Experiencias Docentes

Visualizar el Conocimiento

Knowledge Visualization

Ascensión Moratalla, Juana María Sánchez y Mª Agripina Sanz

Revista de Investigación

Volumen V, Número 1, pp. 017–026, ISSN 2174-0410
Recepción: 25 Mar'14; Aceptación: 2 Ene'15

1 de abril de 2015

Resumen

A la hora de enseñar Matemáticas a nuestros alumnos de Ingeniería y Arquitectura de la UPM, las herramientas informáticas son de gran ayuda, entre otras razones, porque nos permiten obtener multitud de imágenes, de una manera sencilla y rápida. Pero ¿Por qué esa necesidad de dar forma a las fórmulas? ¿Nos lo demandan los alumnos?

En este artículo se hace un análisis del aprendizaje de las matemáticas en base a la visualización del Conocimiento, siguiendo los siguientes puntos:

1. El tipo de alumnos a los que se dirige nuestra enseñanza. Alumnos que han nacido en una época cultural en la que prima la componente visual sobre cualquier otra forma de comunicación.

2. La importancia de visualizar el conocimiento matemático.

3. La conexión del concepto matemático con una realidad cercana al alumno.

4. Las matemáticas cómo medio de comunicación entre la idea y la forma.

Palabras Clave: Matemáticas, Arquitectura, Ingeniería, Herramientas informáticas.

Abstract

It tools are immensely helpful when teaching mathematics to UPM engineering and architecture students because of the convenience and speed with which a wide variety of images can be obtained. But, wherefore this need to depict formulas? Is it a student demand?

The analysis of knowledge visualization-based learning discussed in this article addresses the following items:

1. the type of students concerned, born in a cultural age in which the visual component prevails over any other form of communication

2. the importance of visualizing mathematical knowledge

3. the connection between mathematical concept and students' immediate realities

4. Mathematics as a language for communication between idea and form

Keywords: Mathematics, Architecture, Engineering, It.

1. Introducción

"Una noche de verano.

El tren hacia el puerto va,

devorando aire marino.

Aun no se ve el mar.

Cuando lleguemos al puerto,

niña, verás

un abanico de nácar

que brilla sobre la mar."

(Nuevas canciones. Hacia tierras bajas. Antonio Machado.)

Antonio Machado, en esta bella estrofa, nos describe con un lenguaje sencillo y claro, un paisaje, una situación. Las palabras se utilizan para que nuestra mente haga una representación gráfica de la escena: un viaje en tren desde las tierras del interior a la costa, una noche de verano en la que se puede ver el reflejo de la luz de la Luna en el mar, ...

En nuestra comunicación diaria utilizamos descripciones, más o menos detalladas, para hacer llegar a nuestro interlocutor una imagen aproximada de aquello a lo que nos estamos refiriendo. En el discurso, puesto que es más lento que la imagen, las palabras actúan de freno, moderando el curso de nuestros pensamientos y propiciando el análisis de las imágenes que se van sucediendo en nuestra mente.

La forma y la función de la componente visual en la comunicación han cambiado radicalmente en la era tecnológica. Hoy, la imagen es una herramienta fundamental en nuestro trabajo y en nuestras vidas, cuya importancia se ve potenciada con el fácil acceso a la red. Para visualizar las palabras de Machado (si es que nunca se ha visto el mar), sólo hay que acceder a Google y teclear mar-luna-imágenes y una lluvia de cientos de reflejos de la Luna en el agua acompañará dichas palabras.

El conocimiento del hombre comienza en la experiencia sensible, buscamos un apoyo visual del mismo, entre otras razones por el carácter directo de la información y por su proximidad a la experiencia real.

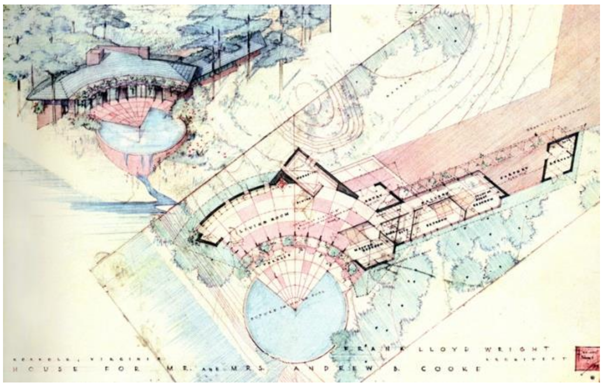
2. Contexto

Nuestros jóvenes viven intensamente esta cultura de la imagen. El teléfono móvil, con cámara fotográfica incorporada, es fundamental para no perder ni un detalle de aquellos momentos que más les interesan. i-pods, tablets, ordenadores, i-phones, ..., les permiten tomar fotos que más tarde cuelgan en las redes sociales y comparten con su grupo de amigos. Los publicistas, grandes expertos en imagen, saben que el impacto visual de un anuncio asegura unas mayores ventas.

¿Cómo entonces pensar que las Matemáticas que enseñamos a nuestros alumnos deben quedar en el nivel de lo abstracto y rehuir de la forma, de la imagen?

La mente humana conoce a través de la abstracción, una función que desmaterializa los objetos mediante el entendimiento. Y a la vez, los conceptos abstractos que se manejan en matemáticas, necesitan de un apoyo visual que los materialice. No nos cabe duda que la inmensa mayoría de los profesores de Matemáticas, tiene clara la necesidad de aportar imágenes a todos y cada uno de los conceptos que enseñan a sus alumnos. Y si bien es cierto que algunos conceptos son más complicados de visualizar, siempre podemos asociarlos a una situación o experiencia real cercana al alumno. Para las fórmulas que representan un objeto físico perfectamente concreto, la explicación es más sencilla que en el caso de un concepto abstracto. Cuando nos encontramos con un concepto nuevo para nosotros, tratamos de traducirlo a una imagen visual, aunque no exista imagen física para las cosas abstractas. Pero lo principal siempre va acompañado de lo secundario, en este caso, las impresiones ligadas al pensamiento que nos ayudan a entender lo abstracto.

En este contexto, nos hemos formulado preguntas del tipo: ¿El concepto de coordenadas polares es más entendible con la arquitectura de Frank Wryght. (Fig. 1a, 1b)?



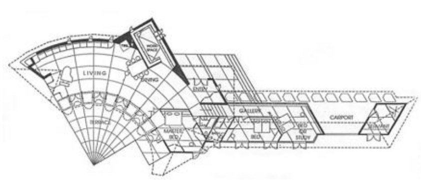


Figura 1a. y 1b. The Cooke House (Virginia, EEUU). Frank Wryght (1959)

¿O tal vez el coseno hiperbólico se hace más atractivo desentrañando la geometría oculta del Gateway de Saarinen (Fig. 2)?

Figura 2. Gateway (Lousiana. EEUU). Saarinen (1965).

3. Descripción

Comparemos los siguientes enunciados y analicemos si existe alguna ventaja, para el aprendizaje de las matemáticas, entre proponer a estudiantes de Arquitectura una versión u otra:

1. Inspirándonos en la arquitectura de Sanaa (Fig. 3) hemos diseñado un volumen sobre un recinto (Fig. 4) del plano z=0, cuya ecuación en coordenadas polares es $r = 4 + \cos 5\alpha$ y lo hemos rodeado de un muro vertical (Fig. 5)

Figura 3, Casa Flor. Sanaa (2006)

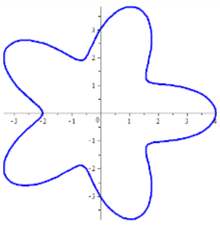


Figura 4,

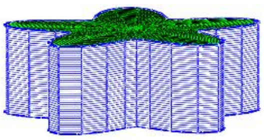


Figura 5

Calcular el volumen si el muro tiene una altura de 3 unidades.

2. Sobre un recinto del plano $z=0$, cuya ecuación en coordenadas polares es $r=4+\cos 5\alpha$, hemos levantado un muro vertical de altura 3 unidades. Calcular su volumen.

Tanto la versión 1 como la versión 2 de este problema, trata de una aplicación del concepto de integral. Pero la versión 1, relaciona directamente ese concepto con los estudios de Arquitectura, al hacer referencia a una obra arquitectónica perteneciente al grupo Sanaa, que existe en la realidad.

Por otro lado, al alumno se la ha proporcionado la representación gráfica del modelo en estudio y de la obra arquitectónica en la que está inspirado. El pensamiento se hace visible, se establece una conexión entre los conceptos estudiados y la esencia de la idea que subyace en toda obra arquitectónica. El alumno comprende entonces que está estudiando una materia que le aporta una herramienta útil en su formación.

¿Qué mejor fuente de conocimiento para un estudiante de Arquitectura que la obra de otros arquitectos?

Kazuyo Sejima (Ibaraki, Japón, 1956) y Ryue Nishizawa (Kanagawa, Japón, 1966) forman el estudio de arquitectura conocido como SANAA.

Su arquitectura, aparentemente simple, es de una gran complejidad. Observando sus dibujos (Fig. 6), siempre podemos destacar un alto grado de sencillez; son al mismo tiempo esquemas y diagramas, porque no necesitan dar más información.

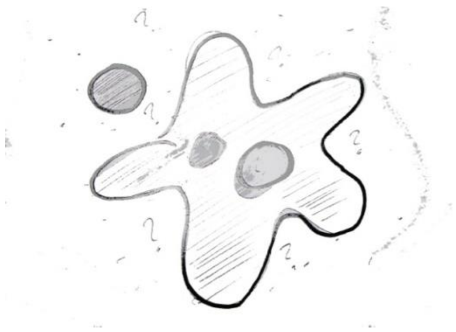


Figura 6. Esquema casa flor. Sanaa.

Toda la información del proyecto está contenida en el dibujo, que presenta un alto grado de abstracción, el mismo grado de abstracción que tiene su arquitectura. Lo fundamental de la obra, es lo cercano que se encuentra el diagrama a la obra construida. Para estos arquitectos, la utilización de recursos digitales se convierte en una herramienta de proyecto que se ve reflejada en sus obras. Sejima y Nishizawa [1] reconocen la eficiencia que estos medios informáticos tienen de generar mayor número de modelos y dibujos diferentes en menor cantidad de tiempo, y así lograr una mayor disponibilidad de recursos durante el proceso de diseño.

Parece pues, que el diseño arquitectónico no es casual, que detrás de toda obra hay un planteamiento geométrico y una forma de pensamiento y el lenguaje de las Matemáticas resulta apropiado para interpretarlo.

Profundizando en el análisis del aprendizaje, el ejemplo anterior nos permite ir un poco más allá. Si hemos encontrado una función matemática detrás de un diseño, tal vez, las funciones matemáticas nos ayuden en el diseño de formas. En este sentido proponemos el siguiente enunciado:

Los diseños que se muestran en la imagen (Fig.7) corresponden a la arquitectura de Sanaa.

Figura 7. Flower chair. Sanaa (2001)

Con ayuda de la función $r = a\cos b\alpha$ decide los valores de a y b para realizar tu propio diseño de asiento.

En este punto, la herramienta informática se hace esencial para el diseño de formas que están escritas en un lenguaje matemático. Necesitamos, pues, un programa de representación de funciones para elegir los valores de a y b y obtener el modelo más adecuado para nuestros asientos. Si tenemos definida una forma que depende de los valores a y b, con sólo cambiar esos parámetros, cambiará la forma.

Elegimos los valores $b = 3$, $a = 3$ y representamos la función (Fig. 8)

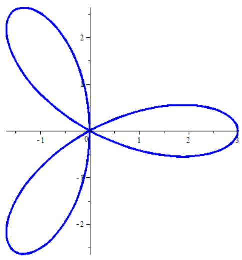


Figura 8

Si generamos un volumen con la sección anterior (Fig. 9), definiendo una superficie reglada, la imagen nos queda

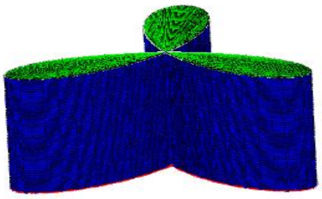


Figura 9.

Obteniendo así nuestro propio diseño a partir de una propuesta concreta.

En una línea diametralmente opuesta a la arquitectura de Sanaa, en la que las ecuaciones matemáticas y las herramientas informáticas tienen un importante papel, podemos fijarnos en la pieza de cerámica de la figura 10. Es una vasija neolítica de cerámica policromada, procedente de Cucuteni (Rumanía) y su antigüedad se remonta al año 2500 a.C. La cultura Cucuteni se extendió por Ucrania occidental y parte de Transilvania [2].

Figura 10. Vasija Neolítica. 2500 a.C. Rumanía.

Esta pieza, que fue construida sin que su creador tuviera conocimiento alguno de matemáticas, puede ser hoy en día analizada desde un punto de vista geométrico y modelizada a través de unas ecuaciones.

Siguiendo el esquema:

IDEA $\Rightarrow$ ECUACIÓN $\Rightarrow$ MODELO MATEMÁTICO

podríamos proponer el siguiente modelo compuesto por una combinación de superficies conocidas como cuádricas. En este caso la combinación de un hiperboloide de una hoja con una esfera nos aproxima a la forma anterior

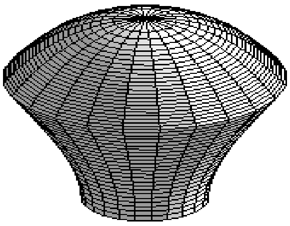


Figura 11. Modelización de la Fig. 10.

El mismo tipo de cuádricas con otra orientación (Fig. 13) nos permite describir la vasija decorada de la figura 12, también perteneciente al Neolítico (4500-3200 A.C.) y encontrada en la cueva de Alepotrypa (Diros, Laconia).

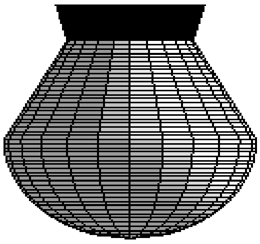


Figura 12. Vasija del Neolítico (4500-3200 A.C.)
(Diros Neolithic Museum. Hellenic Ministry of Culture/ARF)

Figura 13. Modelización Fig. 12

Estas superficies nos permiten hacer propuestas en objetos distantes en el espacio y en el tiempo.

El vaso de la figura 14 es una pieza procedente de el Salvador cuya antigüedad se remonta al periodo del 900-1050 A.C. Una vez más la combinación de un hiperboloide de una hoja con una esfera, es nuestra propuesta (Fig. 15) para esta bella pieza, aunque el resultado no sea idéntico, se trata de una propuesta personal.

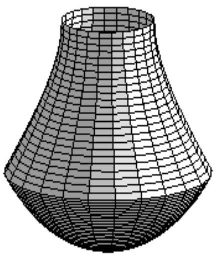
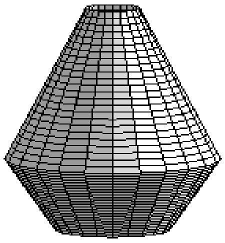


Figura 14. Vaso policromado procedente de El Salvador.

Figura 15. Modelización fig. 14

La siguiente vasija (Fig. 16), que se encuentra en el Museo de Arte Ibérico de El Cigarralejo (Murcia), fue encontrada en el yacimiento de El Cigarralejo, el cual abarca un periodo cronológico que va del siglo IV al I a.C. Su forma nos sugiere la fusión de dos conos (Fig.17)



Figuras 16 y 17

De ecuaciones:

$$16(x^2+y^2)=1,8^2(z-3)^2$$

$$x^2+y^2=(z+0,5)^2 0,6^2$$

O bien para la figura 18, un hiperboloide y un cono (Fig. 19)

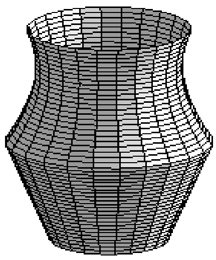


Figura 18. Vasija Neolítico 3000 A.C.

Figura 19. Modelización fig. 19

de ecuaciones

$$x^2+y^2=0,64(1+(z-4)^2)$$

$$9x^2+9y^2=1,28z^2$$

respectivamente, nos acercarían al modelo en cuestión.

Para las representaciones gráficas incluidas en este trabajo, se ha utilizado el programa de cálculo simbólico Maple, compatible con el programa de diseño gráfico Rhinoceros. Se puede, así, establecer una vía de comunicación entre las fórmulas matemáticas y el diseño gráfico.

4. Conclusiones

Tras reflexionar sobre cómo la componente visual influye en el aprendizaje de las Matemáticas, hemos llegado a una serie de conclusiones que queremos elevar al foro en el que nos encontramos:

La interacción entre los alumnos y el ordenador a través de las matemáticas, aumenta su creatividad.

Es importante hacer llegar a nuestros alumnos la potencia de generar diseño, que les proporcionan las matemáticas.

La reforma que se está desarrollando en nuestras universidades va en detrimento del conocimiento matemático. En los últimos planes de estudio, su base matemática ha sido relegada en exceso y ello repercute en multitud de áreas de conocimiento.

Referencias

[1] ZAERA, A. *Una conversación con Kazuyo Sejima y Ryue Nishizawa.1995-2000: trazando los límites de la Obra*, El croquis. Nº 99. Pp. 6-19, Madrid, 2001.

[2] BRONCEATLANTICO. *El Neolítico en Escandinavia II:El TRBK.* http://lacomunidad.elpais.com, Enero 2013.

Sobre las autoras:

Nombre: Ascensión Moratalla
Correo Electrónico: ascension.moratalla.delahoz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Juana María Sánchez
Correo Electrónico: juanamaria.sanchez@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.

Nombre: Mª Agripina Sanz
Correo Electrónico: mariaagripina.sanz@upm.es
Institución: Universidad Politécnica de Madrid, España.