



**ARTÍCULO ORIGINAL  
ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO Y DE LA PRODUCCIÓN**

## **Optimización de emisiones de la red de carreteras de infraestructura urbana**

### **Emissions optimization of road network of urban infrastructure**

**Valeriy Vladimirovich-Fedosov<sup>I</sup>, Alina Fedosova<sup>II</sup>**

<sup>I</sup> Investigador independiente, Moscú, Rusia

E-mail: [vlr.fdsv@gmail.com](mailto:vlr.fdsv@gmail.com)

<sup>II</sup> Universidad Nacional de Colombia. Sede Bogotá. Bogotá, Colombia.

E-mail: [afedosova@unal.edu.co](mailto:afedosova@unal.edu.co)

Recibido: 8/10/2015

Aprobado: 24/04/2017

#### **RESUMEN**

En la presente investigación, se propuso el modelo matemático y la solución numérica del problema que se origina en la contaminación excesiva que emite una red de carreteras, y su implicación sobre el resto de la infraestructura urbana. Se asumió que las vías contienen elementos tales como intersecciones o cruces de pistas, giros y vías peatonales. La infraestructura incluyó áreas con niveles diferentes de normas ambientales. El modelo propuesto fue planteado como un problema de optimización con un conjunto infinito de restricciones. Para solucionarlo, se utilizó el método estocástico de aproximaciones externas desarrollado en MATLAB®. La solución numérica que se encontró, optimiza el vector de pistas de potenciales para contaminantes puntuales en toda la red. El software determina la cartografía de la contaminación por unidades, y en general de las emisiones totales, además de la contaminación de los elementos de cada pista.

**Palabras clave:** normas de contaminación, optimización semi-infinita, algoritmos estocásticos.

#### **ABSTRACT**

This paper proposes a mathematical model and the numerical solution of the problem originated by the excessive pollution emitted by a network of roads, and its implications on the rest of the urban infrastructure. It is assumed that the roads contain the additional elements in the emissions, such as intersections or road crossings, turns and walkways. The infrastructure included areas with different levels of environmental norms. The proposed model was formulated as an optimization subject to infinite set of constraints. To solve the problem, the stochastic outer approximation method was developed in MATLAB. The numerical solution found optimizes the track vector of potential contaminants across the network. The software determines the mapping of pollution per units, and in general the total emissions, in addition to the pollution of the elements of each track.

**Key words:** pollution norms, semi-infinite programming, stochastic algorithms.

#### **I. INTRODUCCIÓN**

El tráfico real de las vías urbanas de tránsito vehicular (especialmente en las grandes ciudades), excede por lo general, su planeación original. La creciente congestión lleva a prolongar o a ampliar las vías, aumentar la disponibilidad de sitios de parqueo, mejorar la señalización, infraestructura e implementar sistemas inteligentes de control y regulación de tránsito, entre

otros. Sin embargo, en cualquier caso, el crecimiento del tráfico significa aumentar (hasta valores inaceptables) la carga antropogénica sobre el resto de la infraestructura urbana (edificios residenciales, estatales, parques, cuerpos de agua, etc.) ya que a menudo la proporción de la contaminación vehicular es más alta que la contaminación industrial.

Al plantear este conflicto, se evidencia que el responsable de las decisiones debe cambiar las prioridades del área, subir los costos asociados o reforzar el papel de la supervisión operativa. La modelación en este tipo de sistemas suele ser muy compleja, incluyendo la optimización de los parámetros involucrados.

En la ecología industrial, es muy común encontrar problemas que tratan la contaminación por fuentes puntuales (por ejemplo: las industrias) que violan las regulaciones ambientales del resto del territorio [1; 2] o el control de la calidad de aire en entornos urbanos [3; 4; 5].

En este artículo, a diferencia de otros trabajos publicados, las redes viales de las ciudades son fuentes de contaminación de tipo lineal. Las pistas de aeropuertos, rutas de transporte férreo, las emisiones originadas por las empresas industriales y muchas más, también se consideran de tipo lineal. Su daño al medio ambiente es notorio y debe ser evaluado por las normas existentes, con el fin de superar y reparar los perjuicios ocasionados.

Los efectos nocivos de las autopistas no se deben considerar como problemas locales, ni mucho menos promediar su contaminación. Las investigaciones y su seguimiento indican que los efectos nocivos se extienden a kilómetros de la zona, la no homogeneidad de los niveles de contaminación en las zonas urbanas es considerable y puede manifestarse incluso en decenas de metros [6; 7; 8].

La red de carreteras consiste en un conjunto de fuentes lineales de emisión que complica su optimización y requiere recursos informáticos costosos, dado el aumento del volumen de cálculos y de los numerosos datos con estructura matricial. La superposición de las emisiones de las fuentes lineales, lo mismo que en el caso de fuentes puntuales, generan funciones multiextremales de contaminación general sobre el territorio y además, esas funciones pueden ser discontinuas.

Tanto los problemas con conjuntos de fuentes puntuales, como los problemas con fuentes lineales se consideran parte de la programación semi-infinita (SIP) [9; 10; 11]. Los fundamentos teóricos de esta, corresponden a los años 70 del siglo XX, y las aplicaciones numéricas aparecen hacia los años 90 [9; 12; 13]. Son problemas de programación matemática en los cuales se optimiza (minimiza o maximiza) una función lineal o no lineal sujeta al conjunto infinito de restricciones lineales o no lineales. La variedad de aplicaciones que se consideren como problemas SIP se pueden consultar en [9; 10; 12; 13]. Este trabajo desarrolla las versiones de algoritmos estocásticos de aproximaciones externas con el objetivo de optimizar las emisiones de las fuentes lineales de un fragmento de la red vial urbana. Utilizando MATLAB<sup>®</sup>, se desarrolla un paquete de software cuyos resultados de optimización generan gráficas de la contaminación en el área de control, cumplimiento de normas ambientales y tipos de contaminantes presentes. Los programas pueden usarse para hacer una evaluación rápida de las decisiones que deben adoptarse en las situaciones de planeación de la red de vías en nuevas áreas urbanas o en territorios existentes.

## II. MATERIALES Y MÉTODOS

Una red de carreteras (red vial) es un conjunto de rutas de diferentes longitudes y configuraciones. Con el término ruta se designa una pista o un segmento de ella (recto o curvo) como también a un intervalo de la red, incluidos en el vector de soluciones. La pista comprende un conjunto de puntos que tienen la misma capacidad de emisión para esta ruta. Bajo el concepto de potencia de los puntos se entiende la intensidad de contaminación de tráfico vial.

El concepto de tráfico (en unidades estandarizadas), puede tener diferentes significados: la intensidad de movimiento por la carretera (unidades / hora), la presencia simultánea de los vehículos en la carretera (unidades), la velocidad media en la carretera (km / hora), ancho (m) y área (m<sup>2</sup>) de pista u otros aspectos similares. A partir de este listado, es posible considerar las generalizaciones o combinaciones que surgen de los elementos mencionados.

Cada punto de la pista se puede considerar como una fuente de emisiones que se distribuyen en forma de manchas. Las áreas de la contaminación tienen un máximo en el punto de emisión y valores menores hacia las fronteras. La distribución de los contaminantes se describe utilizando funciones de tipo parabólico:  $h = -ar^2 + H$ , donde:  $h$  - es el valor de la contaminación de punto del área que se encuentra a distancia  $r$  de la pista con una potencia de emisión  $H$ . También es posible usar otras funciones, como la de Gauss [1; 14; 15] o los datos de monitoreo, por

ejemplo. Se debe considerar que en problemas lineales el número de fuentes puntuales aumenta entre 1 y 2 veces (o más).

Fuera de los puntos de pistas descritos, se introdujeron en el modelamiento otros tres grupos de fuentes de contaminantes; cruces o intersecciones de vías, giros y zonas de tránsito. Las potencias de emisión de contaminantes de estos grupos son diferentes y superan en gran medida las potencias de los puntos de pistas. Sus coordenadas están definidas según su ubicación en la red de pistas.

Las emisiones totales son el resultado de la sobreposición de las manchas de contaminación en los puntos que forman la configuración de la pista, así como la de todos los elementos de la red. En las intersecciones de las pistas (cruces), la superposición se aumenta, lo que implica un empeoramiento de la ecología de la zona.

El nivel de contaminación en cada punto de área depende de la actividad y del rango de las fuentes de emisión que existan. La actividad de una fuente de emisión se determina con el alcance de las fuentes de emisiones ( $r \leq R$ ,  $R$  –es el diámetro de la mancha), y la lejanía con la distribución de la contaminación adoptada para  $r$  (por ejemplo: una parábola).

La totalidad de la contaminación del área se determina como la sumatoria de las emisiones de las áreas activas de todas las pistas de la red. En el proceso de optimización, se conserva este tipo de norma para definir la contaminación en los puntos del área y se puede suponer que las emisiones de puntos de las pistas describen la contaminación directa desde el tráfico, es decir, desde los vehículos en movimiento, el frenado, el estacionamiento o cualquier operación con el motor en marcha. El modelo suma los tipos de contaminantes en cada punto, y permite operar con el concepto de "contaminación producida por una red de carreteras en un punto de la zona".

### Parte experimental

Para formular la situación como un problema de optimización semi-infinita, es muy importante la búsqueda adecuada de las restricciones que describen las emisiones totales de la red de carreteras en cualquier punto del área, y compararlas con la norma de contaminación que corresponde a este punto. Dado que se tiene un área con un número infinito de puntos, existe un problema de optimización con un conjunto infinito de restricciones [11; 12].

El sistema usado para codificar las variables se basó en las potencias puntuales de las pistas de la red, utilizando emisión tipo parabólica. Para obtener las potencias de los contaminantes en los cruces, se sumaron los componentes individuales de cada pista.

De esta forma, se formuló la restricción 1 para cualquier puntos del área de control:

$$g(s) = \sum_{j=1}^{Tra} \left[ \sum_{p=1}^{P(j)} \begin{cases} -a(1) \times r1(s, j, p)^2 + (1 - x(j)) \times L(j), & \text{si } r1(s, j, p) < R1(j) \\ 0, & \text{si } r1(s, j, p) \geq R1(j) \end{cases} \right] + \sum_{i=1}^{Gru} \sum_{e=1}^{E(i,j)} \begin{cases} -a(2) \times r2(s, j, e)^2 + U(i) \times (1 - x(j)) \times L(j), & \text{si } r2(s, j, e) < R2(j, e) \\ 0, & \text{si } r2(s, j, e) \geq R2(j, e) \end{cases} \quad (1)$$

– Norm( $\omega(s)$ )  $\leq 0$

donde:  $Tra$  – es el número de rutas (pistas) de la red,  $Gru$  – número de grupos de elementos de pistas,  $P$ – el vector de la cantidad de puntos de una pista,  $p$ – es el número del punto de pista,  $e$  – es el elemento de pista,  $a$ – es el vector de coeficientes de la parábola (corresponde a la distribución de contaminación),  $x(j)$ – es el exceso de contaminación en el punto  $j$ ,  $r1(s, j, p)$  – la distancia entre el punto  $s$  y el punto  $p$  de la pista  $j$ ,  $r2(s, j, e)$  – la distancia entre el punto  $s$  y el elemento  $e$  de la pista  $j$ ,  $L(j)$  – potencia contaminante de punto  $j$  de la pista,  $R1(j)$  – el máximo radio de difusión de la contaminación por puntos de la pista  $j$ ,  $R1(j) = \sqrt{(1 - x(j)) \times L(j)/a}$ ,  $R2(i, j)$  – el máximo radio de difusión del contaminante por elemento  $i$  de la pista  $j$ ,  $R2(i, j) = \sqrt{U(i) \times (1 - x(j)) \times L(j)/a}$ ,  $U$  –es el vector de cambio de escala para el cálculo de potencia de los elementos en los grupos, **Norm**– es el vector de las normas de contaminación del territorio,  $\omega(s)$ – el código de zona para el puntos del área.

En la primera parte de (1), se filtraron los puntos activos de las pistas (en términos de alcance hasta el punto  $s$ ), se calculó la magnitud de la contaminación proveniente de cada punto activo, y se sumó la parte activa de la pista con la suma de las partes activas de todas las pistas. La segunda parte de (1), resume la contaminación de los elementos activos de todos los grupos y pistas, y esa cantidad se añade a la cantidad de la primera parte. En estas dos partes, se introdujo el vector  $x$  (variables de decisión) de reducción de potencia  $L$  excesiva según los resultados de la optimización. En la tercera parte, la contaminación global se compara con la

norma vigente en el punto  $s$ . Cuando  $g(s) > 0$  no se da el cumplimiento de la norma sobre contaminación en el punto  $s$ .

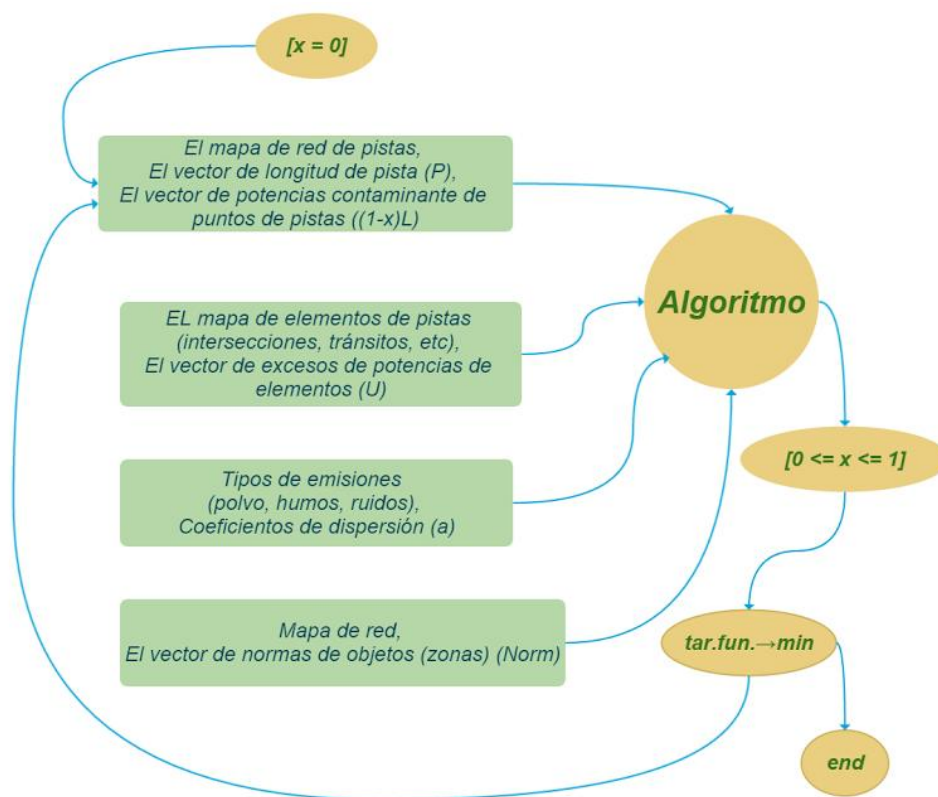
Una característica destacada del modelo, es la construcción del conjunto de potencias de las pistas y de los elementos de pistas para una red dada.

La función objetivo de minimización fue propuesta en una forma simplificada en la ecuación 2, como la suma de pérdida de potencias por las pistas, cuando existe disminución de tráfico en algunas carreteras.

$$C = \sum_{j=1}^{Tra} \left[ \sum_{p=1}^{P(j)} x(j) \times L(j) \right] \tag{2}$$

No es conveniente optimizar el potencial completo de la red (el producto  $L \times P$ ), porque en el algoritmo la estructura de la red se considera fija.

El objetivo de la optimización es encontrar un vector  $x$  que cumpla todas las normas de las zonas en todos los puntos del área de control. La Figura 1 muestra la transformación de los parámetros de la red de carreteras, utilizando el algoritmo de optimización.



**Fig. 1.** Diagrama de la transformación de la información de entrada en las iteraciones del algoritmo

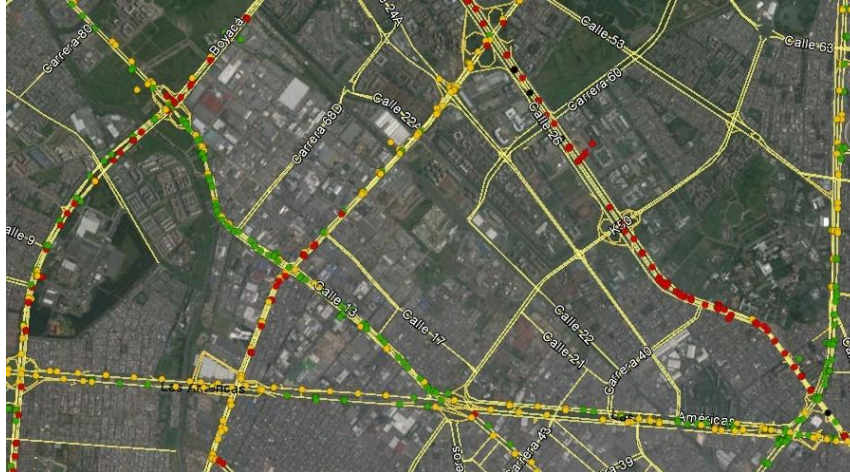
Para solucionar el modelo matemático presentado, se desarrolló una versión del método estocástico de aproximaciones externas [12] donde el problema original SIP se reemplaza con una secuencia de problemas aproximados, cada uno con número finito de restricciones. El método pertenece al grupo de métodos basados en aproximación secuencial.

**III. RESULTADOS**

La malla (red), del problema resuelto corresponde a un fragmento real de una área urbana de la ciudad de Bogotá D.C., Colombia (Figura 2), que tiene un tráfico pesado, especialmente en las horas pico. El tamaño real del fragmento está correlacionado con el área tomada para los experimentos de  $d = [500, 900]$  (píxeles). Se presentan tres tipos de opciones de contaminación consideradas (opciones 1, 2 y 3), junto con sus soluciones óptimas para disminuir las emisiones totales y por puntos.

La red de pistas contiene el suficiente número de intersecciones y la optimización incluye las carreteras de tráfico más pesado (las primeras seis), medio pesado y ligeramente cargado. Este último tiene la numeración de grupo  $Tra = 15$ . Ver Figura 2.

Las pistas contienen tres grupos de elementos ( $Gru = 3$ ): intersecciones, giros, cruces peatonales como se muestra en la Tabla 1. El número real de intersecciones es 54 (debido a las superposiciones). El mapa de sus ubicaciones no se adjunta.



**Fig. 2.** Fragmento del territorio con una red de pistas y otros objetos en la ciudad de Bogotá D.C, Colombia

Antes de los experimentos, se construyeron las matrices de las coordenadas de puntos que formaron las trayectorias de las pistas de la red.

**Tabla 1.** Número de elementos en la red de pistas

Elementos de la pista	Pistas														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Intersecciones	6	9	6	7	9	7	10	4	5	8	5	8	2	8	6
Cruces	4	4	6	4	2	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0
Peatonales	8	4	9	11	6	9	6	4	6	10	1	3	0	1	1

El vector de excesos de capacidad de contaminación fue  $\mathbf{U} = [50, 25, 35]$ . Las potencias iniciales del fragmento de la red  $L$  se muestran en la Tabla 2 (opción 1). El mapa de la normatividad ambiental por zonas se presenta en la Figura 3. El modelo también incluye el vector de los coeficientes de contaminación  $\mathbf{a}$  (parabólicas) de pistas, que permite observar los distintos tipos de contaminantes del área.



**Fig. 3.** Mapa del fragmento de ubicación de zonas con diferentes normas ecológicas (Norma  $\times 10^{-3}$ )

## OPTIMIZACIÓN DE EMISIONES DE LA RED DE CARRETERAS DE INFRAESTRUCTURA URBANA

Para los impactos antropogénicos de las pistas se suele incluir tres componentes importantes ordenados según su rango de dispersión: el polvo, el ruido y partículas sólidas o líquidas suspendidas (aerosoles). En este trabajo, es suficiente con considerar solo un tipo (con  $\mathbf{a} = [0,019 \ 0,088]$ ) debido a que para los otros es suficiente modificar  $\mathbf{a}$ .

Todo el conjunto de parámetros de entrada se encuentra en el archivo de datos y es muy fácil de editar, lo cual permite hacer una evaluación utilizando el gráfico resultante con la dirección y la intensidad relativa de la influencia de las variables del modelo. Las matrices de coordenadas corresponden a incrementos de 1 píxel y el tiempo de corrido de los algoritmos fue aproximadamente 10 minutos ( $i5 / x64 / 8GB$ ).

Durante ocho horas, se observó en tiempo real, la intensidad de tráfico en la zona y se asumieron las potencias de contaminación dadas en la Tabla 2, que correspondieron a la congestión aproximada en horas pico (Figura 2, Tabla 2, opción 1). La potencia total (contaminante) de una pista se calculó al multiplicar la potencia puntual por el número de puntos (píxeles) que se encuentran en la fila "Longitud".

**Tabla 2.** Las potencias iniciales y óptimas de las pistas (opción 1)

Opción 1	Pistas														
Pistas:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Potencia Puntual	650	532	411	296	353	328	143	118	122	206	74	99	70	65	69
Pot. Total ( $\times 10^{-3}$ )	429	484	244	188	190	246	108	46	53	159	34	64	24	35	14
Soluciones, $\mathbf{x}$	0,72	0,71	0,53	0,26	0,56	0,49	0	0	0	0,34	0	0	0	0	0
Pot. Óptima Puntual	184	156	192	218	156	166	143	118	122	137	74	99	70	65	69
Pot. Óptima Total ( $\times 10^{-3}$ )	122	142	114	138	84	125	108	46	53	106	34	64	24	35	14
Longitud (píxeles)	660	910	593	636	537	751	754	393	438	773	457	650	348	534	200

En la fila 5 de la Tabla 2, se encuentra la solución óptima  $\mathbf{x}$  del problema, y en las siguientes filas la contaminación óptima puntual y total. Se encontró un exceso de emisiones de contaminación en las siete de las 15 pistas. Así, se determinó el tamaño de esos excesos para cada una de ellas. Las ocho pistas restantes con las potencias iniciales más pequeñas no necesitaron correcciones. La solución permite calcular las potencias óptimas puntuales y totales de la red. En la Figura 2 se muestran los resultados de la optimización mediante la gráfica.

La funcionalidad del algoritmo se comprobó, cambiando las potencias iniciales entre los diferentes puntos de pistas (Tabla 3). La opción 1 tiene las mayores potencias en las pistas iniciales 1-7 (143-650), en la opción 3 los valores más altos se concentraron en las últimas pistas 9-15 (215-850). La opción 2 posee una distribución mixta.

**Tabla 3.** Potencias iniciales y óptimas de las pistas (opción 2)

Opción 2	Pistas														
Potencias:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Puntual	353	88	545	199	27	638	543	131	675	206	104	49	713	140	472
Soluciones, $\mathbf{x}$	0,34	0	0,5	0	0	0,68	0,70	0	0,64	0	0	0	0,97	0	0,56
Lugar	234	88	272	199	27	206	165	131	240	206	104	49	23	140	207

**Tabla 4.** Potencias iniciales y óptimas de las pistas (opción 3)

Opción 3	Pistas														
Potencias:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Puntual	109	55	170	122	93	266	102	157	215	278	453	321	504	611	850
Soluciones, x0	0	0,16	0	0	0,47	0	0,4	0,22	0,3	0,58	0,51	0,69	0,73	0,79	
Lugar	109	55	143	122	93	140	102	94	168	194	188	156	157	167	175

En las opciones 2 y 3 se puede observar que las soluciones óptimas han cambiado significativamente. Sin embargo, la decisión aún apunta al exceso de emisiones en las pistas con mayor contaminación inicial. También se observa una correlación entre los puntos de las pistas y los pesos de los coeficientes de la solución independiente el número de la pista. Con base en la suma, generalizando las opciones de las Tablas 1, 3 y 4 se evaluó la correlación que se muestra en la ecuación 3.

$$Ko(v) = \frac{Potencia\ inicial\ del\ area\ -\ Potencia\ optim\ del\ area}{Potencia\ inicial\ del\ area} \tag{3}$$

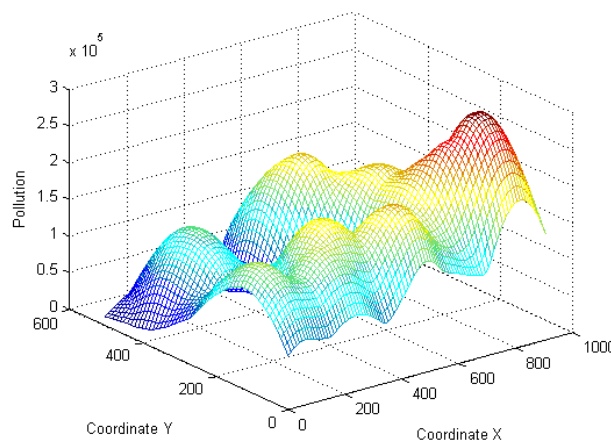
La comparación de los valores  $Ko(1) = 0,4784, Ko(2) = 0,4996$  y  $Ko(3) = 0,4511$  muestra que existe una correlación aceptable y lógica en los experimentos numéricos.

En cada opción, el algoritmo encuentra un nuevo mapa de los picos de contaminación (las restricciones críticas) y recomienda reducir las potencias en las pistas que forman esos picos. En todas las opciones, el algoritmo reduce la distribución inicial de los contaminantes de la red, incluso hasta la óptima, sin exceder las normas del área de control en cada punto.

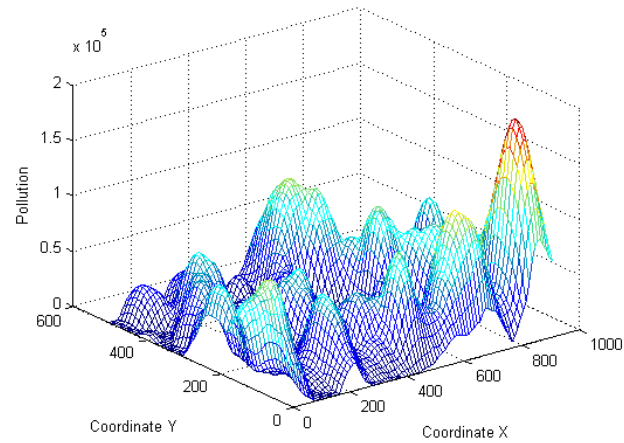
Un parámetro clave del modelo es el coeficiente de la parábola de propagación de contaminación introducido como vector  $\mathbf{a}$ :  $a(1)$  - para los puntos de pistas,  $a(2)$  - para los elementos de pistas. En el caso de extenderse el vector  $\mathbf{a}$ , es posible lograr información de la dispersión de contaminación con más detalle.

Como resultado de la optimización, se elaboró la gráfica de contaminación en 3D sobre el impacto de la red de carreteras consideradas en el fragmento estudiado: las emisiones de pistas en la Figura 4 y las emisiones de elementos en la Figura 5. Las partes activas de las pistas (Figura 4), producen una contaminación más leve, aunque con el número suficiente de máximos locales.

La distribución resultante se encuentra en la Figura 6. Según el modelo, debido a la alta densidad de puntos de pistas se mantiene la superposición múltiple de las emisiones hacia las vías adyacentes.

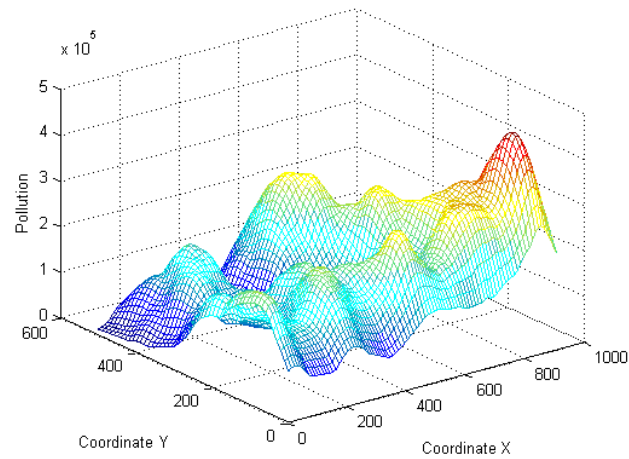


**Fig. 4.** Distribución de la contaminación del área bajo de emisiones de las pistas

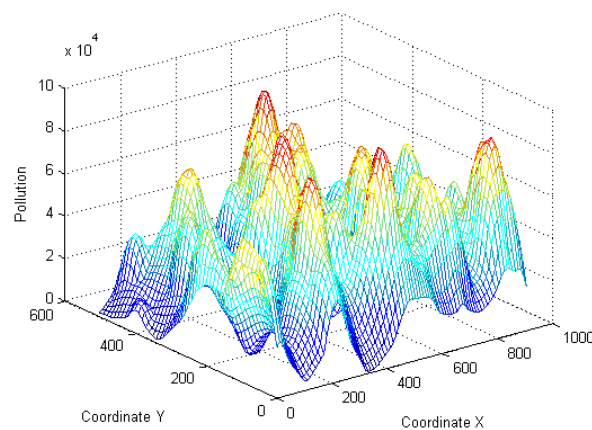


**Fig. 5.** Distribución de la contaminación del área bajo emisiones de los elementos

La gráfica comparativa de la contaminación general del área por la red de pistas, se encuentra en las Figuras 6 (el original), y la 7 (después de la optimización).

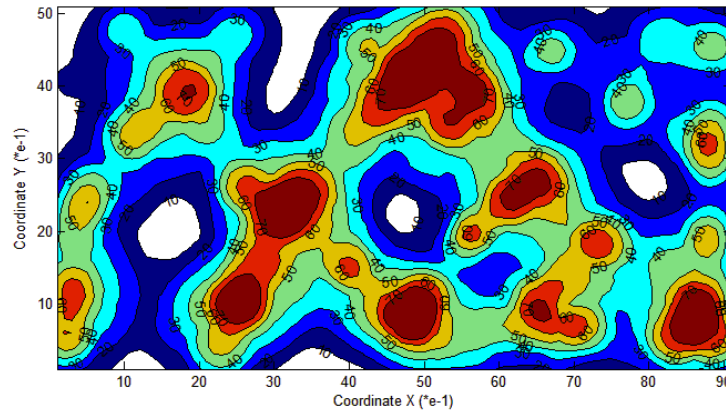


**Fig. 6.** Distribución de las emisiones iniciales (totales), del área.



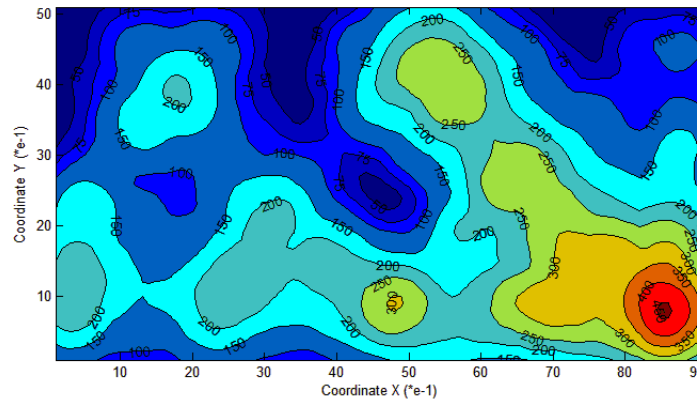
**Fig. 7.** Distribución de las emisiones óptimas (totales), del área





**Fig. 8.** Mapa en 2D de la contaminación inicial ( $\times 10^{-3}$ ) del territorio

Algunas veces, la gráfica en 2D puede ser más representativa porque permite manejar mayor discretización y más colores de datos de entrada. La Figura 8 permite analizar los máximos locales desde la vista superior de la Figura 6. No solo se ven las direcciones de las rutas más transitadas, sino también la difusión de los contaminantes en la infraestructura cercana.



**Fig. 9.** Mapa en 2D de la contaminación total ( $\times 10^{-3}$ ) del territorio después de la optimización

La Figura 9 muestra los cambios en la contaminación de la infraestructura después de la optimización, y son visibles en su tamaño y ubicación. A diferencia de los mapas originales de contaminación, aparecen algunas zonas libres de emisiones.

#### IV. DISCUSIÓN

Según los resultados obtenidos, la contaminación máxima corresponde a las grandes intersecciones de carreteras, Figura 2. El pico más pronunciado se encuentra en la esquina sureste del mapa como resultado de la intersección de las tres pistas más activas (1 (650), 2 (532), 5 (328)). Además, y en color amarillo, se ven dos líneas de picos: el centro del norte - suroeste y este - oeste cerca de las trayectorias más transitadas 1 y 2.

La función de emisiones totales de contaminantes conserva el pico máximo en la intersección de las carreteras más transitadas en la esquina sureste, lo mismo que dos elevaciones en las intersecciones de otras rutas principales. La localización de todos los picos está vinculada con las principales rutas de mayor carga contaminante. La optimización condujo a suprimir los picos máximos de la contaminación y conseguir la igualdad (aproximada) de sus valores.

El algoritmo estocástico de aproximaciones externas proporciona un avance rápido y significativo hacia la solución óptima, en la cual, y en teoría, el territorio no tiene puntos con violación de restricciones. Sin embargo, en la práctica pueden existir algunas zonas insignificantes en magnitud y área con incumplimientos.

¿Cómo interpretar una solución del problema? La solución muestra la proporción de las emisiones excesivas de algunas pistas que no cumplen con las normas y la infraestructura de la red de carreteras. En forma directa, para reducir las emisiones se puede recurrir a: reducción directa o

prohibición de tráfico (muy poco probable), filtración de los contaminantes (poco probable) y mejora de la calidad de las pistas (posible). En cuanto a este último aspecto, puede lograrse por: aumento de velocidad permitida, conducción sin semaforización, mejora de la calidad del combustible, limitación de la circulación del transporte pesado, aumento de la anchura de pistas o incremento del número de pistas, mejora de su calidad (carpeta asfáltica) y eliminación de cruces peatonales (diferentes a puentes), entre otros. Una o varias de estas medidas podrían disminuir la potencia inicial (contaminación), de las pistas desde  $L$  a  $L \times (1 - x)$ ; el costo de las medidas adoptadas sería proporcional al costo de la solución óptima.

Si estas medidas o costos son inaceptables, la salida sería la disminución (aumento), de estándares permitidos de contaminación en las zonas. Sin embargo, si el proceso se aplica a una sola ruta, todas las zonas por donde pasa la pista deberán revisar sus normas. En el caso de considerar todas las carreteras, se afectan las regulaciones de todo el territorio. En la práctica, esto conducirá a una reducción notable o significativa de la ecología del área (migración de la población, aumento de enfermedades, disminución del valor de la vivienda, entre otros). En estas situaciones, la elección de prioridades requiere alta cualificación, experiencia y conocimiento por parte de los tomadores de decisiones.

### V. CONCLUSIONES

1. El algoritmo estocástico de aproximaciones externas encuentra el exceso de emisiones de contaminación de una red de carreteras con curvas, y a pesar del aumento de datos con una estructura matricial mostró un rendimiento adecuado.
2. Aunque el algoritmo proporciona un avance significativo hacia el óptimo, este no puede considerarse como definitivo debido a las características específicas de las funciones de contaminación.
3. El modelo matemático propuesto y los resultados de optimización en formatos *2D-3D*, permiten solucionar el problema de impacto de autopistas y sus intersecciones sobre toda el área cercana, indicando la reducción de la contaminación en cada punto de las pistas y en los totales a costo mínimo.
4. Si los resultados se presentan en mapas, se puede evaluar las zonas de la intensidad de contaminación que proviene de tráfico pesado, tipo de contaminación y normas ambientales.
5. Los resultados pueden servir como guías para planificar los objetivos en un área urbana, teniendo en cuenta las prioridades ambientales de sus elementos.

En futuras investigaciones se podría detallar las partes de las pistas, con el consecuente incremento en tiempo computacional y consumo de recursos por parte del algoritmo.

### VI. REFERENCIAS

1. Vaz I, Ferreira E. Air pollution control with semi-infinite programming. *Applied Mathematical Modelling*. 2009;33(4):1957-69. ISSN 0307-904X.
2. Fedosov V, Fedosova A. Modelo de optimización semi-infinita de restricción de las emisiones contaminantes industriales en territorio con un paisaje mixto. *Boletín de informática y tecnologías de información*. 2011 (8):14-22. ISSN 1810-7206.
3. Fang F, Zhang T, Pavlidis D, et al. Reduced order modelling of an unstructured mesh air pollution model and application in 2D/3D urban street canyons. *Atmospheric Environment*. 2014;96. ISSN 1352-2310.
4. Granada-Aguirre LF, Pérez-Vergara I, Valencia-Rodríguez M, et al. Sistema para el manejo de la calidad del aire en la ciudad de Cali – Colombia. *Ingeniería Industrial*. 2014;35(1):13-24. ISSN 1815-5936.
5. Kuklinska K, Wolska L, Namiesnik J. Air quality policy in the U.S and the E.U. a review. *Atmospheric Pollution Research*. 2014 (6):129-37. ISSN 1309-1042.
6. Natjina RI. Modelación de procesos de propagación de las emisiones industriales multicomponentes. *Nauka*. 2001:234.
7. Zamai SS, Yakubailik OE. Los modelos de evaluación y pronóstico de la contaminación atmosférica con las emisiones industriales en la sistema informático-analítico de servicio ambiental en ciudades grandes: Editorial de Universidad de Krasnoyarsk; 1998. p. 165. ISBN 5-02-031532-X.
8. Baranova ME, Gavrilov AC. Methods of calculation of atmospheric pollution monitoring megacities. *Natural and Technical Sciences*. 2008 (4):221-5. ISSN 2223-2966.

9. Zavriev SK, Novikova NM, Fedossova A. Un algoritmo estocástico para resolver problemas de optimización convexa semi-infinita con restricciones de igualdad y desigualdad. Boletín de la Universidad de Moscú. 2000 (5):30-5. ISSN 0137-0782. DOI
10. Gustafson SA. Some continuous programming problems in numerical analysis. European Journal of Operational Research. 2007;181:1112-25. ISSN 0377-2217.
11. Lopez M, Still G. Semi-infinite programming. European Journal of Operational Research. 2007;180(491-518). ISSN 0377-2217.
12. Volkov YV, Zavriev SK. A general stochastic outer approximations method. SIAM J Control and Optimization. 1997;35(4):1387-421. ISSN 0363-0129.
13. Reemtsen R, Gorner S. Numerical methods for semi-infinite programming: a survey, in: Semi-infinite programming, Reemtsen and Ruckmanneds: Kluwer Academic Publishers; 1998. 195-275 p. ISBN 978-1-4419-4795-6.
14. Boubel RW, Fox DL, Turner DB, et al. Fundamental of Air Pollution 3rd eded: Academic Press; 1994b. p. 555. ISBN 0-12-118930-9.
15. Valero D. Fundamentals of Air Pollution. 5th eded: Elsevier; 2014. ISBN 978-0124017337, 971.