

Diseño y optimización de redes de distribución de agua utilizando algoritmos genéticos

Design and optimization of water distribution network using genetic algorithm

Pereyra, G. Pandolfi, D. y Villagra, A.
gab.glaciar@gmail.com, {dpandolfi, avillagra}@uaco.unpa.edu.ar

UNPA - UACO

Universidad Nacional de la Patagonia Austral Unidad - Académica Caleta Olivia
Instituto de Tecnología Aplicada (ITA) - Laboratorio de Tecnologías Emergentes (LabTEM).
Noviembre 2016

RESUMEN

El diseño óptimo de una red de distribución de agua consiste en minimizar el costo de la red cumpliendo ciertas restricciones: presión mínima, caudal, velocidad del agua etc. Los algoritmos genéticos (AGs.) han demostrado ser métodos eficaces en cuanto a buena aproximación, calidad y tiempo de cómputo, al resolver este tipo problemas de optimización que, por sus características, pertenece a un problema NP-Duro. El diseño de una red de distribución de agua se rige por ecuaciones lineales y no lineales que se resuelven por el método de Newton-Raphson. Para resolver este problema se han utilizado los siguientes AGs: *Crossover elitism population*, *Half uniform crossover combination*, *Cataclysm mutation* (CHC) y el Algoritmo Genético canónico, aplicados a redes clásicas de distribución de aguas como la red de Alperovits y Shamir y la red de Nueva York. Se obtuvieron resultados satisfactorios y de gran calidad, en ambos algoritmos propuestos.

Palabras clave: Redes de distribución de agua; CHC; Algoritmo Genético; optimización.

ABSTRACT

The optimal design of a water distribution network consist of minimize the cost of the network by meeting certain constraints: minimum pressure, flow, water velocity, etc. Genetic algorithms (GAs) have proved to be efficient methods for good approximation, quality and computation time, in solving this type of optimization problems that, due to its characteristics, belongs to an NP-Hard problem. The design of a water distribution network is governed by linear and non-linear equations that are solved by the Newton-Raphson method. In order to solve this problem, the following AGs have been used: *Crossover elitism population*, *Half uniform crossover combination*, *Cataclysm mutation* (CHC) and Canonical Genetic Algorithm, applied to classical water distribution networks such as Alperovits and Shamir network and NY. Satisfactory and high quality results were obtained in both proposed algorithms.

Key words: Water distribution networks; CHC; Genetic Algorithm; optimization.



1. INTRODUCCIÓN

Una red de distribución de agua es el conjunto de tuberías, accesorios y estructuras que conducen el agua desde embalses o cisternas de servicio hasta las tomas domiciliarias o hidrantes públicos. Su finalidad es proporcionar agua a los usuarios para consumo doméstico, público, comercial, industrial y para condiciones extraordinarias como extinguir incendios. La red debe proporcionar este servicio todo el tiempo, en cantidad suficiente, con la calidad requerida y a una presión adecuada. Las conexiones entre todos los componentes de la red de distribución pueden variar, esto hace que la red sea compleja, en cuanto a su comportamiento y diseño. Siendo la distribución de agua un factor crítico, uno de los principales desafíos es encontrar la red que cumpla con determinadas restricciones de presión y caudal a un costo razonable. La optimización de una red de distribución de agua está determinada por tres fases diferentes: (1) Topológica, el nivel de decisión es estratégico e involucra algunas variables de decisión como conexiones, válvulas, bombas y reservorios. (2) Diseño de la red, cuyo nivel de decisión es táctico e involucra variables de decisión respecto a los diámetros de las tuberías y la rugosidad. (3) Planificación que involucra el nivel de decisión operacional tomando como variables de decisión el control de válvulas y bombas.

La fase de interés y desarrollo en este trabajo es la de diseño de la red, en la cual, la estructura física de la red es un dato conocido, como la demanda en los nodos de consumo, las conexiones, las longitudes de cada tubería y la altura del embalse. El propósito principal de esta fase es seleccionar el diámetro y el material de cada tubería, de manera que el costo sea mínimo y la red satisfaga el caudal y las presiones requeridas en cada nodo, donde el costo por metro de cada tubería depende del tipo de material.

El comportamiento de una red de distribución de agua está regido por ecuaciones lineales y no lineales. La selección óptima de cada diámetro de tubería, en la fase de diseño, ha demostrado ser un problema NP-Duro (Yates et al. 1984), debido a los valores discretos de los diámetros y a las ecuaciones no lineales. Este tipo de problemas se ha resuelto exitosamente utilizando diversas técnicas de optimización como Algoritmos Genéticos, algoritmo de Optimización basado en Cúmulo de Partículas (*Particle Swarm Optimization* (PSO) en inglés), *Tabu Search* (TS), *Simulated Annealing* (SA), algoritmo *Ant Colony Optimization* (ACO) y *Harmony Search* (HS), además de otras técnicas que incluyen programación lineal y programación no lineal. En este trabajo se ha utilizado el algoritmo denominado *Crossover elitism population*, *Half uniform crossover combination*, *Cataclysm mutation* (CHC) y el AG canónico. En ambos algoritmos se implementó una mejora, tomando como referencia a Duarte et al. (2010), en los cuales se aplicó el algoritmo *Path Relinking* (PR), que permite encontrar una solución mucho mejor a la obtenida por los algoritmos propuestos en su forma canónica.

Para comprobar los resultados de los algoritmos propuestos se utilizó un grupo clásico de optimización de redes de agua ampliamente analizados en otros estudios e investigaciones académicas. Se asume que la distribución de agua es realizada por gravedad, en todas las redes analizadas. La primera red, conocida como red de Alperovits y Shamir (1977), explicada en la Sección 6.1, ha contribuido con su análisis y resolución, a la comparación con otros estudios similares, y se ha utilizado como base para el análisis posterior de la siguiente red debido a su sencillez. La segunda red analizada es la red de Nueva York, explicada en la Sección 6.2, la cual, a diferencia de la anterior, el problema a resolver es de ampliación y diseño, ya que la red ya existe, y el objetivo es aumentar la presión en ciertos nodos de la red.

El presente documento está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe el estado del arte con los diferentes métodos utilizados desde el comienzo, respecto a la

optimización en la etapa de diseño en redes de distribución de agua. En la Sección 3 se presenta

el modelo de optimización con restricciones, las respectivas ecuaciones hidráulicas, y la importancia del análisis hidráulico. En la Sección 4 es presentado un modelo de optimización con AGs como propuesta de resolución, incluyendo las principales características y los AGs utilizados. La Sección 5 describe el diseño de los experimentos realizados con AGs, la Sección 6 muestra los principales problemas de redes de distribución abordados, con los respectivos resultados de cada propuesta. Finalmente, la Sección 7 presenta la conclusión con respecto a la propuesta utilizada, con los principales resultados obtenidos y el trabajo a futuro.

2. ESTADO DEL ARTE

La construcción de una red de distribución de agua, implica una importante inversión de capital significativo en el contexto urbano. Por lo tanto, un gran número de investigaciones se ha ido desarrollando hasta la actualidad, contribuyendo a la modelización y optimización de redes de distribución de agua. Estas investigaciones consisten en el desarrollo de métodos de optimización eficaces, de los cuales, un gran número se ha aplicado a un conjunto limitado de problemas.

Una manera no recomendada de resolver el diseño de una red distribución, consiste en la prueba y error, pero resulta poco eficaz e imposible su resolución, debido a que la complejidad de la red aumenta, a medida que aumentan los diámetros disponibles y el número de tuberías de la red. A continuación se describen algunos de los métodos utilizados.

2.1. Programación lineal

Tradicionalmente se ha utilizado la programación lineal y programación no lineal, que consiste en primer lugar en linealizar y relajar el problema para facilitar la resolución por estos métodos. Luego, a partir de la mejor solución en el paso anterior, se debe aproximar a los diámetros discretos cercanos. Estos algoritmos no pueden garantizar óptimos globales (Kumar et al. 1998) y en ocasiones pueden obtener soluciones no factibles. Entre los primeros métodos utilizados, propuesto por Alperovits y Shamir (1977), se encuentra el método del gradiente de programación lineal (GPL). El funcionamiento del GPL comienza con una topología dada, descomponiendo el problema original no lineal en dos subproblemas, uno lineal y otro no lineal, éstos son solucionados de forma alternativa e iterativa hasta encontrar un óptimo. El problema lineal se resuelve utilizando programación lineal, mientras que el problema no lineal se resuelve mediante el método del gradiente.

2.2. Programación no lineal

Un modelo de programación no lineal (PNL) trata de resolver un sistema de igualdades y desigualdades sujetas a un conjunto de restricciones, donde dichas restricciones pueden ser lineales o no lineales. El objetivo final del método es maximizar o minimizar una función objetivo. La principal característica de este tipo de programación es que no tiene un único algoritmo que se aplique a la resolución de todos sus problemas. De esta manera si la función es cóncava o convexa y las restricciones son convexas se puede resolver utilizando el método general de optimización convexa. Otro método implica el uso de técnicas de ramificación y poda. Uno de los problemas de este método, es que no logra garantizar que la solución sea la óptima, es decir, las soluciones encontradas se corresponden a óptimos locales y no a óptimos globales.

Existen paquetes de optimización para diseño óptimo de redes malladas, como MINOS (Murtagh y Saunder 1987). Todos estos paquetes utilizan el método del gradiente reducido generalizado. El-Bahrawy y Smith (1985), aplican MINOS al problema de dimensionado de redes de distribución de agua, otros autores, además de utilizar la PNL para la optimización de redes de agua, añaden restricciones relacionadas con la fiabilidad del sistema.

2.3. Programación dinámica

La programación dinámica es un método para reducir el tiempo de ejecución de un algoritmo, mediante la utilización de subproblemas superpuestos y subestructuras óptimas. Por ejemplo Monbaliu et al. (1990) proponen una técnica de búsqueda de gradiente; en primer lugar se fijan los diámetros comerciales de trabajo, todas las tuberías de la red comienzan el proceso de optimización con el diámetro mínimo disponible; luego, se recurre a un programa de análisis de redes para determinar la presión en todos los nudos de la red; por último, si el sistema cumple la presión mínima en todos los nudos el proceso de optimización ha terminado. En caso de no cumplir con el criterio de presión mínima, se aumenta el diámetro de la tubería con mayor pérdida de carga, este proceso se repite hasta que se obtiene la presión requerida.

2.4. Heurísticas y metaheurísticas

Una heurística se adapta y se diseña para resolver un problema específico (Talbi 2009), mientras que una metaheurística (Glover 1986) es un algoritmo de propósito general que puede ser aplicado para resolver casi cualquier problema de optimización. En el diseño de redes de distribución de agua se han aplicado numerosas técnicas metaheurísticas, entre las más importantes se encuentran *Simulated Annealing*, (Kirkpatrick et al. 1983), *Tabu Search* (Glover 1995), *Particle Swarm Optimization* (Kennedy y Eberhart 1995), y Algoritmos Genéticos (Holland 1962). En éste trabajo se ha utilizado el AG canónico y una variante denominada algoritmo CHC. El uso de éstas técnicas permiten la búsqueda de soluciones más allá de mínimos locales, lo que amplía en muchas ocasiones la búsqueda y por lo tanto la capacidad de obtener buenas soluciones. Existen varias formas de clasificar las metaheurísticas, una ellas considera dos tipos, metaheurísticas basadas en trayectorias y metaheurísticas basadas en población, estas últimas empleadas en el presente trabajo.

A continuación se describen algunas técnicas metaheurísticas utilizadas en la optimización de redes de distribución de agua.

2.4.1. Metaheurísticas basadas en trayectorias

Simulated Annealing, toma el nombre del proceso industrial de enfriamiento de cristales. Este método utiliza una estrategia de movimiento aleatorio, en la cual la solución candidata actual es comparada con soluciones aleatorias próximas a su vecindario de posibles candidatos. Aceptando las soluciones potenciales con mejor función objetivo, y las soluciones con peor función objetivo son aceptadas con una determinada probabilidad. La aceptación de peores soluciones dependen de un parámetro llamado temperatura, que se configura a un valor alto y va decrementando su valor durante el proceso de optimización. Esta metaheurística es una de las más clásicas, debido a su simplicidad y buenos resultados. En la optimización de redes de distribución de agua ha sido aplicado por Cunha y Sousa (1999).

Tabu Search, es otra metaheurística basada en trayectoria, presentada por Glover (1986). El principio básico de TS es el uso de estructuras de memoria. Una lista tabú, guarda los registros de las soluciones previamente examinadas. Luego de un número de iteraciones,

aquellas soluciones se convierten en tabú y no pueden ser nuevamente visitadas, siempre que no este en la lista. Cunha y Ribeiro (2004) proponen un algoritmo de Búsqueda Tabú para encontrar el menor costo en el diseño de redes de distribución de agua. Se aplica una búsqueda tabú con un valor fijo y una búsqueda tabú con una variable de valor aleatorio para la tenencia del parámetro tabú.

2.4.2. Metaheurísticas basadas en población

Los algoritmos genéticos se han aplicado ampliamente en la optimización de redes distribución de agua, es una de las técnicas más utilizadas debido a su amplia variedad de problemas de optimización que puede resolver. Los algoritmos genéticos se basan en una población inicial, a partir de ella se toma una muestra y se va transformando hasta llegar a un estado estacionario, donde la muestra está constituida por soluciones del problema. Como consecuencia se obtiene una transformación de los valores hasta llegar al estado final. Un operador llamado operador genético es utilizado para realizar la reproducción, cruce y mutación en la población. Los algoritmos genéticos se basan en el principio de evolución natural, donde la reproducción puede ser entendida como una competición, mientras los operadores de cruce o mutación pueden crear nuevos individuos a partir de los existentes de una población.

Respecto a los aportes realizados por diferentes autores está el de Murphy y Simpson (1992), uno de los primeros en aplicar algoritmos genéticos en optimización de redes de distribución de agua. Se utiliza codificación binaria para identificar una tubería, esta cadena binaria que representa las tuberías de la red, se denominada cromosoma, y corresponde a una solución candidata acorde a su aptitud. Savic y Walters (1997) utilizan un algoritmo genético mejorado (IGA), que utiliza una codificación Gray en lugar de la codificación binaria utilizada tradicionalmente. Xiaojun Zhou et al. (2014) proponen un algoritmo discreto de transición de estado (STA), donde la solución para especificar el problema de optimización es descrita como un estado. Entre los elementos claves de STA se encuentra la representación especial de una solución como una permutación de un conjunto fácilmente manipulable, por medio de operadores inteligentes obteniendo resultados promisorios.

Particle Swarm Optimization es otra metaheurística basada en población, inspirada en la inteligencia de enjambres. Imita el comportamiento social de los organismos naturales como las aves y peces, y como éstos aprenden a encontrar un lugar donde poder alimentarse y sobrevivir. Entre las características de PSO se destacan que cada individuo es representado por una partícula del enjambre. Cada individuo posee una determinada memoria sobre su posición actual respecto del mejor. Las partículas son dispersadas por el espacio de búsqueda y su posición es actualizada por la mejor posición encontrada. Se introducen parámetros de posición y velocidad que determinan el movimiento y la dirección de las partículas. Respecto a las aplicaciones para la optimización de redes de distribución de agua, Aghdam et al. (2014) utiliza un algoritmo denominado *Accelerated Momentum Particle Swarm Optimisation* (AMPSO), un PSO mejorado el cual incorpora determinados parámetros para acelerar la convergencia a la solución óptima. AMPSO Utiliza la diferencia de costo de la función objetivo en las iteraciones como un factor de aceleración.

El algoritmo CHC, en el cual se basa este trabajo, es una variante del AG canónico propuesta por Eshelman (1991), utiliza una estrategia de selección elitista, eligiendo siempre a los mejores individuos para formar parte de la nueva población, constituyendo una propuesta entre diversidad y convergencia. Aplica, además, un operador de recombinación muy explorador denominado *Half Uniform Crossover* (HUX) que produce una descendencia lo más diferente posible a ambos padres. CHC incorpora un mecanismo para reiniciar el algoritmo y de ésta manera evitar la convergencia prematura. CHC no emplea mutación,

introduce un sesgo para evitar el cruce de individuos similares denominado prevención de incesto. CHC ha tenido muy buenos resultados para otros problemas, como es el caso del problema de diseño de redes de radio frecuencia en Molina et al. (2014), por ésta razón se decidió aplicarlo a este trabajo.

3. MARCO TEÓRICO

En ésta sección se incluyen las bases teóricas fundamentales en el análisis de redes de distribución de agua, como las principales ecuaciones que se utilizan para determinar su comportamiento hidráulico. Se describe el modelo de optimización de redes de distribución de agua, que determina las leyes físicas que responden a dichas ecuaciones, las restricciones hidráulicas y los métodos utilizados para su resolución.

3.1. Modelo de optimización de redes distribución de agua

Una red de distribución de agua generalmente está representada por un grafo en el cual las tuberías están representadas por un conjunto de arcos E , y un conjunto de nodos V , que representan la demanda, suministro de reservorios, y las conexiones entre dos o más tuberías. Para una topología dada, con tuberías y puntos de demanda dados, el diseño óptimo de una red de distribución de agua, representada por un grafo, consiste en encontrar la combinación comercial de diámetros de tuberías, la cual representa el costo mínimo de la red, sujeta a determinadas restricciones hidráulicas.

- Ecuación de mínimo costo:

$$\text{Minimizar } f(D_j) = \sum_{j=1}^E C_j \times (D_j, L_j) \quad (1)$$

Para el costo de la red, E es el número de tuberías, L_j es la longitud de la tubería j , la cual, es un dato dado, C_j es el costo por metro para dicha tubería, y D_j es el diámetro. Las restricciones se describen a continuación como ecuaciones hidráulicas, ya que la red de distribución de agua está sujeta a determinadas leyes físicas.

- Restricciones:

- Conservación de la energía.
- Conservación de la masa.
- Presión mínima requerida.

3.1.1. Ecuaciones hidráulicas

Una red de distribución de agua está gobernada por una serie de ecuaciones hidráulicas, las cuales deben ser satisfechas en redes malladas. En éstas ecuaciones, las unidades están expresadas en el sistema SI¹, y consisten en:

¹ Sistema Internacional de Unidades aceptado en la mayoría de los países del mundo como sistema legal de unidades de medida

■ **Conservación de la masa:**

Para cada nodo de consumo $n \in V$, la ley de conservación de la masa debe satisfacerse. Esta ley establece que el volumen de agua por unidad de tiempo que ingresa por el nodo n es igual al volumen de agua saliente, en el mismo nodo.

$$-\sum Q_{in} + \sum Q_{out} + DM = 0 \quad (2)$$

donde Q_{in} es el caudal que ingresa al nodo n , Q_{out} es el caudal saliente y DM es el consumo en dicho nodo.

■ **Ecuaciones de pérdida de carga:**

La pérdida de carga, en una red de distribución de agua, es la pérdida de presión causada por la fricción, tanto de tuberías, como de otros componentes de la red como válvulas y piezas especiales, con el agua o fluido circulante. Las ecuaciones siguientes son las más utilizadas para su cálculo y pertenecen a distintos autores.

1. Ecuación de Hazen Williams:

$$\Delta H_j = H_{j,n} - H_{j,k} = w \frac{L_j}{C^\alpha D_j^\beta} Q_j^\alpha \quad \forall j \in E \quad (3)$$

en la Ecuación 3, ΔH_j representa la pérdida de carga en la tubería j , $H_{j,j}$ y $H_{j,k}$ es la presión al comienzo y al final de la tubería j en los nodos n y k respectivamente, w es un factor de conversión de unidades, Q es el caudal expresado en $\left(\frac{m^3}{s}\right)$, que circula en la tubería j , L_j es la longitud de la tubería, expresada en metros, C el coeficiente de Hazen Williams, el cual es un valor adimensional y depende del tipo de material de la tubería, D_j es el diámetro expresado en metros. Para el sistema SI $w = 10,6744$, o $w = 10,5088$, $\alpha = 1,852$, y $\beta = 4,871$.

2. Ecuación de Darcy Weisbach:

$$\Delta H_j = H_{j,n} - H_{j,k} = f \frac{L_j V^2}{D_j 2g} \quad \forall j \in E \quad (4)$$

en la Ecuación 4, la pérdida de carga está expresada en función de la velocidad del agua, L_j es la longitud de la tubería j , D_j es el diámetro, g es la aceleración de la gravedad equivalente a $9,8\left(\frac{m}{s^2}\right)$, y f es el coeficiente de fricción, cuyo cálculo depende del tipo de régimen del fluido: laminar, transición o turbulento.

■ **Conservación de la energía:**

Para cada malla o *loop* cerrado, donde el flujo de agua circula por cada tubería, debe satisfacerse la ley de conservación de la energía. La ley establece que la sumatoria de cada una de las pérdidas de carga para una malla o *loop* cerrado debe ser igual a cero. Siendo M el número de mallas y T el número de tuberías perteneciente a dicha malla, la ley puede escribirse como:

$$\sum_{j=1}^T \Delta H_j = 0 \quad \forall T \in M \quad (5)$$

Cada tubería posee una determinada rugosidad, ésta, se expresa como un factor adimensional dependiendo de la ecuación de pérdida de carga que se utilice.

- Presión mínima requerida:

Cada nodo de la red debe proporcionar la presión mínima requerida. Siendo V el número de nodos en la red, la restricción puede definirse de la siguiente manera:

$$H_n \geq H_{min,n} \quad \forall n \in V \quad (6)$$

donde H_n representa la presión en el nodo n y $H_{min,n}$ es la presión mínima requerida.

3.1.2. Análisis hidráulico

El análisis hidráulico permite resolver las restricciones establecidas por las ecuaciones hidráulicas, tanto para la conservación de la masa, como para la conservación de la energía. En este análisis se calculan los caudales circulantes para cada tubería, la presión en cada nodo, y otras variables, como la velocidad del agua o el sentido de circulación. En otras palabras, el análisis permite determinar el comportamiento hidráulico de una red de distribución en función de los datos dados como el diámetro de las tuberías, los consumos en cada nodo o la altura del embalse. Este comportamiento permite saber de forma anticipada si la red actual cumple con las restricciones de presión y de caudal, de esta manera, se puede evaluar la red y considerar otros diámetros para mejorar los valores de las variables, como la presión o caudal.

Existen diversos métodos utilizados para realizar un análisis hidráulico, uno de los más utilizados debido a su sencillez, es el método de Newton-Raphson, éste método resuelve las ecuaciones de forma iterativa aplicando un corrector de caudal, por cada malla o loop. Otro método es el de Hardy-Cross, una técnica que resuelve el sistema de ecuaciones dependiendo del número de mallas, también de forma iterativa, aunque su aplicación resulta más complicada. El software EPANET², permite realizar simulaciones del comportamiento hidráulico en redes a presión, es un software libre, ya que esta disponible su código fuente. Para el análisis de redes utiliza el método del gradiente, la principal característica de éste método, es que no necesita valores de caudales iniciales, a diferencia de los anteriores. Aunque el resultado es el mismo en todos los métodos, las ecuaciones se deben resolver simultáneamente para todas las mallas, debido a que el sistema tiene solución única.

4. ALGORITMOS GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos, son una clase de algoritmos evolutivos. Utilizan una población inicial de individuos, donde su esencia está basada en la supervivencia del más apto, que representa según la filosofía Neo-Darwiniana, la evolución natural de la población como un conjunto de procesos estocásticos: reproducción, mutación, competencia y selección.

Un AG aplica operadores de cruce a dos individuos que poseen mejores aptitudes, de esta manera la población actual es reemplazada por la nueva población, producto de la reproducción de los más aptos. Si un individuo no posee una determinada aptitud, luego de varias generaciones sera descartado. Además, un operador adicional de mutación modifica aleatoriamente a un individuo para promover la diversidad en la población.

En un AG, la aptitud de un individuo está dada por el valor de la función objetivo, la cual es la función a optimizar, dependiendo del problema. En este caso, para las redes de distribución de agua, se pretende minimizar la función de costo de la red dada por la Ecuación 1. Aunque el resultado final del AG no garantiza el individuo óptimo, esto es debido

² Página de descarga: <http://epanet.info/descargas/>

a su carácter aleatorio, la exploración del espacio de búsqueda permite encontrar “buenas” soluciones muy cercanas al mismo.

Un AG posee los siguientes componentes:

- **Representación:** Un AG utiliza generalmente representación binaria, aunque existen otros tipos de representación como la numérica. La representación de la solución se denomina cromosoma, y está compuesta por unidades denominadas genes.
- **Inicialización de la población:** Generación aleatoria de individuos que representan el conjunto inicial de soluciones.
- **Función objetivo:** Permite determinar la aptitud o el *fitness* de cada individuo, el cual lo considera más o menos apto.
- **Selección probabilística:** Permite seleccionar aleatoriamente los individuos que se utilizarán para la reproducción. Está determinada por una probabilidad para cada individuo. Existen diferentes estrategias de selección, por ejemplo: por torneo, proporcional, o basada en ranking.
- **Operador genético:** El operador genético de reproducción, dependiendo del tipo de estrategia puede variar. Los padres de la población son seleccionados para reproducirse utilizando diferentes estrategias. La mutación es otro operador genético, en un AG canónico el ratio de mutación se mantiene bajo, esto permite añadir más diversidad a la población.
- **Reemplazo:** Luego del operador genético de reproducción, la población padre es reemplazada por la población hija. Los hijos compiten con los padres para ocupar un lugar en la siguiente generación.
- **Criterio de terminación:** Por último se establece un criterio de terminación, que generalmente consiste en un número fijo de generaciones.

4.1. Modelo de optimización con algoritmos genéticos

Los AGs han demostrado ser una técnica que permite resolver eficazmente la optimización de una red de distribución de agua. Para poder aplicarlos en el presente trabajo, se consideran dos componentes principales: la parte optimizadora y el análisis hidráulico. La componente optimizadora está dada por el AG, mientras que el componente del análisis hidráulico está dado por el método que resuelve las restricciones hidráulicas. De esta manera, se puede determinar el comportamiento hidráulico para cada individuo de la población. La representación de un individuo está determinada por un cromosoma, el cual es una cadena numérica, en el caso de este trabajo, que representa por cada gen, el diámetro D de un conjunto de diámetros comerciales disponibles, para una línea de tubería, siendo E el total de tuberías de la red. La cadena está representada como sigue:

$$D_n = \{D_1, D_2, D_3 \dots D_E\} \quad (7) \text{ Uno de los}$$

motivos de contar con representación numérica en lugar de binaria, es la fácil adaptación de los diferentes rangos de valores. Otro motivo es la longitud de la cadena, ya que la representación binaria en redes con gran cantidad de tuberías sería demasiado larga. El cálculo de la aptitud, está determinado por el cumplimiento o no de las restricciones impuestas, así, un individuo será más o menos apto en el grado que cumpla dichas restricciones.

Para ello, la función objetivo establece el valor del *fitness* para cada individuo, la cual se determina a partir de la función de costo en la Ecuación 1, que se transforma en la siguiente:

$$f_{objetivo}(D_n) = \sum_{j=1}^E C_j(D_j, L_j) \times (1 + f_{penalizacion}) \quad (8)$$

En la Ecuación 8, $C_j(D_j, L_j)$ representa el costo de la tubería j , con diámetro D_j y longitud L_j , E es el total de tuberías del individuo representado por el cromosoma D_n . En el caso de no cumplir con las restricciones se añade una penalización, dada por el término $(1 + f_{penalizacion})$, que incrementa o mantiene el costo en la función objetivo de la siguiente manera:

- Si no se cumplen las restricciones: $f_{penalizacion} > 0$
→ Incrementa el costo en la función objetivo.
- Si se cumplen las restricciones: $f_{penalizacion} = 0$
→ Mantiene el costo en la función objetivo.

Al mantener el valor de la función objetivo, es decir que $f_{penalizacion} = 0$, el costo queda multiplicado solo por 1. La función de penalización está dada como sigue:

$$f_{penalizacion}(D_n) = \lambda \times \sum_{k=1}^{N_R} \max(0, H_{min,k} - H_k) \quad (9)$$

En la función de penalización, $H_{min,k}$ representa la presión mínima requerida en el nodo k , H_k representa la presión actual del mismo nodo para el individuo D_n y N_R es el número de nodos que deben cumplir las restricciones de presión. De esta manera, si no se satisface con la presión mínima para el nodo k , se incrementa la penalización, según los nodos que no cumplan con la restricción. Un factor de penalidad, λ , incrementa el valor de la penalización con lo cual incrementa también el valor de la función objetivo.

Como primer método se incluye el algoritmo CHC, luego se introduce como segundo método el AG canónico. Ambos algoritmos han sido combinados con una mejora realizada por el algoritmo PR. Cada uno de estos algoritmos propuestos, comparten el tipo de representación de cada individuo, como una cadena numérica en vez de binaria. El algoritmo PR, introduce una mejora a la solución presentada por cada uno, realizando una exploración de la solución adicional, más allá del espacio de búsqueda.

4.2. Algoritmo genético canónico

Un algoritmo genético, comienza con una población generada aleatoriamente, y va obteniendo mejores cromosomas gracias a la aplicación de los operadores genéticos. La evolución se produce mediante sucesivas iteraciones, denominadas generaciones, donde se evalúa la adaptación de los cromosomas como soluciones, y en base a ésta evaluación se forma una nueva población. Entre los tipos de algoritmos genéticos se pueden distinguir los siguientes:

- Modelo generacional o clásico: Durante cada generación se crea una población completa con nuevos individuos mediante la selección de padres de la población anterior y la aplicación de los operadores genéticos sobre ellos. La nueva población reemplaza directamente a la antigua, excepto el mejor individuo encontrado (criterio elitista). Éste es el modelo utilizado en el presente trabajo.

- **Modelo estacionario:** Durante cada generación se escogen dos padres de la población (usando muestreo aleatorio simple) y se le aplican operadores genéticos. Los dos nuevos cromosomas reemplazan a dos cromosomas (o uno) de la población que suelen ser los dos (o uno) peores, es decir, con peor adaptación.

Un algoritmo genético canónico, es un algoritmo evolutivo, que se caracteriza por utilizar el operador de cruce como principal mecanismo de generación de individuos, dejando el operador de mutación como un operador adicional para aumentar aleatoriamente la diversidad de la población. El Algoritmo 2 describe el esquema de un AG canónico.

Algoritmo 2 Esquema del Algoritmo Genético canónico

Entrada: PS: Tamaño de población

Salida: C: Mejor individuo de la población

- 1: $t \leftarrow 0$
 - 2: *Inicializar*($P(t), PS$)
 - 3: *Evaluar*($P(t)$)
 - 4: **Mientras** (*Condiciones de Terminación*() == false) **Hacer**
 - 5: $t \leftarrow t + 1$
 - 6: $C(t) \leftarrow$ *Selección para Reproducción*($P(t - 1)$)
 - 7: $C'(t) \leftarrow$ *Operadores Genéticos*($C(t)$)
 - 8: $C'(t) \leftarrow$ *Evaluar*($C'(t)$)
 - 9: $P(t) \leftarrow$ *Reemplazar*($P(t - 1), C'(t)$)
 - 10: **Fin Mientras**
-

A continuación se describen los operadores de un algoritmo genético canónico:

- **Selección para reproducción:** Este operador escoge cromosomas entre la población para efectuar la reproducción. Existen diferentes formas de aplicar este operador, las técnicas más utilizadas son las siguientes:

- **Selección proporcional:** En este método la probabilidad de un individuo de ser seleccionado es proporcional a su valor en la función objetivo, siendo comparado contra el de los demás individuos de la población. El valor de probabilidad de elección se define mediante la Ecuación 10:

$$P(p_j) = \frac{f(x_j)}{\sum_{j=1}^{PS} f(x_j)} \quad (10)$$

En esta ecuación, $f(x_j)$ representa el valor de la función objetivo para el individuo j y PS es el total de individuos de la población. Una implementación de esta técnica consiste en el método de la ruleta.

- **Selección por torneo:** Se escogen n individuos de la población total para ser comparados entre ellos mismos, en cada enfrentamiento, el ganador se considera como seleccionado, otra versión podrá seleccionar a los m individuos con mayor cantidad de enfrentamientos.

- **Ranking lineal:** En lugar de utilizar el valor de la aptitud de un individuo, se utiliza el ranking de individuos. La función está sesgada hacia los individuos con un alto ranking (mejor "fitness"). El rango puede hacerse a escala lineal con la Ecuación 11:

$$P(i) = \frac{2 - s}{\mu} + \frac{2r(i)(s - 1)}{\mu(\mu - 1)} \quad (11)$$

Donde s es la presión de selección ($1,0 < s \leq 2,0$), μ es el tamaño de la población y $r(i)$ es el ranking asociado con el individuo i .

- **Cruce:** Se trata de un operador cuya labor es elegir una posición, y cambiar las secuencias antes y después de esa posición entre dos cromosomas, para crear nueva descendencia. A continuación se muestra en la Figura 2, un ejemplo de un cruce a un punto y a dos puntos, con representación binaria, aplicable también a la representación utilizada en este trabajo.



Figura 2: Cruce de un punto (Izquierda) y de dos puntos (Derecha).

- **Mutación:** Este operador produce variaciones de modo aleatorio en un cromosoma (por ejemplo, la cadena 00011100 puede mutar su segunda posición para dar lugar a la cadena 01011100). La mutación puede darse en cada posición de un bit en una cadena, con una probabilidad, normalmente muy pequeña (por ejemplo 0,001).

4.3. Algoritmo CHC

El algoritmo CHC es una variante del AG canónico propuesta por Eshelman (1991). Una de sus principales características es la utilización de un operador genético de recombinación radical (altamente disruptivo) que produce descendientes lo más diferente posible a sus padres, junto a una estrategia de selección elitista, eligiendo siempre a los mejores individuos para formar parte de la nueva población, lo cual, lo convierte en una propuesta que profundiza en la búsqueda de equilibrio entre diversidad y convergencia.

4.3.1. Características de CHC

CHC está dirigido por una selección para la supervivencia (selección elitista), introduce una característica que impide emparejarse a individuos que son similares. Otro componente fundamental es el operador genético de recombinación HUX, usado por CHC, el cual, es una variante del cruce uniforme altamente disruptiva. Por último, la mutación no se ejecuta en la etapa de recombinación, la diversidad es mantenida por aleatorización parcial en la población siempre que se detecta convergencia, esto se denomina reinicialización, el esquema de CHC se describe en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Esquema del algoritmo CHC

Entrada: PS: Tamaño de población
L: Longitud de cromosoma
D: Umbral diferencia

DR: Ratio de divergencia

M: Número de mejores individuos para reinicialización

Salida: C: Mejor individuo de la población

```

1:  $t \leftarrow 0$ 
2: Inicializar( $P(t), P S$ )
3: Evaluar( $P(t)$ )
4: Mientras (CondicionesdeTerminacion() == false) Hacer
5:    $t \leftarrow t + 1$ 
6:    $C(t) \leftarrow$  SeleccionP araReproduccion( $P(t - 1)$ )
7:    $C'(t) \leftarrow$  RecombinacionHUX( $C(t)$ )
8:   Evaluar( $C'(t)$ )
9:    $P(t) \leftarrow$  SeleccionElitista( $C'(t), P(t - 1)$ )
10:  Si (HayCambios( $P(t), P(t - 1)$ ) == false) Entonces
11:     $D \leftarrow D - 1$ 
12:  Fin Si
13:  Si ( $D \leq 0$ ) Entonces
14:    Reinicializar( $P(t), M$ )
15:    Inicializar( $D, DR, L$ )
16:  Fin Si
17: Fin Mientras

```

Los cuatro componentes de CHC novedosos son los siguientes:

- **Selección elitista:** Selecciona los mejores cromosomas entre padres e hijos, línea 9 del Algoritmo 1. Los mejores elementos encontrados hasta el momento permanecerán en la población actual.
- **Cruce Uniforme HUX:** Intercambia exactamente la mitad de los alelos que son distintos en los padres, línea 7 del Algoritmo 1. Garantiza que los hijos tengan una distancia *Hamming* (número de alelos diferentes) máxima a sus dos padres. É ste proceso se muestra en la Figura 1.
- **Prevención de incesto:** Solo se cruzan las parejas cuyos miembros difieren en un número determinado de bits (umbral de cruce), línea 10 del Algoritmo 1. El umbral se inicializa en $L/4$ (L es la longitud del cromosoma). Si durante un ciclo no se produce ni un solo cruce se decrementa el umbral diferencia D .
- **Reinicialización:** Cuando el umbral diferencia D es menor o igua a cero, la población se reinicializa: a) Manteniendo el mejor elemento y usando el mismo como plantilla, con 35 % de variación aleatoria, ya que, según Eshelman (1991), ese valor trabaja muy bien con un amplio rango de funciones, o b) manteniendo el mejor o parte de los mejores de la población y el resto aleatorio, línea 14 del Algoritmo 1.

El algoritmo CHC realiza una selección para la reproducción, luego de inicializar y evaluar la población. El operador HUX genera descendientes lo más diferente posible a sus padres, ésto se produce, si la distancia de *Hamming* es mayor al umbral de cruce, $L/4$ (L es la longitud del cromosoma). Al evaluar la población hija y determinar el valor de *fitness* a cada individuo, se realiza la selección elitista entre padres e hijos, que constituye la nueva población. En caso de que no se produzca ningún cruce, se decrementa el umbral diferencia. Si el umbral diferencia es menor o igual a cero, entonces la población a convergido y se reinicia.

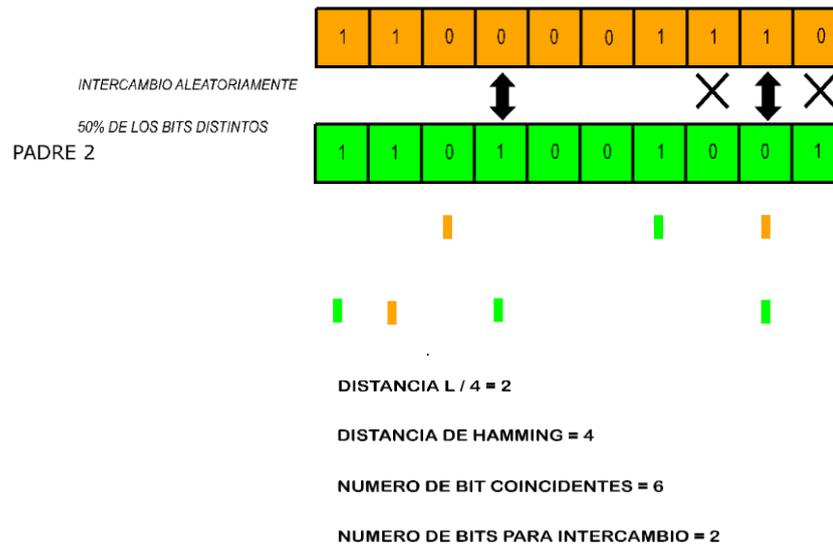


Figura 1: Operador de cruce uniforme HUX

A continuación se describen los parámetros asociados a la evolución del algoritmo CHC durante las diferentes etapas de su ejecución y los valores que pueden ser asignados a cada parámetro.

- Tamaño de la población (PS): es el número de cromosomas que componen la población que evoluciona en la búsqueda.
 - Umbral diferencia (D): Indica el máximo grado de parecido permisible entre dos cromosomas para el cruce. Sus valores son números entre 0 y $L/2$ siendo L la longitud del cromosoma. Su valor se inicializa tras la reinicialización, el valor definido como más adecuado es $L/4$.
 - Ratio de divergencia (DR): valor que indica el porcentaje de bits que han de ser alterados del mejor cromosoma actual de la población para formar cada uno de los cromosomas del resto de la población en la reinicialización. El valor que puede adquirir es real y corresponde al intervalo $[0,1]$. El valor más adecuado es 0,35 osea el 35 % de los bits del mejor individuo.
 - Mejores individuos (M): valor que indica el número de cromosomas que permanecerán en la población en la reinicialización, los M mejores. El resto serán generados a partir del ratio de divergencia DR. El valor que puede adquirir es un número entero entre 1 y el número de cromosomas total albergado en la población.
- No hay definido un valor concreto como más adecuado, solamente se establece que este valor no ha de albergar una gran cantidad de cromosomas.

4.4. Algoritmo Path Relinking

Path Relinking (PR) fue propuesto por Glover (1998) dentro del *framework* de *ScatterSearch* (SS). Permite explorar caminos que conectan las soluciones de elite encontrados por SS. Esta estrategia puede ser generalizada y aplicada a cualquier metaheurística generando un conjunto de “buenas” soluciones, como algoritmos evolutivos, procedimiento de búsqueda adaptativa codiciosa (GRASP), las colonias de hormigas, y búsqueda local iterativa. La idea principal de PR es generar y explorar la trayectoria en el espacio de búsqueda conectando una solución de partida s y una solución de destino t . En el

caso de este trabajo se realizó una adaptación al algoritmo PR para trabajar junto al AG canónico y CHC. El principio básico consiste en explorar soluciones en el espacio de búsqueda, que comparten atributos comunes. Como resultado se devuelve la mejor solución encontrada en la secuencia.

Algoritmo 3 Esquema del algoritmo Path Relinking

Entrada: Conjunto de soluciones elite SE

Salida: Mejor individuo en trayectoria s y t

```

1:  $s \leftarrow Inicial()$ 
2:  $t \leftarrow Guia()$ 
3:  $Camino \leftarrow ProducirSecuencia(s, t)$ 
4: Para todo  $x_i$  en  $Camino$  Hacer
5:    $x_i, x_{i+1} \leftarrow Camino$ 
6:    $C \leftarrow MejorarSolucion(x_i, x_{i+1})$ 
7: Fin Para
8: Mientras  $(C \neq \emptyset)$  Hacer
9:    $x_1 \leftarrow ElementoSig(C)$ 
10:  Para todo  $y_i$  en  $Camino$  Hacer
11:    Si  $(evaluar(x_1) < evaluar(y_i))$  Entonces
12:       $Añadir(SE, x_i)$ 
13:       $Eliminar(Camino, y_i)$ 
14:    Fin Si
15:  Fin Para
16: Fin Mientras

```

El esquema de PR es mostrado en el Algoritmo 3, el cual comienza con la selección de la solución inicial y guía con una distancia *Hamming* mínima requerida entre s y t establecida como $L/4$ siendo L la longitud del cromosoma. En la línea 3 se genera el camino de soluciones intermedias desde s hasta t . Luego, se explora el camino generado utilizando uno de los métodos de mejora propuestos. Las soluciones son añadidas al conjunto C , el cual es ordenado de acuerdo a la calidad de cada solución. De la línea 8 a la 16, se evalúa el conjunto C realizando una comparación con las soluciones del camino generado, añadiendo las mejores soluciones al conjunto elite y eliminando la peor del camino.

4.4.1. Path Relinking y AGs propuestos

PR es propuesto para trabajar como un post-proceso del AG, en el cual las mejores soluciones encontradas son insertadas en el conjunto de la población añadiendo diversidad. El conjunto de soluciones elite es dirigido por el AG, mientras que la población evoluciona, PR intensifica la búsqueda para encontrar mejores soluciones.

El trabajo realizado por PR consiste en los siguientes pasos:

- Selección de solución inicial y guía. Generar y evaluar soluciones.
- Añadir o reemplazar.

La adaptación de PR con AGs se ha realizado considerando el algoritmo *Evolutionary Path Relinking* (EvPR) (Duarte et al. 2010), para algoritmos genéticos. Donde la generación del *conjunto inicial de soluciones* está dada por la población de soluciones. El *conjunto de soluciones elite* (SE) está compuesto por los mejores b individuos de la población. PR es aplicado a este conjunto, a medida que se obtienen mejores soluciones, según su función objetivo, son añadidas a la población. Así, PR añade intensidad y diversificación a la población del AG. Los mejores individuos encontradas son insertados, de tal forma que éstas nuevas soluciones van evolucionando por medio del algoritmo genético.

En el presente trabajo se han aplicado 4 métodos de mejora, considerando principalmente los atributos compartidos entre la solución inicial y guía. La distancia de *Hamming* se corresponde con los atributos no compartidos, en este caso, los alelos distintos. Los métodos son los siguientes:

- Método 1: Intercambio de 50 % de la distancia de *Hamming* y el 50 % restante aleatorio.
- Método 2: Intercambio parte del 50 % de la distancia de *Hamming*.
- Método 3: Intercambio parte de la distancia de *Hamming*.
- Método 4: Explorar la distancia de *Hamming* en margen superior e inferior.

Cada método propuesto toma dos soluciones del camino generado, cada una representada por un cromosoma. El método de mejora se aplica a la distancia de *Hamming* entre ambos cromosomas. El método 4, en particular, asigna un valor siguiente o precedente, dentro del conjunto de valores posibles para un alelo del cromosoma.

5. DISEÑO DE EXPERIMENTOS

En esta sección se explica la aplicación de cada algoritmo propuesto con el post-proceso PR. Para la aplicación de PR, la elección de las soluciones inicial y guía, tendrán un impacto diferente en la búsqueda. Una de las maneras de realizar esta elección es por medio de diferentes estrategias como:

- La solución guía e inicial son definidas como la mejor y la peor solución.
- La solución guía es elegida como la mejor solución del conjunto mientras que la solución inicial es la segunda mejor.
- La solución guía e inicial son elegidas aleatoriamente en el conjunto.
- El modo de aplicación del post-proceso PR, repercute en el número de evaluaciones a realizar por el algoritmo, añadiendo más cálculo computacional. Este puede ser aplicado de la siguiente manera:
 - En cada iteración del AG. Cada n iteraciones del AG.

5.1. Path Relinking y CHC

Para el algoritmo CHC, el post-proceso PR fue aplicado de la siguiente manera:

- Conjunto de soluciones: Población del CHC.
- Conjunto elite: 20 mejores individuos de la población CHC.
- Método de mejora: 4 tipos propuestos (método 1, método 2, método 3, método 4).
- Frecuencia: Cada $n = 5$ iteraciones.
- Solución Inicial: Mejor solución.
- Solución Guía: Aleatoria entre el conjunto elite.

El Algoritmo 4 describe el esquema de CHC y el post-proceso PR. El algoritmo es igual al CHC canónico, con la salvedad de que incluye en las líneas 18-20, el post-proceso PR, el cual se ejecuta cada cinco iteraciones.

Algoritmo 4 Esquema del Algoritmo CHC y PR

Entrada: PS: Tamaño de población
L: Longitud de cromosoma
D: Umbral diferencia
DR: Ratio de divergencia
M: Número de mejores individuos para reinicialización

Salida: C: Mejor individuo de la población

- 1: $t \leftarrow 0$
- 2: *Inicializar*($P(t), PS$)
- 3: *Evaluar*($P(t)$)
- 4: **Mientras** (*CondicionesdeTerminacion*() == false) **Hacer**
- 5: $t \leftarrow t + 1$
- 6: $C(t) \leftarrow \text{SeleccionParaReproduccion}(P(t-1))$
- 7: $C'(t) \leftarrow \text{RecombinacionHUX}(C(t))$
- 8: *Evaluar*($C'(t)$)
- 9: $P(t) \leftarrow \text{SeleccionElitista}(C'(t), P(t-1))$
- 10: **Si** (*HayCambios*($P(t), P(t-1)$) == false) **Entonces**
- 11: $D \leftarrow D - 1$
- 12: **Fin Si**
- 13: **Si** ($D \leq 0$) **Entonces**
- 14: *Reinicializar*($P(t), M$)
- 15: *Inicializar*(D, DR, L)
- 16: **Fin Si**
- 17: **Fin Mientras**
- 18: **Si** (*iteraciones mod n* == 5) **Entonces**
- 19: *Pathrelinking*(s, t)
- 20: **Fin Si**

5.2. Path Relinking y AG canónico

Para el AG canónico, el post-proceso PR fue aplicado de la siguiente manera:

- Conjunto de soluciones: Población del AG.
- Método de mejora: 4 tipos propuestos (método 1, método 2, método 3, método 4).
- Frecuencia: Cada $n = 5$ iteraciones del AG.
- Solución Inicial: Mejor solución.
- Solución Guía: Aleatoria entre el conjunto elite.

El Algoritmo 5 muestra el esquema del AG y el post-proceso PR. El algoritmo es igual al AG canónico, con la salvedad de que incluye en las línea 11-13, el post-proceso PR, el cual se ejecuta cada cinco iteraciones.

Algoritmo 5 Esquema del AG canónico y PR

Entrada: PS: Tamaño de población

Salida: C: Mejor individuo de la población

- 1: $t \leftarrow 0$
- 2: *Inicializar*($P(t), PS$)
- 3: *Evaluar*($P(t)$)
- 4: **Mientras** (*CondicionesdeTerminacion*() == false) **Hacer**
- 5: $t \leftarrow t + 1$
- 6: $C(t) \leftarrow \text{SeleccionParaReproduccion}(P(t-1))$
- 7: $C'(t) \leftarrow \text{OperadoresGeneticos}(C(t))$
- 8: *Evaluar*($C'(t)$)
- 9: $P(t) \leftarrow \text{Reemplazar}(P(t-1), C'(t))$
- 10: **Fin Mientras**
- 11: **Si** (*iteraciones mod n* == 5) **Entonces**

12: *Pathrelinking(s, t)*13: *Fin Si*

6. CASOS DE ESTUDIO Y RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados de los algoritmos propuestos, aplicados a dos problemas clásicos de optimización de redes de distribución de agua: la red de Alperovits y Shamir y la red de Nueva York. Para cada problema se explica el AG utilizado junto a los valores de λ en la función objetivo.

6.1. Red de Alperovits y Shamir

La red de Alperovits y Shamir, también conocida como red de 2 *loops*, cuenta con 7 nodos de consumo 8 líneas de tuberías de 1.000 m. cada una, y un embalse de 210 m. de altura, como se muestra en la Figura 3. La red requiere como presión mínima 30 mca. (metros columna de agua) en cada nodo. Los datos de la red están dados por la Tabla 2. La Tabla 1 muestra los datos de los diámetros y el costo por metro utilizado para las tuberías.

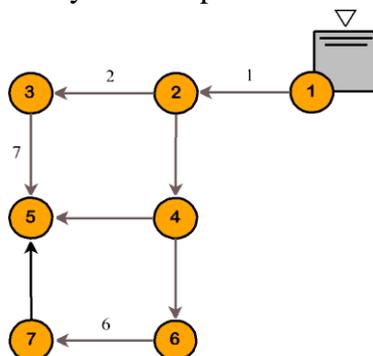


Figura 3: Red propuesta por Alperovits y Shamir (1977).

Para el cálculo de la pérdida de carga se utilizó la ecuación de Hazen Williams con coeficiente C de 130 y el factor de conversión w de 10,6744 cuyos valores son utilizados en la literatura. Se utilizó en la función de penalización, para el factor de penalidad λ , los valores:

$0,5$, 5 y $\frac{1}{N}$, los cuales fueron seleccionados en base a desarrollos experimentales siendo N el número de nodos de la red. Se realizaron 30 ejecuciones independientes de cada método de mejora propuesto para PR.

Tabla 1: Conjunto de diámetros utilizado para el diseño de la red de Alperovits y Shamir.

Nro.	Diámetro (mm.)	Costo (\$ ^(*))	Nro.	Diámetro (mm.)	Costo (\$)
1	25,4	2	8	304,8	50
2	50,8	5	9	355,6	60
3	76,2	8	10	406,4	90
4	101,6	11	11	457,2	130
5	152,4	16	12	508,0	170
6	203,2	23	13	558,8	300
7	254	32	14	609,6	550

Tabla 2: Datos de nodos para la red de Alperovits y Shamir

Nodo	Demanda ($\frac{m^3}{s}$)	Altura (m.)
1	-1.120	210
2	100	150
3	100	160
4	120	155
5	270	150
6	330	165
7	200	160

(*) Son dólares estadounidenses.

Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 3, 4 y 5. Cada tabla se organiza en

5 columnas principales, la primera columna muestra el método propuesto para PR, excepto el método 0, el cual es la ejecución del algoritmo en su forma canónica. La segunda columna muestra el mínimo costo del mejor resultado; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. La tercera columna muestra el tiempo, en segundos, para alcanzar el mejor resultado; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. La cuarta columna muestra el número de evaluaciones realizadas para alcanzar el mejor resultado; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. Por último, la quinta columna muestra el error promedio, en porcentaje, para CHC-PR y AG-PR, respecto al mejor valor conocido por cada método para la red de Alperovits y Shamir, siendo el mejor valor conocido \$ 419.000.

Tabla 3: Resultados para la Red de Alperovits y Shamir con CHC-PR y AG-PR con $\lambda = 0,5$ para 30 ejecuciones por cada método propuesto.

Método PR	Costo		Tiempo (s)		Evaluaciones		Error promedio(%)	
	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR
Método 0(*)	419.000	419.000	6	40	5.500	106.750	2,5 %	6,9 %
Método 1	419.000	419.000	5	33	5.584	104.988	3,0 %	4,6 %
Método 2	419.000	419.000	15	6	11.918	25.530	3,5 %	5,2 %
Método 3	419.000	419.000	9	21	7.894	65.696	3,2 %	5,6 %
Método 4	419.000	419.000	3	20	3.894	60.322	2,8 %	3,9 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

Tabla 4: Resultados para la Red de Alperovits y Shamir con CHC-PR y AG-PR con $\lambda = 5$, para 30 ejecuciones por cada método propuesto.

Método PR	Costo		Tiempo (s)		Evaluaciones		Error promedio(%)	
	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR
Método 0 (*)	419.000	420.000	30	90	21.750	115.000	3,6 %	6,8 %
Método 1	419.000	419.000	28	2	13.948	13.476	2,6 %	5,3 %
Método 2	419.000	419.000	4	4	3.566	19.614	3,8 %	5,0 %
Método 3	419.000	419.000	10	2	8.870	12.350	3,6 %	5,9 %
Método 4	419.000	419.000	10	4	6.352	15.694	3,6 %	3,7 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

Tabla 5: Resultados para la Red de Alperovits y Shamir con CHC-PR y AG-PR con $\lambda = \frac{1}{N}$, para 30 ejecuciones por cada método propuesto.

Método PR	Costo		Tiempo (s)		Evaluaciones		Error promedio(%)	
	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR
Método 0 (*)	419.000	419.000	8	20	7.500	61.250	2,6 %	6,0 %
Método 1	419.000	419.000	6	35	4.042	109.024	2,3 %	4,4 %
Método 2	419.000	419.000	10	11	8.168	38.512	2,4 %	5,7 %
Método 3	419.000	419.000	4	2	4.614	15.680	2,9 %	5,6 %
Método 4	419.000	419.000	5	30	3.822	96.422	1,7 %	4,2 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

La Tabla 4 muestra el mejor resultado, para el CHC-PR, respecto al número de evaluaciones con el método 2 con un costo de \$ 419.000, en 4 segundos, y 3.566 evaluaciones con el factor de penalidad $\lambda = 5$. En cuanto al AG-PR, para la misma tabla, se obtuvo un costo de \$ 419.000, en 2 segundos, y 12.350 evaluaciones con el método 3. La Tabla 5 muestra el mejor resultado para el CHC-PR, con un costo de \$ 419.000, en 5 segundos, 3.822 evaluaciones, con el método 4 y el factor de penalidad $\lambda = \frac{1}{N}$. En cuanto al porcentaje promedio de error respecto al valor óptimo conocido para CHC-PR, el método 4 posee el menor porcentaje, con el factor de penalidad $\frac{1}{N}$. En cuanto al AG-PR, el menor porcentaje de error promedio, respecto al óptimo conocido, se obtuvo con el método 4 en todas las tablas.

Los mejores resultados obtenidos por el CHC canónico, se muestran en la Tabla 3 con el factor de penalidad $\lambda = 0,5$, un costo de \$ 419.000, en 5 segundos y 5.500 evaluaciones. Mientras que el mejor resultado para el AG canónico, se muestra en la Tabla 5, con el factor

de penalidad $\lambda = \frac{1}{N}$, el cual obtiene un costo de \$ 419.000, en 20 segundos y 61.250 evaluaciones.

La Tabla 6 muestra el porcentaje de éxitos obtenidos, respecto al valor óptimo conocido para CHC-PR. La primera columna describe el método utilizado por PR, siendo el método 0 los porcentajes obtenidos con los algoritmos en su forma canónica. El mayor porcentaje de éxito se obtuvo con el método 4 y el factor de penalidad $\frac{1}{N}$. La Tabla 7, muestra los porcentajes de éxitos con AG-PR, los mayores porcentajes se obtuvieron con los métodos 3 y 4 y el factor de penalidad 0,5 y 5.

Tabla 6: Porcentaje de éxitos con CHC-PR, para la red de Alperovits y Shamir respecto al óptimo conocido.

Método PR	Factor de penalidad λ		
	0,5	5	$\frac{1}{N}$
Método 0 (*)	36,6 %	13,3 %	36,6 %
Método 1	40,0 %	33,3 %	40,0 %
Método 2	26,6 %	23,3 %	40,0 %
Método 3	33,3 %	20,0 %	33,3 %
Método 4	26,6 %	26,6 %	53,3 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

Tabla 7: Porcentaje de éxitos con AG-PR, para la red de Alperovits y Shamir respecto al óptimo conocido.

Método PR	Factor de penalidad λ		
	0,5	5	$\frac{1}{N}$
Método 0 (*)	6,6 %	0,0 %	6,6 %
Método 1	6,6 %	10,0 %	3,3 %
Método 2	10,0 %	6,6 %	3,3 %
Método 3	13,3 %	6,6 %	10,0 %
Método 4	6,6 %	13,3 %	3,3 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

La Figura 4, compara la evolución de los algoritmos tanto para CHC canónico con CHC- PR, Figura 4 a), como para el AG canónico con AG-PR, Figura 4 b). Cada Figura muestra una notable diferencia de la curva hacia la convergencia del valor óptimo a favor de los algoritmos con PR.

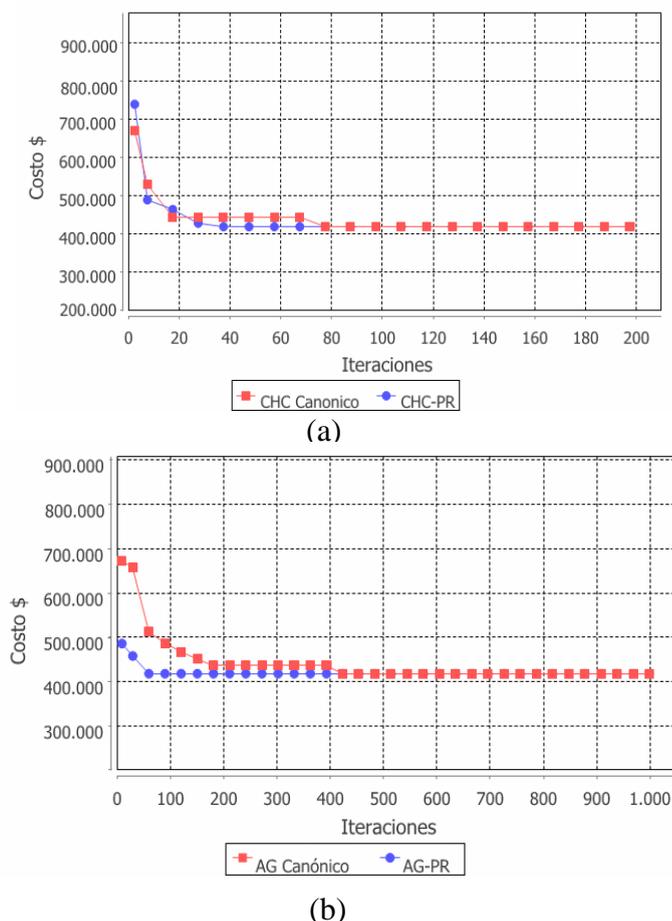


Figura 4: Curva de evolución, a) CHC canónico con CHC-PR y b) AG canónico con AG-PR.

6.2. Red de Nueva York

La red de Nueva York, cuenta con 20 nodos, 21 tuberías y un embalse de 91,44 m. como se muestra en la Figura 5. A diferencia de las redes analizadas anteriormente, el problema no es solo de diseño, sino también de ampliación, ya que la red cuenta con tuberías existentes y el objetivo es aumentar la presión del nodo 16 al 20, añadiendo tuberías paralelas. La Tabla 8 muestra los datos de consumo para cada nodo, las tuberías existentes y la presión requerida para la red de Nueva York. El conjunto de diámetros utilizado y el costo por metro se muestra en la Tabla 9.

Tabla 8: Datos de consumo para cada nodo, presión requerida y longitud de tuberías con diámetros existentes para la red de Nueva York.

Nodo	Demanda ($\frac{m^3}{s}$)	Presión requerida	Tubería	Longitud (m.)	Diámetro existente (m.)
1	-57,14	91,4	1	3.536	4,57
2	2,62	77,7	2	6.035	4,57
3	2,62	77,7	3	2.225	4,57
4	2,50	77,7	4	2.530	4,57
5	2,50	77,7	5	2.621	4,57
6	2,50	77,7	6	5.822	4,57
7	2,50	77,7	7	2.926	3,35
8	2,50	77,7	8	3.810	3,35
9	4,81	77,7	9	2.926	4,57
10	0,03	77,7	10	3.414	5,18
11	4,81	77,7	11	4.420	5,18
12	3,32	77,7	12	3.719	5,18
13	3,32	77,7	13	7.346	5,18
14	2,62	77,7	14	6.431	5,18
15	2,62	77,7	15	4.724	5,18
16	4,81	79,2	16	8.047	1,83
17	1,63	83,1	17	9.510	1,83
18	3,32	77,7	18	7.315	1,52
19	3,32	77,7	19	4.389	1,52
20	4,81	77,7	20	11.704	1,52
			21	8.047	1,83

Tabla 9: Conjunto de diámetros utilizado para el diseño de la red de Nueva York.

Nro.	Diámetro (\$/pie)	Costo (\$/pie) (plg.)	Nro.	Diámetro (\$/pie)	Costo (\$/pie) (plg.)
1	0	0,0	9	120	417,0
2	36	93,5	10	132	469,0
3	48	134,0	11	144	522,0
4	60	176,0	12	156	577,0
5	72	221,0	13	168	632,0
6	84	267,0	14	180	689,0
7	96	316,0	15	192	746,0
8	108	365,0	16	204	804,0

Para el cálculo de la pérdida de carga se utilizó la ecuación de Hazen Williams con coeficiente C de 100 y el factor de conversión w de 10,6744 definidos en la literatura. Se utilizó, para el coeficiente de penalidad λ , los valores: 0,5, y 1, aplicado a 30 ejecuciones para cada método de mejora propuesto para PR.

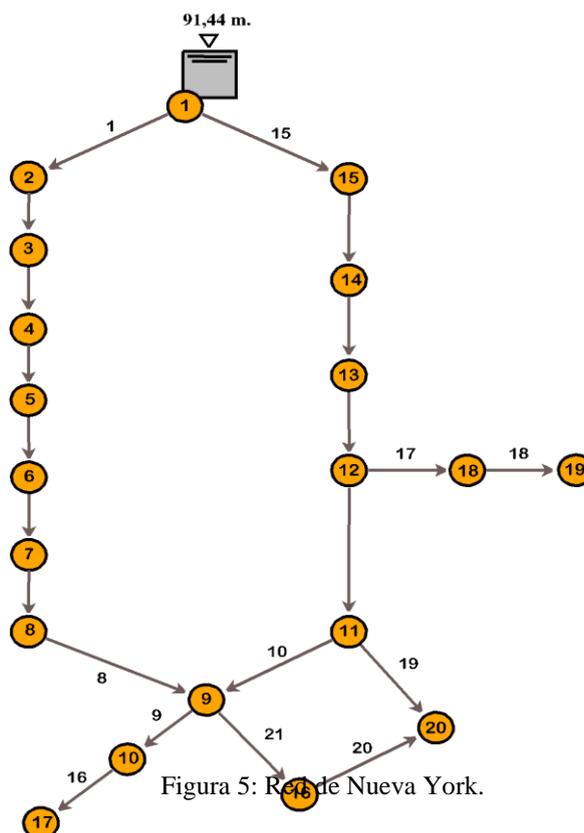


Figura 5: Red de Nueva York.

Los resultados obtenidos se muestran en las Tablas 10 y 11. Cada tabla se organiza en 5 columnas principales, la primera columna muestra el método propuesto para PR, excepto el método 0, el cual es la ejecución del algoritmo en su forma canónica. La segunda columna muestra el mínimo costo del mejor resultado para las 30 ejecuciones; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. La tercera columna muestra el tiempo, en segundos; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. La cuarta columna muestra el número de evaluaciones realizadas; en dos subcolumnas, para CHC-PR y AG-PR. Por último, la quinta columna muestra el error promedio, en porcentaje, para CHC-PR y AG-PR, respecto al mejor valor conocido por cada método para la red de Nueva York, siendo el mejor valor conocido \$ 38.637.600.

Tabla 10: Resultados Red de Nueva York con CHC-PR y AG-PR, con $\lambda = 0,5$, para 30 ejecuciones por cada método propuesto.

Método PR	Costo		Tiempo (s)		Evaluaciones		Error promedio(%)	
	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR
Método 0 ^(*)	38.637.600	40.614.447	374	2.299	27.250	250.000	0,20 %	32,8 %
Método 1	38.637.600	38.796.300	293	1.822	15.454	205.108	0,15 %	14,7 %
Método 2	38.637.600	40.634.700	394	3.564	26.718	266.332	0,25 %	24,9 %
Método 3	38.637.600	40.268.237	326	2.616	15.926	197.174	0,08 %	24,6 %
Método 4	38.637.600	38.637.600	586	1.695	21.742	143.494	0,10 %	9,5 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

Tabla 11: Resultados Red de Nueva York con CHC-PR y AG-PR, con $\lambda = 1$, para 30 ejecuciones por cada método propuesto.

Método PR	Costo		Tiempo (s)		Evaluaciones		Error promedio(%)	
	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR	CHC-PR	AG-PR
Método 0 (*)	38.637.600	42.964.641	372	1.595	22.250	179.250	0,34 %	36,7 %
Método 1	38.637.600	39.307.352	354	2.348	15.614	188.210	0,30 %	13,4 %
Método 2	38.637.600	41.788.300	453	3.319	25.492	248.134	0,41 %	31,9 %
Método 3	38.637.600	40.001.600	332	3.044	20.692	236.356	0,28 %	24,9 %
Método 4	38.637.600	39.062.400	286	1.823	13.196	210.558	0,23 %	12,7 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

La Tabla 10 muestra el mejor resultado para CHC-PR, en cuanto a número de evaluaciones y tiempo con el método 1 con un costo de \$ 38.637.600, en 293 segundos y 15.454 evaluaciones. Respecto al AG-PR, la mejor solución tiene un costo de 38.637.600, en 1.695 segundos y 143.494 evaluaciones, con el método 4 y el factor de penalidad $\lambda = 0,5$. La Tabla 11, muestra el mejor resultado con el método de mejora 4 y el factor de penalidad $\lambda = 1$, para el algoritmo CHC-PR, con un costo de \$ 38.637.600, en 286 segundos y 13.196 evaluaciones.

En cuanto al porcentaje promedio de error, respecto al mejor valor conocido, los menores valores se obtuvieron con el algoritmo CHC-PR con los métodos 3 y 4, mostrado en la Tabla 10. Respecto al AG-PR, el menor porcentaje de error promedio, respecto al mejor valor conocido, se obtuvo con el método 4, mostrado en la Tabla 10 y la 11.

Respecto al AG canónico, el mejor resultado se muestra en la Tabla 10, con un costo de \$ 40.614.447, en 2.299 segundos y 250.000 evaluaciones, con el factor de penalidad λ de 0,5, aunque no alcanzo el mejor valor conocido. Mientras que el CHC canónico obtuvo un costo de \$ 38.637.600, en 372 segundos y 22.250 evaluaciones, mostrado en la Tabla 11.

La Tabla 12 muestra el porcentaje de éxitos obtenidos, respecto al valor óptimo conocido para CHC-PR. La primer columna describe el método utilizado por PR, siendo el método 0 los porcentajes obtenidos con los algoritmos en su forma canónica. El mayor porcentaje de éxito se obtuvo con el método 4 y el factor de penalidad 0,5. La Tabla 13, muestra los porcentajes de éxitos con AG-PR, solo el método 4 con el factor de penalidad 0,5 alcanzaron el valor óptimo para la red de Nueva York.

Tabla 12: Porcentaje de éxitos con CHC-PR, para la red de Nueva York respecto al óptimo conocido.

Método PR	Factor de penalidad λ	
	0,5	1
Método 0 (*)	66,6 %	63,3 %
Método 1	80,0 %	63,3 %
Método 2	63,3 %	56,6 %
Método 3	83,3 %	63,3 %
Método 4	83,3 %	70,0 %

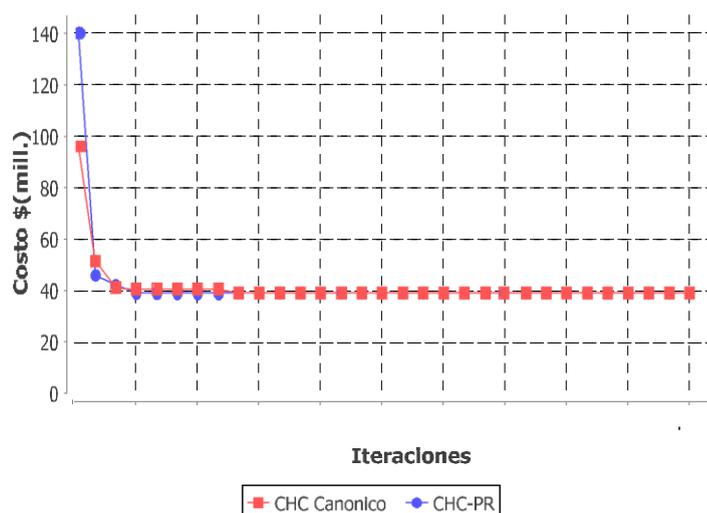
(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

Tabla 13: Porcentaje de éxitos con AG-PR, para la red de Nueva York respecto al óptimo conocido.

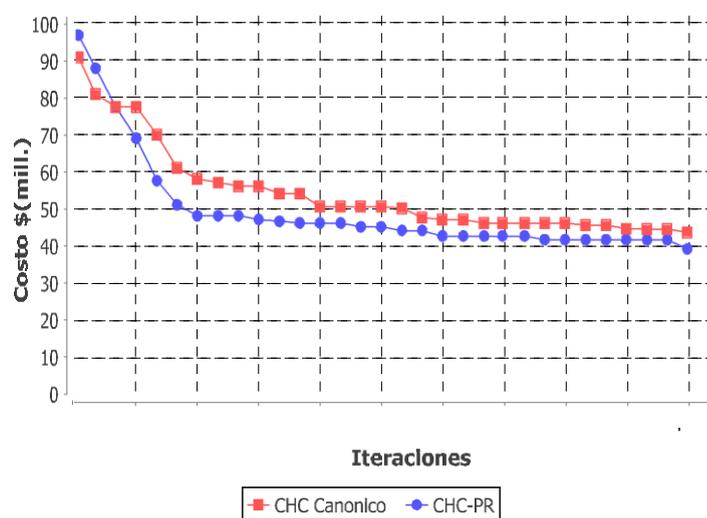
Método PR	Factor de penalidad λ	
	0,5	1
Método 0 (*)	0,0 %	0,0 %
Método 1	0,0 %	0,0 %
Método 2	0,0 %	0,0 %
Método 3	0,0 %	0,0 %
Método 4	6,6 %	0,0 %

(*)Resultados con Algoritmos sin PR.

La Figura 6, compara la evolución de los algoritmos CHC canónico con CHC-PR y AG canónico con AG-PR. En la Figura 6 a) podemos observar una leve diferencia de la curva hacia la convergencia del valor óptimo a favor del CHC-PR. En la Figura 6 b), podemos observar que la curva tiene una diferencia mayor a favor del AG-PR.



(a)



(b)

Figura 6: Curva de evolución, a) CHC canónico con CHC-PR y b) AG canónico con AG-PR.

7. CONCLUSIÓN

Actualmente las redes de distribución de agua pertenecen a una parte fundamental en la infraestructura urbana de ciudades, pueblos o áreas rurales. En este trabajo se ha analizado y resuelto el diseño óptimo de dos redes de distribución de agua denominadas clásicas tales como la red de Alperovits y Shamir, y la red de Nueva York.

Los algoritmos genéticos utilizados fueron el AG canónico, AG-PR (con 4 métodos de mejora), el CHC canónico, el CHC-PR (con 4 métodos de mejora). Tanto CHC-PR como el AG-PR obtuvieron muy buenos resultados. La utilización del post-proceso PR fué llevada a cabo satisfactoriamente con la utilización de los cuatro métodos de mejora propuestos. Siendo el método 4, el cual explora la distancia de *Hamming* con valores siguientes o precedentes para cada alelo, quien obtuvo los mejores resultados en cuanto a mayores éxitos en ambas redes, con 53 % de éxito para la red de Alperovits y Shamir y con un 83 % de éxito para la red de Nueva York. El menor error promedio respecto al mejor valor conocido, para la red de Alperovits y Shamir, se obtuvo con el método 4 y el método 1 para CHC-PR. Para el AG-PR el menor error promedio se obtuvo con el método 4 en las demás Tablas. Para la red de

Nueva York, los mejores resultados se obtuvieron con el método 1 y el método 4, tanto para CHC-PR como para el AG-PR. Mientras que el menor error promedio respecto al mejor valor óptimo conocido se obtuvo con el método 4 y 3.

Respecto a los algoritmos genéticos canónicos, tuvieron un buen desempeño. Existe una leve diferencia en cuanto a las mejores ejecuciones y el menor error promedio a favor de CHC- PR y AG-PR para estos problemas. En general CHC-PR, con los métodos de mejora 4 y 1 llegaron al mejor valor conocido en la mayoría de las ejecuciones. Mientras que el AG-PR obtuvo resultados muy satisfactorios con el método de mejora 4. Sin embargo, para la red de Nueva York solo llegó al mejor valor conocido con el factor de penalidad 0,5.

El uso del factor de penalidad λ tuvo los siguientes efectos en la población de individuos de los algoritmos utilizados: si es muy grande, mejores individuos candidatos a ser una buena solución pueden ser desechados rápidamente. Por otro lado, si la penalidad utilizada es demasiado pequeña la población de individuos no puede evolucionar, ya que las malas soluciones son aceptadas nuevamente y no son desechadas. Por ello el uso adecuado de los factores de penalidad provoca que la población evolucione favorablemente hacia buenas soluciones. Los resultados obtenidos permitieron analizar el desempeño de ambos algoritmos por cada método de mejora propuesto y por cada factor de penalidad propuesto en la función objetivo. Como trabajo a futuro, se puede establecer un problema real a resolver, como es el caso de una red de distribución de agua urbana de una ciudad concreta.

8. AGRADECIMIENTOS

Se agradece a todo el equipo del Laboratorio de Tecnologías Emergentes (LabTEm) y a la Universidad Nacional de la Patagonia Austral, por la colaboración y por todo el aporte recibido en el desarrollo de este trabajo, el cual, fue realizado en el marco del proyecto: PDTS-UNPA 29/B188 – PDTS MINCYT (Res. 011/16) – PCTI-156. “Diseño y operación óptima de la red de distribución de agua potable en Caleta Olivia”.

REFERENCIAS

- AGHDAM K.M. MIRZAEI I. , POURMAHMOOD N. AGHABABA M.P. 2014. *Design of water distribution networks using accelerated momentum particle swarm optimisation technique*. Journal of Experimental Theoretical Artificial Intelligence, 26:459-475. <https://doi.org/10.1080/0952813X.2013.863227>
- ALPEROVITS E. Y SHAMIR U. 1977. *Design of Optimal Water Distribution Systems*. Water Resources Research. Vol. 13 No. 6: 885-900. <https://doi.org/10.1029/WR013i006p00885>
- BOLIVAR Y. E. 2009. *Un Modelo de rendimientos de algoritmos evolutivos aplicados a la selección de la solución deseada*. Granada. Universidad de Granada, España, 218 pp.
- CUNHA M. C. AND SOUSA J. 1999 . *Water Distribution Network Design Optimization: Simulated Annealing Approach*. Journal of Water Resources Planning and Management. ASCE, 125:215221. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:4\(215\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:4(215))
- CUNHA M.C. AND RIBEIRO L. 2004 . *Tabu search algorithms for water network optimization*. European Journal of Operational Research 157:746758.
- DUARTE A., MARTI R. ,GORTAZAR F. 2010. *Path Relinking for Large Scale Global Optimization*. Universidad Rey Juan Carlos, Universidad de Valencia. España.



- EL-BAHRAWY A., SMITH A. 1985. *Application of MINUS to Water Collection and Distribution Network*. Civil Engineering Systems, Vol. 2:38-49. <https://doi.org/10.1080/02630258508970379>
- ESHELMAN L.J. 1991. *The CHC adaptive search algorithm: How to have safe search when engaging in nontraditional genetic recombination*. Foundations of Genetic Algorithms I:265283. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-050684-5.50020-3>
- GLOVER F. 1986. *Future paths for integer programming and links to artificial intelligence*. Computers and Operation Research, 13(5):533549. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(86\)90048-1](https://doi.org/10.1016/0305-0548(86)90048-1)
- GLOVER F. 1998. *Template for Scatter Search and Path Relinking*. School of Business, University of Colorado. EEUU.
- GLOVER F. 1995. *Tabu Search Fundamentals and Uses*. University of Colorado. Boulder, Colorado, USA. 85 pp.
- GOLDBERG D. E., KORB B., AND K. DEB 1989. *Messy genetic algorithms: Motivation, analysis and first results*. Complex Systems 3:493530.
- HOLLAND J. H. 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, MI.
- HOLLAND J. H. 1962. *Outline for a logical theory of adaptive systems*. Journal of the ACM 3:297314. <https://doi.org/10.1145/321127.321128>
- KESSLER A. AND SHAMIR U. 1991. *Decomposition technique for optimal design of water supply network*. Engineering Optimization, Vol 17:1-19. <https://doi.org/10.1080/03052159108941059>
- KENNEDY J. Y EBERHART R. 1995. *Particle swarm optimization*. Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia:1942-1948. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>
- KIRKPATRICK S., GELATT C.D., VECCHI M.P. 1983. *Optimization by Simulated Annealing*. Science. Vol 220:671-680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>
- KUMAR D. N., RAO M. R., Y BANDYOPADHYAY M. 1998. *Optimal Design of Water Distribution Systems Using Linear Programming Gradient (LPG) Method*. Indian Water Work Association:79-85.
- MOLINA D., PANDOLFI D., VILLAGRA A. Y LEGUIZAMÓN G. 2014. *Algorithms on Radio Network Design for Wireless Communication*. Computer Science Technology Series. XX Congreso Argentino de Ciencias de la Computación. Topics XV Intelligent Agents and Systems Workshop. ISBN 978-987-1985-71-5:27-37.
- MONBALIU J., JO J.H., FRAISSE C.W. AND VADAS R.G. 1990. *Computer aided design of pipe networks*. Water resources systems application. Simonovic S.P., Goulter I.C., Lence B.J. (eds). Friesen Printers. Winnipeg.
- MURTAGH B.A., SAUNDERS M.A. 1987. *MINOS 5.1 User's Guide*. Systems Optimization Laboratory. Department of Management Science and Engineering. Stanford University. California. USA.
- MURPHY L.J. AND SIMPSON A.R. 1992 *Pipe network optimization using genetic algorithms*. Research Report No. R93. Department of Civil Engineering, University of Adelaide, Australia.
- SAVIC D.A. Y WALTERS G.A. 1997. *Genetic Algorithms for Least Cost Design of water Distribution Systems*. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol 123, No.2:67-77. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1997\)123:2\(67\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1997)123:2(67))
- TALBI E. 2009. *Metaheuristics. From design to implementation*. University of Lille, CNRS INRIA. 205-206 pp.

- XIAOJUN Z., GAO D.Y. AND SIMPSON A. R. 2014 . *Optimal Design of Water Distribution Networks by Discrete State Transition Algorithm*. Engineering Optimization Volume 48, Issue 4:603-628.
- YATES D., TEMPLEMEN A., BOFFEY T. 1984. *The computational complexity of the problem of determining least capital cost designs for water supply networks*. Eng. Optim. 7 (2) 142-155. <https://doi.org/10.1080/03052158408960635>