

Las estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos

M.Sc Yuleidis Pérez Gómez

M.Sc Carlos Beltrán Pazo

RESUMEN

Las estrategias para resolver problemas resultan un tema que no por muy tratado, deja de ser interesante. El presente trabajo tiene por objetivo analizar las tendencias existentes de una manera crítica y proponer un modelo alternativo para tratar este tópico a partir de considerar necesarios dos elementos claves en el mismo: el uso de las estrategias heurísticas y los elementos afectivos, volitivos, de creencias y de autorregulación del proceso.

Palabras Clave: Resolución de Problemas, Enseñanza Preuniversitaria

ABSTRACT

This work has for objective to analyze the existent tendencies in a critical way and to propose an alternative model to treat this topic starting from considering necessary two key elements in the same one: the use of the heuristic strategies and the affective, volitional elements, of beliefs and of self-regulation of the process.

Keywords: Problems Solution, Senior High School Education

Modelo de actuación al resolver problemas

El trabajo de Alan Schoenfeld (1983), juega un papel determinante en la implantación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de la Matemática. Schoenfeld fundamentó su propuesta en lo que denomina la adopción de un “micro cosmos matemático” en el proceso docente. Esto es, propiciar en el aula condiciones similares a las condiciones que los matemáticos (Profesionales de las ciencias matemáticas) experimentan en el proceso del desarrollo de las matemáticas. La actividad de resolver problemas es de suma importancia en el proceso de aprendizaje de esta disciplina.

Esta propuesta de enseñar la referida materia a través del método de resolver problemas ha sido aplicada universalmente por diferentes escuelas. Es decir, motivar a los estudiantes para que en la clase desarrollen matemáticas de manera similar que los matemáticos.

La experiencia muestra que se observan diferencias significativas en la selección y uso de procedimientos para resolver problemas entre expertos y estudiantes.

Muchos docentes presentan a los estudiantes un contenido acabado, pulido y formalizado. Se espera que los estudiantes usen ese contenido para encontrar la solución del problema. Además, después que el contenido ha sido impartido, se asume que los estudiantes están en condiciones para resolver diversos problemas. Sin embargo, el resultado es que muchos no emprenden ese camino ya que desde el inicio experimentan dificultades en el uso del contenido estudiado.

Generalmente se han asumido en la escuela cubana, en el proceso de solución de problemas, algunos componentes que lo caracterizan. Estos son:

- El entendimiento del problema.
- El diseño del plan.
- El proceso de llevar a cabo el plan.
- El análisis retrospectivo del proceso empleado para resolver el problema.
- Plausibilidad de la solución o soluciones.

Considerando estos presupuestos teóricos, se enfoca la investigación hacia la siguiente pregunta: ¿Qué estrategia didáctica es necesaria para que los estudiantes puedan en realidad usar los procedimientos que considerados importantes?

A los efectos de este trabajo, se considera el término “estrategia” en el sentido de Bruner, quien piensa que esta hace referencia a un patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos, es decir, para asegurarse que se den ciertos resultados y no se produzcan otros. Ha de considerarse además, que las estrategias pueden ser más o menos reflexivas, conduciendo a los alumnos a soluciones correctas o no.

Del mismo modo, por problema es posible tomar, a los efectos de esta propuesta, el elaborado por Campistrous y Rizo (2002), autores del libro “Aprende a resolver problemas aritméticos”, en el cual se considera que es **toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla**. Se añade como condición que **la vía de solución tiene que ser desconocida y que la persona quiere realmente realizar la transformación**. (Campistrous, 2002, p. 32) Es evidente que estas condiciones son necesarias y suficientes para que el individuo esté frente a un problema.

Didácticamente hablando, estas condiciones tienen su implicación en los aspectos relativos a la motivación de los alumnos para realizar la actividad de resolver problemas escolares, y estos pueden ser verdaderamente problemas para ellos en la medida de la experiencia previa que posean ante la situación que se les está planteando, y el interés que tengan en resolverlo, pues lo que puede ser un problema para uno, puede no serlo para otro.

El conocimiento de estas estrategias y la inferencia de los modos por los cuales los alumnos llegan a incorporarlas, puede servir a los educadores para influir en la formación de algunas estrategias reflexivas elementales, que sin tener la profundidad y belleza de las aisladas por Polya, estén más cerca de las que intuitivamente elaboran los alumnos y que pueden ser asimiladas por ellos más fácilmente, permitiéndoles asegurar el éxito en la solución de problemas en la mayoría de las situaciones. Permite, además, trabajar en la eliminación de aquellas conductas irreflexivas sobre la base de un mayor conocimiento de cómo estas se manifiestan. En este trabajo se están, además, aislando algunas creencias que tienen los alumnos y los maestros acerca de la solución de problemas y que resultan muy interesantes, e importantes, por las barreras que pueden representar en el aprendizaje y en la enseñanza de la solución de problemas.

Algunas de estas creencias que se han aislado en los alumnos son las siguientes:

1. No se puede resolver un problema si no se ha visto antes otro parecido.
2. Siempre se busca la manera de dar un resultado (en los tests había situaciones que no eran problemas pues carecían de pregunta, pero de todos modos calculaban y daban una respuesta).
3. Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones.
4. Los problemas son siempre acerca de los últimos contenidos recibidos (en el sexto grado se estudia el tanto por ciento y se utilizan estos procedimientos en situaciones que no tenían nada que ver con lo estudiado).

Justamente la experiencia profesional de un grupo de profesores del ISP de Guantánamo, en el cual se incluyen los autores, señala entre las tantas tendencias existentes en el proceso de solución de problemas, dos de ellas, prevaleciendo una sobre otra:

1. La tendencia a “enseñar” a resolver problemas a partir de las estrategias que asumen posiciones cognitivas (se refieren casi exclusivamente a la existencia y disponibilidad de los recursos para resolver problemas, al margen de

considerar los demás procesos psíquicos que se desarrollan en el individuo al enfrentarse a estos.

2. La tendencia a “enseñar” estrategias de resolución de problemas, teniendo en cuenta algunos elementos como: lugar en el programa, complejidad del problema, etc.

Los autores, consideran que aislar una cuestión de la otra lastra el desempeño de los individuos implicados en el proceso, por lo que se propone y explica el siguiente modelo para estos efectos.

Como bien plantean Campistrous y Rizo (2002), las expresiones relacionadas con la enseñanza por problemas pueden representar varias cosas diferentes, que en la práctica se entremezclan y no siempre hay claridad de que se está utilizando. Por esa razón a continuación se esclarece en qué sentido se están utilizando esos términos que actualmente se mueven como las tendencias más importantes en la llamada **enseñanza por problemas:**

Enseñanza problémica que consiste en problematizar el contenido de enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la resolución de un problema en el curso de la cuál se elaboran los conceptos, algoritmos o procedimientos requeridos. Está muy elaborada desde el punto de vista didáctico y tiene un cuerpo categorial muy estructurado. En esta forma de enseñanza poco se deja a la improvisación, Se supone la forma en que debe proceder el alumno y es como si el hilo conductor del pensamiento del maestro determinara la actividad del alumno.

Enseñanza por problemas que consiste en el planteamiento de problemas complejos en el curso de cuya solución se requieren conceptos y procedimientos matemáticos que deben ser elaborados. Este procedimiento se asemeja a la enseñanza por proyectos y resulta complejo de realizar, en la mayor parte de las veces los problemas se limitan a una función motivacional y a aportar un contexto en el que adquieren sentido los conceptos y procedimientos matemáticos que se pretende estudiar.

La enseñanza basada en problemas que consiste en el planteo y resolución de problemas en cuya resolución se produce el aprendizaje. En este caso no se trata de problematizar el objeto de enseñanza ni de plantear problemas complejos que requieran de nuevos conocimientos matemáticos, más bien se trata de resolver problemas matemáticos relacionados con el objeto de enseñanza, sin confundirse con

él, y que van conformando hitos en el nuevo aprendizaje. Este tipo de enseñanza no está didácticamente estructurado, no se dispone de categorías y formas de acción previstas y queda mucho a la creatividad del docente y a la independencia y capacidad de los alumnos. En este caso es una tarea de la didáctica la conformación de una teoría y procedimientos generales que apoyen la labor del maestro y contribuyan a la generalización de este método en aquellos casos en que es posible utilizarlo.

La enseñanza de la resolución de problemas es otra de las formas que adopta el Problem solving en los EEUU, que debe ser bien diferenciada de las anteriores, y que se ha difundido mucho mediante los textos que enuncian y practican "estrategias" para resolver problemas y después plantean problemas para aplicarlas. Esta nueva forma es otra tarea urgente, independiente de las anteriores y que, en rigor, debe precederlas. Incluso se han elaborado textos sobre "estrategias" con este enfoque, que a veces resulta bien alejado del espíritu de lo que Polya preconizaba, aunque supuestamente se basan en él.

Este enfoque es el que se asume, además de los trabajos pioneros de Polya, en los trabajos de Schönfeld, que lo ha desarrollado mucho.

El modelo que se propone parte de considerar precisamente las ideas de Schönfeld como estructura general de la estrategia para resolver problemas y particularizado en las técnicas de Campistrous y Rizo para su ejecución.

En el caso de Schönfeld, su aporte más significativo es que a partir de reconocer las ideas de Polya, las desarrolla y considera cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

- **Dominio del conocimiento o recursos:** Representan un inventario de lo que un individuo sabe y de las formas que adquiere ese conocimiento. Aquí incluye, entre otras cosas, los conocimientos informales e intuitivos de la disciplina en cuestión, hechos y definiciones, los procedimientos rutinarios, y otros recursos útiles para la solución.
- **Los métodos heurísticos:** En esta dimensión se ubican las estrategias generales que pueden ser útiles en la resolución de un problema.
- **Las estrategias metacognitivas** o el monitoreo o autoevaluación del proceso utilizado al resolver un problema.

• **El sistema de creencias** en la cual se ubica la concepción que tenga el individuo acerca de las matemáticas. Según Schönfeld, las creencias establecen el contexto dentro del cual funcionan las restantes tres dimensiones.

Otras figuras importantes dentro de esta tendencia de enseñar a resolver problemas es la de Miguel de Guzmán, presidente del ICMI y en Cuba se puede mencionar, entre otros, a Alberto Labarrere y a los autores Campistrous y Rizo, que han complementado el concepto de estrategia con la noción de **técnicas**, elaborado algunas para el nivel inicial y trabajado en la precisión de un procedimiento generalizado de resolución de problemas. Dentro de este último enfoque es que se concibe este trabajo.

(Ver estructura del modelo en anexo)

Ahora es conveniente detenerse en la interiorización del modelo y sus posibilidades de aplicación.

Se parte de que al enfrentarse a un problema, bajo la conceptualización ya prefijada en este trabajo, la labor del profesor debe estar encaminada a tomar en consideración las llamadas dimensiones de A. Schoenfeld. Si discurre que se está enfrente de un problema, si el individuo siente necesidad de enfrentarlo, si él quiere resolverlo o no, entonces es necesario operar con el sistema de creencias de los estudiantes, hacerlos a ellos conscientes del mismo y enseñarlos a operar con él.

Muchas son las creencias que puede poseer el estudiante, en todos los órdenes; positivo y negativo, acerca de la Matemática, acerca de sus posibilidades de enfrentar el problema, acerca del caudal de conocimientos que posee para resolverlo de manera exitosa, etc., sólo se hace referencia a algunas otras, además de las expuestas con anterioridad:

- Nunca he resuelto un problema parecido a este, por tanto este no lo podré resolver.
- No entiendo las palabras escritas en el texto del problema o en el ejercicio, por tanto me será muy difícil resolver este problema.
- La Matemática nunca ha sido mi fuerte, esto es para alumnos inteligentes.
- Este contenido no me sirve para aplicarlo a otras situaciones de mi vida cotidiana, entonces no tiene sentido.
- Siempre que me den partes de algo, al sumarlas puedo obtener el todo.

Una dimensión en la que se trabaja más arduamente en el “enfrentamiento” de los estudiantes con los problemas, es en el aseguramiento de las condiciones previas para esta tarea, sin embargo ¿esto es lo que se hace en las clases de solución de problemas? A consideración de los autores, esta cuestión no se ha resuelto a cabalidad.

Al referirse al dominio de los conocimientos, se hace referencia a dos elementos esenciales:

1. El alumno posee de esos conocimientos.
2. El alumno los tiene disponible para aplicarlos a las situaciones planteadas.

El dominio de los conocimientos no es más que el inventario de todos los conceptos, teoremas, procedimientos, etc. que posee el estudiante y su disponibilidad y posibilidades reales de aplicación a situaciones nuevas. Ambas cuestiones deben ser aseguradas por el profesor, pero más que eso, es su tarea el proceso de aseguramiento de las posibilidades del estudiante del “descubrimiento” de los mismos según sean sus necesidades.

En cuanto a los métodos heurísticos, mucho se ha abordado en la literatura consultada, se propone el asumido y desarrollado por los autores Campistrous y Rizo, que parte de considerar un grupo de técnicas para el trabajo y que se describe más adelante, a partir de los momentos de la actividad.

Por regla general, se ha considerado en el proceso de solución de problemas como una de sus etapas la de la vista perspectiva y retrospectiva del proceso, pero del proceso de solución del problema al aplicar las estrategias heurísticas. En este paso, el estudiante con ayuda o no del profesor realiza la evaluación de la solución en el texto del problema, hace valoraciones acerca de la estrategia empleada, etc., sin embargo no se concibe como un paso generalizador de control de todo el proceso. Se debe partir de considerar dos cuestiones claves, que en cierto modo diferencian nuestra estrategia de otras:

1. No es muy conveniente asumir al proceso de solución de problemas sólo a partir del empleo de estrategias cognitivas: Tengo un problema, lo leo, busco la vía de solución, la aplico y hago valoraciones acerca del resultado y del proceso de búsqueda de este resultado. Hay que considerar que esto es atención a lo cognitivo, en detrimento de lo afectivo y otros procesos volitivos que se suceden en el individuo al resolver problemas.

2. El proceso de solución de problemas, a partir del modelo que se propone, considera tres dimensiones más: las creencias, los conocimientos, la metacognición como proceso regulativo y autoregulativo del proceso, es decir, se fusiona lo cognitivo con lo afectivo al resolver problemas.

Es decir, de acuerdo a lo planteado anteriormente, que es eje conductor en el proceso de solución de problemas matemáticos la metacognición en la conceptualización hecha anteriormente. Es el proceso que se desarrolla a lo largo no sólo del proceso de verificación de la solución y el proceso cognitivo para lograrlo, sino de todo el proceso que se sucede en el individuo desde el primer momento que se enfrenta a la intención del maestro de proponerle un problema y que transcurre hasta el final.

Este es el elemento unificador o canal conductor de todo el proceso. Trabajar con él no es tarea fácil ni para el docente ni para el alumno, es una habilidad más a desarrollar por ambos.

Es necesario detenerse por último, en el proceso cognitivo de solución de problemas. Como se manifestó anteriormente, se asume el modelo de los autores Campistrous y Rizo (2002). Se parte de los componentes de la actividad: Orientación, Ejecución y Control, apoyado en técnicas que se describe más adelante. En este sentido, se propone que el profesor, en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje propicie que la actividad matemática del alumno se caracterice por:

- Resolver el problema como motivo de la actividad y que constituya un medio de socialización, tanto en la relación de los alumnos con el medio que le rodea, como con otros alumnos, en la búsqueda de vías de solución.
- Reconocer los métodos y procedimientos como las acciones y operaciones de la actividad de resolución de problemas.
- Construir modos de actuación que se estimulen, no sólo por lo cognitivo, también por su sistema de valores, actitudes y sentimientos, disposición y gusto por la actividad que realiza.
- Tener claridad de objetivos que se expresa en que el conocimiento matemático adquiera significación y objetividad, en tanto puede ser usado en la resolución de problemas.

Sin embargo debe considerarse que el carácter procesal y estructural de la actividad matemática se expresa, no en un conjunto de acciones o pasos, sino en un proceso que tiene como resultado poder resolver un determinado problema.

Muchos son los modelos para la resolución de problemas que se recogen en la literatura científica, sin embargo aún es una realidad latente que los estudiantes presentan serias limitaciones en el momento de enfrentarse a estos. Ha de considerarse en cada caso no sólo las estrategias cognitivas que desarrolla el estudiante con ayuda del profesor, pero no se puede no considerar en este proceso dos elementos claves en el mismo: el uso de las estrategias heurísticas y los elementos afectivos, volitivos, de creencias y de autorregulación del proceso.

BIBLIOGRAFÍA

1. Cáceres, A. Reentrenamiento de maestros en la resolución de problemas. En: Memorias de la IV Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigadores de Matemática Educativa. Acapulco, Universidad Autónoma de Guerrero, 1990. pp 217-222.
2. Campistrous Pérez Luís. Aprender a resolver problemas aritméticos. La Habana, Pueblo y Educación. 1996. 46p.
3. Chi, M. Capacidad de resolución de problemas. En: Stenberg R. Las capacidades humanas. Un enfoque desde el procesamiento de la información. Barcelona, Labor. 1986. pp 294-315.
4. Didáctica, teórica y práctica. [Por] Fatima Addine [y otros]. La Habana, Pueblo y Educación. 2002. 320p.
5. Didáctica y optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje. [Por]. Fátima Addine Fernández. [y otros]. La Habana, Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño (IPLAC). (Material en soporte electrónico), 1999.
6. Ferrer, Maribel. La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana. Tesis de Doctorado. ISP "Frank País García", Santiago de Cuba. 2000. 99 h.
7. Matemática 10mo grado. [Por] Luís Campistrous [y otros]. La Habana, Pueblo y Educación. 1989. 338p.
8. Metodología de la Enseñanza de la Matemática [Por] Sergio Ballester Pedroso [y otros]. La Habana. Pueblo y Educación, 1992. t 1
9. Schönfeld, A.H.: "Resolución de problemas. Elementos para una propuesta en el aprendizaje de la matemática" *Cuadernos de Investigación*, México, D.F. No. 25:6 - 8, 1993.

Anexo 1

