. *Universitas Psicológica*, 7(3), 753-765.

- Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85(1), 7-23.
- Swanson, H., Cooney, B., & Brock, S. (1993). The influence of the memory work and the classification ability in children for the problems solution. *Journal of Experimental Child Psychology*, 55, 374-395.
- Varela, J. B. (1998). Teoría de la conducta: extensiones sobre el desarrollo del comportamiento inteligente. *Acta Comportamental*, 6, 87-97.