

RECIBIDO EL 17 DE FEBRERO DE 2016 - ACEPTADO EL 18 DE FEBRERO DE 2016

# LA GEOMETRÍA ASISTIDA POR GEOGEBRA

**Lic. Henry Fernández Rodríguez.**

*henryfr@ult.edu.cu.*

**DrC. Michel Enrique Gamboa Graus.**

*michelgamboagraus@gmail.com.*

**DraC. Maricela Rodríguez Ortiz.**

*maricelaro@ult.edu.cu.*

**MSc. Oreste Alfonso Díaz.**

*orestead@ult.edu.cu.*

*Universidad de Las Tunas. Las Tunas. Cuba.*

## Resumen

Las escuelas contemporáneas se dotan de nuevas tecnologías, entre ellas las computadoras, por lo que constituye un reto su utilización en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría es uno de los que presenta mayores dificultades en la Matemática Educativa actual. Estas están relacionadas fundamentalmente con la actualización didáctica necesaria para hacer corresponder dicho proceso con los adelantos tecnológicos existentes en campos como la Informática y la Comunicación. En el trabajo se ofrecen recomendaciones metodológicas a los profesores y se muestran algunas actividades diseñadas donde se utiliza un programa computarizado de aplicación como es el Geogebra, que facilita revelar las cualidades y potencialidades de estos y transformar el proceso didáctico de la Geometría. En estas se tienen en cuenta los niveles de desarrollo del pensamiento, la formación por etapas de las acciones mentales y la didáctica para un aprendizaje desarrollador. Su implementación práctica, en el centro de referencia provincial, reveló

cambios actitudinales de los estudiantes hacia la asignatura y mejoras significativas en su aprendizaje.

Palabras clave: Geometría; enseñanza; aprendizaje; actividades.

## Desarrollo

En los momentos actuales nuestro país está inmerso en la realización de profundas transformaciones con la finalidad de hacer corresponder el modelo de hombre que ella necesita con el sistema social que construimos, de manera tal que éste pueda vivir en un mundo donde el inevitable proceso de globalización impone nuevos retos dados por el desarrollo de la ciencia, la técnica y las comunicaciones. Estas transformaciones en el sector educacional se reconocen en Cuba como la tercera gran Revolución educacional y cultural.

La introducción de las computadoras personales y de programas de computación para la enseñanza hacen que surjan varias interrogantes, tanto por parte de los docentes que deben implementar su uso al desarrollar el currículum diseñado, esto se da en las diferentes

asignaturas y áreas del conocimiento del que no escapa la enseñanza de la Matemática y en particular de la Geometría. Por lo que es necesario que se modifique la concepción tanto de la enseñanza como del aprendizaje de la Geometría. Esto implica un cambio en la manera de pensar de los profesores y desde luego de diseñar las estrategias, las tareas independientes y actividades extradocentes.

Este trabajo fue resultado del proyecto de Investigación “Didáctica de las Ciencias Exactas” y tiene como propósito contribuir al desarrollo de la creatividad de los profesores al mostrar algunas de las posibilidades de utilización de las tecnologías de la Informática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría. Para ello se diseñaron actividades teniendo presente los principios de una didáctica desarrolladora y los niveles de pensamiento en esta área de la Matemática, los cuales evidencian en la práctica el cambio de actitud de los estudiantes hacia la asignatura.

Desde el punto de vista psicológico, pedagógico y sociológico el trabajo se basa en la concepción de aprendizaje desarrollador dado por D. Catellanos (2001) al exponer: “...el proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia socio-histórica, en el cual se producen, como resultado de la actividad del individuo y de la interacción con otras personas, cambios relativamente duraderos y generalizables, que le permiten adaptarse a la realidad, transformarla y crecer como personalidad”.

En tal sentido, se considera con los siguientes atributos valorados de una forma integradora, sin hiperbolizar ni menospreciar uno u otro. Es un proceso dialéctico, de apropiación individual de la experiencia social, siempre es regulado y se extiende a lo largo de toda la vida, se aprende en la actividad y como resultado de esta. Es un proceso constructivo, donde se complementan la reestructuración y la asociación. Es cooperativo, contextualizado, mediado por la existencia de los demás, a la vez que debe ser significativo y desarrollador.

Por otra parte, la autora declara tres criterios básicos que debe cumplir todo aprendizaje para que este

sea desarrollador, los cuales son: a) promover el desarrollo integral de la personalidad del educando, b) potenciar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación y c) desarrollar la capacidad de realizar aprendizajes a lo largo de la vida.

También se toma como base los principios didácticos dirigidos a lograr un proceso de enseñanza - aprendizaje que instruya, eduque y desarrolle declarado por M. Silvestre y J. Zilberstein (2000). Concebir un sistema de actividades para la búsqueda y exploración del conocimiento por el alumno desde posiciones reflexivas que estimulen el desarrollo del pensamiento y la independencia. Orientar la motivación hacia el objeto de la actividad de estudio. Desarrollando la necesidad de aprender y de entrenarse en cómo hacerlo. Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos de pensamiento y el alcance del nivel teórico elevando la capacidad de resolver problemas. Desarrollar formas de actividad y de comunicación colectivas, que favorezcan el desarrollo intelectual, logrando la adecuada interacción de lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje. Atender las diferencias individuales en el desarrollo de los escolares en el tránsito del nivel logrado hacia el que se aspira. Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social y estimular la valoración por el alumno en el plano educativo.

En la propuesta que se presenta en este artículo también se toma en consideración, por una parte lo referido a la actividad, su estructura y su rol en el aprendizaje donde particularmente desempeña un importante papel la formación por etapas de las acciones mentales desarrolladas por Galperin (1982), Talízina (1988) y otros. Por otra parte, los aspectos referentes a la necesidad del aprendizaje cooperativo o colaborativo a partir del reconocimiento del componente social del aprendizaje, del aprender con otros y de otros que en la psicología social se conocen como Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Este supuesto permite valorar desde perspectivas educativas, el trabajo que desempeña un sujeto con otros a favor de un aprendizaje determinado, la importancia que se le asigna al compartir con otros abre nuevos caminos para generar estrategias de

enseñanza - aprendizaje centradas en el crecimiento colectivo según asegura Vigotsky (1982).

Este trabajo colaborativo se facilita cuando el aprendizaje está mediado o asistido por computadoras. Este aprendizaje asistido por computadoras (ACAC) ha sido definido por Paz, B. y otros (1999) como “una estrategia de enseñanza-aprendizaje por la cual interactúan dos o más sujetos para construir aprendizaje, a través de discusión, reflexión y toma de decisión, proceso en el cual los recursos informáticos actúan como mediadores”.

La concepción de las estrategias necesitan estar en correspondencia con los requerimientos didácticos que se exigen en la actualidad: Aumenta las habilidades sociales, interacción y comunicación efectivas. Aumenta la seguridad en sí mismo. Disminuye los sentimientos de aislamiento. Disminuye el temor a la crítica y a la retroalimentación. Incentiva el desarrollo del pensamiento crítico y la apertura mental. Permite conocer diferentes temas y adquirir nueva información. Aumenta la autoestima y la integración grupal. Fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, basado en los resultados del trabajo en grupo.

Existen tres características de las computadoras que poseen gran importancia desde el punto de vista didáctico, las cuales deben ser valoradas por el profesor para decidir su utilización como recurso en el desarrollo del currículum. Por una parte, estas proporcionan una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el alumno dedique mayor atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados. Otra de las posibilidades es de ejecutar con gran rapidez dibujos, cálculos, entre otras órdenes de muy distinto tipo, por lo que se pueden simular experiencias aleatorias, trazar gráficos, entre otras actividades. La tercera característica es la de interactuar con el estudiante, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, convirtiéndose en un poderoso instrumento de exploración e indagación, todo lo cual hace que su uso sea altamente motivante.

El profesor debe valorar el tiempo que se necesita para el uso de las computadoras en la clase o de apoyo a ella, lo que incluye el manejo por los alumnos de los programas computarizados que se emplearán de manera que se facilite la calidad del aprendizaje. Para esto es necesario tener presente que el desarrollo acelerado de la Informática conlleva a la interacción más natural del hombre con las computadoras.

Como parte del proyecto de investigación, del que forman parte los autores, sobre el aprendizaje se concibió la instrumentación de situaciones de aprendizaje. Estas tomaron en consideración de forma dialéctica los elementos que aportan estas teorías que se trataron, unidos a los de investigaciones desarrolladas por Escalona, M. (2007); Rojas, O. (2009) y Portilla, Y. (2012), y otros que aportan elementos para elevar la calidad del aprendizaje al integrar las TIC a la enseñanza-aprendizaje. De esta manera se buscó elevar el grado de efectividad del aprendizaje aspirado por el modelo del egresado de este nivel educacional.

### **Propuesta realizada**

Para el logro del propósito del trabajo se utilizó un programa computarizado disponible, el Geogebra, el cual brinda un potencial extraordinario y posibilita transformar el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Geometría de una variable real en favor de lograr resultados más efectivos. La utilización de este asistente, por parte de los profesores y alumnos, permite que estos formulen conjeturas, favorece la comunicación y sus descubrimientos y que sistematicen constantemente sus conocimientos, lo que hace que se desarrolle su pensamiento matemático ya que se acercan al quehacer propio de los matemáticos.

Este proceso requirió el planteamiento y desarrollo de una serie de acciones que posibilitaron concretar las ideas teóricas. Las mismas se listan a continuación.

### **Acciones para crear las condiciones necesarias**

La implementación de las actividades consistió en el proceso de ponerlas en funcionamiento en la práctica escolar, la aplicación de métodos, el diseño de acciones, la toma de decisiones y medidas para llevarlas a

cabo exitosamente a través de varios momentos. Estos incluyeron la selección de los profesores, el diseño de acciones de preparación para crear las condiciones necesarias, entre otros como evaluación y perfeccionamiento de las propuestas. Algunas de las acciones implementadas se tratan a continuación.

- Preparar, tanto en la teoría como en la práctica, a los profesores en los presupuestos antes expresados.

Esto se hizo a través de talleres y sesiones de debates sobre los diferentes aspectos de la preparación. Estos contaron con diferentes técnicas participativas, estudio previo de materiales, exposición de la interpretación de los mismos, entre otras características.

- Instalar los programas computarizados.

Se instalaron en los laboratorios de Informática el Geogebra para ir generalizando las acciones a diversos asistentes matemáticos.

- Desarrollar sesiones de trabajo para revisar las cualidades y potencialidades de los dos programas.

Por presiones con el tiempo fue imposible agotar esta, de manera que quedó como trabajo individual profundizar en este sentido. Sin embargo, es necesario tratar de hacerlo de manera presencial utilizando formas típicas de exposición, ejemplificación e ilustración para mostrar cualidades como la interactividad, flexibilidad, extensibilidad, y transposición didáctica que caracterizan la dinámica que adquiere el proceso en que participen estas tecnologías.

- Analizar la unidad que se quiera abordar.

Se trabajó en el Tema 3 de la asignatura Fundamentos de la Matemática Escolar I. Se revisaron, entonces, los documentos que recogen orientaciones metodológicas al respecto, de manera que facilitara la obtención de ideas relacionadas con el empleo de las cualidades y potencialidades del programa computarizado.

- Valorar los resultados del diagnóstico integral.

Aquí se tuvo en cuenta su evolución en lo que iba de curso

y en particular del tema, así como de las experiencias de los profesores al impartir estos contenidos. Además, se consideraron las condiciones reales de utilización de los laboratorios de computación por los estudiantes y profesores.

- Diseñar las actividades por desarrollar.

Esto se hizo de manera que se tuvieran presentes los presupuestos teóricos de base.

- Realizar sesiones de trabajo con los alumnos en el laboratorio de computación.

Esto fue crucial para enseñarlos a interactuar con los programas, a la vez que se diagnosticaban los conocimientos de los alumnos sobre las propiedades de la Geometría que serían objeto de estudio. La intención es que todos sean capaces de llegar a estos niveles en que, además de su pensamiento, utilizan herramientas acordes al desarrollo tecnológico existente para la solución de los problemas.

- Implementar las actividades diseñadas.

El trabajo en colectivo para establecer cómo concebir el desarrollo de las actividades propició sugerir las siguientes orientaciones metodológicas:

Orientaciones metodológicas para ejecutar las actividades

Acorde con las actividades se sugiere la formación de equipos de tres o cuatro alumnos de manera que se puedan distribuir las tareas para los diferentes casos, según el diagnóstico, complejidad de las actividades y el tiempo disponible para su ejecución, así como realizar oponencia del trabajo de un equipo a otro. Lo que se busca es.

La orientación adecuada de las actividades permite garantizar un proceso didáctico que promueva el ejercicio de la comunicación, la interacción y la crítica sobre las propias soluciones, como condición necesaria para un aprendizaje desarrollador.

Aquí es importante que se valore el dominio de los conceptos implícitos necesarios para enfrentar cada

actividad, de no dominarse se recomienda la búsqueda de los mismos por diferentes vías. Se deben concebir sesiones de trabajo donde se socialicen los procesos empleados para llegar a los resultados, así como los propios resultados. De tal forma es posible dar seguimiento individual y colectivo a los estudiantes en su aprendizaje. Además, esto contribuye a que se eduquen en ejercer la crítica y la autocrítica, el establecimiento de juicios de valor, se autoevalúen y coevalúen, además de entrenarse en el uso del vocabulario técnico de la asignatura. Es recomendable utilizar la opción “Histórico” lo que posibilitará describir el procedimiento seguido, que servirá también como controlador del mismo.

Las actividades deben ser combinadas con las consultas y estudios de los aspectos teóricos que aparecen en las enciclopedias del programa Libertad y en soporte electrónico Encarta, Ecured, Wikipedia, con que se cuenta en las escuelas, además de los libros; donde tengan que elaborar resúmenes y fichas de contenido. Estos pueden anteceder o no la actividad asignada según sea el caso. Se sugiere que realicen tablas para sus anotaciones, las que les facilitarán el análisis de la información.

El planteamiento de las actividades debe de tener presente los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico (reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor) con sus fases (información, orientación dirigida, explicación, orientación libre e integración) y la formación por etapas de las acciones mentales (Elaboración de la BOA de tercer tipo, formación de la acción de forma material, formación de la acción como verbal externa y formación de la acción en el lenguaje interno).

### Ejemplos de actividades diseñadas

Para sistematizar algunos de los axiomas de incidencia.

Los propios estudiantes, con adecuada dirección del profesor, pueden llegar al planteamiento de conjeturas sobre las propiedades de la mediatriz de un segmento.

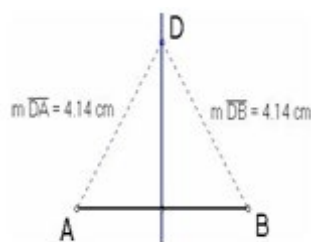


Fig. 1 Mediatriz

- 1- Trazar un segmento y denotar sus extremos. a) Traza la mediatriz de ese segmento. ¿Qué aspectos tuvieron en cuenta para trazarla? b) Seleccionar un punto de la mediatriz de manera arbitraria. c) Medir la distancia del punto sobre la mediatriz a los extremos del segmento, desplaza dicho punto sobre la mediatriz y ve anotando la variación de las distancias, ¿Qué ocurre? ¿A qué conclusión llegas?

Luego, cuando estudien los criterios de igualdad de triángulos, podrán realizar una demostración de esta propiedad, apoyándose en estos criterios. Por el momento se puede realizar la búsqueda de todos los elementos iguales, tanto en el triángulo grande formado por los extremos del segmento y el punto seleccionado sobre la mediatriz, como en los dos pequeños que determina la mediatriz, reconocerlos, clasificarlos acorde con la amplitud de sus ángulos, la longitud de sus lados, de manera que se pueda ir sistematizando los conocimientos y preparando el camino para formas de pensamiento más formales. Un trabajo similar se puede realizar con la bisectriz de un ángulo.

La suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo es otra de las temáticas más ricas para realizar el planteamiento de suposiciones o conjeturas y llegar a la proposición a partir de la intuición con el apoyo de este tipo de software.

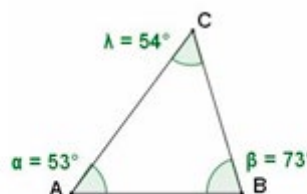


Fig. 2 Suma de ángulos interiores

- 2- a) Construye un triángulo cualquiera y denótalo. b) Mide la amplitud de sus ángulos interiores y calcula

su suma. c) Mueve dos de los vértices de manera que obtengas diferentes triángulos. d) Observa cómo varían las amplitudes de los ángulos interiores. ¿Qué sucede con la suma de dichas amplitudes? e) Valora a partir de los resultados anteriores si son posibles estos casos: tener dos ángulos obtusos, dos ángulos rectos, un ángulo obtuso y uno recto. En cada caso justificar la respuesta.

En el estudio de la relación entre los lados de un triángulo y los ángulos opuestos el Geómetra, el Geogebra, y otros muchos más asistentes matemáticos brindan posibilidades muy interesantes para llegar a elaborar la proposición de que en todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo y recíprocamente.

- 3- a) Traza un triángulo y denótalo. a) Mide sus lados y sus ángulos. b) Observa el lado de mayor longitud y compara la amplitud del ángulo que se le opone con el resto de las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo ¿qué sucede? b) Observa el lado de menor longitud y compara la amplitud del ángulo que se le opone con el resto de las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo ¿qué sucede? c) Mueva los vértices del triángulo y verifica si sigue cumpliéndose esa relación. ¿A qué conclusión llegas? d) Trata de lograr, moviendo dos vértices del triángulo la igualdad de dos lados. ¿Qué sucede con las amplitudes de los ángulos opuestos a esos lados? e) Repite la operación pero de manera que se igualen otro par de lados diferentes al caso anterior y observa qué sucede. ¿y si se igualan los tres lados qué sucede con los ángulos? g) ¿A qué conclusión llegas?

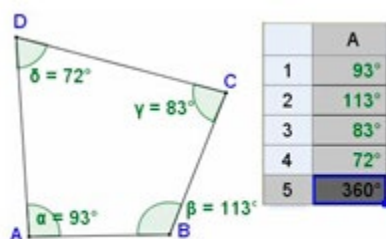


Fig. 3 Suma de ángulos interiores

Para realizar el planteamiento de suposiciones o conjeturas y llegar a la proposición a partir de la intuición,

sobre la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un cuadrilátero convexo.

- 4- a) Traza un cuadrilátero convexo cualesquiera y denotarlo. b) Mide las amplitudes de sus ángulos. c) Determina la suma de las amplitudes de sus ángulos. d) Transforma el cuadrilátero construido, moviendo dos o tres vértices, en los diferentes tipos de cuadriláteros que conoces. e) Anota cómo se comporta la suma de las amplitudes de los ángulos interiores. ¿A qué conclusiones llegas?

Al abordar algunas de las propiedades del paralelogramo se diseñó la siguiente actividad.

- 5- a) Construye un paralelogramo y denota sus vértices. b) Traza las diagonales del mismo y determina la longitud de estas y la amplitud del ángulo agudo que se forma entre ellas. c) A partir del movimiento de tres vértices transforma el paralelogramo dado en: Rectángulos de diferentes tamaños. Cuadrados de diferentes tamaños. En rombos de diferentes tamaños. d) Anota en cada caso, según la tabla sugerida, el valor de las longitudes de las diagonales y la amplitud del ángulo que ellas forman, realiza un análisis de las anotaciones realizadas. ¿Qué puedes decir en cada caso?

Estos recursos didácticos también son muy útiles en el trabajo con propiedades de los ángulos inscritos en una circunferencia. Para llegar a la igualdad de las amplitudes de ángulos inscritos sobre un mismo arco, así como elaborar el teorema de Thales sobre los triángulos que tienen un ángulo interior inscrito sobre el diámetro, se pueden utilizar actividades como la siguiente.

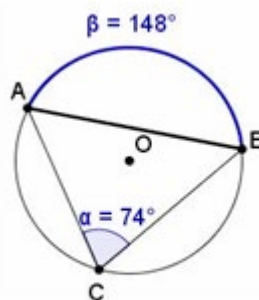


Fig.4 Ángulo inscrito

- a) Construye una

circunferencia de centro O y cualquier radio. b) Traza un arco y designa sus extremos por A y B respectivamente. c) Selecciona un tercer punto que pertenezca a la circunferencia, denótalo por C. d) Determina la amplitud del ángulo  $\widehat{ACB}$ . e) Mueve el punto C sobre el arco capaz de AB, observa el comportamiento de la amplitud del ángulo  $\widehat{ACB}$ . ¿Qué puedes suponer? ¿Cuál es tu conclusión? f) Construye la cuerda AB. ¿Qué sucede si la cuerda llega a ser la máxima (el diámetro)? ¿Qué parte de la circunferencia sería el arco AB? ¿Qué amplitud tiene? ¿Cómo podría enunciar esta proposición?

En cada caso se les debe solicitar a los estudiantes que realicen búsquedas en la bibliografía orientada de proposiciones o propiedades similares o iguales a las que ellos han elaborado. Al mismo tiempo, es imprescindible que estos compartan con los compañeros sus resultados y elaboren proposiciones. Con esto se potencia la etapa verbal, para que los estudiantes interactúen entre ellos y puedan transitar el camino del pensamiento que les permite su entendimiento de los conceptos geométricos a las palabras que deben ofrecer para explicar los rasgos y propiedades a sus compañeros o al profesor, como uno de los factores determinantes en el desarrollo individual de cada uno de ellos, de manera que les permita internalizar dichos conceptos y aplicarlos a lo largo de sus vidas.

Como consecuencia, la base del aprendizaje de los estudiantes no es la simple observación o escuchar la información sobre el tema. Las relaciones, enlaces y procedimientos entre los elementos que componen el contenido de los conceptos involucrados se convierten en una condición necesaria para la acción mental. Se propone estimular la gradual, paulatina y en ocasiones imperceptible conversión de acciones externas a acciones intelectuales internas, y esto es creado en un proceso que ocurre poco a poco en la interacción entre los estudiantes y profesores, con múltiples situaciones de aprendizaje que contengan ejercicios, problemas y actividades. Lo que se busca es garantizar un proceso didáctico que promueva el ejercicio de la comunicación, la interacción y la crítica sobre las propias soluciones, como condición necesaria para un aprendizaje desarrollador.

En este proceso se verificó que la utilización de los asistentes matemáticos como el Geómetra o el Geogebra posibilita que el alumno despliegue todo su conocimiento al abordar los ejercicios, problemas y actividades que se presentan a la vez que comparte sus conocimientos y necesidades con otros. Esto provocó en los estudiantes cambios de actitud ante la asignatura, sintiéndose descubridores del conocimiento.

anteriores. En la implementación de las situaciones de aprendizaje surgieron nuevas discusiones, o posibles interrogantes que podían haber sido incluidas en ellas. Lo que denotó la necesidad de someter bien a debate por parte de los profesores los ejercicios diseñados.

### Conclusiones

Los estudiantes de la Educación Secundaria Básica en Cuba, junto a los demás involucrados en el proceso didáctico de la Matemática de este nivel, necesitan un salto cualitativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría. Esto permite optimizar esta actividad con el desarrollo de un nuevo tramado de relaciones orientado a considerar la incorporación de las nuevas tecnologías de información y la comunicación en la implementación de situaciones dirigidas a la actualización didáctica que se necesita para desarrollar clases contemporáneas, en un proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática acorde con el desarrollo tecnológico actual.

Las actividades propuestas tienen como bases los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico, la formación por etapas de las acciones mentales y la didáctica para un aprendizaje desarrollador. Esto prepara al estudiante para enfrentar una forma de pensamiento de un nivel de desarrollo más formal; permite el manejo del vocabulario técnico de la asignatura, en tanto que tiene que compartir o socializar lo aprendido, lo cual también favorece lo desarrollador y posibilita la sistematización de los conocimientos, pues los alumnos siempre tendrán que partir de los elementos más elementales a los más complejos.

Es necesario que los profesores pongan en ejercicio todas sus capacidades, esfuerzos y voluntad para el cambio

de una nueva forma de pensar y actuar, como parte de las transformaciones que se vienen desarrollando en la Educación Secundaria Básica actual, y la disponibilidad de nuevos medios y recursos. La propuesta que se presenta en este artículo puede contribuir a ello, pues promueve clases en las que los estudiantes ofrecen y reciben ayudas entre ellos, en función de sus diferentes zonas de desarrollo próximo. Esto se logra a partir de una planificación que contempla también la esfera inductora de la personalidad de los estudiantes que participan, en un proceso de colaboración que involucra sus particularidades.

### Referencias

1. Castellanos, D. (2001). Educación, aprendizaje y desarrollo. Curso 16. En Pedagogía 2001. La Habana.
2. Escalona, D. M. (1999). La enseñanza de la geometría demostrativa. p. 41-47. En Revista Educación. No. 97. La Habana.
3. Escalona, M. (2007). El uso de recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Holguín Cuba.
4. Galperin, P. Y. (1982). Introducción a la Psicología, Editorial Pueblo y Educación, Cuba.
5. Paz, B. (1999). Aprendizaje Colaborativo asistido por computador: la esencia interactiva. En Contexto Educativo (soporte digital). No.12. Argentina. Consultada el 21 de enero de 2015, <http://contexto-educativo.com.ar/1999/12/nota-8.htm>
6. Portilla, Y. (2012). La ejercitación del aprendizaje mediante software educativo. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas “José de la luz y Caballero”, Holguín.
7. Rojas, O. (2009). Modelo didáctico para favorecer la enseñanza aprendizaje de la Geometría del espacio con un enfoque desarrollador. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico “José de la luz y Caballero”, Holguín.
8. Silvestre, Margarita y José Zilberstein. ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje? Ediciones CEIDE. México, 2000.
9. Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. Teaching Children Mathematics, 5(6), 310-316.
10. Vigotsky, L. S. (1982). Pensamiento y Lenguaje. Ed. Pueblo y educación, Ciudad Habana.

### Anexos