· 99 · BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

RECIBIDO EL 20 DE ABRIL DE 2017 - ACEPTADO EL 20 DE ABRIL DE 2017

PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS COGNITIVAS PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO. UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Angélica María Urquizo Alcívar[1]

Universidad Nacional De Chimborazo

Riobamba-Ecuador

aurquizo@unach.edu.ec

Abelardo Campana Concha[2]

Universidad Nacional Mayor De San Marcos

Lima-Perú

abel5454@hotmail.com

Resumen

Una de las dificultades que presentan los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática está en la resolución de problemas. Se debe a menudo a la falta de desarrollo de su razonamiento matemático. Se ha realizado una investigación en la cual se aplicó un programa de estrategias didácticas cognitivas a estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de la ciudad de Riobamba-Ecuador. En este trabajo se pretende compartir en forma breve los resultados, así como el programa en mención con la descripción de varias actividades y ejemplos.

Se concluye que la aplicación del programa de estrategias didácticas cognitivas mejoró el desarrollo del razonamiento matemático de las estudiantes y se recomienda para su aplicación la participación activa de los estudiantes.

Palabras clave: Estrategias, razonamiento, cálculos mentales, problemas matemáticos.

Abstract

One of the difficulties of the students in the process of teaching and learning of mathematics is in in

1 Doctora en Matemática. Docente de grado y posgrado de la UNACH. Ponente en eventos internacionales.
2 Doctor en Educación. Docente de pre y posgrado de la Facultad de Educación UNMSM.

problem solving and this is often due to the lack of development of their mathematical reasoning. Research has been conducted in which implemented a program of cognitive learning strategies to students of third year of secondary school of the Education Unit "Santa Mariana de Jesus" of the city of Riobamba-Ecuador. In this work is to share in the form of the results, as well as the program with the description of several activities and examples. It is concluded that the implementation of the program of cognitive instructional strategies improved the development of mathematical reasoning of the students and is recommended for your application the active participation of the students.

Key words: Strategies, reasoning, mental calculations, mathematical problems.

Introducción

El aprendizaje de la Matemática es de vital importancia en la formación de una persona, pues, entre otras bondades, fortalece el pensamiento.

En el trabajo de Ferrándiz y otros (2008) se hace una reflexión en el sentido de que los estudiantes que manifiestan un buen razonamiento matemático suelen disfrutar de la magia de los números y sus combinaciones. Les fascina emplear fórmulas aún fuera del laboratorio; les encanta resolver problemas lógicos; necesitan explorar y pensar manipulando materiales y objetos de ciencias. Suelen ser capaces de encontrar y establecer relaciones entre objetos que otros no ven y trabajar con problemas cuya solución exige el uso del pensamiento crítico y divergente, manifiestando excelentes habilidades de razonamiento. Es preciso mencionar que esto no se refleja solamente en su vida académica sino en otros ámbitos, pues son personas más dispuestas a ayudar, a encontrar soluciones que tanta falta nos hace en esta vida.

Usualmente el desarrollo del razonamiento se manifiesta en la forma en que los estudiantes resuelven problemas, que al principio son de tipo matemático y que luego se espera extrapolar esa capacidad a la solución de problemas de la vida diaria. Sin embargo, los estudiantes manifiestan dificultades para resolver problemas. Por ejemplo, Orlando (2014) en su investigación encontró que las mayores dificultades de los estudiantes al resolver problemas, surgieron en la comprensión del problema y en la argumentación de las estrategias que los resuelven, demás que el 60% de los alumnos resuelven los problemas de forma mecánica.

En este trabajo se exponen los resultados de una investigación en la que se aplicó un programa de estrategias didácticas cognitivas a estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" para demostrar que influyen en el desarrollo de su razonamiento matemático.

Sustento teórico

Al hablar de estrategias didácticas cognitivas mencionaremos a Fierro (1998) quien manifiesta:

Las estrategias didácticas cognitivas pueden ser definidas como formas de seleccionar, almacenar, manipular y aprovechar la información que se produce en todos los niveles del comportamiento. Son modos deliberados de ejecución cognitiva ordenada, mediante la cual se organizan y controlan actividades más particulares del procedimiento de la información (citado en Antezana, 2012, p.20).

Para Pozo (1990) son "Secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y/o utilización de la información." (citado en Antezana, 2012, p.20).

En cuanto al razonamiento, algunos creen que es algo exclusivo para las clases de matemática, cuando en realidad los procesos de razonamiento son consustanciales al pensamiento; permiten ampliar el conocimiento del mundo e ir más allá de la experiencia (Tapia, 1992, p. 187)

Por otro lado (Pizarro, 1995, p. 6) considera que para dar respuestas atinadas o comportarnos de manera coherentes y provechosas es necesario analizar, razonar y juzgar las situaciones que pueden llegar a ser variadas y complejas. Lo cual "exige desarrollar nuestras ideas y opiniones, saber defenderlas y argumentarlas. También exige entender las que otros proponen, saber analizarlas y valorarlas. Y en todo ello está comprometida nuestra capacidad de razonar"

Ruiz (2006, p.21), menciona: "El razonamiento es una operación lógica mediante la cual, partiendo de uno o más juicios, se deriva la validez, la posibilidad o la falsedad de otro juicio distinto".

En cuanto a la estructura del razonamiento podemos indicar que consiste en las premisas, la conclusión y el nexo lógico entre ellos.

La ilación lógica de las premisas a la conclusión se llama "inferencia". El razonamiento es uno de los procesos cognitivos básicos por medio del cual utilizamos y aplicamos nuestro conocimiento. Sin la posibilidad de hacer inferencias, el sistema de procesamiento humano se vería obligado a depender de un conocimiento específico y exacto para cada una de las situaciones con las que se encuentra (Iriarte, Espeleta, Zapata, Cortina, Zambrano y Fernández, 2010, p. 42).

Programa de Estrategias didácticas cognitivas

El programa aplicado integró las siguientes estrategias:

1) **Cálculos Mentales:**

Uno de los problemas al que nos enfrentamos en los procesos educativos de la Matemática es que desde la masiva utilización de tecnología, existe resistencia de los estudiantes por realizar cálculos mentales.

En el trabajo de Gálvez et al. (2011, p. 10) se afirma que el cálculo mental perdió su papel primordial debido a la llegada de las calculadoras, las computadoras y los teléfonos celulares; sin embargo, hace notar la relevancia que tiene recobrarlo como una actividad cognitiva importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. De igual manera se manifiestan

Esto se ratifica cuando como docentes nos hemos encontrado en situaciones en las cuales para realizar simples operaciones aritméticas los estudiantes quieren recurrir al uso de la calculadora.

De acuerdo con varios autores es una destreza considerada socialmente útil dentro del desempeño de cualquier profesión, pues permite una mejor adaptación a las circunstancias del entorno. (De Castro Hernández, s/f, p.144).

Jiménez (2012, p.1) considera que "Una operación aritmética efectuada mentalmente no tiene, por lo general, una única vía de cálculo". Ello nos hace entender que además de los estudiantes pueden desarrollar también la creatividad cuando hacen cálculos mentales pues deben buscar la mejor opción de acuerdo a sus habilidades. En este mismo sentido manifiestan Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009, p.8) que el cálculo mental les da a los estudiantes la libertad para seguir enfoques propios, utilizar sus propias referencias numéricas y su propio grado de simplificación de los cálculos. Así miso recomiendan, como una de las estrategias que se puede utilizar para ayudar a realizarlos efectivamente, basarse en las propiedades de las operaciones aritméticas, seleccionando las más adecuadas.

Por otro lado, favorece la concentración y la atención, asimismo, contribuye a adquirir la comprensión, la agilidad y el sentido numérico. (Zumbado y Oviedo, 2012, p.1).

Así mismo en el trabajo de Valencia (2013, p.8) se ratifica esta afirmación pues expone que además de ayudar a mejorar en la ejecución de ejercicios aritméticos, contribuye a:

- La concepción y sentido del número por parte de los estudiantes
- Desarrollar capacidades intelectuales
- Favorecen a la concentración
- Proporcionan confianza en el cálculo aritmético
- Ayudan desarrolla la memoria
- El estudiante es más participativo.

Como desventajas, Fernández (2014, p.24) menciona:

- Dificultades para operar con números sencillos con rapidez
- Dificultades lógicas para entender secuencias numéricas
- Dificultades para entender problemas numérico-verbales
- Dificultades para seleccionar la estrategia que ayuden a obtener la respuesta final.

Por estar de acuerdo con estos criterios sobre las ventajas del cálculo mental, ya que se considera que son más las ventajas que las desventajas; se integró a la propuesta varias estrategias para realizar cálculos numéricos especialmente en lo que se refiere a operaciones con adición y multiplicación con el fin de favorecer la resolución de problemas matemáticos.

Como ejemplo de las estrategias utilizadas tenemos:

- **Cuadrados mágicos**

Una forma divertida de practicar con operaciones básicas, es a través de la lúdica, utilizando, por ejemplo, cuadrados mágicos. Es bien conocido que el primer ejemplo registrado de un cuadrado mágico apareció en China y le fue comunicado a los hombres por una tortuga del río Lo. (Boyer, 2010).

Este tipo de problemas ayudan a los estudiantes a desarrollar su razonamiento numérico, entendido como la capacidad de manipular símbolos numéricos y de razonar con información y relaciones de cantidad. (Riart Vendrell, 2011).

Un cuadrado mágico es definido por Vidal (2012, p.52) como:

la disposición de varios números distintos dispuestos en cuadro, con igual número de filas que de columnas, de tal modo que la suma de los números que se encuentran en cada fila, o la suma de los que se encuentran en cada columna, o la suma de los de ambas diagonales, tenga el mismo valor.

Proponemos iniciar con cuadrados de 3x3, con números enteros, positivos y negativos.

Ejemplos:

a) Utilizando los números enteros de -4 a 4 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea 0.(Elaboración propia)

Una posible solución: (porque los estudiantes podrían encontrar varias)

1	2	-3
-4	0	4
3	-2	-1

b) Utilizando números enteros de -32 a -24 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea igual a -84. (Elaboración propia)

Una solución:

-25	-30	-29
-32	-28	-24
-27	-26	-31

c) Utilizando números enteros de -6 a 2 ubicar en el cuadrado mágico de manera que la suma por filas, columnas y diagonales sea igual a -6. (Elaboración propia)

Una solución:

1	-4	-3
-6	-2	2
-1	0	-5

En general, en un cuadrado mágico 3x3, se puede iniciar con cualquier número entero k; los números enteros utilizados serían desde k a k+8; la suma será: y una posible solución sería: (Urquizo Huilcapi y Urquizo Alcívar, 1999, p. 249).

k+7	k+2	k+3
k	k+4	k+8
k+5	k+6	k+1

BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

Para preparar además el razonamiento algebraico, se puede utilizar la fórmula generalizada y solicitar a los estudiantes, por ejemplo:

- Si quiero utilizar los números enteros de 2 al 10, ¿cuál debe ser el valor de la suma por filas, columnas y diagonales para el cuadrado mágico?
- Si el primer número entero que quiero utilizar para llenar un cuadrado mágico 3x3 es -12; ¿cuál debe ser el último número, la suma y una solución?

Matrices especiales

También se puede entrenar en operaciones algébricas básicas, con la utilización de un tipo de matriz especial y su inversa. Obviamente este ejercicio resulta útil si los estudiantes ya conocen estos contenidos matemáticos, es decir tienen significado en su estructura cognitiva. A esta matriz, Angel Urquizo Huilcapi(1998) la llamó "matriz Angélica" y la generalizó de la siguiente forma para una matriz cuadrada A de orden n≥2 que cumpla con las siguientes condiciones:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_2 & a_3 & . & . & a_n \\ b_2 & b_2a_2+1 & b_2a_3 & . & . & b_2a_n \\ b_3 & b_3a_2 & b_3a_3+1 & . & . & b_3a_n \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ b_n & b_na_2 & b_na_3 & . & . & b_na_n+1 \end{bmatrix} (1)$$

;en ese caso la matriz inversa de A es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1+\sum_{i=2}^{n} a_ib_i & -a_2 & -a_3 & . & . & -a_n \\ -b_2 & 1 & 0 & . & . & 0 \\ -b_3 & 0 & 1 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ -b_n & 0 & 0 & . & . & 1 \end{bmatrix} (2)$$

El secreto de este tipo de matriz es colocar siempre como elemento (1,1) de la matriz el número 1. El uso de este tipo de ejercicios y de formas generalizadas ayuda no sólo al razonamiento numérico (por las operaciones algebraicas que requiere) sino también al inductivo y deductivo.

Ejemplo:

Vamos a trabajar con una matriz cuadrada de orden 3, se puede apreciar que la única condición para la matriz es que el elemento de la primera fila y la primera columna sea 1 y en el resto de la primera fila y de la primera columna va cualquier otro número, luego el resto de la matriz se llena de acuerdo a las condiciones dadas en (1):

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -5 & 10 \\ -3 & 9 & -14 \end{bmatrix}$$

- Una primera fase con los estudiantes, es hacerles analizar si la matriz cumple con las mencionadas condiciones.
- Una segunda fase es ubicar valores sólo en la fila 1 y en la columna 1; y solicitar a los estudiantes llenar los valores del resto de la matriz.

Una vez que se ha reconocido que la matriz si cumple las condiciones para hallar mentalmente la matriz inversa; iniciamos el proceso siguiendo la matriz (2) y deberíamos llegar a:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -20 & 3 & -5 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En este punto se pueden aprovechar varios procesos para hacerlos mentalmente:

- Verificar que efectivamente es la matriz inversa, multiplicando las dos matrices
- Preguntando ¿cuál sería la inversa, si por ejemplo en la matriz B en el elemento (1,3) el valor fuera -5?

Y cualquier otra pregunta que el docente considere le ayuda a que realicen cálculos mentales. Para realizar cálculos mentales no se aconseja usar otro tipo de

· 104 · BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

matrices de la cual para hallar la matriz inversa se deba utilizar procesos que no siempre son posibles sólo mentalmente.

Además de trabajar con enteros se puede trabajar también con números fraccionarios:

Ejemplo:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & 2 \\ -\frac{2}{5} & \frac{7}{8} & -\frac{4}{5} \\ 1 & \frac{1}{3} & 3 \end{bmatrix}$$

Siguiendo el proceso descrito anteriormente se debería llegar a la matriz:

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{43}{15} & -\frac{1}{3} & -2 \\ \frac{2}{5} & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Otra forma de ejercitar operaciones mentales, es un juego en el cual, el docente inicia con una operación como 5x9 luego un estudiante responde lo más rápido que pueda, a ese valor se va agregando sumas, restas, multiplicaciones o divisiones, pero la regla es que los siguientes estudiantes no deben repetir la respuesta, sino que deben estar atentos en la respuesta de su compañero, en caso de que fuera incorrecta se termina el juego y se inicia nuevamente.

Ejemplo: Vamos a suponer que tenemos en el aula a Juan, Mateo, María y Luisa y los vamos a hacer jugar en ese orden. El profesor inicia por ejemplo con "12 por 5" y se dirige a Juan, Juan debe responder 60 y el profesor se dirige a Mateo y le dice "dividido para 3", Mateo debería decir 20, el profesor se dirige a María y le dice "más 57", María debería decir 77, el profesor se dirige a Luisa y le dice "dividido para 11". Si alguno se equivoca se inicia de nuevo. Este ejercicio se debería repetir varias veces, elevando cada vez la dificultad de las operaciones, haciendo participar a diferentes estudiantes en cada ronda hasta conseguir que todos los estudiantes participen.

Para la multiplicación, también se puede utilizar el proceso anterior, iniciar con números de una cifra, luego una cifra con 2 cifras, tres cifras con una cifra hasta el nivel que se considere adecuado. Para ello es importante recordar ciertas estrategias que faciliten la multiplicación como la multiplicación por 5, 25, 11, 2, 4, 9 entre otros.

- **Técnica de la visualización mental**

Esta técnica, consiste en visualizar mentalmente la operación a realizar tal y cual se la hace cuando se escribe en un papel o un pizarrón. Requiere mucha concentración y abstraer mentalmente los números y los pasos, haciéndolos en el menor tiempo posible. Esta técnica requiere un alto nivel de abstracción.

Debemos empezar con multiplicaciones sencillas y poco a poco incrementar la dificultad. Ejemplos:

- Multiplicar 21x4: Cerramos los ojos y nos imaginamos un pizarrón, en él escribimos los números tal y como lo haríamos en una hoja de papel, en la parte superior el 21 y en la inferior el 4, seguimos el proceso tal y cual lo hacemos en la hoja de papel: Primero multiplicamos 4x1, y recordamos la respuesta que es 4; luego multiplicamos 4x2 cuya respuesta es 8, el número se arma de izquierda a derecha poniendo juntos desde el último resultado al primero: o sea 84. A veces es necesario solicitar a los estudiantes sacar una hoja de papel y un lápiz, cerrar los ojos y tratar de hacerlo en el papel sin abrir los ojos. Luego de varios ejemplos ya no se usará el papel solamente la mente. Hay estudiantes que lo hacen rápido porque se saben de memoria las tablas de multiplicar incluso hasta la tabla del 20 o más, pero hay que explicarles que la idea de la actividad no es solamente la precisión de la respuesta sino lograr dominar la estrategia. Luego de varios ejemplos de un número de dos cifras por uno de una cifra sin llevadas, hacemos uno con llevadas.

- Multiplicar 36x5: Cerramos los ojos y nos imaginamos un pizarrón, ubicamos el 36 y debajo el 5 y procedemos de igual forma como lo

· 105 · BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

haríamos en un papel: primero 5x6 la respuesta es 30, escribimos 0 y llevamos 3; luego 5x3 que es 15 y sumamos lo que llevábamos, 15+3 es 18. Armamos el número de izquierda a derecha y la respuesta es 180.

- Dependiendo del tiempo y del dominio de los estudiantes se puede intentar hacerlo con números de dos cifras por dos cifras.

  Hay que tener cuidado porque si no se utiliza bien la estrategia puede desmotivar a los estudiantes en lugar de motivarlos a realizar operaciones mentales.

- **Técnica de descomposición de números**

  Consiste en descomponer un número generalmente en la suma de cifras que resulten más fáciles para realizar las operaciones, esto es en unidades de mil, centenas, decenas, unidades. Ejemplos:

  Sumar 540+780: En este caso, se puede descomponer el 540 como 500+40 o el 780 en 700+80. Vamos a descomponer el 780 (700+80), entonces sumamos 540+700 cuyo resultado es 1240 y luego sumamos más 80 que es 1320.

  Para multiplicar números de dos cifras, la técnica de visualización podría ser bastante compleja por lo que se recomienda:

1) Utilizar la de descomposición para luego aplicar la propiedad distributiva. Ejemplo: 32 x 15 = 32 x (10+5) = 320 + 160 = 480. Es en esta parte del ejercicio donde los estudiantes comprenden porqué primero se deben practicar las operaciones mentales de sumas y restas y lo importante que puede resultar esta propiedad en la vida práctica.

2) Otra técnica para multiplicar dos números de dos cifras, es la siguiente: Se debe formar el número de derecha a izquierda como: el producto de las cifras de las unidades, luego se ubica el resultado de sumar los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro y luego el producto de las decenas del número. En caso de en las operaciones obtenga más de 9, se escribe la cifra de las unidades y la de las decenas se suma a la siguiente operación.

   Ejemplo 1: Multiplicar 21x23

   Producto de las unidades: 1x3 = 3

   Suma de los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro: 2x3 + 1x2=8

   Producto de las decenas: 2x2=4

   Entonces 21x23 = 483

   Ejemplo 2: 82x67

   Producto de las unidades: 2x7 = 14, se escribe el 4 y se lleva 1

   Suma de los productos de las cifras de las unidades de un número por las decenas del otro: 8x7 + 2x6 + 1= 56+12+1= 69; se escribe el 9 y se lleva 6

   Producto de las decenas: 8x6 + 6 =54

   Entonces 82x67 = 5494

Lo ideal es que este trabajo se lo haga en varias sesiones alternadas, durante todo el año escolar, pues como muchos otros procesos en la vida, si no se practica se olvida o se pierde la destreza.

2) Estrategias para la resolución de problemas matemáticos

Se refieren a operaciones mentales que los estudiantes utilizan para pensar sobre la representación de los datos, con el fin de transformarlos en metas y encontrar la solución.(Jácome, Mercado, Palacio, y Suarez, 2014,p.14).

Fernández (2010) considera que la resolución de problemas es una necesidad práctica de adquisición de conocimientos y hábitos de pensamiento matemático.

· 106 · BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

Independientemente de la forma cómo los estudiantes quieran resolver un problema es necesario acordar con los estudiantes un proceso básico que se va a seguir durante las clases y que les ayude a identificar cada paso del proceso. Durante la ejecución de esta propuesta, el proceso acordado fue:

1) Leer cuidadosamente el problema, al menos 3 veces
2) De ser el caso realizar un dibujo, un gráfico o plantear los datos e incógnitas
3) Buscar relaciones, estrategias u operaciones que permitan hallar las incógnitas o responder a las preguntas planteadas.
4) Verificar la respuesta

En el caso de los docentes es importante también conocer estrategias que ayuden a los estudiantes a mejorar su desempeño en la resolución de problemas matemáticos, Para ello como parte de la propuesta presentamos el programa para facilitar el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, que según Fernández (2010, p.189) ayudará a los estudiantes a resolver cualquier problema matemático.

En el programa se incluyó:

a) Problemas sin número

En esta fase se pretende conseguir de los estudiantes una actitud positiva ante la resolución de problemas, desarrollando su creatividad, observación, intuición y razonamiento, ayudándolos a distinguir información importante y esencial de la accidental e innecesaria. Encontrando respuestas a las preguntas y argumentado el por qué lo son o no. Esta clase de situaciones permite al estudiante que se concentre en los procesos ayudándolo a desarrollar la observación.

Ejemplo:

En un edificio de cuatro pisos viven un abogado(A), un electricista(E), un maestro(M) y un carpintero(C). Si se sabe que el electricista no vive en el último piso; que el maestro es vecino del carpintero y del electricista y que el carpintero es vecino del abogado ¿En qué piso vive cada uno? (Elaboración propia)

Se pide a cada estudiante lea el problema, dibuje la situación:

	Piso 4
	Piso 3
	Piso 2
	Piso 1

De igual forma se debe establecer un tiempo mínimo para que cada uno en su sitio intente hallar la solución.

Se espera que se llegue a la solución:

A	Piso 4
C	Piso 3
M	Piso 2
E	Piso 1

En caso de no lograrlo, no se les debe dar la solución, sino que se deben ir formulando preguntas que los guíe, por ejemplo ¿Puede el electricista vivir en el último piso?, sí o no y ¿por qué?; ¿podría el electricista vivir en el piso 3? sí o no y ¿por qué?, y así sucesivamente

b) Problemas incompletos

Se pretende que el estudiante entienda que los datos son las informaciones que permitirán responder las preguntas utilizando cálculos para demostrar la validez del razonamiento.

Se presentan al estudiante problemas en dónde no hay pregunta o falta algún dato, lo que se espera es que el estudiante pueda proponer diferentes preguntas para resolver el problema o completar los datos para llegar a una solución.

Ejemplo:

María José tiene una alcancía llena de billetes y Paulina tiene una alcancía llena de monedas. ¿Quién tiene más dinero?

Luego de leer el problema, los estudiantes deberán llegar a la conclusión de que nos faltan datos para poder responder a la pregunta.

BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

Se espera que ellos propongan los datos faltantes; por ejemplo: "El número de billetes es el mismo que de monedas; los billetes son de 1 dólar y las monedas de 50 centavos"

Y luego en función de esto, hacer preguntas como:

¿Y si Paulina tuviera el doble de monedas que de billetes?

¿Y si María José tuviera sólo billetes de 5 dólares?

c) Enunciados sin pregunta.
Se espera reafirmar lo conseguido en las fases anteriores y establecer relaciones lógicas entre la pregunta y el enunciado.
Se presentan enunciados sin pregunta alguna y se espera que el estudiante pueda proponer posibles preguntas y en función a ello ir hallando las soluciones.
Ejemplo:

En un viñedo, ayer se recogieron 60 kilos de uva, hoy se recogió la mitad de lo que se logró ayer y mañana se espera recoger el triple de hoy.

Luego de leer, los estudiantes deberían notar que no hay una pregunta que responder, se debe pedir a los estudiantes que propongan preguntas y en función a ellas se halle la solución; por ejemplo:

¿Cuántos kilos de uva se espera recoger mañana?

¿Qué día se recogieron más kilos de uva?

¿Qué día se recogieron menos kilos de uva?

Si cada kilo se vende a 2 dólares, ¿cuántos kilos debería recoger mañana para recaudar 1000 dólares?

¿Cuál podría ser una pregunta para que el problema no tenga solución?

d) Pregunta sin enunciado
Se pretende reafirmar lo conseguido en fases anteriores y romper estereotipos de asociación falsa entre determinadas preguntas y determinadas operaciones.
En esta etapa se formulan preguntas sin enunciados, de manera que los estudiantes identifiquen la necesidad de tener datos para poder responder a una pregunta.

Ejemplos:

¿Cuál cuesta más la Tablet o el teléfono?

Luego de que escuchen la pregunta, se debe permitir que sean los estudiantes quienes manifiesten su inquietud por no tener datos, o en algunos casos escucharlos decir "la tablet" o "el teléfono" a lo que debemos preguntarles ¿por qué? ¿cómo lo saben?

Luego pedirles escribir el enunciado que creen podría servir para responder la pregunta.

Del mismo modo utilizar interrogantes como:

¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea "la Tablet"?

¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea "el teléfono"?

¿Cuál sería el enunciado si quiero que la solución sea "ninguno"?

3. Creación de problemas

Se considera de mucha importancia la creación de problemas pues los estudiantes deben estructurarlos a través del análisis, el razonamiento y la creatividad. Por otro lado "cuando un individuo se enfrenta a la tarea de inventar un problema, se ve obligado a pensar, a analizar críticamente el enunciado, a examinar los datos que este presenta y a manipular distintas estrategias de resolución que permitan obtener la solución de dicho problema". (Blanco, Gómez, y Claver, 2016, p.172).

Malaspina (2015, p. 3), considera que crear problemas forma parte de la reconstrucción de organizaciones

BOLETÍN VIRTUAL-ABRIL -VOL 6-4 ISNN 2266-1536

matemáticas, en las que se consideran tipos de problemas y a éstos como parte del "saber-hacer" matemático.

Además, Fernández (2010, p.29) manifiesta que:

Cuando permitimos que nuestros alumnos creen, inventando, no presentamos recetas operativas: formas de hacer con etapas, fases o subfases a las que se tengan que adaptar, sino que, desde la libertad de pensamiento, permitimos que descubran, si las hay, las etapas, fases o subfases que han necesitado para construir las ideas matemáticas que resuelven el problema.

Se coincide con estos criterios expuestos, en virtud de que al inventar problemas o ejercicios se pone de manifiesto el verdadero nivel de comprensión de los contenidos, así como la creatividad de los estudiantes.

No se recomienda que se les pida simplemente "inventen un problema" y nada más, se debe iniciar con ciertas guías y luego ir aumentado la dificultad; por ejemplo:

"Inventen un problema, en el cual para resolverlo se utilicen sumas"

"Creen un problema cuya solución sea 15 páginas"

"Inventen un problema donde como parte del enunciado se utilice la palabra "es el triple de"

Recomendaciones para la utilización del programa

1) Tener paciencia, no espere que en cada una de las etapas los resultados correctos o adecuados sean inmediatos, es necesario permitir a los estudiantes interiorizar los procesos e integrarlos a su conocimiento previo.

2) Para las operaciones mentales organizar actividades tipo juegos (competencias), en la primera sesión sin límite de tiempo, en la segunda con un tiempo adecuado y poco a poco reducir el tiempo hasta que logren realizar los cálculos con precisión y en corto tiempo. No se recomienda asignar calificaciones por esta actividad pues desmotivaría a los estudiantes que presenten ciertas dificultades iniciales.

3) En las actividades de problemas incompletos, enunciados sin preguntas, preguntas sin enunciados se debe procurar no adelantarse a decirles "no es posible resolver" o "hace falta datos"; esto debería surgir de los estudiantes luego de que hagan un análisis de los mismos.

4) Por más ilógicas que puedan resultar las respuestas de los estudiantes, las preguntas que planteen o los enunciados que formulen no se debe hacer sentir mal, ni permitir que otros estudiantes lo hagan, hay que analizar y hacerles ver las razones por las que no serían, desde el punto de vista de un problema de razonamiento, buenas alternativas.

5) Aunque este trabajo se lo hizo orientado a bachillerato, se lo puede utilizar también en otros niveles, siempre y cuando los problemas seleccionados estén en correspondencia con su nivel cognitivo.

Método

Esta investigación se realizó con las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de la ciudad de Riobamba-Ecuador, en el año 2014. Se trató de un estudio cuasi experimental, pues se trabajó con dos grupos de estudiantes que ya estaban formados antes de iniciar la intervención. Se aplicó el programa de estrategias didácticas cognitivas en 11 semanas con una intensidad de 3 sesiones por semana.

Como instrumento se aplicó un pre test y pos test de razonamiento matemático que contenía preguntas relacionadas a razonamiento numérico, algebraico, lógico e inductivo. Se valoró sobre 100 puntos y el resultado se expresó en porcentaje para su interpretación. Se utilizó una escala cualitativa : 0% a 25% Bajo; 26% a 50% Regular; 51% a 75% Bueno y 76% a 100% Muy Bueno.

Resultados

En el pre test los dos grupos se ubicaron en la categoría de regular con un promedio de 31% para el grupo de control y 35% para el grupo cuasiexperimental.

Luego de aplicar el programa se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 1: Resultados pos tes

	POS TEST R. NUMERICO	POS TEST R. ALGEBRAICO	POS TEST R. LOGICO	POS TEST R. INDUCTIVO
C U A S I EXPERIMENTAL(B)	59%	55%	71%	60%
CONTROL(A)	46%	26%	60%	50%

Fuente: Pos test de razonamiento matemático

En el consolidado respecto a razonamiento matemático, el grupo cuasi experimental obtuvo un 61% frente a un 45% del grupo de control.

Prueba de la hipótesis General:

I. Planteamiento de las hipótesis:

HG: El uso de estrategias didácticas cognitivas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador

Ho: El uso de estrategias didácticas cognitivas no mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador

HG:

Ho:

II. Nivel de significancia:

III. Criterio: Rechace Ho si tc < -1,66, por ser un estudio a una cola izquierda

IV. Cálculos: Se ha utilizado el SPSS con la prueba T para muestras independientes, obteniéndose un valor de t de -5,5 .

V. Decisión: Como tc = -5,5 < -1,66, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, esto es: El uso de estrategias didácticas mejora el razonamiento matemático de las estudiantes de tercer año de bachillerato de la Unidad Educativa "Santa Mariana de Jesús" de Riobamba-Ecuador

Discusión

Se puede evidenciar que los resultados del grupo cuasi experimental fueron mejores en cada una de las categorías analizadas, así como en el consolidado. De igual manera se probó estadísticamente que la aplicación del programa de estrategias didácticas cognitivas mejoró el desarrollo del razonamiento matemático de las estudiantes. Esto significa que la influencia del mencionado programa fue positiva lo cual está en correspondencia a otros resultados como el de Lázaro(2012) donde se manifiesta la influencia positiva de las estrategias didácticas en el aprendizaje de la Matemática.

Conclusión

El uso del programa de estrategias didácticas cognitivas mejoró el desarrollo del razonamiento de las estudiantes que fueron parte del estudio, evidenciándose no sólo entre los dos grupos sino también con respecto al pre test, donde el grupo cuasi experimental obtuvo inicialmente un resultado promedio de 35% y pasó a un resultado promedio de 61%.

Reflexión final

El éxito o fracaso de la aplicación de estrategias de cualquier índole cuya finalidad sea mejorar algún aspecto del proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática, depende no solamente del nivel de conocimiento y dominio del docente sino también del nivel de participación activa de los estudiantes. Hemos compartido una parte del trabajo de investigación realizados específicamente en cuanto al programa de estrategias didácticas. Dentro de esta propuesta queremos relevar la práctica de cálculos mentales, pues consideramos que debe ser utilizada constantemente en el trabajo dentro del aula. Por ello sugerimos que se dedique al menos 5 minutos en cada clase para ejercitar cálculos mentales y ayudar a los estudiantes a alcanzar agilidad mental, además que les ayuda a estar más concentrados y atentos en las clases.

Bibliografía

Blanco, M. F. A., Gómez, I. A., y Claver, J. B. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, *4*(1), 169–218.

Boyer, C. (2010). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial.

De Castro Hernández, C. (s/f). Escuela Universitaria La Salle. Universidad Autónoma de Madrid.

Fernández, J(2010). *La resolución de problemas matemáticos*. Madrid: Grupo

Mayéutica

Ferrándiz, C., Bermejo, R., Sainz M., Ferrando, M. y Prieto, M. (2008). Estudio del razonamiento lógico-matemàtico desde el modelo de las inteligencias múltiples. *Anales de Psicología*, 24(2). 213-222.

Gálvez, G., Cosmelli, D., Cubillos, L., Leger, P., Mena, A., Tanter, E.,…, Soto- Andrade, J., (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. Revista

latinoamericana de investigación en matemática educativa. 14(1). 9-40. Obtenido de: http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n1/v14n1a2.pdf

Iriarte, F., Espeleta, Á., Zapata, E., Cortina, L., Zambrano, E. y Fernández, F. (2010). El razonamiento lógico en estudiantes universitarios. En: *Zona próxima*. (12) enero- junio. Instituto de Estudios en Educación. Universidad del Norte.

Jácome, A. E. C., Mercado, J. E., Palacio, E. T., y Suarez, A. R. M. (2014). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico. *Revista Científica*, 3(20), 12–25.

Jiménez, J(2012), *Estrategias de cálculo mental*. IES Alhama de Corella.

Lázaro D.(2012). *Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral* (Tesis doctoral). Universidad San Martín de Porres, Perú. Obtenido el 2 de febrero 2016 de: http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/613/3/lazaro_db.pdf

Malaspina, U. (2015). *Creación de problemas: sus potencialidades en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.*Obtenido el 10 de marzo 2016 de: http://irem.pucp.edu.pe/wp-content/uploads/2015/07/Conferencia-en-CIAEM_2015-U.-Malaspina.pdf

Orlando M.(2014). *Razonamiento, solución de problemas matemáticos y rendimiento académico*.(Tesis doctoral). Universidad de San Andrés, Argentina. Obtenida el 6 de febrero 2016 de: http://repositorio.udesa.edu.ar/jspui/bitstream/10908/10908/1/%5BP%5D%5BW%5D%20T.%20D.%20Edu.%20Orlando,%20Mario.pdf.

Pizarro, F. (1995). *Aprender a razonar*. Madrid: Alhambra Longman.

Ribeiro, D., Valério, N. y Gomes, J. (2009). *Cálculo Mental*. ESCOLA SUPERIOR

DE EDUCAÇÃO DE LISBOA.

Riart Vendrell, J. (2011). Importancia del razonamiento numérico en la enseñanza obligatoria. En *ISEP Valério, N.,Science Nº 01*, 76-89.

Vidal, R.(2012). *Diversiones matemáticas*. España: Editoral Reverté S.A.

Ruiz, R. (2006). Historia y evolución del pensamiento científico. México, México: Edición electrónica gratuita.

Tapia, J y Colaboradores (1992). *Leer, comprender y pensar*. Madrid: Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: C.I.D.E.

Urquizo Huilcapi, A. y Urquizo Alcívar, A. (1998). Matemática Fundamental. Riobamba:Edipcentro.

Valencia, E.(2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Revista Números*. 84, 5-23.

Zumbado, M. y Oviedo, D. (2012). *Ejercicios y juegos para desarrollar el cálculo mental*. Obtenido de: http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Marianela-Zumbado2.pdf