Cognição e Criatividade na Investigação em História da Matemática: contribuições para a Educação Matemática

IRAN ABREU MENDES
Departamento de Práticas Educacionais e Currículo, Universidade Federal do Rio Grande do Norte
iamendes1@gmail.com

Resumo. Neste artigo analiso como a investigação histórica das ideias matemáticas pode evidenciar a criatividade como um acionador do processo de cognição matemática e suas implicações na aprendizagem matemática escolar. Argumento que essa criação pressupõe agregar novos conceitos aos estudos de velhos problemas, originando um novo conhecimento matemático. Assim, a história da matemática mostra como diversos matemáticos reuniram um conjunto de habilidades cognitivas para reinventar princípios matemáticos, ampliar explicações sobre temas desafiadores anteriormente, estudados, caracterizando uma habilidade mental e atitudinal útil para uma abordagem construtiva em matemática e educação matemática. Nesse sentido, os trabalhos de Arquimedes, Galileu, Descartes, Newton, Leibniz e outros matemáticos, trazem em suas obras, comprovações de que o exercício criativo da cognição matemática originou elaborações de extrema relevância para definirmos o contorno dos desafios que levaram à produção de saberes matemáticos atualmente abordados no ensino fundamental, médio e superior.

Abstract. In this article I analyze how the historical investigation of mathematical ideas can demonstrate that creativity is a driver of the process of mathematical cognition and its implications for learning school mathematics. I argue that this setting requires adding new concepts to studies of old problems, generating new mathematical knowledge. Thus, the history of mathematics shows how many mathematicians gathered a set of cognitive abilities to reinvent mathematical principles and expand explanations, challenging topics previously studied, featuring a mental and attitudinal skills useful for a constructive approach in mathematics and mathematics education. In this sense, the works of Archimedes, Galileo, Descartes, Newton, Leibniz and other mathematicians bring evidence that the exercise of creative of mathematical cognition originated extremely important elaborations that defined the outline of the challenges that led to the production of the mathematical knowledge currently addressed in primary, secondary and higher education.

Palavras-chave: Criatividade, História da matemática, Formação de professores.
Keywords: Creativity, History of mathematics, Teacher education.

Introdução

Nos meios acadêmicos relacionados à área de Educação Matemática muito se tem discutido acerca das tendências híbridas nas quais a pesquisa em Historia da Matemática tem se constituído nas últimas cinco décadas do século XX e início do século XXI. Durante esse período e mais especificamente nos últimos vinte anos, tem aumentado o número de estudos e pesquisas que evidenciam a tentativa de materializar exercícios de criatividade na pesquisa em História da Matemática na perspectiva de obter elementos que possam conduzir à organização de conjuntos metodológicos nos quais as abordagens de ensino e consequentemente de aprendizagem matemática se efetivem com o efeito necessário à formação de um estudante mais pensante, criativo e autônomo em seu processo de cognição matemática.

Em consequência desse movimento investigatório e didático, se evidenciam cada vez mais os modelos pedagógicos de ensino de Matemática nos quais há fortes tendências à complementaridade entre os estudos referentes à História da Matemática e suas conexões com os processos cognitivos na perspectiva de utilizar a História da Matemática como um *agente de cognição* na Matemática ou como um reorganizador cognitivo nas aulas de Matemática. Há alguns anos desenvolvo estudos e reflexões sobre o potencial cognitivo presente na investigação histórica quando utilizada no sentido de desenvolver a criatividade na produção de conhecimento escolar e científico. Com base em estudos realizados anteriormente, passei a utilizar a investigação em história da Matemática como um agente de cognição na Educação Matemática (Cf. MENDES 2001, 2006, 2009a, 2009b).

O sentido dado neste artigo, tanto ao termo *agente de cognição* quando ao termo reorganizador cognitivo diz respeito à necessidade de se tomar a história como uma possibilidade de dar aos estudantes uma oportunidade de se desafiarem a estabelecer um processo de criatividade matemática na sua aprendizagem diária durante o processo educativo mediado pelo professor. Em se tratando de pesquisa em história da Matemática, utilizo neste artigo as relações entre criatividade e cognição matemática com significados correlatos tendo em vista a importância das conexões entre informações históricas na busca de explicações epistemológicas que caracterizam fortemente as pesquisas em história da Matemática. É nessa perspectiva que a cognição matemática se concretiza quando identificamos a presença dessa criatividade nas matemáticas das obras históricas investigadas e no modo como reorientamos as informações extraídas dessas investigações, na elaboração de transposições didáticas a serem propostas no ensino de Matemática para estudantes da Educação Básica ou mesmo na formação de professores de Matemática.

Para que tal exercício de criação matemática ocorra na perspectiva aqui assumida, se faz necessário que o professor lance continuamente em sala de aula, uma prática desafiadora na qual seus alunos se aventurem na busca de sustentação ou revalidação de verdades estabelecidas ao longo da investigação histórica, tendo em vista o aumento de seu domínio conceitual e didático em Matemática. A inclusão de variadas informações literárias deve ser tomada como uma fonte suplementar de contextualização da história da Matemática e, consequentemente, um dispositivo capaz de oportunizar o desenvolvimento de atitude e prática criativa para inserirmos uma dimensão histórica na sala de aula de Matemática como, por exemplo, a inclusão dos trabalhos de Malba Tahan e Lewis Carroll. Surge, então, algumas interrogações: o que significa falar de criatividade nesse processo de produção matemática ao longo dos tempos? Como isso pode implicar nas atividades educativas da atualidade? Na seção a seguir faremos uma reflexão sobre criatividade e suas múltiplas perspectivas, principalmente acerca de suas implicações na história da Matemática.

Criatividade e suas múltiplas perspectivas

Para iniciarmos qualquer diálogo, reflexão ou argumentação acerca da criatividade e seu processo gerador de conhecimento e investigação em qualquer âmbito da atividade científica e educativa, se faz necessário buscar respostas para alguns questionamentos do tipo: o que é criatividade? Como se constitui uma personalidade criativa? Como descrevemos a criatividade, considerando a necessidade de se mobilizar um conjunto de habilidades cognitivas para se produzir conhecimento novo?

Para abordar aspectos argumentadores acerca da criatividade como manifestação da cognição humana em busca da formulação e sustentação de verdades em seu âmbito globalizante do pensamento, das experiências e das reflexões humanas, imediatamente remeto-me às ideias presentes em duas obras de Domenico de Masi sobre criatividade, intituladas *O ócio criativo* (2000) e *Criatividade e grupos criativos* (2003). Ambos os trabalhos têm como foco principal a capacidade humana de criar e reinvertar-se continuamente no mundo. Na segunda obra, cuja densidade teórica e riquezas conceitual e epistemológica é essencialmente importante aos estudos sobre produção de conhecimento em seus múltiplos aspectos, menciono a seguir apontamentos sucintos do livro, tomando-os como guia para os encaminhamentos seguidos neste artigo.

Domenico de Masi (2003) assegura que nas relações entre descoberta e invenção humanas, é possível afirmar que nossa sociedade criou justificativas para alguns processos e fenômenos naturais apoiando-se em argumentos como "os sete dias da criação". Neste mesmo espírito dados às primeiras tentativas explicativas sobre as descobertas ou invenções humanas, o autor afirma que, de acordo com os desafios surgidos historicamente, quando o homem descobre a imperfeição ele inventa a palavra e ao descobrir os símbolos, inventa o além. No decorrer de seu processo sócio-histórico descobriu a semente e daí inventou o Estado. Ao descobrir o ferro inventou o cansaço e quando descobriu a sabedoria, inventou o ócio. Descobriu o purgatório e inventou a si mesmo; descobriu a precisão e inventou a indústria; ao descobrir a criatividade inventou o futuro.

Ainda sobre essas relações e a criatividade humana, De Masi assegura que na tentativa de relacionar fantasia e concretude, como dois fatores geradores da criatividade humana para dar sentido às realidades inventadas pela sociedade humana surgem diversas contribuições por parte das neurociências, da psicanálise, da psicologia, da epistemologia e da sociologia. Nessa perspectiva, portanto, é necessário considerar, principalmente, os percursos racionais e simbólicos que propiciam a realização de sinapses criadoras características desse processo criativo que institui a inclusão de conceitos novos a estudos de velhos problemas, quer seja em Matemática ou em qualquer outra área de conhecimento que se deseja investigar e principalmente quando se pensa o conhecimento gerado em uma rede de conexões globalizantes estabelecidas na sociedade e na cultura.

Para que um processo criativo seja instalado produtivamente na geração de conhecimentos como a Matemática, é importante uma preparação inicial, ou seja, a organização de um contexto desafiador e estimulador da criatividade humana, que possa acionar nossa cognição e nos leve a um exercício reorganizativo e inovador na formulação de explicações do problema investigado.

O processo criativo passa, então, a ganhar forma, definição e convergência descritiva e explicativa na medida em que o *continuum* ação-reflexão-ação, mencionado por Ubiratan D'Ambrosio (1986; 1990), nos levam a perceber novos pontos conclusivos acerca da nova maneira de construir o objeto do nosso conhecimento. Trata-se, portanto, de três momentos importantes nesse processo de criação: a iluminação, a verificação e a comunicação da ideia produzida.

O processo criativo não decorre de maneira sistemática e organizada do começo ao fim. As etapas não seguem necessariamente uma sequência linear. Elas podem se desenvolver de acordo com o ambiente estimulador e os desafios que se mostrarem em cada momento da ação cognitiva de quem exercita a criação. Para que o processo criativo seja efetivado com êxito, é necessário que as condições favoráveis à criação, como disponibilidade de tempo e de recursos, sejam levadas em consideração, uma vez que a motivação intrínseca é um fator importante e que, no decorrer deste processo de criação, podem ser observadas as modalidades de conjugação de aspectos cognitivos e afetivos, o que leva a ampliação ou não do exercício criativo.

Outro fator decisivo na criação e criatividade matemática é o conhecimento que cada um tem sobre o tema que vai investigar, ou seja, sobre os aspectos transversalizantes dos quais a Matemática se nutre para se configurar continuamente. Essas informações conectadas ao conhecimento matemático que se pretende descrever, explicar e formalizar se torna essencial ao desenvolvimento e à implementação de novas ideias. Todavia, são necessárias algumas estratégias metacognitivas como monitoramento e avaliação, que possam ser utilizadas em diferentes momentos do processo.

Sobre Criatividade, Sociedade, Cultura e Educação

Na seção anterior já mencionei que a para fazermos qualquer incursão reflexiva acera dos significados do termo criatividade é importante ter em mente que se trata de uma habilidade humana originada como um fenômeno ou ato simultaneamente individual e coletivo, concretizado como um processo sistêmico no qual a interação social é fundamental, tal como argumenta Csikszentmihalyi (1996). Isso significa, então, que para ser criativo é necessário fazer uso do pensamento divergente ou criativo e pensar criativamente, mas de maneira a estabelecer conexões coerentes com o contexto no qual as ideias estão sendo postas, ou seja, a sociedade, a cultura e o processo de validação das ideias produzidas.

Trata-se, ainda, de poder ser provocativo, paradoxal, metafórico, lúdico com o próprio pensamento, exercitando assim a sua flexibilidade em poder encontrar sempre as melhores opções e os melhores caminhos para toda e qualquer situação de vida, tanto pessoal, quanto profissional. Nessa perspectiva, pensar criativamente é engendrar alternativas, enfrentar desafios, descobrir soluções, ou seja, é saber usar recursos variados que nos possibilitem ir além do que imaginávamos ser possível (cf. ARAÚJO, 2009, p. 52-53).

Se considerarmos que existem alguns modelos sistêmicos de criatividade, a teoria do investimento em criatividade é vista como a convergência de seis fatores distintos e inter-relacionados à inteligência, aos estilos intelectuais, ao conhecimento, à personalidade e à motivação, fazendo assim emergir nesse encadeamento de fatores, um contexto ambiental no qual o processo criativo pode ocorrer em níveis variados. Todavia, a característica de um contexto social propício à criatividade se evidencia na medida em que tal contexto contribuir para estimular a criatividade de forma a envolver não apenas o indivíduo, mas também afetar seu ambiente social e as pessoas que nele vivem. Se aqueles que circundam o indivíduo não valorizam a criatividade, não oferecem o ambiente de apoio necessário, não aceitam o trabalho criativo quando este é apresentado, então é possível que os esforços criativos do indivíduo encontrem obstáculos intransponíveis (Cf. STEIN, 1974, p. 12).

Uma indagação frequentemente estabelecidas nos ambientes educativos e nos contextos das academias de ciências e artes refere-se ao ato da criação, tomando sempre como ponto de discussão a criatividade como uma habilidade inerente ao ser humano em seu processo de conhecer, explicar e compreender. Tal inquietação indagativa remete a duas interrogações: por quê e para quê? A esse respeito diversos estudiosos no assunto asseguram que a criatividade é uma habilidade humana essencial a ser desenvolvida porque é fundamental para o desenvolvimento do potencial de quem estuda, aprende e produz conhecimento e é essencial para a autonomia do ser humano.

Além disso, pode desenvolver o pensamento divergente/criativo como uma habilidade essencial para nos conduzirmos na vida. Isto porque a criatividade é desencadeadora de muitas outras habilidades e com ela se torna possível desenvolver um processo educativo emancipatório para a diferenciação e ampliação da qualidade no trabalho. A produção de conhecimento novo e o enriquecimento do processo de aprendizagem baseia-se no princípio de que a inovação nunca permite a rigidez de práticas e conceitos, ao contrário, pressupõe um constante interesse pela renovação e arejamento de ideias.

A busca de respostas às duas questões (por quê e para quê da criatividade?) sugerem reflexões acerca da criação e sua relação com *a árvore do conhecimento* propostas por Maturana e Varela (2001) quando asseguram que

> (...) o conhecimento do conhecimento nos obriga a assumir uma atitude de permanente vigília contra a tentação da certeza, a reconhecer que nossas certezas não são provas da verdade, como se o mundo que cada um vê fosse o mundo e não um mundo que construímos juntamente com os outros. Ele nos obriga, porque ao saber que sabemos não podemos negar que sabemos (MATURANA; VARELA, 2001, p. 267).

É essa vigília mencionada pelos autores que nos possibilitam indagar-nos constantemente sobre o conhecimento de modo a poder incluir novos olhares, reflexões, conceitos novos e a buscas de novas reflexões às conclusões já estabelecidas anteriormente para assim configurar o processo de criação, o que torna a produção de conhecimento um movimento de ação-reflexão-ação no qual 99% constitui-se de transpiração e 1% de criatividade. Essa parcela numericamente pequena, evidenciada na produção de conhecimento significa uma adição imersa na tradição, na inovação e na renovação, tal como sugere Raquel Gonçalves-Maia (2011), bem como por meio do transe, da arte e da criatividade como menciona Teresa Vergani (2009), salientando que a proibição do transe e a elitização e comercialização da arte deixaram apenas a criatividade como possibilidade de dar ao mundo a oportunidade de conhecer conhecendo-se.

A árvore do conhecimento que subjaz do *discurso do método* proposto por René Descartes (1637) nos faz refletir sobre um processo de criatividade na busca de soluções para problemas de explicação dos fenômenos naturais e a sua relação que o estabelecimento de questões gerais e secundárias para solucionar um problema. No decorrer das práticas científicas e sociais de um modo geral, os problemas passaram a ser tomados apenas a partir do caule dessa árvore, depois os ramos e por fim somente às folhas, até o foco ser dado somente à flor e ao fruto.

Um novo olhar para a árvore do conhecimento dado por Maturana e Varela (2001) apontam para a necessidade de olhar com todo o cérebro e sob o maior número de enfoques possíveis, desde que interconectados, de modo a dar sentido mais amplo e profundo ao objeto em construção. Enquanto isso, Michel Serres (2008) enuncia que os novos ramos originados na árvore do conhecimento referem-se diretamente à parcela significativa de 1% de criatividade, ao qual me referi anteriormente. Para Serres (2008, p. 81), "o ramo não mata o caule, mas nele se apóia, ainda que para dele se afastar. Todavia, é necessário que tal afastamento não signifique desconexão". O autor assegura ainda que as conectividades oriundas das informações das redes virtuais de comunicação e a prática do informacionismo, hoje muito comuns devido às pesquisas virtuais, podem ocasionar a inibição dos ramos na árvore do conhecimento.

É necessário um contínuo reiventar-se em busca de compreensão dos múltiplos processos de problematização, imaginação, formulação e representação do conhecimento, pois é no domínio dessa teia de ações cognitivas que se expressa a criatividade.

Problematização, imaginação, formulação e representação do conhecimento

A sociedade elabora suas estratégias de pensamento e ação para solucionar seus problemas e constituir saberes a serem comunicados e difundidos no contexto social. Tanto a escola como a ciência utilizam-se desse mesmo princípio para constituir o chamado conhecimento institucionalizado, ou seja, o conhecimento considerado científico que se pretende disseminar no meio escolar. O conhecimento disseminado atualmente na escola é originado de informações do passado e do presente, processado por ressignificação de acordo

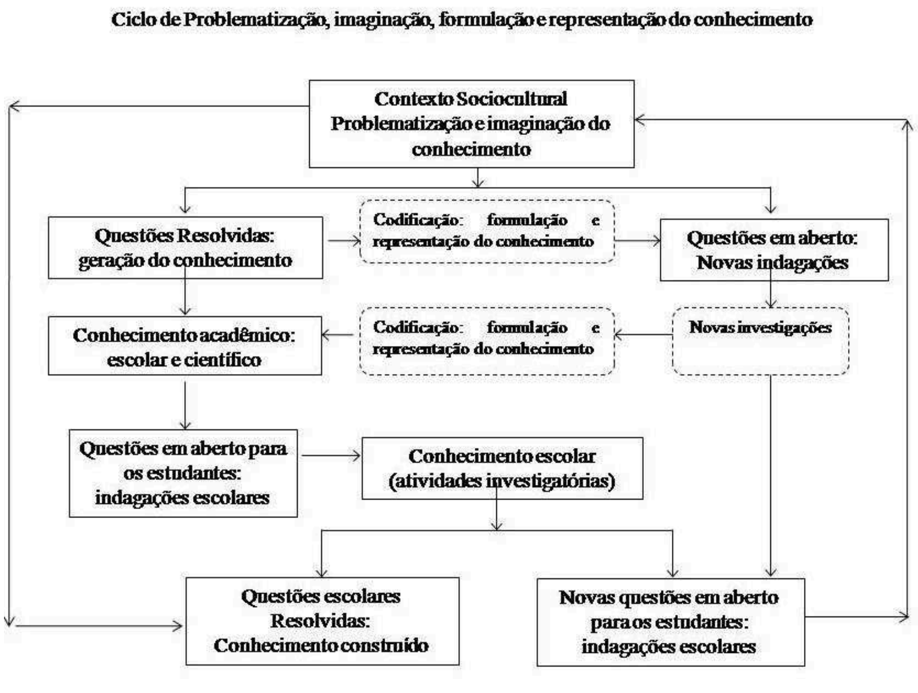


Figura 1. Ciclo de Problematização, imaginação, formulação e representação do conhecimento. Elaborado a partir de Mendes (2002; 2003)

com a contextualização sociocultural que reveste as informações a serem objetivadas nas atividades escolares, conforme o descritor apresentado na figura 1 a seguir.

O descritor apresentado na figura 1 sugere um ciclo de problematização, imaginação, formulação e representação do conhecimento, a partir de um processo investigatório no qual a produção de conhecimento se configura epistemologicamente implicando em princípios norteadores para a pesquisa e para um ensino apoiado no uso das informações matemáticas originadas no contexto da sociedade e da cultura ao longo da história e que pode se constituir em uma abordagem tanto para a pesquisa em história da matemática como para o seu uso didático na sala de aula.

De acordo com o descritor apresentado, o conhecimento matemático se origina de problematizações estabelecidas na interação sociedade, cognição e cultura, na tentativa de encontrar soluções para as situações problemáticas surgidas no contexto. As respostas encontradas são configuradas sob dois aspectos: questões resolvidas e questões em aberto

As questões resolvidas originam-se das respostas às problematizações surgidas. Na medida em que tais respostas são codificadas visando a sua comunicação e também a sua utilização na busca de respostas acerca de situações problemáticas similares, quase sempre originam novas questões (questões em aberto). As questões em aberto, por sua vez, constituem-se em fontes provocadoras para novos estudos, transformando-se assim em um processo cíclico de produção do conhecimento.

Nessa determinação de respostas para as questões surgidas nos problemas cotidianos, bem como na sua codificação, as soluções sempre deixam emergir novos questionamentos sobre o problema, que precisa ser melhor explicado. As questões em aberto, entretanto, surgem nas entrelinhas de cada questão resolvida e codificada, provocando novos estudos, alimentando o processo de geração de conhecimento em um ato cíclico de produção de estratégias e representações mentais ou simbólicas que sustentam os modelos formalizados do conhecimento gerado (Cf. MENDES, 2002; MENDES, 2003).

As questões respondidas se constituem, portanto, nas bases para a geração de novas estratégias cognitivas para responder as questões em aberto e explicar as dúvidas surgidas e/ou para interrogações já existentes, a fim de criar novas representações que codifiquem as novas soluções obtidas. Na medida em que as questões são codificadas, geram constantemente, novos questionamentos que se configuram em novas questões em aberto. Esse processo segue continuamente no ensino e aprendizagem do conhecimento escolar por meio do desenvolvimento de atividades investigatórias orientadas e acompanhadas pelo professor.

Com base nos aspectos discutidos e apresentados no ciclo descrito anteriormente na figura 1, durante o processo de produção de conhecimento escolar, as informações devem ser apresentadas aos estudantes sob a forma de questões em aberto, mediadas pelo professor em um processo didático baseado na investigação. Tal mediação certamente poderá gerar questões a serem resolvidas pelos estudantes, durante a realização de atividades investigatórias, que constituirão o conhecimento construído, formalizado e representado por eles. Todavia, esse movimento de aprendizagem fará surgir entre os estudantes outros questionamentos que se manifestarão como novas questões em aberto a serem investigadas posteriormente por eles, para ampliação de sua aprendizagem.

Questiono-me então: Como abordar a Matemática escolar, a partir dessa perspectiva investigatória? Como instituir, em sala de aula, essa ação dinâmica para se conhecer Matemática? Essas foram algumas das inquietações nas quais me apoiei para propor encaminhamentos investigatórios e didáticos referentes à Matemática e seu ensino, em diferentes níveis escolares, ao considerar que este modelo teórico-prático centrado na investigação histórica poderá contribuir para a superação dessa problemática (Cf. MENDES, 2009a, 2009b).

A investigação constitui-se, então, como uma aptidão que marca nossa característica humana no mundo, denominada por Teresa Vergani (2009) pela expressão *a criatividade como destino*, uma vez que o espírito investigador se constitui na mola propulsora da nossa razão de viver e conhecer, ou seja, nossa contínua busca de resposta para tudo. Essa estratégia pode conduzir o estudante a um amadurecimento mental que poderá torná-lo mais autônomo e consciente da sua capacidade de apostar na curiosidade e na possibilidade de buscar o conhecimento por meio da investigação. Quando essa abordagem é baseada nas informações históricas da matemática, pode constituir-se em uma fonte geradora do conhecimento matemático escolar, ou seja, quando empreendida em sala de aula pode implicar em uma aprendizagem com significado e se materializa por meio de atividades centradas no desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos (Cf. MENDES, 2009b).

Os princípios investigatórios focados na busca de soluções para questões emergentes dos contextos problemáticos lançados aos estudantes, certamente contribuirá para que a Matemática seja vista por eles como ciência, linguagem, jogo ou arte, posto que nela estão imbricados quatro aspectos fundamentais da matemática: o informativo, o formativo, o imaginativo e o utilitário que se auto formulam na medida em que são (re)utilizados pela sociedade, pela escola e pelos diversos contextos culturais. Isto porque na medida em que o conhecimento matemático se sedimenta nas múltiplas experiências vivenciadas pelos grupos sociais, surgem padrões, analogias e convergências interpretativas (funções cognitivas geradas na e pela mente do sujeito humano aprendente[1]) que sugerem a configuração de uma linguagem generalizante na qual a Matemática passa a se estruturar. Essa linguagem é caracterizada pela apresentação axiomática atribuída à matemática.

Criatividade e criação matemática na história

A tradição clássica grega referia-se ao termo *matemática* como aprendizagem ou ciência. Ao longo dos tempos tal significado foi ampliado a campos especiais de aprendizagem, gerando várias definições para a matemática. Sua desvantagem, entretanto, foi ignorar a intuição, as práticas matemáticas e os métodos não-padronizados surgidos ao longo da história. Tais métodos e práticas avançaram estimulando a criação de símbolos e padrões de representação formal para determinados conceitos matemáticos, o que representou um processo de criatividade e, consequentemente, a criação de novas matemáticas.

As conclusões alcançadas pelo uso de novos padrões e símbolos passaram a impor certas leis de combinações apoiadas nessa escrita matemática, levando os estudiosos do assunto a buscarem se adaptar a literatura simbólica e às múltiplas condições de representação das ideias e práticas matemáticas oferecidas por elas, fazendo emergir diversos modos de representação dos pensamentos e práticas matemáticas.

Desde a Antiguidade, as práticas relacionadas à Astronomia e às medições, parecem ter fornecido os incentivos principais para o estudo da matemática. Os babilônios antigos, por exemplo, geraram seus estudos matemáticos na exploração dos astros celestes enquanto os egípcios antigos foram estimulados pela medição da terra, que influenciou no desenvolvimento inicial da geometria. (Cf. BARTHÉLEMY, 2003).

Ao longo da história das ideias e práticas matemáticas, a tentativa de corrigir possíveis erros percebidos em trabalhos já anunciados nos meios acadêmicos ou mesmo relacionados às práticas matemáticas em contextos técnicos, culturais e tecnológicos, fizeram com que cientistas como Fermat, Descartes, Newton, Leibniz, entre outros desenvolvessem sua criatividade na tentativa de solução dos erros percebidos. Muitas questões surgiram nessas tentativas, fazendo emergir novos aspectos conceituais e formais para as matemáticas,

[1] O termo aprendente é usado por Hugo Assmann no livro *Reencantar a educação*, para caracterizar o agente cognitivo (indivíduo, grupo, organização, instituição, sistema) que se encontra em processo ativo de estar aprendendo (ASSMANN, 1998, p.129).

implicando em uma ampla rede de conexões científicas e pedagógicas. A criatividade atribuída a esse momento significou investigação, reelaboração, interpretação e o surgimento de novas explicações matemáticas.

As contínuas investigações, indagações e revisões feitas ao conhecimento matemático em diferentes épocas da história constituíram um instrumento extremamente enriquecedor. A beleza e a perspicácia fornecidas pelos novos resultados e enunciados foram fundamentais para se compreender o quanto a curiosidade matemática pode influenciar no processo de invenção e descoberta matemática. Para isso, muitas vezes a investigação de erros nos trabalhos de matemáticos foram a base da criatividade matemática na história desse conhecimento.

A discussão dos erros em geometria, por exemplo, estimulou os trabalhos desenvolvidos por Ptolomeu, Apolônio, Pappus e outros, ocasionando uma produção matemática decisiva no século XVII, com o trabalho de René Descartes (1637) sobre *o discurso do método* e a solução do problema de Pappus originando assim um novo ramo na Matemática: a solução de problemas geométricos apoiado na resolução de equações, o que desencadeou posteriormente os estudos em geometria analítica. Este parece ser um exemplo singular de criatividade e criação matemática.

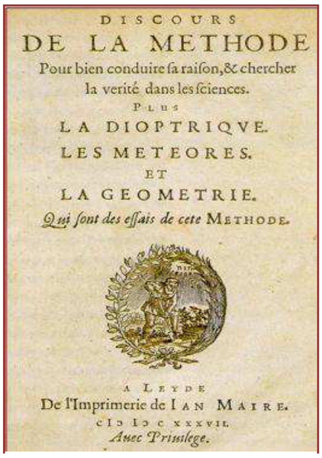

DISCOURS
DE LA METHODE
Pour bien conduire sa raison, & chercher
la verité dans les sciences.
PLUS
LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.
Qui sont des essais de cete METHODE.
A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIↃ IↃ C XXXVII.
Auec Priuilege.

Figura 1. Capa de “Discurso do Método” da edição de 1637.

A geometria de Descartes pode ser considerada um exemplo de criatividade na criação matemática. Para Jullien (1996), a Geometria de Descartes considerou o que era ilegível, pois não era uma abordagem de fácil compreensão para o leitor do século XVII, como ainda hoje, quase quatro séculos depois constitui-se em um desafio para os estudantes. Sobre essa problemática, Descartes mencionava que era “impossível representar-se uma figura desprovida de qualquer extensão”, ou seja, ao conhecer o corpo, sua extensão, as figuras e os movimentos, é possível, então, conhecer pelo entendimento único, mas muito melhor o entendimento ajudado da imaginação (Regra XII).

É certo que a extensão pode receber um sentido segundo o qual é separada do corpo; tomada neste sentido, não corresponde a nenhuma ideia na fantasia. Ela surge da competência do entendimento puro. O mesmo ocorre com a

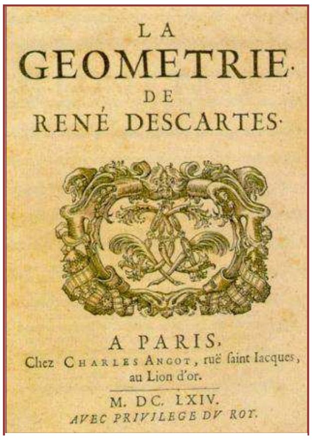
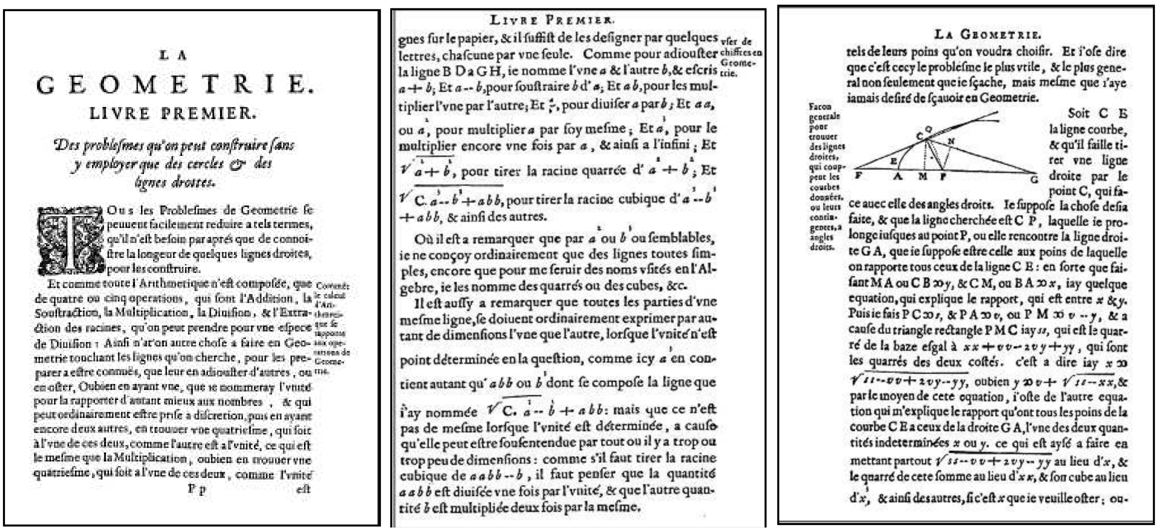

LA
GEOMETRIE
DE
RENÉ DESCARTES
A PARIS,
Chez CHARLES ANGOT, ruë saint Iacques,
au Lion d'or.
M. DC. LXIV.
AVEC PRIVILEGE DV ROY.

Figura 2. Capa de “La Géométrie”, da edição de 1664.

figura, o número, a superfície, a linha, o ponto ou a unidade. Este não é o sentido que funciona na geometria cartesiana. Pelo contrário, mesmo separados por abstração dos seus assuntos, estes termos não excluem nada do corpo, a coisa numerada, das quantidades das quais não são separados por uma distinção real. Eis porque pode-se e deve-se gastar em geometria, para fazer reflexão sobre eles, do socorro da imaginação (ver a Regra XIV).

As linhas da geometria cartesiana não são, por conseguinte, separadas dos objetos materiais. Isto não implica de modo algum que, fazendo reflexão sobre elas, deva-se abraçar o conjunto das determinações dos corpos, pois ele mesmo pode voltar a sua atenção sobre um modo específico da coisa, sobre uma (ou duas) das suas dimensões, fazendo abstração do restante das suas determinações (ver a Regra XIV).



LA GEOMETRIE. LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut conſtruire ſans y employer que des cercles & des lignes droites.

TOus les Problesmes de Geometrie ſe peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'eſt beſoin par aprés que de connoiſtre la longeur de quelques lignes droites, pour les conſtruire.

Et comme toute l'Arithmetique n'eſt compoſée, que de quatre ou cinq operations, qui ſont l'Addition, la Souſtraction, la Multiplication, la Diuiſion, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne eſpece de Diuiſion: Ainſi n'a-t'on autre choſe a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a eſtre connuës, que leur en adiouſter d'autres, ou en oſter, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement eſtre priſe a diſcretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatrieſme, qui ſoit à l'vne de ces deux, comme l'autre eſt a l'vnité, ce qui eſt le meſme que la Multiplication, oubien en trouuer vne quatrieſme, qui ſoit a l'vne de ces deux, comme l'vnité eſt

Comment le calcul d'Arithmetique ſe rapporte aux operations de Geometrie.

P p

LIVRE PREMIER.

gnes ſur le papier, & il ſuffiſt de les deſigner par quelques lettres, chaſcune par vne ſeule. Comme pour adiouſter la ligne B D a G H, ie nomme l'vne *a* & l'autre *b*, & eſcris *a* + *b*; Et *a* -- *b*, pour ſouſtraire *b* d'*a*; Et *ab*, pour les multiplier l'vne par l'autre; Et $\frac{a}{b}$, pour diuiſer *a* par *b*; Et *aa*, ou a^2, pour multiplier *a* par ſoy meſme; Et a^3, pour le multiplier encore vne fois par *a*, & ainſi a l'infini; Et $\sqrt{a^2 + b^2}$, pour tirer la racine quarrée d'$a^2 + b^2$; Et $\sqrt{C.\, a^3 - b^3 + abb}$, pour tirer la racine cubique d'$a^3 - b^3 + abb$, & ainſi des autres.

Comment on peut vſer de chiffres en Geometrie.

Où il eſt a remarquer que par a^2 ou b^3 ou ſemblables, ie ne conçoy ordinairement que des lignes toutes ſimples, encore que pour me ſeruir des noms vſités en l'Algebre, ie les nomme des quarrés ou des cubes, &c.

Il eſt auſſy a remarquer que toutes les parties d'vne meſme ligne, ſe doiuent ordinairement exprimer par autant de dimenſions l'vne que l'autre, lorſque l'vnité n'eſt point determinée en la queſtion, comme icy a^3 en contient autant qu'*abb* ou b^3 dont ſe compoſe la ligne que i'ay nommée $\sqrt{C.\, a^3 - b^3 + abb}$: mais que ce n'eſt pas de meſme lorſque l'vnité eſt determinée, a cauſe qu'elle peut eſtre ſouſentendue par tout ou il y a trop ou trop peu de dimenſions: comme s'il faut tirer la racine cubique de *aabb* -- *b*, il faut penſer que la quantité *aabb* eſt diuiſée vne fois par l'vnité, & que l'autre quantité *b* eſt multipliée deux fois par la meſme.

LA GEOMETRIE.

tels de leurs poins qu'on voudra choiſir. Et i'oſe dire que c'eſt cecy le problesme le plus vtile, & le plus general non ſeulement que ie ſçache, mais meſme que i'aye iamais deſiré de ſçauoir en Geometrie.

Façon generale pour trouuer des lignes droites, qui coupent les courbes données, ou leurs contingentes, a angles droits.

Soit C E la ligne courbe, & qu'il faille tirer vne ligne droite par le point C, qui face auec elle des angles droits. Ie ſuppoſe la choſe deſia faite, & que la ligne cherchée eſt C P, laquelle ie prolonge iuſques au point P, ou elle rencontre la ligne droite G A, que ie ſuppoſe eſtre celle aux poins de laquelle on rapporte tous ceux de la ligne C E: en ſorte que faiſant M A ou C B ∞ *y*, & C M, ou B A ∞ *x*, i'ay quelque equation, qui explique le rapport, qui eſt entre *x* & *y*. Puis ie fais P C ∞ *s*, & P A ∞ *v*, ou P M ∞ *v* -- *y*, & a cauſe du triangle rectangle P M C i'ay *ss*, qui eſt le quarré de la baze eſgal à *xx* + *vv* -- 2*vy* + *yy*, qui ſont les quarrés des deux coſtés. c'eſt a dire i'ay *x* ∞ $\sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$, oubien *y* ∞ *v* + $\sqrt{ss - xx}$, & par le moyen de cete equation, i'oſte de l'autre equation qui m'explique le rapport qu'ont tous les poins de la courbe C E a ceux de la droite G A, l'vne des deux quantités indeterminées *x* ou *y*. ce qui eſt ayſé a faire en mettant partout $\sqrt{ss - vv + 2vy - yy}$ au lieu d'*x*, & le quarré de cete ſomme au lieu d'*xx*, & ſon cube au lieu d'x^3, & ainſi des autres, ſi c'eſt *x* que ie veuille oſter; ou-

Figura 3. Algumas páginas do livro La Géométrie, publicado originalmente como anexo do “Discurso do Método”.

Destas observações, resulta que o entendimento, no curso das suas investigações geométricas, reserva um lugar à imaginação, auxiliar que lhe é mesmo, aqui, indispensável. Trata-se, contudo, de precisar alguns caracteres desta imaginação necessária para a produção dos conhecimentos geométricos. Caso se tratasse apenas de uma imaginação reprodutora, demasiado realista, seria rapidamente portadora de confusão. É esta concepção de imaginação que Descartes acusou aos antigos e tentou imaginar outra opção explicativa para o problema.

Outro exemplo importante e ímpar de criatividade a ser mencionado neste artigo refere-se aos trabalhos de Lewis Carroll, uma vez que suas obras literárias ou matemáticas estão densamente povoadas de ideias, princípios e mentefatos matemáticos, cuja lógica matemática baseia-se na provocação das ideias, na desordem e confusão aparentes, a qual muitos denominam de *lógica do nonsense*, termo de origem francesa (*non-sens*), que é utilizado para designar algo *sem sentido*, irreal, fora dos parâmetros comuns, desprovido da razão. A *lógica do nonsense*, característica da lógica matemática de Carroll, define sua personalidade e sua criatividade matemática, cujo apelo à curiosidade e à imaginação se mostra, a todo o momento, como fortes aliados da sua invenção matemática para a criação de sua abordagem didática.

Outro exemplo dessa criatividade de Carroll está em uma publicação de 1895, reeditada em Carroll (1977), que narra um diálogo brincalhão entre o Aquiles e uma Tartaruga (Paradoxo de Carroll), como um foco iluminador de um problema central em lógica como era na ocasião compreendido. Tratava-se de uma tentativa de criticar o paradoxo de Zenão, por considerar que o mesmo desafiou as concepções de Carroll e criou uma agitação cujos efeitos ainda podem ser observados atualmente.

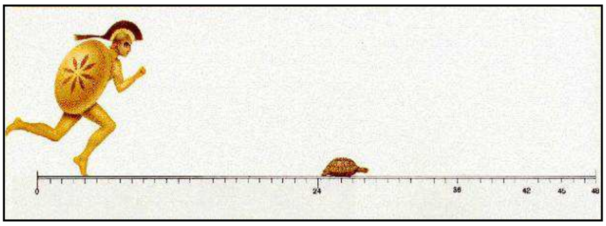


Figura 4. Esquema pictórico sobre o paradoxo de Zenão.

Especificamente, ele mostrou que tendo axiomas somente - até mesmo o melhor e a maioria dos axiomas perfeitos - não é suficiente para determinar verdade em um sistema de lógica; para um também deve ter muito cuidado aproximadamente uma escolha de regras de conclusão.

Em outras palavras, as suposições da pessoa devem ser aumentadas explicitamente pelos mecanismos exatos pelos quais se pode deduzir consequências dessas suposições. Tratava-se de uma tentativa de criticar o paradoxo de Zenão, por considerar que o mesmo desafiou as concepções de Carroll e criou uma agitação cujos efeitos ainda podem ser observados atualmente.

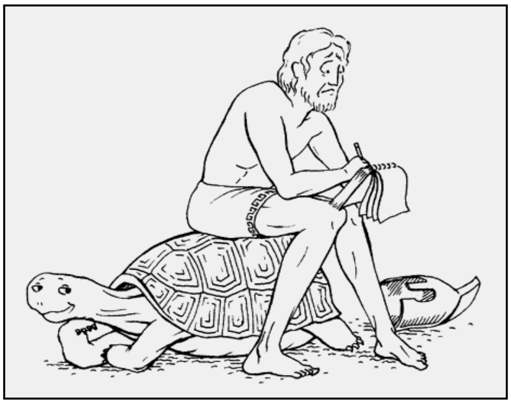
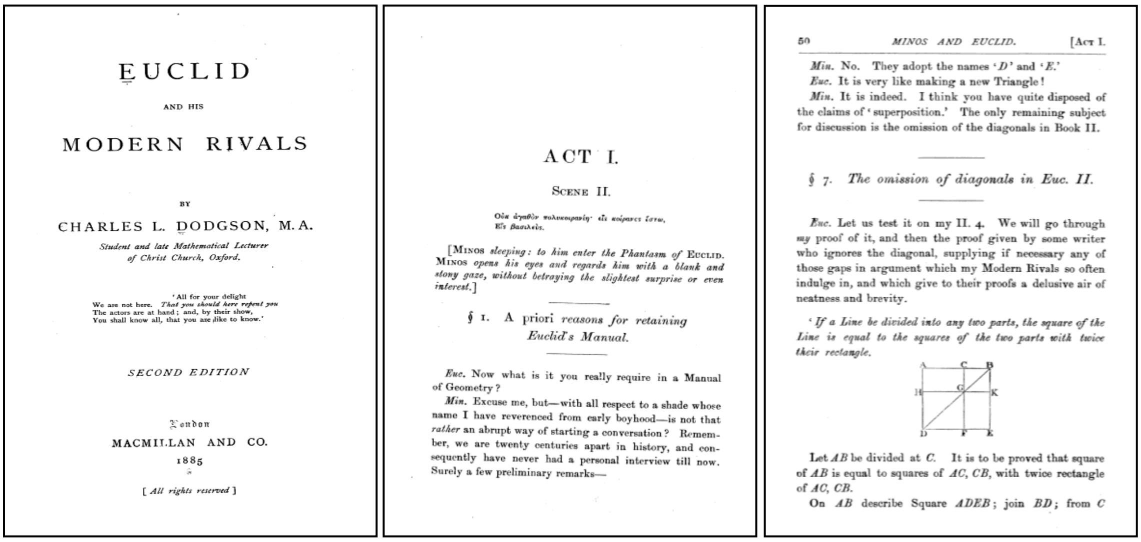


Figura 5. Fragmento do texto de Carroll traduzido e uma imagem representando o diálogo entre Aquiles e a tartaruga.

Aquiles tinha alcançado a tartaruga e sentara-se confortavelmente no dorso do animal.
— Então você chegou ao fim da nossa corrida? — disse a Tartaruga. — Embora ela **consista** numa série infinita de distâncias? Não houve aí um sabichão qualquer que provou que isso seria impossível de ser feito?
— **Pode, sim** — disse Aquiles. — E já **foi** feito! **Solvitur ambulando.** Veja bem, as distâncias foram **diminuindo** constantemente, e assim. . .
— Mas, e se elas tivessem **aumentado** constantemente — interrompeu a Tartaruga. — Que aconteceria, então?
— Então eu não estaria **aqui** — respondeu Aquiles, modestamente — e **você**, enquanto isso, já teria dado várias voltas em torno do mundo.
— Você me faz ficar tonta, isto é, **torta** — disse a Tartaruga — pois pesa um bocado, **não** há dúvida! Bem, vamos ver, você gostaria de que eu falasse sobre uma corrida que a maior parte das pessoas imagina poder acabar em dois ou três passos quando **de fato** ela consiste em um número infinito de distâncias, cada uma mais longa do que a anterior?
— Com todo o prazer! — disse o guerreiro grego, enquanto tirava do seu capacete (eram raros os guerreiros gregos que tinham **bolsos** naquela época) uma enorme agenda e um lápis. — Continue! E vá **devagar**, por favor! Ainda não inventaram a **estenografia**!
— Ah, aquela linda Primeira Proposição de Euclides — disse a Tartaruga, sonhadoramente. — Você é fã de Euclides?
— Sou louco por ele! Até o ponto, é claro, em que se **pode** admirar um tratado que só será publicado daqui a vários séculos.

No livro intitulado *Euclid and his Modern Rivals* [Euclides e seus rivais modernos], Carroll (1879) dá mais uma amostra de sua criatividade na produção de conhecimento matemático para a sala de aula. Publicado em 1879, o livro constitui-se de um trabalho que aborda as posições teóricas de uma série de matemáticos contemporâneos, demonstrando como cada um por sua vez, é ou inferior ou funcionalmente idêntico ao de Euclides. Para alcançar seus objetivos o autor usa como apoio didático o livro "Geometria", de *Os Elementos*, de Euclides, com vistas a fazer uma critica sobre a relação existente como o livro de geometria que deveria existir nas escolas, contra livros modernos de geometria que foram substituí-lo. A esse respeito, o próprio Carroll, no prefácio do livro, na época, escreveu que

> (...) em um aspecto, este livro é uma experiência, e tenta provar um erro: Quero dizer que eu não considero que é necessário mantê-lo ao longo da mesma gravidade de estilo que os escritores científicos geralmente usam, e que de alguma forma passou a ser visto como um *acidente inseparável* do ensinamento científico. Eu nunca conseguia ver a razoabilidade desta lei imemorial: há questões que são de fato muito graves, essencialmente, a admitir qualquer tratamento leve, mas não posso reconhecer a geometria como um deles. Contudo, espero que sejam encontrados para ter o que me permitiu vislumbrar o lado cômico das coisas somente em momentos apropriados, quando o leitor cansado deseja ter uma trégua e não em qualquer ocasião onde possa comprometer a continuidade da linha de argumentação (CARROL, 1879, prefácio. Tradução nossa).



EUCLID

AND HIS

MODERN RIVALS

BY

CHARLES L. DODGSON, M.A.

Student and late Mathematical Lecturer of Christ Church, Oxford.

'All for your delight
We are not here. *That you should here repent you*
The actors are at hand; and, by their show,
You shall know all, that you are like to know.'

SECOND EDITION

London

MACMILLAN AND CO.

1885

[*All rights reserved*]

ACT I.

SCENE II.

Οὐκ ἀγαθὸν πολυκοιρανίη· εἷς κοίρανος ἔστω,
Εἷς βασιλεύς.

[MINOS *sleeping: to him enter the Phantasm of* EUCLID. MINOS *opens his eyes and regards him with a blank and stony gaze, without betraying the slightest surprise or even interest.*]

§ 1. A priori *reasons for retaining Euclid's Manual.*

Euc. Now what is it you really require in a Manual of Geometry?

Min. Excuse me, but—with all respect to a shade whose name I have reverenced from early boyhood—is not that *rather* an abrupt way of starting a conversation? Remember, we are twenty centuries apart in history, and consequently have never had a personal interview till now. Surely a few preliminary remarks—

50 *MINOS AND EUCLID.* [ACT I.

Min. No. They adopt the names '*D*' and '*E*.'

Euc. It is very like making a new Triangle!

Min. It is indeed. I think you have quite disposed of the claims of 'superposition.' The only remaining subject for discussion is the omission of the diagonals in Book II.

§ 7. *The omission of diagonals in Euc. II.*

Euc. Let us test it on my II. 4. We will go through *my* proof of it, and then the proof given by some writer who ignores the diagonal, supplying if necessary any of those gaps in argument which my Modern Rivals so often indulge in, and which give to their proofs a delusive air of neatness and brevity.

'*If a Line be divided into any two parts, the square of the Line is equal to the squares of the two parts with twice their rectangle.*

Let *AB* be divided at *C*. It is to be proved that square of *AB* is equal to squares of *AC, CB*, with twice rectangle of *AC, CB*.

On *AB* describe Square *ADEB*; join *BD*; from *C*

Figura 6. Algumas páginas da segunda edição do livro de Carroll.

Carroll fez diversas reformulações de conteúdo e forma nos manuais matemáticos, considerando ser necessário incluir alguns aspectos que provocassem a curiosidade e a criatividade dos estudantes na aprendizagem de alguns tópicos matemáticos por ele ensinados durante a segunda metade do século XIX.

Tais modificações foram justificadas pela sua preocupação didática, bem como por ele duvidar de alguns aspectos abordados nas obras que chegavam em suas mãos, sob a forma de tradução dos originais gregos e latinos. Para tanto Carroll procurou simplificar as versões que encontrou dos Elementos de Euclides com vistas a corrigir de pontos falhos nessas traduções e com o propósito de esclarecer, acrescentar definições e desenvolver abordagens mais claras para as demonstrações dos teoremas.

Quando os estudantes se deparam com os primeiros erros na tentativa de resolução de problemas presentes nos livros didáticos, eles não imaginam que o processo de análise desses erros, ou mesmo a tentativa exaustiva de busca das respostas corretas pode ser o caminho que os levará a abrir diálogos conclusivos entre si e com as matemáticas, valorizando o processo e não o produto do seu conhecimento construído.

Possibilidades de uma formação docente para a pesquisa

Diante das proposições e argumentações explicitadas ao longo deste artigo, asseguro que para concretizar uma proposta de formação inicial e continuada de um professor investigador é preciso apostar na possibilidade de uso da pesquisa como princípio formativo desse professor, buscando constantemente construir uma proposta de ensino e aprendizagem viva para uso em sala de aula nos três níveis de ensino. Para que isso ocorra é necessário que tenhamos maior compreensão dos problemas enfrentados nas práticas dos professores que ensinam matemática e pelos estudantes das licenciaturas em pedagogia e matemática, durante sua formação inicial. Talvez daí seja possível elaborarmos um programa mais amplo de utilização dessas possibilidades na formação licenciada desses profissionais.

Uma das vias de acesso a essa reformulação da prática do professor que ensina matemática é estabelecer um diálogo entre as tendências em Educação Matemática e as disciplinas específicas desses cursos de licenciatura (Pedagogia e Matemática) e daí desenvolver estudos investigatórios (pesquisas orientadas semestralmente) articuladas às disciplinas de formação pedagógica desses licenciandos como metodologias de ensino, práticas de ensino ou estágios supervisionados.

O programa aqui sugerido deverá abranger, principalmente, os dois últimos anos do curso de formação desse professor. A aliança entre as disciplinas, através da pesquisa articulada às tendências em Educação Matemática, certamente favorecerá a formação de um professor mais criativo e menos dependente dos livros-textos. Além disso, fomentará nos licenciandos o espírito investigador centrado na busca do conhecimento e na produção de texto escrito a partir da investigação realizada.

Sob a orientação dos professores de metodologia de ensino da matemática e de outras disciplinas, os estudantes poderão fazer seus estudos acerca dos aspectos sócio-históricos e culturais da matemática (ou outras disciplinas) voltados aos conteúdos a serem abordados no Ensino Fundamental e Médio. A partir desses estudos eles poderão construir textos didáticos, materiais concretos e atividades a serem utilizadas com estudantes desses níveis de ensino. Tais produtos poderão fomentar a elaboração e execução de pequenos projetos de investigação voltados ao ensino de matemática (ou outros conteúdos) a serem desenvolvidos durante as fases de estágio supervisionado.

Os resultados obtidos poderão oferecer subsídios necessários para que, tanto os professores universitários, quanto os estudantes de licenciatura e os professores do Ensino Fundamental e Médio possam ter uma visão ampliada do processo deflagrado durante o estudo. Daí em diante, se tornará possível discutir as estratégias de superação das dificuldades encontradas durante a prática docente.

De acordo com as ideias apresentadas neste artigo, fica evidente a perspectiva de ensino, pesquisa e extensão a ser desenvolvida nos cursos de licenciatura em matemática e pedagogia, bem como na formação continuada de professores do Ensino Fundamental e Médio, considerando a necessidade da formação de um professor investigador.

Estudos dessa natureza devem ser realizados pelas universidades de forma articulada com a rede de Ensino Fundamental e Médio, pois é a partir dessa articulação que surgirá um diálogo no qual os pesquisadores em Educação Matemática encontrarão espaços de ampliação contínua do seu raio de abrangência na elaboração de estudos para a superação das dificuldades encontradas pela comunidade educativa.

Posso, enfim, assegurar que a aprendizagem e prática da investigação no ensino e na aprendizagem da matemática se tornam imprescindíveis devido ao fato que uma descoberta normalmente lança luz nova em uma multiplicidade de outros fatos e, consequentemente, não significa uma descoberta, mas várias descobertas. Além disso, como as regiões de exploração da matemática aumentam a fronteira entre o conhecido e desconhecido, passam a oferecer um campo mais abundante para investigações e implicações dos resultados para o ensino de matemática.

Para que o desenvolvimento da investigação em sala de aula se efetive de modo proveitoso é necessário que todos os estudantes exercitem a pesquisa bibliográfica, documental e experimental. Para tanto devem aprender a consultar fontes da Internet, arquivos de museus e bibliotecas, bem como fontes videográficas, além de observar a realidade ao seu redor de modo a gerar problematizações e indagações que os levem a provocar-se em busca de respostas para suas indagações. Essas atitudes são imprescindíveis na construção conceitual de qualquer tópico matemático a ser aprendido a partir da investigação, pois todas essas fontes, quando bem exploradas, são enriquecedoras do processo de aquisição do conhecimento matemático escolar. A partir dessa prática é possível ao estudante desenvolver uma nova atitude a respeito da construção do seu conhecimento matemático.

Diante de tudo que foi exposto, defendo a possibilidade e a valorização do caráter cognitivo da investigação nas aulas de matemática, desde que haja uma busca contínua de aspectos que enriqueçam as reformulações do planejamento didático do professor a cada período letivo, levando em consideração que a dinâmica da ação-reflexão deve sempre estar presente nas nossas práticas. É na procura de renovação e reconstrução que podemos promover uma aprendizagem plena da matemática escolar.

Uma tentativa de superação das dificuldades é a reformulação da prática do professor de matemática. Isso será possível com a elaboração de um projeto conjunto entre todos os ores de matemática da escola, de modo a realizar um trabalho coletivo ou, até mesmo, estabelecer um diálogo entre a disciplina matemática e as outras disciplinas, com vistas a alcançar uma abordagem mais interdisciplinar na formação matemática dos estudantes, principalmente no exercício da investigação em sala de aula.

Tomando os aspectos socioculturais e históricos relacionados à matemática como norteadores da investigação, os estudantes poderão fazer diversas pesquisas envolvendo temas afins entre as várias disciplinas abordadas durante o ano letivo, de modo a viabilizar a sua aprendizagem construtiva dos conteúdos a serem ensinados pelos professores, no Ensino Fundamental ou Médio. Desses estudos, os professores poderão organizar, juntamente com os estudantes, textos que abordem temas matemáticos com características mais globalizantes que apontem o caráter transversal da matemática nas várias áreas de conhecimento.

Os resultados obtidos poderão contribuir para que, tanto os professores, quanto os estudantes desses níveis de ensino possam obter uma visão ampla do processo de produção matemática e suas implicações no contexto da sociedade e da cultura. Daí em diante, será possível explorar as mais variadas estratégias de superação das dificuldades encontradas durante a prática docente, desde que o professor tenha sempre como diretriz do trabalho investigatório envolvendo a matemática na sala de aula.

Referências

ARAÚJO, T. *Criatividade na educação.* São Paulo: Imprensa Oficial, 2009.

ASSMANN, H. *Reencantar a educação*. Rumo à sociedade aprendente. Petrópolis: Vozes, 1998.

BARTHÉLEMY, G. *2500 anos de matemática.* A evolução das ideias. Lisboa: Instituto Piaget, 2003.

CARROLL, L. *Euclid and his Modern Rivals*. New York: Macmillan and Co., 1879.

CARROLL, L. *Symbolic Logic*. New York: Clarkson N. Potter, Inc., 1977. p. 431-434.

CARROLL, L. *Simbolic Logic.* New York: Clarkson N. Potter, 1977.

CARROLL, L. *Matemática Demente.* Tradução Leopoldo M. Panero. Barcelona: Tusquets Editores, 1999.

CSIKSZENTMIHALYI, M. *Creativity*. El fluir y La psicologia Del descubrimiento y la invención. Nova York: HaperCollins, 1996.

D’AMBROSIO, U. *Etnomatemática* - arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBROSIO, U. *Da Realidade à Ação:* reflexões sobre Educação (e) Matemática. São Paulo: Summus, 1986.

De MASI, D. *Criatividade e grupos criativos*. Tradução Léa Manzi. Rio de Janeiro: Sextante, 2003.

De MASI, D. *Ócio criativo.* Entrevista a Maria Serena Palieri. Tradução Léa Manzi. Rio de janeiro: Sextante, 2000.

DESCARTES, R. *Discours de la method*. 1637.

GONÇALVES-MAIA, R. *Ciência, pós-ciência, metaciência:* tradição, inovação e renovação. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2011 (Coleção Contextos da Ciência).

JULLIEN, V. *Descartes.* La géométrie de 1637. Paris: Presses universitaires de France, 1996. (Collection Philosophies, 76).

MATURANA, H. R.; VARELA, F. J. *A árvore do conhecimento.* As bases biológicas da compreensão humana. Tradução Humberto Mariotti; Lia Diskin. São Paulo: Palas Athena, 2001.

MENDES, I. A. *Ensino da Matemática por atividades.* Uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática. Lisboa: Associação de Professores de Matemática - APM, 2001 (Colecção Teses).

MENDES, I. A. História no Ensino da Matemática: um enfoque transdisciplinar. In: CUNHA, E. R.; SÁ, P. F. (Org.). *Ensino e formação docente:* propostas, reflexões e práticas. 1. ed. Belém: Editora Independente, 2002. p. 88-99.

MENDES, I. A. História no Ensino da Matemática: um enfoque transdisciplinar. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM, 11., 2003, Blumenau. *Anais...* Blumenau: Furb, 2003. p. 1-14.

MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. *A história como um agente de cognição na Educação Matemática.* Porto Alegre: Ed. Sulina, 2006. p. 79-136.

MENDES, I. A. *Matemática e investigação em sala de aula:* tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. revista e ampliada. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009a (Coleção Contextos da Ciência).

MENDES, I. A. *Investigação histórica no ensino da Matemática.* Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2009b.

SERRES, M. *Ramos.* Tradução Edgard de Assis Carvalho; Mariza Perassi Bosco. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2008.

STEIN, M. I. *Stimulating creativity.* Group procedures. Nova York: Academic Press, 1974.

VERGANI, T. *A criatividade como destino:* transdisciplinaridade, cultura e educação. (Org. FARIAS, C. A.; MENDES, I. A.; ALMEIDA, M. C.). São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).

IRAN ABREU MENDES - Pesquisador Nível 2 do CNPq, possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará (1983), graduação em Licenciatura em Ciências pela Universidade Federal do Pará (1983), especialização em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (1995), Mestrado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (1997) e doutorado em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2001). Pós-doutorado em Educação Matemática pela UNESP/Rio Claro, SP (2008). Atualmente é professor Titular do Departamento de Práticas Educacionais e Currículo do Centro de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em História e Pedagogia da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: história da matemática, ensino de matemática, educação matemática, história da matemática em sala de aula e etnomatemática.