HACIA UNA LOGICA DE LA PREFERENCIA DE LAS TEORIAS CIENTIFICAS

Jon Perez Laraudogoitia

Universidad del Pais Vasco
Euskal Herriko Univertsitatea

Un lenguaje para la lógica de la preferencia.-

Suponemos disponible el cálculo sentencial ordinario como estructura sintáctica sobre el que se efectuarán dos modificaciones (ó ampliaciones básicas). Por un lado las letras $p, q, p', q', \ldots$ utilizadas convencionalmente para representar proposiciones cualesquiera se reinterpretarán ahora como variables sobre el conjunto de todas las teorías formulables en potencia en el sentido más general; por otro implementaremos el vocabulario básico con ún conjunto finito pero tan grande como se quiera de conectivas que actuando sobre teorías den proposiciones en un sentido que pronto especificaremos, las escribiremos "V_{MM_i}", "F_{MM_i}" con $i \in \mathbb{N}$. Las precisiones posibles sobre el concepto de "teoría "; no serán relevantes aquí siendo suficiente con que entendamos por tal cualquier sistematización deductiva ya sea de "hechos empíricos", "principios metafísicos", etc. y podemos representárnosla como la conjunción de todos los axiomas y reglas de inferencia necesarios en las demostraciones efectuadas con ella junto con (si procede) "reglas de correspondencia" que interpreten parcialmente sus "términos teóricos". Tampoco nos ocuparemos de las complejidades que puedan surgir por el hecho de que algunos de tales "conjuntos" sean formulables en el lenguaje objeto mientras que otros (por ejemplo el Modus Ponens) requieran un metalenguaje; y por último debe reseñarse que no incluiremos ninguna exigencia sobre la formalización de las teorías objeto de estudio: nuestras discusiones serán relevantes incluso bajo condiciones mínimas de rigor deductivo.

Los subíndices "$\overline{mu_i}$" de "V_{mu_i}" y "F_{mu_i}" se refieren a cualesquiera "hechos empíricos" tenidos efectivamente en cuenta en la contrastación de una teoría, de aquí la anterior convención que nos permite disponer sólo de un número finito (indeterminado) de ellos. Uno puede pensar también en términos de "experimentos" (no necesariamente relevantes en cada situación concreta). Puesto que en nuestra especificación de lo que es una teoría no incluímos condiciones iniciales en ningún caso, los "hechos empíricos" tendrán la forma de enunciados condicionales (el teorema de deducción asegura la equivalencia de este punto de vista con el que es más usual).

Las reglas de formación permitirán la construcción como fbf de una conectiva V_{mu_i} ó F_{mu_i} seguida de cualquier símbolo proposicional (que ahora recorre el conjunto de teorías) pero, si no partimos de esquemas de axiomas, la lógica de la preferencia limitará la regla de sustitución uniforme al caso de variables proposicionales que no estén bajo el alcance de ningún operador V_{mu_i} ó F_{mu_i}. Estas prescripciones son naturales dado que $V_{mu_i}p$ y $F_{mu_i}p$ se interpretarán como: "la teoría resulta adecuada para explicar el hecho empírico mu_i" (resp. "..... inadecuada para....."). Pero el carácter condicional de los mu_i plantea entonces el siguiente problema: cuando el antecedente de uno de ellos no se cumpla, el enunciado completo resultará verdadero por razones púramente lógicas y entonces, cualquiera que sea la teoría p, se tendría $V_{mu_i^*}p$ (el asterisco pretende hacer referencia a una situación experimental concreta pero inespecificada). Esto contradirá la existencia de teorías nunca confirmadas, a las que en seguida nos referiremos, por lo cual impondremos la condición adicional en la interpretación de $V_{mu_i}p$ y $F_{mu_i}p$ de que la "explicación" implique el uso ineludible de, al menos una parte, de la teoría en cuestión. Para lo que sigue supondremos que se dispone de " n " hechos empíricos constatados (situaciones experimentales comprobadas), con $n \in \mathbb{N}$, y por ello $2n$ operadores V_{mu_i}, F_{mu_i} $i \in \{1, \ldots, n\}$. Utilizando $\bigwedge_{i=1}^{n} H_m$ como abreviación obvia, introducimos el axioma A_x-1) $\bigwedge_{i=1}^{n} (V_{mu_i}p \supset \sim F_{mu_i}p)$ (la regla de sustitución nos ha de permitir sustituir a lo más "símbolos proposicionales" por "símbolos proposicionales" pero no por otro tipo de fbfs).

A partir de aquí es fácil demostrar el:

<u>Teorema 1:</u> $\bigwedge_{i=1}^{n} [(V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)]$

<u>Corolario 2:</u> $[\bigwedge_{i=1}^{n} (V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)] \,\bar{\vee}\, [\bigwedge_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p)] \,\bar{\vee}\, [\bigwedge_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)] \,\bar{\vee}\, [\bigvee_{i=1}^{n} (V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} ((V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p))] \,\bar{\vee}\, [\bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} ((\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p))] \,\bar{\vee}\, [\bigvee_{i=1}^{n} (V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} ((V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p))] \,\bar{\vee}\, [\bigvee_{i=1}^{n} (V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)]$

Con $\bar{\vee}$ representamos la disyunción exclusiva, y cada uno de los disyuntos del Corolario corresponde a un tipo de teorías definible con relación al conjunto finito de los mu_i disponibles: cualquiera que consideremos ha de estar incluída en alguna de estas 7 clases (y solo en una). Es posible reducir su número a 6 si nuestro criterio de elección se basa en la demostración (y no-demostración) de todos, algunos ó ninguno de los hechos experimentales mu_i , pues entonces es inmediato comprobar que el cuarto y séptimo disyuntos pueden ser considerados como indistinguibles. Precisamente considerando todas las posibilidades de combinación de estos seis casos para dos teorías introduciremos axiomáticamente la noción de preferencia, que designaremos por P , leyéndose entonces la *fbf* $p\mathcal{P}q$ como "la teoría p es preferible a q" (las mismas salvedades que antes por lo que respecta a la aplicación restringida de la regla de sustitución a *fbfs* de este tipo).

INDUCTIVISMO INGENUO Y PREFERENCIA

Expresión de un criterio intuitivo.-

Guiados por la analogía con el concepto comparativo de verosimilitud de Popper introducimos tentativamente el siguiente axioma (definición) para la conectiva de preferencia:

$$p\mathcal{P}q \equiv \Big\{\Big(\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \supset V_{mu_i}p) \wedge \big(\bigwedge_{i=1}^{n}(F_{mu_i}p \supset F_{mu_i}q) \vee \bigwedge_{i=1}^{n}(F_{mu_i}p \equiv F_{mu_i}q)\big)\Big) \vee \Big(\big(\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \supset V_{mu_i}p) \vee \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \equiv V_{mu_i}p)\big) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(F_{mu_i}p \supset F_{mu_i}q)\Big)\Big\}$$

Teorema 3: $p\mathcal{P}q \equiv \Big(\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \supset V_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(F_{mu_i}p \supset F_{mu_i}q)\Big)$

Su significado intuitivo es obvio y permite llegar a los siguientes resultados de interpretación inmediata:

Teorema 4: $\Big\{\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \Big[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \vee (\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\big)\Big]\Big\} \supset (q\mathcal{P}p \wedge \sim(p\mathcal{P}q))$

Teorema 5: $\Big\{\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\Big\} \supset (q\mathcal{P}p \wedge \sim(p\mathcal{P}q))$

Teorema 6: $\Big\{\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \Big[\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \vee (\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\big)\Big]\Big\} \supset (p\mathcal{P}q \wedge \sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 7: $\Big\{\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q)\Big\} \supset (p\mathcal{P}q \wedge \sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 8: $\Big\{\Big[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)\big)\Big] \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\Big\} \supset (q\mathcal{P}p \wedge \sim(p\mathcal{P}q))$

Teorema 9: $\Big\{\Big[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)\big)\Big] \wedge \Big[\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \vee (\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\big)\Big]\Big\} \supset (p\mathcal{P}q \wedge \sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 10: $\Big\{\Big[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \vee (\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p)\big)\Big] \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q)\Big\} \supset (p\mathcal{P}q \wedge \sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 11: $\Big\{\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge \Big[\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}\big((\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \vee (\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)\big)\Big]\Big\} \supset (p\mathcal{P}q \wedge \sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 12: $\left\{\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\left[\left[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}((V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\vee(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q}))\right]\vee\left[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\right]\right]\right\}\supset(p\mathcal{P}q\wedge\sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 13: $\left\{\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\right\}\supset(p\mathcal{P}q\wedge\sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 14: $\left\{\left[\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}((\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p})\vee(\sim V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p}))\right]\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\right\}\supset(p\mathcal{P}q\wedge\sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 15: $\left\{\left[\left[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}((V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\vee(\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p}))\right]\vee\left[\bigvee_{i=1}^{n}(V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p})\wedge\bigvee_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\right]\right]\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\right\}\supset(p\mathcal{P}q\wedge\sim(q\mathcal{P}p))$

Teorema 16: $\left\{\left[\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\right]\vee\left[\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{u_i;p}\wedge\sim F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{u_i;q}\wedge\sim F_{u_i;q})\right]\vee\left[\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;p}\wedge F_{u_i;p})\wedge\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{u_i;q}\wedge F_{u_i;q})\right]\right\}\supset(p\mathcal{P}q\wedge q\mathcal{P}p)$

Los resultados 4 a 15 (incluídos) son consistentes con nuestras intuiciones relativas a la elección de teorías rivales y los tres implícitos en el último teorema demuestran que el conjunto de las teorías no está totalmente ordenado por la "relación" de preferencia. ¿Qué sucede con las otras posibilidades que faltan por considerar?

Casos problematicos

Se puede demostrar, aunque no lo haremos aquí, que, bajo la condición de consistencia para la lógica de la preferencia, en ninguno de los casos que restan es posible tener $p\mathcal{P}q$ ó $q\mathcal{P}p$. No obstante, aquellos para los que disponemos de un veredicto son bastante triviales, ¿no son comparables otros tipos de pares de teorías en cuanto a la preferencia?. Una respuesta negativa no nos haría avanzar respecto al concepto primitivo de Popper; se impone pues una remodelación del axioma que introduce $\mathcal{P}$.

a) Teorías no empíricas

Llamaremos teorías no empíricas (en una forma que capta razonablemente bien el sentido intuitivo del término) a aquellas que pueden describirse por medio del tercer disyunto del Corolario 2. La exigencia informal de que toda teoría al menos parcialmente confirmada (pudiendo estar ya refutada), sea preferible a cualquiera de aquellas sólo está parcialmente cubierta por los teoremas 4 y 5. Resta el caso en el que ésta sea del tipo descrito por una disyunción de los términos 4º y 7º del Corolario 2. Modificamos pues nuestro axioma de la preferencia en la forma (simplificada): $pPq \equiv [(\bigwedge_{i\in J_1}^{n}(V_{mu_i}q \supset V_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i\in J_1}^{n}(F_{mu_i}p \supset F_{mu_i}q)) \vee ((\bigvee_{i\in J_1}^{n} V_{mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i\in J_1}^{n} F_{mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i\in J_2}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q))]$

Teorema 17: $\{\bigwedge_{i\in J_1}^{n}(\sim V_{mu_i}p \wedge \sim F_{mu_i}p) \wedge [[\bigvee_{i\in J_2}^{n}(V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i\in J_2}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i\in J_2}^{n}((V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \vee (\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q))] \vee [\bigvee_{i\in J_2}^{n}(V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i\in J_2}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge F_{mu_i}q) \wedge \bigvee_{i\in J_2}^{n}(\sim V_{mu_i}q \wedge \sim F_{mu_i}q)]]\} \supset (qPp \wedge \sim(pPq))$.

b) Teorías no refutadas. Teorías no confirmadas en ningún caso

Cuando se dispone de dos teorías ninguna de las cuales está refutada, los teoremas 4,5 y 8 no dan cuenta exhaustiva de todas las situaciones que pueden presentarse. ¿Qué sucede cuando ambas "explican" solo una parte de todos los "resultados experimentales" conocidos?. Si hacemos caso omiso de los puntos de vista que apuntan hacia el hecho de que toda teoría nace refutada (ó cuando menos lo normal es que así suceda) entonces esta situación es la importante por ser también la más común en la práctica científica (si acaso, antes de un "experimento crucial"). Denotemos por J_1 la familia de subíndices correspondientes a "hechos empíricos" explicados por la teoría p y sea análogamente introducido el conjunto J_2 en relación con la otra teoría q. Es fácil demostrar que si $J_2 \subset J_1$

y $J_2 \neq J_1$ entonces $_pP_q$ $\overline{y \sim ({}_qP_p)}$, y al revés caso de tenerse $J_1 \subset J_2$ y $J_1 \neq J_2$. Así mismo, cuando $J_1 \subset J_2$ y $J_2 \subset J_1$ resulta $_pP_q$ y $_qP_p$ siendo las dos teorías incomparables (lo cual coincide también con lo que cabía esperar fuese el caso). Los problemas aparecen ahora desgraciadamente en la situación más general para la que $J_1 \not\subset J_2$ y $J_2 \not\subset J_1$, nuestro axioma de la preferencia es incapaz de brindarnos entonces una decisión. La forma en que podemos implementarlo no es arbitraria si debemos ser coherentes con lo que suponen los casos en que se puso de manifiesto la ordenación sólo parcial de las teorías por la "relación" de preferencia. Si, por ejemplo, dos teorías para las que $J_1 = J_2 \neq \{1, \ldots, n\}$ no son comparables por "P", está claro que en ello va implícita una consideración esencial del "número" de "situaciones empíricas" de las que una y otra dan cuenta (lo mismo vale para las posibilidades derivadas del teorema 16). Entonces es natural que si $J_1 \neq J_1 \cap J_2 \neq J_2$ con $J_1 \neq \emptyset \neq J_2$ tomemos como preferible a p ó q según que $\overline{\overline{J_1 - J_2}} > \overline{\overline{J_2 - J_1}}$ ó $\overline{\overline{J_2 - J_1}} > \overline{\overline{J_1 - J_2}}$. Con esta decisión nos hemos comprometido totalmente en la construcción de una lógica inductivista de la preferencia y además en un sentido ingenuo y trivial: dadas dos teorías no refutadas será preferible aquella que proporciona el mayor número de "verdades empíricas". El método de inducción por "enumeración simple" que semejante postuna sustenta lo designaremos aquí como "condición de instanciación en sentido fuerte". Intentaremos en lo que sigue precisar esta idea de manera púramente formal y, aquí radica la dificultad , proposicionalizada. Después veremos la utilidad de seguir adelante a pesar del carácter primitivo de esta idea de inducción.

Convengamos en designar con "R" una nueva conectiva diádica de cuya interpretación intuitiva no nos ocuparemos. La condición impuesta para la buena formación es que sus "argumentos" sean proposiciones de la lógica de la preferencia (no teorías) y desde el punto de vista axiomático se estipula la condición de simetría: $Ax\text{-}2)\ pRq \supset qRp$. Además enriqueceremos la lógica proposicional subyacente con una modalización sencilla y natural (esto es, ninguna modalidad reiterada será reducible) por ejemplo a través del sistema T de Feys (donde "L" representará el operador "necesidad"). Con esto es posible expresar en forma púramente proposicionalizada el hecho de que, dados dos conjuntos finitos y disjuntos, uno de ellos tiene mayor cardinalidad que el otro: $\overline{B} > \overline{A}$ si y solo si ninguna aplicación de A en B agota todos los elementos de este último. Ahora estamos en condiciones de decidír la cuestión de la preferencia para dos teorías no refutadas en el caso más general, lo haremos modificando el axioma provisional para pPq anterior con la introducción de un nuevo disyunto:

$$pPq \equiv [(\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{max_i}q \supset V_{max_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(F_{max_i}p \supset F_{max_i}q)) \vee ((\bigvee_{i=1}^{n} V_{max_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{max_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(\sim V_{max_i}q \wedge \sim F_{max_i}q)) \vee ((C\bigwedge_{i=1}^{n}(\sim F_{max_i}p \wedge \sim F_{max_i}q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{max_i}p \wedge \sim V_{max_i}q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{max_i}q \wedge \sim V_{max_i}p)] \wedge \{[C\bigwedge_{i=1}^{n}((V_{max_i}q \wedge \sim V_{max_i}p) \supset \bigvee_{j=1}^{n}((V_{max_j}p \wedge \sim V_{max_j}q) \wedge (V_{max_i}q \wedge \sim V_{max_i}p) R (V_{max_j}p \wedge \sim V_{max_j}q)))] \supset (L\bigvee_{j=1}^{n}((V_{max_j}p \wedge \sim V_{max_j}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}((V_{max_i}q \wedge \sim V_{max_i}p) \supset \sim((V_{max_j}p \wedge \sim V_{max_j}q) R (V_{max_i}q \wedge \sim V_{max_i}p)))))]\})]$$

Ninguna reformulación, no demostrablemente equivalente a la dada, del último disyunto incorporado es adecuada; si sustituímos la conjunción principal por una implicación material nos enfrentamos con todos los problemas del tipo de los que aparecen en la introducción de conceptos disposicionales.

El problema de ~~la~~ elección entre teorías no confirmadas en ningún caso, es susceptible de recibir un tratamiento en todo similar al anterior. La consecuencia final es que el axioma de la preferencia requiere de ulterior ampliación disyuntiva (no obstante este caso es de escasa relevancia práctica dado que nunca se manejan teorías completamente falsas)

$$
{}_pP_q \equiv [(\bigwedge_{i=1}^{m}(V_{\mu_i}q \supset V_{\mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{m}(F_{\mu_i}p \supset F_{\mu_i}q)) \vee ((\bigvee_{i=1}^{m} V_{\mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} F_{\mu_i}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{m}(\sim V_{\mu_i}q \wedge \sim F_{\mu_i}q)) \vee ([\bigwedge_{i=1}^{m}(\sim F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} V_{\mu_i}p \wedge \sim V_{\mu_i}q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p)] \wedge \{[\bigwedge_{i=1}^{m}((V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p) \supset \bigvee_{j=1}^{m}((V_{\mu_j}p \wedge \sim V_{\mu_j}q) \wedge (V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p) R (V_{\mu_j}p \wedge \sim V_{\mu_j}q)))] \supset [L \bigvee_{j=1}^{m}((V_{\mu_j}p \wedge \sim V_{\mu_j}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{m}((V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p) \supset \sim((V_{\mu_j}p \wedge \sim V_{\mu_j}q) R (V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p))))]\}) \vee ([\bigwedge_{i=1}^{m}(\sim V_{\mu_i}q \wedge \sim V_{\mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} F_{\mu_i}q \wedge \sim F_{\mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q)] \wedge \{[\bigwedge_{i=1}^{m}((F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q) \supset \bigvee_{j=1}^{m}((F_{\mu_j}q \wedge \sim F_{\mu_j}p) \wedge (F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q) R (F_{\mu_j}q \wedge \sim F_{\mu_j}p)))] \supset [L \bigvee_{j=1}^{m}((F_{\mu_j}q \wedge \sim F_{\mu_j}p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{m}((F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q) \supset \sim((F_{\mu_j}q \wedge \sim F_{\mu_j}p) R (F_{\mu_i}p \wedge \sim F_{\mu_i}q))))]\})] \quad (*)
$$

c) Teorías parcialmente confirmadas y parcialmente refutadas

El caso en el que a lo más una de las teorías bajo comparación es confirmada (y además no en todos los casos) no es considerado exhaustivamente tomando en cuenta sólo los teoremas 4,9,10 y 15 junto con la primera de las implementaciones al postulado inicial para "${}_pP_q$", pues puede suceder que "p" esté al mismo tiempo parcialmente confirmada y refutada mientras que para "q" solo se tenga esto último. Procede entonces añadir el siguiente disyunto a la fórmula $(*)$: $((\bigvee_{i=1}^{m} V_{\mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} F_{\mu_i}p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} F_{\mu_i}q) \wedge \bigwedge_{i=1}^{m}(\sim V_{\mu_i}q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{m} \sim F_{\mu_i}q))$ (llamaremos $(*_1)$ a la nueva expresión así obtenida). Si suprimimos su último término el axioma de preferencia resultante sería redundante en el sentido de que a partir de él se podría dar una prueba alternativa del teorema 15 por lo menos con consecuente "pPq". Y si adicionalmente se excluye el antepenúltimo se puede decir una cosa similar con relación al teorema 17. La alternativa tomada es pues cuestión de "exhaustividad". No parece problemático el que la fbf $(*_1)$ reproduzca justamente las intuiciones elementales (aún no todas) de un "inductivista ingenuo" en el sentido instanciacionista fuerte.

Aún no disponemos de un criterio formalizado de elección para teorías confirmadas de las cuales sólo una está al mismo tiempo refutada (pues el teorema 12 considera sólo una situación muy especial). Denotemos por J_1, J_3, J_2 los conjuntos de índices correspondientes a "hechos empíricos" que confirman a "p", confirman a "q" y refutan a "p" respectivamente. Bajo el supuesto de que $J_1, J_2, J_3 \subsetneq \{1, \ldots, n\}$ se puede probar que $(*_1)$ es suficiente para tomar una decisión en sólo 3 casos: a) $J_1 \subset J_3$ y $J_3 \cap J_2 = \emptyset$ b) $J_1 \subset J_3$ y $J_2 \neq J_2 \cap J_3 \neq \emptyset$ c) $J_1 \subset J_3$ y $J_2 = J_2 \cap J_3 \neq \emptyset$; en todos ellos se ve que qPp. Cada uno de los 8 restantes viene caracterizado por un disyunto diferente de la siguiente fbf a la que denotaremos como "$B(p,q)$":

$$[(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge F_{e_i} p)] \vee [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \wedge F_{e_i} p)] \vee [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} (F_{e_i} p \supset V_{e_i} q)] \vee [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \supset F_{e_i} p)] \wedge [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} \sim (V_{e_i} q \wedge F_{e_i} p)] \wedge [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \wedge F_{e_i} p)] \wedge [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigvee_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \wedge V_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} (F_{e_i} p \supset V_{e_i} q)] \vee [(\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} q) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} V_{e_i} p) \wedge (\bigvee_{i=1}^{n} F_{e_i} p) \wedge \bigwedge_{i=1}^{n} (V_{e_i} q \supset V_{e_i} p)]$$

Introducimos la conectiva "R'" caracterizada por el A1-5) $pR'q \supset qR'p$ y para la que valen los mismos comentarios que se hicieron en el caso de "R". Como las teorías "p" y "q" juegan un papel asimétrico ahora son dos los disyun tos a añadir a la $\{b\}^{-}(\#_1)$ (para dar otra a la que designaremos por $(\#_2)$: $\forall \delta(q,p) \wedge \{[\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \bigvee_{j=1}^{\bar{m}}((V_{mu_j} p \vee F_{mu_j} q) \wedge ((V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p) \vee (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q))))] \supset [L\{(\bigvee_{j=1}^{m}(F_{mu_j} q \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(F_{mu_j} q R' V_{mu_i} q)))) \vee (\bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(V_{mu_j} p R' V_{mu_i} q))))\}]\}$ $\forall \delta(p,q) \wedge \{[\bigwedge_{i=1}^{n}((V_{mu_i} q \vee F_{mu_i} p) \supset \bigvee_{j=1}^{\bar{m}}(V_{mu_j} p \wedge ((V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p) \vee (F_{mu_i} p R' V_{mu_j} p))))] \supset [L \bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge (\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p)) \vee \bigwedge_{i=1}^{n}(F_{mu_i} p \supset \sim(F_{mu_i} p R' V_{mu_j} p))))]\}$

Es casi inmediato comprobar que el primero conduce en términos informales a: "si el número de experimentos confirmadores de la teoría q es inferior al número de experimentos refutadores más el número de experimentos confirmadores de otra teoría p (no refutable por ninguno), entonces p es preferible a q" y el segundo a: "si el número de experimentos confirmadores de la teoría p es superior al número de experimentos refutadores más el número de experimentos confirmadores de otra teoría q (no refutable), entonces p es preferible a q ".

Es natural establecer: $Ax\text{-}4)\ pRq \supset (pAq)$ $Ax\text{-}5)\ pR'q \supset (pAq)$ (R y R' sólo relacionan proposiciones verdaderas). Los dos teoremas siguientes confirman la adecuación de nuestras estipulaciones:

<u>Teorema 18:</u> $(\bigwedge_{i=1}^{n}(\bigvee_{j=1}^{\bar{m}}((V_{mu_j} p \wedge (V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p)) \vee (F_{mu_j} q \wedge (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q))) \supset \bigvee_{j=1}^{m}(F_{mu_j} q \wedge (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q))) \supset (([\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \bigvee_{j=1}^{m}(F_{mu_j} q \wedge (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q)))] \supset [L \bigvee_{j=1}^{m}(F_{mu_j} q \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(F_{mu_j} q R' V_{mu_i} q)))]) \supset ([\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \bigvee_{j=1}^{\bar{m}}((V_{mu_j} p \vee F_{mu_j} q) \wedge ((V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p) \vee (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q))))] \supset [L\{(\bigvee_{j=1}^{m}(F_{mu_j} q \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(F_{mu_j} q R' V_{mu_i} q)))) \vee (\bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(V_{mu_j} p R' V_{mu_i} q))))\}]))$

De él se desprende más ó menos directamente el enunciado intuitivo: "si el número de experimentos falsadores de q es superior al número de experimentos confirmadores entonces cualquier teoría p confirmable por al menos un experimento pero no refutable por ninguno es preferible a q .

<u>Teorema 19:</u> $(\bigwedge_{i=1}^{n}(\bigvee_{j=1}^{\bar{m}}((V_{mu_j} p \wedge (V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p)) \vee (F_{mu_j} q \wedge (V_{mu_i} q R' F_{mu_j} q))) \supset \bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge (V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p)))) \supset (([\bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge (V_{mu_i} q R' V_{mu_j} p)))] \supset [L \bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_j} p \wedge \bigwedge_{i=1}^{n}(V_{mu_i} q \supset \sim(V_{mu_j} p R' V_{mu_i} q)))]$

$$\supset\Big(\Big[\bigwedge_{i=1}^{m}\big(V_{mu_i}q \supset \bigvee_{j=1}^{\bar{m}}((V_{mu_j}p \vee F_{mu_j}q)\wedge((V_{mu_i}qR'V_{mu_j}p)\vee(V_{mu_i}qR'F_{mu_j}q)))\big)\Big]\supset\Big[L\Big\{\Big(\bigvee_{i=1}^{m}(F_{mu_j}q\wedge\bigwedge_{i=1}^{m}(V_{mu_i}q\supset\sim(F_{mu_j}qR'V_{mu_i}q)))\Big)\vee\Big(\bigvee_{j=1}^{m}(V_{mu_i}p\wedge\bigwedge_{i=1}^{m}(V_{mu_i}q\supset\sim(V_{mu_j}pR'V_{mu_i}q)))\Big)\Big\}\Big]\Big)$$

Que a su vez conduce a la afirmación: "si el número de experimentos confirmadores de una teoría q refutable es inferior al de experimentos confirmadores de otra teoría p no refutable, entonces la segunda es preferible a la primera".

Observar que los antecedentes de ambos teoremas prpposicionalizan un aspecto irrenunciable de lo que usualmente es tomado por "metateoría constructiva", de manera que, en forma alternativa, podíamos haberlos elegido como axiomas adicionales. Queda para el final el caso, según algunos preponderante en importancia sobre los demás, en el cual se trata de comparar dos teorías al mismo tiempo parcialmente confirmadas y refutadas (ambas). La situación puede caracterizarse unívocamente con la expresión: $(\bigvee_{i=1}^{m} V_{mu_i}p)\wedge(\bigvee_{i=1}^{m} F_{mu_i}p)\wedge(\bigvee_{i=1}^{m} V_{mu_i}q)\wedge(\bigvee_{i=1}^{m} F_{mu_i}q)$ (H) . Esta vez no trataremos de excluir en el disyunto a añadir en $(\#_2)$ aquellas partes que resultarían redundantes por efecto de conducir a relaciones de preferencia ya demostrables con $(\#_1)$. La idea de que el conjunto de experimentos frente a los cua+ les una teoría p se muestra como falsa es superior al conjunto de situaciones experimentales que confirman las consecuencias de la misma se puede expresar como:

$$\bigwedge_{i=1}^{m}\big(V_{mu_i}p\supset\bigvee_{j=1}^{\bar{m}}(F_{mu_j}p\wedge(V_{mu_i}pR'F_{mu_j}p))\big)\wedge\bigwedge_{j=1}^{m}\Big(\big(\bigvee_{i=1}^{m}(V_{mu_i}pR'F_{mu_j}p)\big)\supset\big(\bigvee_{i=1}^{\bar{m}}(V_{mu_i}pR'F_{mu_j}p)\big)\Big)\wedge\bigvee_{j=1}^{m}\big(F_{mu_j}p\wedge\bigwedge_{i=1}^{m}(V_{mu_i}p\supset\sim(V_{mu_i}pR'F_{mu_j}p))\big)\qquad (F(p))$$

Análogamente llamaremos $V(p)$ a la que resulta de $F(p)$ sustituyendo cada aparición libre de "V" por "F" y viceversa (intuitivamente afirma que hay mas "verdades" proporcionadas por p que "falsedades"). Es evidente que $(H\wedge V(p)\wedge F(q))\supset {}_{p}P_{q}$, las situaciones problemáticas se pre sentan cuando se tiene $H\wedge F(p)\wedge F(q)$ ó $H\wedge V(p)\wedge V(q)$; la idea subyacente debe ser desde luego que si tanto p como q contienen un exceso de falsadores (resp. confirmadores) entonces resultará preferible aquella cuyo exceso sea menor (resp. mayor), y queda adecuadamente incorporada en nuestra lógica de la preferencia añadiendo a la $\{H\}(K_2)$ el disyunto: (la $\{H\}$ resultante será el (K_3))

$$H\wedge((V(p)\wedge F(q))\vee(F(p)\wedge F(q))\wedge\{[\bigwedge_{i=1}^{n}((F_{\mu_i}p\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(V_{\mu_{i'}}p\supset\sim(V_{\mu_{i'}}R'F_{\mu_i}p)))\supset\bigvee_{j=1}^{\bar{m}}(F_{\mu_j}q\wedge\bigwedge_{i'=1}^{n}(V_{\mu_{i'}}q\supset\sim(V_{\mu_{i'}}qR'F_{\mu_j}q))\wedge F_{\mu_i}pR'F_{\mu_j}q))]\supset[L\bigvee_{j=1}^{\hat{n}}(F_{\mu_j}q\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(V_{\mu_{i'}}q\supset\sim(V_{\mu_{i'}}qR'F_{\mu_j}q))\wedge\bigwedge_{i=1}^{\hat{n}}((F_{\mu_i}p\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(V_{\mu_{i'}}p\supset\sim(V_{\mu_{i'}}pR'F_{\mu_i}p)))\supset\sim(F_{\mu_j}qR'F_{\mu_i}p))]\})\vee(V(p)\wedge V(q)\wedge\{[\bigwedge_{i=1}^{h}((V_{\mu_i}q\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(F_{\mu_{i'}}q\supset\sim(F_{\mu_{i'}}qR'V_{\mu_i}q)))\supset\bigvee_{j=1}^{\bar{h}}(V_{\mu_j}p\wedge\bigwedge_{i'=1}^{\hat{m}}(F_{\mu_{i'}}p\supset\sim(F_{\mu_{i'}}pR'V_{\mu_j}p))\wedge V_{\mu_i}qR'V_{\mu_j}p)]\supset[L\bigvee_{j=1}^{\hat{h}}(V_{\mu_j}p\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(F_{\mu_{i'}}p\supset\sim(F_{\mu_{i'}}pR'V_{\mu_j}p))\wedge\bigwedge_{i=1}^{\bar{h}}((V_{\mu_i}q\wedge\bigwedge_{i'=1}^{m}(F_{\mu_{i'}}q\supset\sim(F_{\mu_{i'}}qR'V_{\mu_i}q)))\supset\sim(V_{\mu_j}pR'V_{\mu_i}q))]\}))$$

Con esto hemos completado el estudio de las diferentes posibilidades sometidas a un criterio instanciacionista fuerte de preferencia. A pesar de su carácter ingenuo y problemático, y aparte del uso que de él se haga en el apartado siguiente, pueden reconocérsele tres virtudes en respuesta a sendas críticas tradicionales de la idea comparativa de verosimilitud: a) Puesto que la atención recae sobre refutaciones y confirmaciones efectivas y no sobre contenidos de verdad ó falsedad podrán en general compararse teorías axiomatizables aún cuando no se de el caso de que ninguna de ellas este refutada. b) En particular, también dos teorías refutadas son comparables. c) Como lo demuestra uno de los dos últimos disyuntos introducidos para pasar de (K_1) a (K_2) una teoría refutada puede ser preferible a otra no refutada.

INDUCTIVISMO "PONDERADO" Y METODOLOGIAS ALTERNATIVAS

Clases de "hechos empíricos"

Es posible modificar "el espíritu" (no "la letra") de los resultados formales presentados en el apartado anterior de manera que puedan ser utilizados con mayores garantías de adecuación. Hasta aquí la preferencia de teorías estaba en esencia determinada por la cantidad de aciertos corroborados, ahora propondremos un punto alternativo en el cual cuente también como significante la variedad de los mismos. Intuitivamente este proceder esta vinculado con el abandono de la condición de instanciación en sentido fuerte por una versión debilitada (llamada propiamente "condición de instanciación") y se materializa en el supuesto de que los subíndices mu_i anteriores refieren más bien a tipos ó clases de comprobaciones experimentales ligadas entre sí por ciertas relaciones de similitud a especificar (las llamaremos "clases de testabilidad").

Componente básico de testabilidad: Se llama así a una parte propia de una teoría que determina una clase de testabilidad. Con "$p \supset_{s_i} q$" expresaremos formalmente que q es un componente básico de testabilidad de p.

Determinación de una clase por un componente: La clase determinada por el componente q de la teoría p consta de todos los hechos experimentales explicados por q.

Introducimos un número finito pero indeterminado de conectivas V_{mu^i} con $i \in \mathbb{N}$ y donde mu^i denota un "hecho empírico" en cuanto opuesto a "clase de testabilidad". Es evidente que, en cada ocasión, el número de las V_{mu^i} supera al de las V_{mu_i}. La idea de que una clase contiene hechos empíricos queda expresada en Ax-7) y sus derivados por sustitución: Ax-7) $(p \supset_{s_i} q) \supset (V_{mu^i} q \supset (V_{mu^i} r \supset V_{mu_q} r))$ $q \in \mathbb{N}$

Entonces $(p \supset_{s_1} q) \supset (V_{mu^1} q \supset (V_{mu^1} r \supset V_{mu\,q} r)) \ldots (p \supset_{s_1} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}}) \supset (V_{mu^1} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}} \supset (V_{mu^1} r \supset V_{mu\,q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}}} r))\ \hat{q}^{''\cdots''} \in N, (p \supset_{s_1} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}}) \supset (V_{mu^1} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}} \supset (V_{mu^2} r \supset V_{mu\,q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}}} r)) \ldots\ldots\ldots$

Tomaremos en general a los componentes básicos de testabilidad como teorías y las letras $q, q', q'', \ldots$ son variables. En cambio $V_{mu^1}, V_{mu^2}, \ldots, V_{mu^i}, \ldots$ son conectivas fijas y determinadas en número todo lo grande que sea necesario.

Si se quiere evitar el círculo vicioso en el que las anteriores definiciones nos envuelven es preciso dar criterios independientes para determinar componentes básicos de testabilidad. En el caso por ejemplo de teorías físicas podríamos tomar por tales las leyes empíricas derivables (esto es, que relacionan magnitudes medibles) de las mismas; para precisar esta noción introducimos la idea de implicación material entre componentes (abr. c.b.t.) de la siguiente manera: el c.b.t. q implica el c.b.t. q' (o sea $q \supset q'$)sii q' es deducible de q por medios púramente lógico-matemáticos (sin apelar a la teoría de base p) introduciendo eventualmente definiciones de observables de q' en función de los de q cuando aquellos no aparecen en éste. Entonces es natural imponer la siguiente prescripción sobre la inclusión de clases de testabilidad: $(p \supset_{s_1} q) \supset ((p \supset_{s_1} q') \supset ((p \supset_{s_1} q'') \supset (\ldots \supset ((p \supset_{s_1} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}}) \supset ((q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}} \supset (\ldots \supset (q'' \supset (q' \supset q))\ldots)) \supset (V_{mu^i} q \supset (V_{mu^i} q' \wedge V_{mu^i} q'' \wedge \ldots \wedge V_{mu^i} q^{\overbrace{''\cdots''}^{n\ veces}})))\ldots)))\quad i \in N$

Dado un c.b.t. q los mu^i tales que $V_{mu^i} q$ no tienen porqué ser medidas únicas: si q es la afirmación Newtoniana de que las órbitas planetarias son elipses, un mu^i confirmador es un conjunto de seis medidas de posición y un mu_i es un conjunto de 6-tuplas diferentes de tales medidas.

Una lógica de la preferencia construída en la dirección indicada permite vislumbrar una forma primitiva de la ley de disminución de rendimientos en la contrastación, como es inmediato ver. La obtención del par de valores $(E(\lambda_1),\lambda_1)$ de densidad de energía monocromática de la radiación negra y longitud de onda apoya la ley de radiación de Planck tanto como la clase finita $\{(E(\lambda_1),\lambda_1),(E(\lambda_2),\lambda_2),\ldots,(E(\lambda_n),\lambda_n)\}$. Por otro lado, la ley de desplazamiento de Wien es una indicación del carácter deficiente, por supersimplificado, de esta conclusión y nos invita a modificar la idea de los determinantes para $c.b.t.$ tomando como base no leyes empíricas sino relaciones funcionales derivadas de la teoría con n variables (todas ellas medibles) en una región $H \subset \mathbb{R}^n$ dentro de la cual todas las derivadas parciales de todos los órdenes, si no idénticamente nulas, son continuas y distintas de cero en todo punto (de modo que dos regiones H y H' se considerarán diferentes si para ellas al menos una de tales derivadas difiere en el signo). El postulado sobre la inclusión de clases de testabilidad se mantiene. Ahora se podría decir lo siguiente: en el mejor de los casos (segúramente irreal) dos pares de medidas (calor específico a presión constante frente a temperatura) apoyan la teoría de Tisza de las transiciones de fase de segundo orden tan bien como (ó incluso mejor que) un número finito arbitrariamente alto de ellas.

Evidentemente la construcción efectuada hasta aquí necesita de precisiones ulteriores (y seguramente correcciones numerosas) pero cumple el objetivo de indicar la forma en que una lógica de la preferencia proposicionalizada puede rebasar los límites de la mera trivialidad.

Criterios socilogistas y su traducción

Existe un acuerdo intuitivo generalizado acerca de lo que, en la dinámica de la Ciencia, debe ser considerado como enfoque sociologista ó historicista. Y también se han descargado sobre él todas las connotaciones negativas ligadas a los términos "subjetivismo" e "irracionalismo"; la mayor parte de las veces parece haber aquí una confusión conceptual. A este fín es importante distinguir entre"proceso de elección" y "criterio sobre elección". Un proceso de elección es objetivo cuando no depende de las características personales del ejecutor, naturalmente siempre presupone un criterio objetivo sobre la elección. De aquí se extrapola erroneamente la idea de que un proceso subjetivo de elección debe a su vez basarse (mejor "implicar") por necesidad en un criterio subjetivo sobre la elección y esta es la falacia en virtud de la cual se cuelan con frecuencia los pseudoargumentos sobre el "historicismo a-formal". Es claro que todo proceder según un algoritmo conduce a un criterio objetivo sobre la elección, pero también el proceso subjetivo por medio del cual lo que a alguien le parece "helado" a otro se le antoja "tibio" puede objetivarse a base de criterios fisiológicos y físicos independientes de todo mentalismo ó subjetivismo.

Esta es la situación que se da justamente en una visión histórico-sociológica de la Ciencia.

Otro problema diferente es la traducción de principios sociologistas a una forma en la que desaparezcan por completo de la formulación teórica ¿Qué puede decirse a este respecto de nuestra lógica de la preferencia?. Conjeturamos que una investigación de este tipo debe guiarse por modificaciones adecuadas en los criterios para la determición de componentes básicos de testabilidad. A la pregunta de si tal proceder es una mera estratagema ó por el contrario reflejo de una "necesidad ontológica" se puede responder con un ejemplo: la precesión del perihelio de Mercurio puede explicarse no-relativistamente añadiendo a la ley de gravitación el término C/r^3 (con un valor adecuado de C); no parece plantearse una alternativa seria a la teoría de Einstein porque aún queda sin aclarar la desviación de los rayos luminosos al pasar cerca del Sol, pero modifiquemos adecuadamente las leyes de la óptica, tras haber completado así un numero finito de reformulaciones la nueva teoría T se presenta como alternativa (si bien en general no sería bien considerada) pero no hay modo de decidir (ni a priori ni a posteriori) cuál de las dos "heurísticas" será más conveniente en el futuro (si es que ha de haber una).

El problema que nos ocupa debe considerarse desde el mismo punto de vista; que en la historia de la Ciencia haya o no que suscribir (por lo que respecta a la dinámica de teorías y al menos en la cuestión central de la elección entre alternativas) explicaciones sociológico-históricas es algo que no puede plantearse en modo alguno, como tampoco tiene sentido polemizar sobre las ventajas intrínsecas del programa de Einstein frente al de Poincaré.