

# **Ranking entre diferentes tipos de cambio utilizando metodologías multicriterio con nuevos Criterios Generalizados**

García Centeno, María del Carmen  
Fernández Barberis, Gabriela  
Escribano Ródenas, María del Carmen  
*Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos*  
Universidad CEU San Pablo

## **RESUMEN**

Tanto la metodología econométrica así como la relativa a los métodos de decisión multicriterio son muy útiles en la práctica para ayudar en la toma de decisiones. Por esta razón, en este trabajo, se ha pretendido combinar los resultados obtenidos con algunos modelos econométricos específicos para estimar la volatilidad de los rendimientos (tales como: TGARCH, ARSV y TA-ARSV) junto con la aplicación de nuevos criterios generalizados utilizados en los Métodos PROMETHEE. Los ordenamientos obtenidos para los rendimientos de diferentes tipos de cambio en distintos escenarios muestran la robustez de los resultados.

**Palabras claves:** Ayuda a la Decisión Multicriterio Discreta; Relaciones de Superación; Métodos PROMETE; Decision LAB; Volatilidad Estocástica; Modelo TGARCH; Modelo ARSV; Modelo TA-ARSV; Nuevos Criterios Generalizados.

**Clasificación JEL (Journal Economic Literature):** C44

**Área temática:** Aspectos Cuantitativos del Fenómeno Económico

## **ABSTRACT**

The Econometric Methodology as well as the relative to the Multicriteria Decision Methods are very useful in practice in order to help in the making decision process. For that reason in the present work, we have been trying to combine the results obtained in some specific econometric model in order to estimate the volatility of the performance (such like: TGARCH, ARSV and TA-ARSV) together with the application of new generalized criteria used in the PROMETHEE Methods. The rankings obtained for the performances of several types of change in different stages show the robustness of the results.

**Keywords:** Multiple Criteria Decision Aid; Outranking Relations; PROMETHEE Methods; Decision LAB; Stochastic Volatility; TGARCH Model; ARSV model; TA-ARSV Model; New Generalized Criteria.

## **1. INTRODUCTION**

En una situación de incertidumbre, para poder tomar decisiones es adecuado disponer de la mayor información posible con el fin de obtener los mejores resultados. Para conseguir este objetivo en este trabajo se van a compaginar los resultados obtenidos de la estimación de tres modelos econométricos utilizados para explicar la dinámica de los rendimientos y de la evolución de su volatilidad junto con la utilización de nuevos criterios generalizados en los métodos PROMETHEE circunscritos en la decisión multicriterio discreta. La combinación de ambas metodologías (aunque utilizando diferentes modelos y diferentes criterios generalizados) se ha planteado en un trabajo previo, Fernández et al. (2009).

La variable objeto de estudio son los rendimientos financieros de seis tipos de cambio diferentes. Para estos rendimientos de los tipos de cambio se obtendrán los principales estadísticos que explican su comportamiento, con el objetivo de utilizarlos como criterios en la matriz de decisión. Además, también se utilizarán como criterios los resultados obtenidos de la estimación de modelos de volatilidad estocástica. Teniendo en cuenta los criterios elegidos, se obtendrán los resultados de la matriz de decisión para los distintos rendimientos de los tipos de cambios. Por otro lado, es importante destacar que no todos los criterios tienen el mismo carácter y por lo tanto unos se maximizarán y otros se minimizarán, lo que implica que la solución final será una solución de compromiso.

Para obtener los resultados de la matriz de decisión en primer lugar vamos a analizar las principales características de las series de rendimientos de los seis tipos de cambio, ya que, las más relevantes serán utilizadas para establecer un orden de preferencia entre dichos rendimientos. Entre estos criterios se han seleccionado cuatro para los rendimientos: la media, la desviación típica, la asimetría y la curtosis y tres para la volatilidad: su media, desviación típica y persistencia. Algunos de estos criterios serán valorados teniendo en consideración criterios generalizados ya existentes y otros se evaluarán bajo nuevos criterios generalizados propuestos en este trabajo.

En el ámbito financiero una de las variables más importantes es la volatilidad, ya que esta se considera una medida del riesgo del mercado. Sin embargo, la volatilidad es una variable latente no observable. Por esta razón, para estimarla en este trabajo se van a proponer tres modelos diferentes que son: el modelo de heterocedasticidad condicional autorregresivo por umbrales (modelo TGARCH) propuesto por Gouriéroux y Monford (1992) y Zakonian (1994); el modelo autorregresivo de volatilidad estocástica (modelo ARSV) propuesto por Taylor (1986) y el modelo de volatilidad estocástica autorregresivo asimétrico por umbrales propuesto por So et al. (2002) y desarrollado en García y Mínguez (2009).

Estos modelos se caracterizan por son capaces de recoger las principales características de la volatilidad, sin embargo, se diferencian en la forma de modelizar la volatilidad. En los modelos TGARCH la varianza condicional de los rendimientos es una función no lineal de los rendimientos pasados y de su propio pasado mientras que en los modelos de volatilidad estocástica (ARSV y TA-ARSV) la volatilidad es una variable latente que sigue un proceso estocástico diferente de los rendimientos. En función de los resultados obtenidos analizaremos cuál de los modelos que proponemos es más adecuado para explicar la dinámica de la volatilidad.

A partir de los modelos anteriores se obtendrán los resultados estadísticos y econométricos para crear la matriz de pagos y, posteriormente, aplicaremos el método PROMETHEE, utilizando los nuevos criterios generalizados propuestos, para establecer un ranking de preferencias entre los rendimientos de los diferentes tipos de cambio.

El trabajo se desarrolla de la siguiente forma. La sección 2 muestra las características fundamentales de los rendimientos diarios de los seis tipos de cambios. En la sección 3 se presentan los tres modelos utilizados para explicar las características de la volatilidad de los rendimientos de los tipos de cambio. La sección 4 muestra el método PROMETHEE y los nuevos criterios generalizados utilizados para establecer un orden de preferencias entre los diferentes rendimientos. La sección 5 presenta la evidencia empírica y, en la sección 6 se presentan las principales conclusiones.

## **2. CARACTERÍSTICAS DE LAS SERIES DE RENDIMIENTOS DE TIPOS DE CAMBIOS DIARIOS**

El análisis de las características de los rendimientos de los tipos de cambio es importante, puesto que, las principales serán utilizadas como criterios en la matriz de pagos del problema planteado en forma de decisión multicriterio discreta. En este trabajo se analizarán los rendimientos y la volatilidad de seis tipos de cambio.

Los rendimientos ( $y_t$ ) serán calcularlos como sigue:  $y_t = 100(\log X_t - \log X_{t-1})$ , donde  $X_t$  es el valor del tipo de cambio en el momento t.

Todos los rendimientos financieros diarios de los tipos de cambio presentan las mismas características, por esta razón, en este trabajo vamos a utilizar el tipo de cambio de la libra esterlina frente al euro<sup>1</sup> como ejemplo para ilustrar las principales características de los rendimientos. Dentro de estas características podemos destacar las siguientes:

---

<sup>1</sup> La información de los tipos de cambio utilizados en este trabajo se han obtenido de la base de datos Datastream.

- 1) La media de los rendimientos se mantiene constante y además es estadísticamente nula, Figura 1(b).
- 2) La varianza condicional no se mantiene constante porque se produce una alternancia entre periodos de mayor variabilidad (Figura 1(a)) seguidos por otros periodos en los que la variabilidad es pequeña. Este hecho se conoce como *clusters* o agrupamiento de la volatilidad, Figura 1(b).
- 3) Los rendimientos están incorrelacionados pero no son independientes, ya que, la función de autocorrelación (FAC) de los rendimientos, Figura 1(c), muestran que sus coeficientes no son estadísticamente significativos, sin embargo, no son independientes, ya que, la función de autocorrelación de los cuadrados de los rendimientos, Figura 1(d), debido al agrupamiento de la volatilidad, muestra una estructura de dependencia que está reflejada a través de las correlaciones significativas. Estas correlaciones son positivas y decrecen lentamente hacia cero. Este hecho es conocido como persistencia de la volatilidad.
- 4) Los rendimientos de los tipos de cambio son asimétricos (el tipo de cambio del dólar/euro, del yen/euro, y del franco suizo/euro presentan asimetría negativa, mientras que, los tipos de cambio de la libra/euro, la corona sueca/euro y la corona noruega/euro tienen asimetría positiva) y leptocúrticos, por lo tanto, no siguen una distribución Normal, Figuras 1(e) y 1(f) y Tabla (1).
- 5) Por otro lado, el comportamiento que tiene la volatilidad de los rendimientos en un periodo cuando en el periodo anterior los rendimientos son negativos o positivos es diferente. Este comportamiento asimétrico de la volatilidad se conoce como efecto leverage o efecto apalancamiento.

Estas características comunes a los diferentes rendimientos estudiados en este trabajo, reflejan que la volatilidad muestra ciertas regularidades en su comportamiento, lo cual, justifica la utilización de modelos que capten su dinámica, Teräsvirta y Zhao, (2006). En la siguiente sección se presentan los modelos propuestos para explicar los principales hechos estilizados resaltados anteriormente.

### **3. MODELOS DE VOLATILIDAD**

Una de las características analizadas en la sección anterior es que la volatilidad tiene un comportamiento asimétrico ante shocks de diferente signo pero de igual cuantía en el Mercado, Harvey y Shephard, (1996). Por esta razón vamos a proponer tres modelos que sean capaces de

explicar no sólo este hecho sino también el resto de las características en los rendimientos de seis tipos de cambio. Los modelos son: el TGARCH, el ARSV<sup>2</sup> y el TA-ARSV.

### 3.1 EL MODELO TGARCH

El modelo TGARCH es un modelo asimétrico de heterocedasticidad condicional por umbrales. En este trabajo, proponemos un TGARCH(1,1) para explicar el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos de los tipos de cambio. El modelo TGARCH(1,1) se define por las siguientes ecuaciones:

- La ecuación de la media:  $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$        $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0,1)$       (1)

- La ecuación de la desviación típica condicional:  $\sigma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \gamma \varepsilon_{t-1} d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}$       (2)

donde  $y_t$  representa los rendimientos de los diferentes tipos de cambio;  $\sigma_t$  es la desviación típica condicional que depende de forma lineal de una constante ( $\alpha_0$ ), de su propio pasado y de

una variable indicador  $d_{t-1} = \begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$ , que representa las buenas noticias ( $\varepsilon_{t-1} \geq 0$ ) o malas

( $\varepsilon_{t-1} < 0$ ) en los mercados financieros. En el caso de buenas noticias el efecto sobre la volatilidad se mide a través del parámetro  $\alpha_1$  y si las noticias son malas con  $\alpha_1 + \gamma$ .  $\varepsilon_t$  es la perturbación aleatoria en la ecuación de la media (se supone que  $\varepsilon_t$  es independiente y sigue una distribución Normal con media cero y varianza unitaria). Los parámetros tienen que cumplir las siguientes condiciones para asegurar que la varianza sea positiva:  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 \geq 0$ ,  $\beta \geq 0$ . La condición:  $\alpha_1 + \beta < 1$  es necesaria para asegurar que el proceso,  $y_t$  sea estacionario en covarianza, Carnero et al. (2004). El procedimiento de estimación para este modelo será el de máxima verosimilitud.

### 3.2 EL MODELO ARSV

El primer proceso de volatilidad estocástica propuesto para describir su dinámica fue un ARSV(1). Taylor(1986) lo definió a través las ecuaciones siguientes:

- La ecuación de la media:  $y_t = \sigma_* \exp(0.5h_t) \varepsilon_t$        $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0,1)$       (3)

- La ecuación de la log-volatilidad:  $h_t = \phi h_{t-1} + \eta_t$        $\eta_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\eta^2)$       (4)

donde,  $y_t$  son los rendimientos;  $\sigma_*$  es un factor de escala positivo que se incluye en la ecuación de la media para no tener que incluir una constante en la ecuación de la log-volatilidad;  $\varepsilon_t$  es una variable aleatoria (ruido blanco) en la ecuación de la media y sigue una distribución Normal con

---

<sup>2</sup> El modelo ARSV no es simétrico como el modelo TA-ARSV, sin embargo, es necesario para realizar un contraste de razón de verosimilitudes que permita determinar si el modelo TA-ARSV detecta o no un comportamiento asimétrico en la volatilidad de los tipos de cambio.

media cero y varianza unitaria;  $\sigma_t^2$  es la volatilidad y se modeliza como una función exponencial para garantizar que sea positiva;  $h_t$  es el logaritmo de la volatilidad,  $h_t = \log \sigma_t^2 - \log \sigma_*^2$ ;  $\eta_t$  sigue una distribución Normal con media cero y varianza  $\sigma_\eta^2$ ; la distribución de  $\varepsilon_t$  y  $\eta_t$  son independientes,  $E(\varepsilon_t, \eta_t) = 0, \forall t, s$ .

El método de estimación<sup>3</sup> para el modelo ARSV fue desarrollado por Doornik (2001) en el lenguaje de programación Ox y SsfPack 2.2, Koopman et al., (1999), Koopman y Uspensky (2002).

### 3.3 MODELO TA-ARSV(1)

El modelo TA-ARSV(1) propuesto es un modelo asimétrico por umbrales que describe la dinámica de la volatilidad y se define por las ecuaciones siguientes:

- La ecuación de la media:  $y_t = \sigma_* \exp(0.5h_t)\varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0,1)$  (5)

- La ecuación de la varianza:

$$\log(\sigma_t^2) = h_t = (\phi_{11}I_{1t} + \phi_{12}I_{2t})h_{t-1} + \eta_t \quad |\phi_{11}| < 1; |\phi_{12}| < 1 \quad \eta_t \sim \text{i.i.d } N(0, \sigma_\eta^2) \quad (6)$$

Por lo tanto, el modelo TA-ARSV(1) es una generalización del modelo ARSV(1). La modificación se basa en incluir los siguientes cambios en la ecuación de la log-volatilidad del modelo ARSV(1) para explicar la respuesta asimétrica de la volatilidad:

- a) Dos nuevos parámetros:  $\phi_{11}$  y  $\phi_{12}$ . El primero mide el efecto que los rendimientos positivos causan en la volatilidad y el segundo mide el efecto de los negativos.
- b) Dos variables indicador:  $I_{1t}$  y  $I_{2t}$ . Las cuales se definen de la siguiente forma:

$$I_{1t} = \begin{cases} 1 \forall t & \text{cuando } y_t \geq 0 \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases} \quad I_{2t} = \begin{cases} 1 \forall t & \text{cuando } y_t < 0 \\ 0 & \text{en el resto de los casos} \end{cases}$$

La volatilidad se define como una función exponencial en el modelo TA-ARSV(1) desarrollado en las ecuaciones (5) y (6), por lo tanto, este modelo no es lineal. Sin embargo, el modelo se puede expresar en forma lineal elevando al cuadrado la ecuación de la media y tomando logaritmos en ambos lados de la ecuación (5). De esta forma, se obtiene un modelo similar al propuesto por Sandmann y Koopman (1998) para modelos con un pequeño o nulo cambio en la media y una alta dependencia en covarianza. Este modelo transformado se puede expresar en forma de espacio de los estados para su estimación<sup>4</sup>.

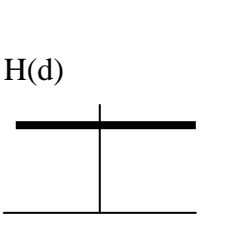
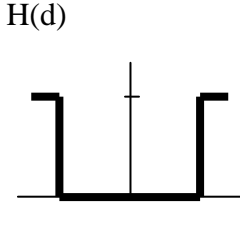
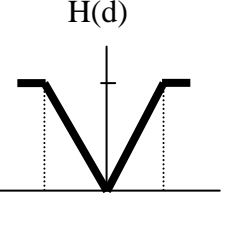
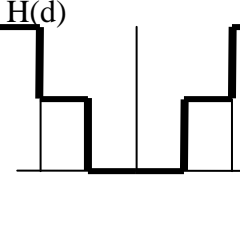
<sup>3</sup> El código de estimación para el modelo ARSV(1) ha sido desarrollado en Ox y está disponible en [www.feweb.vv.nl/koopman/sv](http://www.feweb.vv.nl/koopman/sv).

<sup>4</sup> El proceso de estimación para el modelo TA-ARSV(1) ha sido desarrollado por los autores utilizando el lenguaje de programación Ox 4.1 y el SsfPack 2.3.

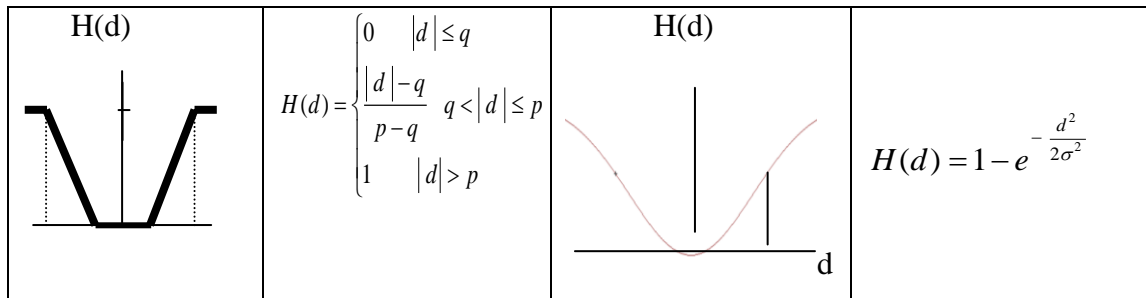
A partir de los tres modelos anteriormente desarrollados de forma breve se obtendrán los resultados para los seis tipos de cambios. Con estos resultados, se calculará la matriz de pago a partir de la cual se utilizarán los nuevos criterios propuestos para el método PROMETHEE con el fin de establece un ranking entre los diferentes rendimientos de los tipos de cambio. Estos métodos de la decisión multicriterio discreta junto con los nuevos criterios generalizados propuestos se desarrollarán en el siguiente apartado.

#### 4. MÉTODOS PROMETHEE

Los Métodos PROMETHEE son métodos de decisión muticriterio discreta, Brans et al. (1984), Brans y Vincke (1985), Goumans y Lygerou (2000). Estos métodos se basan en las relaciones de superación entre las diferentes alternativas comparadas de dos en dos. Se supone que el decisor compara cada alternativa con otra cuando son evaluadas bajo diferentes criterios, los cuales pueden venir expresados en diferentes unidades de medida, así como, diferentes ponderaciones. Para poder determinar el ordenamiento parcial (PROMETHEE I) u ordenamiento completo (PROMETHEE II) entre las diferentes alternativas es necesario el cálculo de la matriz de índices de preferencia. Para poder calcular esta matriz es necesario conocer cuál es el criterio generalizado bajo el cual se evalúa cada uno de los criterios. Los criterios que están normalmente implementados en el software de decisión DecisionLAB son los siguientes:

Tipo I. Usual (No umbral)		Tipo II. U-Shape (q umbral)	
	$H(d) = \begin{cases} 0 & d = 0 \\ 1 &  d  > 0 \end{cases}$		$H(d) = \begin{cases} 0 &  d  \leq q \\ 1 &  d  > q \end{cases}$
Tipo III. V-Shape (p-umbral)		Tipo IV. Level (umbrales: q y p)	
	$H(d) = \begin{cases} \frac{ d }{p} &  d  \leq p \\ 1 &  d  > p \end{cases}$		$H(d) = \begin{cases} 0 &  d  \leq q \\ \frac{1}{2} & q <  d  \leq p \\ 1 &  d  > p \end{cases}$
Tipo V. Linear (umbrales: q y p)		Tipo VI. Gaussian (σ threshold)	



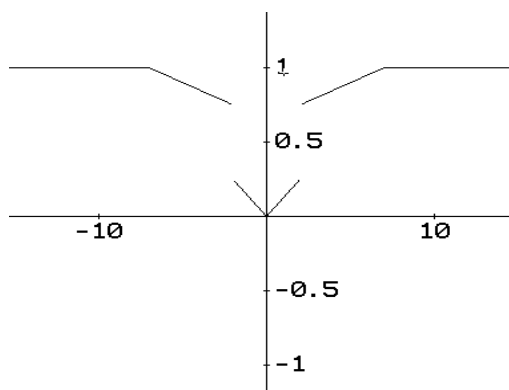


Donde  $q$  representa el umbral de indiferencia considerado por el decisor para que las alternativas sean indiferentes entre sí;  $p$  representa el umbral de preferencia entre las alternativas ( $p$  tiene que ser mayor que  $q$ ) y  $\sigma$  es el umbral utilizado por el criterio gaussiano para establecer las preferencias entre las alternativas.

Además de estos criterios tradicionales en este trabajo hemos propuesto los siguientes nuevos criterios, Fernández y Escribano (2006):

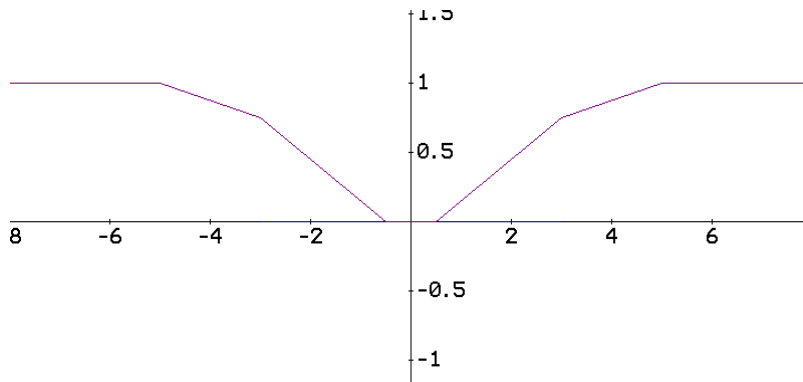
*Criterio III.2:* es una segunda generalización del criterio tipo III o criterio en forma de V, en el que la función posee un salto en el valor  $m$  de magnitud  $(h-l)$ ; una vez superado el salto la función continúa creciendo en forma lineal hasta alcanzar el umbral  $p$ . Allí la función de preferencia toma el valor máximo 1, indicador de la preferencia estricta y valor para el cual se estabiliza. Se define como:

$$P(d) = \begin{cases} \frac{|d|}{m} \cdot l & |d| \leq m \\ \frac{|d| - m}{p - m} (1 - h) + h & m < |d| \leq p \\ 1 & |d| > p \end{cases} \quad \forall h, l \in (0, 1)$$



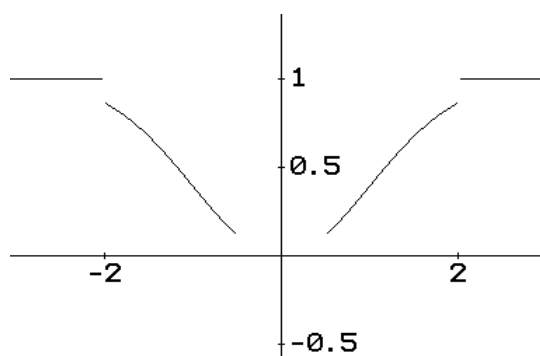
*Criterio V.1:* es una generalización del criterio tipo V o criterio lineal con área de indiferencia que incorpora un salto a partir del cual la función crece linealmente hasta la definición del umbral  $p$ , donde se manifiesta la preferencia estricta. Se define como:

$$P(d) = \begin{cases} 0 & |d| \leq q \\ \frac{|d|-q}{m-q} \cdot h & q < |d| \leq m \\ \left[ \frac{|d|-m}{p-m} \right] (1-h) + h & m < |d| \leq p \\ 1 & |d| > p \end{cases} \quad \forall h \in (0,1)$$



*Criterio VI.2:* es una segunda generalización del criterio Gaussiano o criterio tipo VI que incorpora un área de indiferencia delimitada por el umbral  $q$ . A partir de allí la función toma la forma de la campana de Gauss (invertida), en el valor  $\sigma$  cambia su curvatura y continúa creciendo hasta alcanzar el umbral  $p$ ; exactamente en este punto de su recorrido la función sufre un salto finito hasta que alcanza el valor 1, que representa la preferencia estricta donde finalmente se estabiliza. Se define como:

$$P(d) = \begin{cases} 0 & |d| \leq q \\ 1 - e^{-\frac{|d|^2}{2\sigma^2}} & q < |d| \leq p \\ 1 & |d| > p \end{cases}$$



Para resolver el problema utilizando esta metodología no sólo es necesario que cada criterio tenga asociado un criterio generalizado, sino que, además es necesario asignar a cada criterio un peso o ponderación ( $w_i$ ) que indica la preferencia que el decisor tiene por los diferentes criterios.

Dadas las alternativas y los criterios se calculan los resultados para obtener la matriz de decisión. A partir de esta matriz, como hemos comentado anteriormente, se obtiene la matriz de índices de preferencia multicriterio, cuyos índices son calculados como sigue:

$$I(a_i, a_j) = \sum_i w_i H_i(d)$$

donde,  $a_i, a_j$  son dos alternativas diferentes;  $w_i$  son los pesos normalizados de cada uno de los criterios; y,  $H_i(d)$  es el correspondiente resultado para cada criterio generalizado (índice de preferencia unicriterio).

A partir de esta matriz de índices de preferencia se obtiene un ordenamiento parcial de las alternativas (PROMETHEE I) a partir de la intersección del ranking de los flujos positivos ( $\phi^+$ ) y del ranking de los flujos negativos ( $\phi^-$ ). Los flujos positivos para una alternativa indican la preferencia de esta alternativa respecto al resto de las alternativas cuando son evaluadas por los diferentes criterios, de tal forma será mejor aquella alternativa que presente un mayor flujo positivo. Por el contrario, los flujos negativos representan cómo una alternativa está dominada por otras alternativas para los criterios bajo los cuales se evalúan, por lo tanto, será mejor desde este punto de vista aquella alternativa que tenga un flujo negativo menor.

La comparación de ambos flujos proporcionará el ordenamiento parcial entre los tipos de cambio de mejor a peor según los criterios propuestos. Sin embargo, si surgen incomparabilidades, para resolverlas es necesario recurrir al PROMETHEE II, que proporciona un ordenamiento completo de las alternativas ya que utiliza como criterio de ordenación los flujos netos ( $\phi$ ) calculados como diferencia entre los flujos positivos y negativos.

## 5. EVIDENCIA EMPÍRICA

Los datos analizados en esta sección se corresponden a los rendimientos de los siguientes seis tipos de cambio: dólar frente al euro, yen frente al euro, libra esterlina frente al euro, franco suizo frente al euro, corona sueca frente al euro y corono noruega frente al euro. El periodo muestral utilizado comprende datos diarios desde el cuatro de enero de 1999 hasta el once de mayo de 2010, es decir un total de 2692 datos. La Tabla 1 resume la información estadística necesaria de estos tipos de cambio y de sus rendimientos.

En esta sección examinaremos los dos apartados siguientes:

- 5.1. La capacidad explicativa de los modelos analizados para explicar el comportamiento de la volatilidad de los rendimientos de los tipos de cambio; y,
- 5.2. La obtención de un orden de preferencia entre los rendimientos utilizando los métodos PROMETHEE y la información tanto econométrica como estadística previamente calculada.

## **5.1 RESULTADOS OBTENIDOS DE LA ESTIMACIÓN DE LOS MODELOS DE VOLATILIDAD**

La información estadística disponible de los rendimientos de los tipos de cambio objeto de estudio en este trabajo muestra que su media es constante y estadísticamente nula, que los rendimientos de los diferentes tipos de cambio son asimétricos (algunos presentan asimetría positiva y otros asimetría negativa) y leptocúrticos, por lo tanto no siguen una distribución Normal, véase Tabla 1.

El comportamiento de la volatilidad analizada con los modelos propuestos se centra entre otros hechos estilizados, por un lado, en la existencia o no de una respuesta asimétrica de la volatilidad, y por otro, en el estudio de la persistencia de la volatilidad. La respuesta asimétrica puede detectarse utilizando un test en el que la hipótesis nula es  $H_0: \phi_{11} = \phi_{12}$  (no existe respuesta asimétrica) y la hipótesis alternativa:  $H_1: \phi_{11} \neq \phi_{12}$  (existe respuesta asimétrica). Por lo tanto, este test compara el modelo ARSV(1), en la hipótesis nula frente al modelo TA-ARSV en la hipótesis alternativa. Para realizar este contraste se utiliza el test de razón de verosimilitud:  $\lambda = -2(\ln L^R - \ln L)$ , ya que los modelos están anidados.

Según los resultados obtenidos en la Tabla 2, se puede apreciar que en los tipos de cambio del dólar frente al euro, del yen frente al euro y de la libra frente al euro no existe una respuesta asimétrica de la volatilidad. Por el contrario, en el resto de los tipos de cambio, tanto para el modelo TGARCH(1,1) como para el TA-ARSV si que existe una respuesta asimétrica de la volatilidad. Además, según los resultados del TA-ARSV el efecto sobre la volatilidad de los rendimientos positivos es mayor que cuando los rendimientos son negativos, ya que, el valor estimado del parámetro  $\phi_{12}$  es mayor que el del parámetro  $\phi_{11}$ .

El parámetro, ( $\phi$ ), mide la persistencia de la volatilidad en el modelo ARSV(1) y, los valores estimados de este parámetro se incluyen entre los valores estimados de los parámetros  $\phi_{11}$  y  $\phi_{12}$  (los cuales miden la persistencia estimada en cada régimen) en el modelo TA-ARSV(1), véase Tabla 2. La persistencia estimada por los parámetros ( $\alpha_1 + \beta$ ) en el modelo TGARCH(1,1) para los tipos de cambio con respuesta asimétrica de la volatilidad son altos y próximos a uno, excepto en los tipos de cambio de la corona sueca frente al euro y la corona noruega frente al euro en los que la persistencia es igual a uno, lo que implica que estos procesos no son estacionarios y por lo tanto sus resultados no son adecuados. Esto no ocurre si se utiliza un modelo TA-ARSV(1).

Analizados los principales resultados obtenidos con los modelos de volatilidad estocástica y los modelos de heterocedasticidad condicional, procedemos a establecer un orden de preferencia entre los rendimientos de los tipos de cambio utilizando los métodos PROMETHEE en los que se han introducido nuevos criterios generalizados.

## **5.2 ORDEN DE PREFERENCIA ENTRE LOS RENDIMIENTOS FINANCIEROS DIARIOS**

En este trabajo se utilizan los métodos PROMETHEE para establecer un orden de preferencia entre los rendimientos de los seis tipos de cambio: índices en los que se ha detectado una respuesta asimétrica, estos son: dólar/euro; yen/euro; libra/euro; franco suizo/euro, corona sueca/euro; corona noruega/euro. Estos rendimientos son evaluados bajo diversos criterios, algunos de ellos se basan en estadísticos de los rendimientos, y otros, en los resultados de la estimación de los tres modelos anteriormente descritos. Los criterios fundamentales relacionados con la información estadística obtenida son los siguientes: la media de los rendimientos y de la volatilidad estimada con los modelos asimétricos; el error estándar (STD) de los rendimientos y de la volatilidad; la persistencia de la volatilidad estimada, la asimetría y la curtosis de los rendimientos. Los criterios a minimizar son: STD de los rendimientos y STD de la volatilidad, y el resto de los criterios se maximizan.

Para analizar la robustez de los resultados vamos a proponer diferentes escenarios. En primer lugar, se incluyen los resultados de las estimaciones obtenidas con el modelo TGARCH(1,1) en segundo lugar los resultados obtenidos con el modelo ARSV(1) y en último lugar los calculados con el TA-ARSV(1). En todos los escenarios se ha dado la misma importancia a todos los criterios.

Cada uno de los criterios es evaluado por el criterio generalizado más adecuado ya sea tanto de los implementados habitualmente como los nuevos propuestos en este trabajo. Los umbrales se han asignado de acuerdo con los resultados de cada una de las alternativas para cada criterio, véanse Tablas 3.A y 3.B para la matriz de decisión del escenario I (cuando se utilizan

los resultados obtenidos con el modelo TGARCH) y Tablas 4.A y 4.B para la matriz de decisión del escenario II (cuando se utilizan los resultados obtenidos con el modelo A-ARSV) y las tablas 5.A y 5.B para el escenario III (modelo TA-ARSV).

Los resultados obtenidos para el escenario I, Figura 2 y Tabla 3.C, no existen incomparabilidades entre los diferentes rendimientos, por lo tanto el preorden parcial y completo coinciden. De este ordenamiento se deduce que los mejores resultados favorecen al tipo de cambio de la corona sueca frente al euro y de la libra frente al euro, siendo el peor el del yen frente al euro.

Para el escenario II que incluye los resultados de la estimación del modelo ARSV, el PROMETHEE I muestra que los mejores rendimientos son también los tipo de cambio de la libra frente al euro, produciéndose en segundo nivel incomparabilidades entre los tipos de cambio del franco suizo, del dólar y de la corona noruega frente al euro, véase Tabla 4.C y Figura 4. El PROMETHEE II muestra que los rendimientos de los tipos de cambio mejores son los de la libra y el dólar frente al euro y el peor el del yen frente al euro, véase Tabla 4.C y Figura 5.

Finalmente el escenario III, que muestra los resultados de la ordenación parcial de acuerdo a las estimaciones obtenidas con el modelo TA-ARSV, refleja que los rendimientos preferidos son los de la libra y el dólar frente al euro y el peor es el del yen frente al euro, véase Tabla 5.C y Figura 6. Las incomparabilidades que surgen en niveles inferiores de preferencia, entre las variaciones que se producen entre los otros tipos de cambio, se resuelven a favor de la corona noruega, véase el ordenamiento completo en la Tabla 5.C y Figura 7.

El modelo TGARCH es más sensible que los modelo ARSV y TA-ARSV a los valores atípicos, esta puede ser una de las razones por las que el orden de preferencia entre los diferentes escenarios puede ser diferente. Es importante resaltar este hecho porque, aunque el orden intermedio de los rendimientos puede variar un poco, sin embargo, el mejor tipo de cambio (o el segundo mejor según el TGARCH) de acuerdo con los criterios utilizados ha sido el de la libra frente al euro y el peor el del yen frente al euro.

Estos resultados muestran que el método PROMETHEE permite establecer un ranking de preferencias robusto al considerar diferentes criterios de evaluación.

## 6. CONCLUSIONES

La relevancia de este trabajo se basa en combinar los resultados de dos metodologías diferentes: por un lado diferentes modelos econométricos y por otro la decisión multicriterio discreta con el objetivo de establecer un orden de preferencias entre una variable económica relevante: los rendimientos de los tipos de cambio.

Es lógico pensar que a la hora de establecer un orden de preferencia entre los rendimientos de los seis tipos de cambios considerados influyen muchos criterios y en este trabajo no ha sido posible reflejarlos todos. Sin embargo, se ha tratado de recoger la máxima información tanto estadística como econométrica de los rendimientos y de su volatilidad (variable proxy del riesgo que se asume en los diferentes mercados financieros) mediante la utilización de tres tipos de modelos diferentes: TGARCH, ARSV y TA-ARSV. Estos modelos permiten obtener estimaciones de la volatilidad en el periodo muestral analizado y explicar sus hechos estilizados, aunque en este trabajo se ha centrado básicamente en dos: la respuesta asimétrica de la volatilidad (efecto leverage) y su persistencia.

La respuesta asimétrica de la volatilidad se ha detectado en tres tipos de cambio: el del franco suizo, la corona sueca y la corona noruega frente al euro. Lo que implica que para estimar de forma correcta la dinámica de la volatilidad en estos tipos de cambio sería más adecuado un modelo asimétrico (TGARCH o TA-ARSV). Sin embargo, el modelo TGARCH es no estacionario en dos tipos de cambio: el de las coronas sueca y noruega frente al euro, lo que implica que de los dos modelos asimétricos es más adecuado el TA-ARSV. Para el resto de los tipos de cambio sería más adecuado el modelo simétrico ARSV.

Una vez que ha sido estimada la volatilidad se han obtenido los resultados estadísticos relacionados con los hechos estilizados de los rendimientos y se han utilizado los métodos PROMETHEE para establecer un orden de preferencias entre los seis tipos de cambio. Con el fin de realizar un análisis de robustez de los resultados hemos propuesto tres escenarios uno para cada modelo estimado. En todos los escenarios el peso asignado a los criterios ha sido el mismo.

En los escenarios II y III propuestos hemos podido comprobar que el ordenamiento parcial entre las alternativas (PROMETHEE I) muestra que hay rendimientos que no se pueden comparar. Sin embargo, estas incomparabilidades se han resuelto al utilizar el ordenamiento completo (PROMETHEE II), ya que, éste utiliza sólo los flujos netos, a partir de los cuales podemos elegir los mejores tipos de cambio. Según los diferentes escenarios entre los mejores tipos de cambio se encuentran el de la libra frente al euro y entre los peores el del yen frente al euro. Estos resultados evidencian que la combinación de las dos metodologías permite obtener resultados robustos.

## **7. BIBLIOGRAFÍA**

BRANS, J.P., MARESCHAL, B. y VINCKE, P.H. (1984). "PROMETHEE: a new family of outranking methods in multicriteria analysis", in J.P BRANS (ed.), *Operational Research '84*, North-Holland, pp. 477-490.

- BRANS, J.P. y VINCKE, P.H. (1985). “A preference ranking organization method, the PROMETHEE method” *Management Science*, 31, pp. 647-656.
- CARNERO, M.A., PEÑA, D. y RUIZ, E. (2004). “Persistente and kurtosis in GARCH and Stochastic Volatility Models”. *Journal of Financial Econometrics*. 2, pp. 309-316.
- DOORNIK, J.A (2001). “An object-oriented matrix programming language using Ox”. Timberlake Consultants Ltd., <http://timberlake.co.uk>.
- DURBIN, J.A y KOOPMAN, K.J. (1997). “Monte Carlo Maximun Likelihood Estimation for Non Gaussian State Space Models”. *Biometrika*, 84 pp. 669-684.
- FERNÁNDEZ, G.; ESCRIBANO, M.C. (2006). “Nuevos Criterios Generalizados para modelar las preferencias del decisor en los Métodos de Relaciones de Superación”. *Revista Rect@*, Volumen 7 (1), pp. 95-117.
- FERNÁNDEZ, G.; GARCIA, M.C, y ESCRIBANO, M.C. (2009). “Modelos de ayuda a la decisión multicriterio con nuevos criterios generalizados: una aplicación a los mercados financieros”. *Anales de ASEPUMA*. Volumen 17(1) pp 1-22.
- GARCÍA, M.C y MÍNGUEZ, R. (2009). “Estimation of Asymmetric Stochastic Volatility Models for Stock-Exchange Index Returns”. *International Advances in Economic Research*, 15, pp. 71-87
- GOUMANS, M. y LYGEROU, V. (2000). “An extension of the PROMETHEE method for decision making in fuzzy environment: Ranking of alternative energy exploitation projects”. *European Journal of Operational Research*, 123:3, 606-613.
- GOURIEROUX, C. y MONFORT, A. (1992). “Qualitative threshold ARCH models”. *Journal of Econometric*, 52, pp 159-199
- HARVEY, A.C. y SHEPHARD, N. G. (1996). “Estimation of an asymmetric stochastic volatility model for asset returns”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, pp. 429-434.
- KOOPMAN, S. J.; SHEPHARD, N. y DOORNIK, J. A. (1999). “Statistical algorithms for models in state space using SsfPack 2.2”, *Econometrics Journal*, 2, pp.1-55.
- KOOPMAN, S. J. y HOL USPENSKY, E. A. (2002). “The Stochastic Volatility in Mean Model: Empirical evidence from international stock markets”, *Journal of Applied Econometrics*. 17, 6, pp. 667-689.



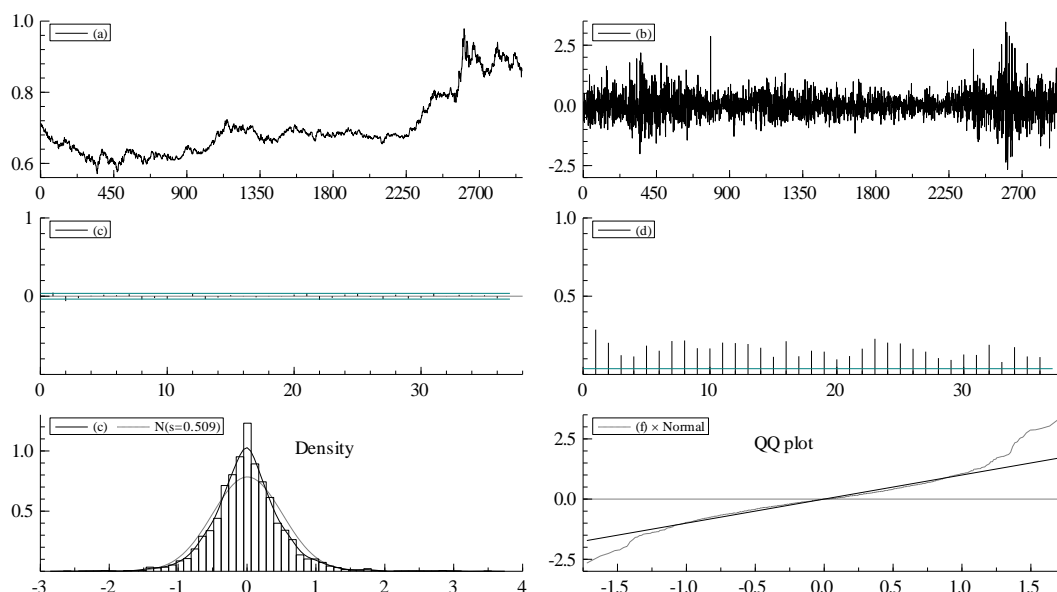
SO, M.K.P.; LI, W.K. and LAM, K. (2002): “A threshold stochastic volatility model”, *Journal of Forecasting*, 21: 473-500.

TERÄSVIRTA, T. y ZHAO, Z. (2006). “Stylized facts of return series robust estimates and three popular models of volatility.” Paper no publicado, Stockholm School of Economics.

TAYLOR, S.J. (1986). *Modeling Financial Time Series*. John Wiley and Sons Ltd, New York.

ZAKONIAN, J.M. y KING, M.L. (2003). Estimation of asymmetric Box-Cox stochastic volatility models using MCMC simulation. Working paper 10, Monash University, Australia.

**Figura 1.** Tipo de cambio de la libra esterlina frente al euro desde 4/1/1999 hasta 11/05/2010



(a): Serie temporal del tipo de cambio de la libra frente al euro; (b): Rendimientos del tipo de cambio de la libra frente al euro; (c): Correlograma (o función de autocorrelación, ACF) de los rendimientos del tipo de cambio. Nivel de significación del 5%; (d): ACF del cuadrado de los rendimientos del tipo de cambio. Nivel de significación del 5%; (e): Histograma y función de densidad estimada del los rendimientos del tipo de cambio. Nivel de significación del 5%; (f) Gráfico QQ para los rendimientos del tipo de cambio.

**Tabla 1.** Estadísticos descriptivos y test de normalidad de diferentes tipos de cambio en el periodo muestral comprendido entre el 04/01/99-11/05/10.

Tipos de Cambio	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Típica	Asimetría	Exceso Curtosis	Test Normalidad
Dólar / Euro	2962	-0.0676	0.0557	0.00003	0.0070	-0.024	4.8175	1151.4*
Yen / Euro	2962	-7.01	5.03	-0.0005	1.0131	-0.414	3.6489	648.21*
Libra / Euro	2962	-0.0252	0.0323	0.00005	0.0038	0.638	8.4847	1959.3*
Franco Suizo/ Euro	2962	-0.0362	0.0453	0.016	1.1250	-0.069	10.317	3120.5*
Corona Sueca/ Euro	2962	-0.2510	0.2970	0.00006	0.0401	0.259	6.1908	1550.6*
Corona Noruega / Euro	2962	-0.3550	0.3500	-0.0003	0.0363	0.130	12.010	3735.4*

\*Se rechaza la nula para un nivel de significación del 5%. El test de normalidad utilizado es el Jarque-Bera ( $H_0$  es una distribución Normal). La media es estadísticamente nula para todos los rendimientos.

**Tabla 2.** Persistencia y asimetría estimada para los modelos TA-ARSV(1), ARSV(1) y TGARCH(1,1) y contraste de razón de verosimilitud.

Tipos de Cambio	TA-ARSV(1)		ARSV(1)	LR(*)	TGARCH(1,1)	
	Parámetros estimados		Parámetro estimado		Parámetros estimados	
	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi$	$\lambda$	Persistencia ( $\alpha_1 + \beta_1$ )	$\gamma$
<b>Dólar / Euro</b>	0.9938 (0.192)	0.9955 (1.129)	0.9937 (0.437)	1.26	0.9923	0.0099 (0.088)
<b>Yen / Euro</b>	0.9927 (0.573)	0.9929 (0.595)	0.9902 (0.360)	2.48	0.9716	0.0044 (0.038)
<b>Libra / Euro</b>	0.9905 (0.963)	0.9926 (0.147)	0.9908 (0.360)	1.10	0.9818	0.030 (0.020)
<b>Franco Suizo/ Euro</b>	0.9558 (0.444)	0.9981 (0.028)	0.9774 (0.338)	5.44	0.9516	0.0768 (0.024)
<b>Corona Sueca/ Euro</b>	0.9806 (0.407)	0.9991 (0.234)	0.9911 (0.338)	4.58	1	-0.0255 (0.008)
<b>Corona Noruega / Euro</b>	0.9326 (0.2624)	0.9998 (0.3389)	0.9714 (0.274)	4.72	1	-0.0498 (0.015)

\*Contraste de razón de verosimilitud (LR). Valor crítico: 3.84 (5%).

Los valores entre paréntesis para  $\phi_{11}$ ,  $\phi_{12}$ ,  $\phi$  y  $\gamma$  son sus desviaciones típicas.

**Tabla 3.A Resultados para el escenario I (estimación con el modelo TGARCH)**

	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
Dólar / Euro	0.00003	0.0070	0.4398	0.6599	-0.024	0.9923	4.8175
Yen / Euro	-0.0005	1.0131	0.6501	0.7993	-0.414	0.9716	3.6489
Libra / Euro	0.00005	0.0038	0.2603	0.5085	0.638	0.9818	8.4847
Franco Suizo/ Euro	0.016	1.1250	0.0803	0.2841	-0.069	0.9516	10.317
Corona Sueca/ Euro	0.00006	0.0401	0.1603	0.4091	0.259	1	6.1908
Corona Noruega / Euro	-0.0003	0.0363	0.1795	0.4322	0.130	1	12.010

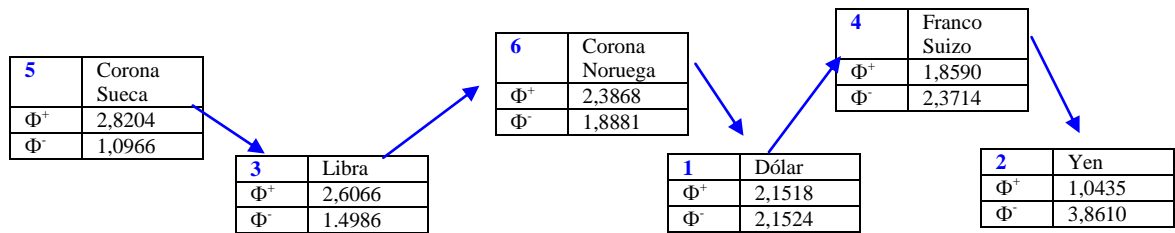
**Tabla 3.B Preferencias para el escenario I**

	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
Tipo de función	V.1	Usual	VI.2	Usual	III.2	Usual	Usual
Minimizar	False	True	False	True	False	False	False
p	0,0005	-	0,3	-	0,3	-	-
q	0,0002	-	0,15	-	-	-	-
$\sigma$	-	-	0,25	-	-	-	-
m	0,00035	-	-	-	0,1	-	-

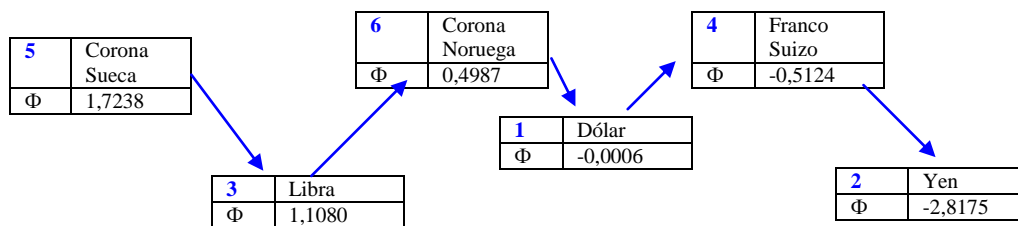
**Tabla 3.C Ranking para el escenario I**

	Cálculos con Nuevos Criterios Generalizados			
	Flujos Positivos ( $\phi+$ )	Flujos negativos ( $\phi-$ )	Flujos Netos ( $\phi$ )	Ranking ( $\phi$ )
Dólar / Euro	2,1518	2,1524	-0,0006	4
Yen / Euro	1,0435	3,8610	-2,8175	6
Libra / Euro	2,6066	1,4986	1,1080	2
Franco Suizo/ Euro	1,8590	2,3714	-0,5124	5
Corona Sueca/ Euro	2,8204	1,0966	1,7238	1
Corona Noruega / Euro	2,3868	1,8881	0,4987	3

**Figura 2. Ordenamiento parcial (PROMETHEE I) para el escenario I (TGARCH) y los nuevos criterios generalizados**



**Figura 3. Ordenamiento parcial (PROMETHEE II) para el escenario I (TGARCH) y los nuevos criterios generalizados**



**Tabla 4.A Resultados para el escenario II (estimación con el modelo ARSV)**

	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
Dólar / Euro	0.00003	0.0070	0.6233	0.1739	-0.024	0.9937	4.8175
Yen / Euro	-0.0005	1.0131	0.7111	0.2948	-0.414	0.9902	3.6489
Libra / Euro	0.00005	0.0038	0.4545	0.1905	0.638	0.9908	8.4847
Franco Suizo/ Euro	0.016	1.1250	0.2363	0.1206	-0.069	0.9774	10.317
Corona Sueca/ Euro	0.00006	0.0401	0.3279	0.1722	0.259	0.9911	6.1908
Corona Noruega / Euro	-0.0003	0.0363	0.3790	0.1538	0.130	0.9714	12.010

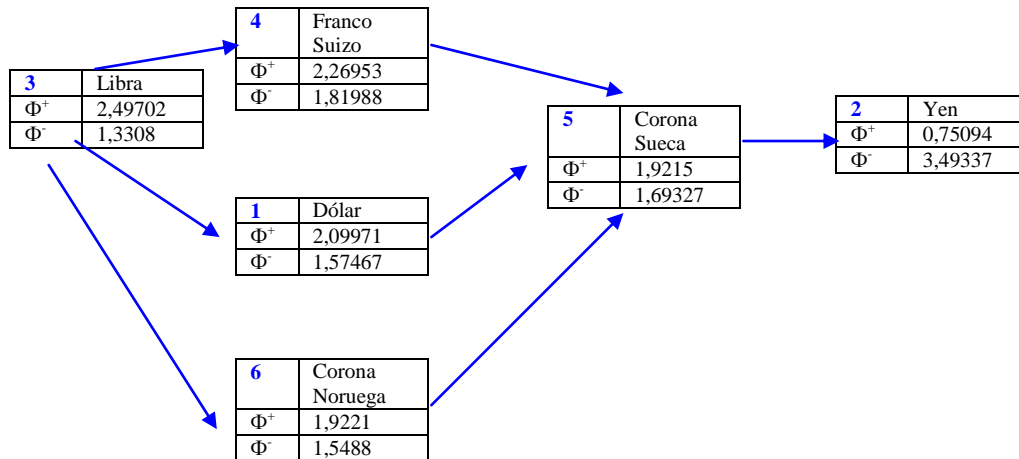
**Tabla 4.B Preferencias para el escenario II**

	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
Tipo de función	V.1	Usual	VI.2	Usual	III.2	Usual	Usual
Minimizar	False	True	False	True	False	False	False
p	0,0008	-	0,40	-	0,50	-	-
q	0,0004	-	0,20	-	-	-	-
$\sigma$	-	-	0,30	-	-	-	-
m	0,0006	-	-	-	0,20	-	-

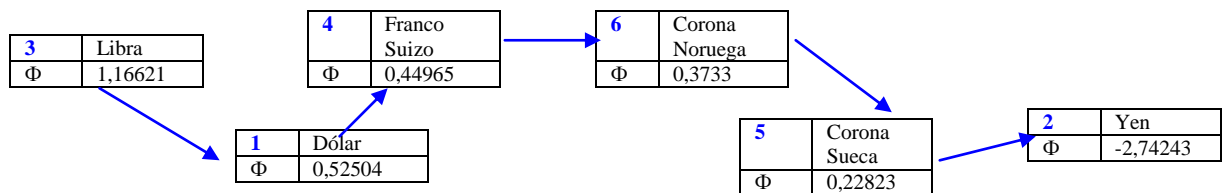
**Tabla 4.C Ranking para el escenario II**

	Cálculos con Nuevos Criterios Generalizados			
	Flujos Positivos ( $\Phi+$ )	Flujos negativos ( $\Phi-$ )	Flujos Netos ( $\Phi$ )	Ranking ( $\Phi$ )
Dólar / Euro	2,09971	1,57467	0,52504	2
Yen / Euro	0,75094	3,49337	-2,74243	6
Libra / Euro	2,49702	1,33081	1,16621	1
Franco Suizo/ Euro	2,26953	1,81988	0,44965	3
Corona Sueca/ Euro	1,9215	1,69327	0,22823	5
Corona Noruega / Euro	1,9221	1,5488	0,3733	4

**Figura 4. Ordenamiento parcial (PROMETHEE I) para el escenario II (ARSV) y nuevos criterios generalizados**



**Figura 5. Ordenamiento parcial (PROMETHEE II) para el escenario II (ARSV) y los nuevos criterios generalizados**



**Tabla 5.A Resultados para el escenario III (estimación con el modelo TA-ARSV)**

	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
<b>Dólar / Euro</b>	0.00003	0.0070	0.6236	0.1734	-0.024	0.9946	4.8175
<b>Yen / Euro</b>	-0.0005	1.0131	0.7123	0.2952	-0.414	0.9928	3.6489
<b>Libra / Euro</b>	0.00005	0.0038	0.4548	0.1905	0.638	0.9915	8.4847
<b>Franco Suizo/ Euro</b>	0.016	1.1250	0.2381	0.1240	-0.069	0.9769	10.317
<b>Corona Sueca/ Euro</b>	0.00006	0.0401	0.3585	0.1731	0.259	0.9858	6.1908
<b>Corona Noruega / Euro</b>	-0.0003	0.0363	0.3780	0.1540	0.130	0.9662	12.010

**Tabla 5.B Preferencias para el escenario III**

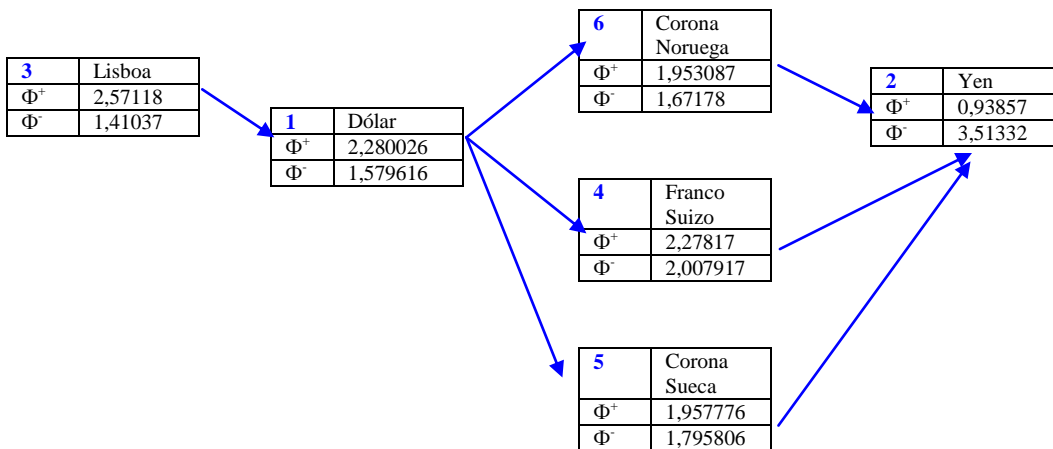
	Media Rendimientos	STD Rendimientos	Media Volatilidad	STD Volatilidad	Asimetría	Persistencia	Curtosis
<b>Tipo de función</b>	V.1	Usual	VI.2	Usual	III.2	Usual	Usual
<b>Minimizar</b>	False	True	False	True	False	False	False
<b>p</b>	0,0008	-	0,30	-	0,40	-	-
<b>q</b>	0,0004	-	0,10	-	-	-	-
<b><math>\sigma</math></b>	-	-	0,20	-	-	-	-
<b>m</b>	0.0006	-	-	-	0,20	-	-

**Tabla 5.C Ranking para el escenario III utilizando nuevos criterios generalizados.**

	Flujos Positivos ( $\phi+$ )	Flujos negativos ( $\phi-$ )	Flujos Netos ( $\phi$ )	Ranking ( $\phi$ )
<b>Dólar / Euro</b>	2,280026	1,579616	0,70041	2
<b>Yen / Euro</b>	0,93857	3,51332	-257475	6
<b>Libra / Euro</b>	2,57118	1,41037	1,16081	1
<b>Franco Suizo/ Euro</b>	2,27817	2,007917	0,270253	4
<b>Corona Sueca/ Euro</b>	1,957776	1,795806	0,16197	5
<b>Corona Noruega / Euro</b>	1,953087	1,67178	0,281307	3



**Figura 6. Ordenamiento parcial (PROMETHEE I) para el escenario III (TA-ARSV) y nuevos criterios generalizados**



**Figura 7. Ordenamiento parcial (PROMETHEE II) para el escenario III (TA-ARSV) y los nuevos criterios generalizados**

