

Atividades de Modelagem Matemática Visando-se a Uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, Fazendo Uso do Computador Como Ferramenta de Ensino

ROSANE FÁTIMA POSTAL¹; CLAUDIA HAETINGER²; MARIA MADALENA DULLIUS³; DANIELA CRISTINA SCHOSSLER⁴

¹ Centro Universitário UNIVATES (*fatimapostal@hotmail.com*)

² Centro Universitário UNIVATES (*chaet@univates.br*)

³ Centro Universitário UNIVATES (*madalena@univates.br*)

⁴ Centro Universitário UNIVATES (*danischossler@universo.univates.br*)

Resumo. Este artigo relata uma experiência desenvolvida com 32 (trinta e dois) estudantes do primeiro ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual em Lajeado/RS. Teve como enfoques o uso da metodologia da Modelagem Matemática, incluindo o computador como ferramenta de ensino. Exploramos o estudo de funções afins através dos planos de telefonia celular oferecidos pelas operadoras, analisando (des)vantagens de optar por determinado plano. O trabalho privilegiou a colaboração e a cooperação entre os estudantes na realização das atividades. Como resultados, podemos destacar a utilização da Modelagem Matemática como uma alternativa viável e eficiente estratégia de ensino e aprendizagem que atende aos anseios da Educação Matemática para a formação do cidadão.

Abstract. This paper subject refers to linear functions, and describes a research developed with a group of thirty two students in a state high school in Lajeado, RS. The study was about the cellular telephony offered by the different operators. Linear functions were applied through the plans offered by them. The study favored the collaboration and cooperation of the students in the accomplishment of the activities. We might conclude that using the mathematical modeling as a viable teaching-learning alternative that responds to the aims of mathematical education in the formation of citizens.

Palavras-chaves: modelagem matemática, aprendizagem significativa, tecnologias, funções.

Keywords: mathematical modeling, meaningful learning, technologies, functions.

Introdução.

A pesquisa relatada neste artigo teve início em abril de 2008.

O trabalho proposto envolveu uma turma, do primeiro ano do Ensino Médio de uma Escola Estadual em Lajeado/RS, e foi desenvolvido pela primeira autora durante sua dissertação de mestrado. A turma é composta de 16 meninos e 16 meninas, com faixa etária de 15 a 18 anos. Dois estudantes são repetentes. A maioria das mães desses estudantes exerce a função do lar e os pais são funcionários de empresas. Doze dos 32 estudantes envolvidos neste trabalho concluíram o Ensino Fundamental na escola onde ocorreu a pesquisa, sendo que os demais são estudantes novos vindos de oito escolas diferentes.

Considerando que estamos vivendo hoje em plena era da comunicação eletrônica e da informação, é fundamental que os estudantes se familiarizem com a utilização do computador. A partir desse contexto elaboramos uma proposta de ensino baseada nos pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa.

Para a abordagem do conteúdo de funções afins utilizamos planos de telefonia celular oferecidos pelas operadoras, trabalhamos com estas funções e discutimos sobre vantagens e desvantagens de optar por determinado plano.

Sendo a Educação um processo de formação de competência humana, cabem algumas perguntas:

- Diante da realidade vivenciada pelos estudantes, no contexto apresentado, como a Modelagem Matemática pode contribuir para uma Aprendizagem Significativa?

- Como os recursos tecnológicos utilizados podem dar maior significância à aprendizagem de funções afins realizadas pelos estudantes de uma turma, do turno da manhã, do primeiro ano do Ensino Médio, de uma Escola Estadual?

- Como ensinar e aprender funções afins num ambiente de Modelagem Matemática?

Pressupostos teóricos

Aprendizagem significativa.

Essa teoria formulada por D. Ausubel, na década de 1960, é uma proposta psicoeducativa, com um enfoque cognitivista e depois seguida por Joseph Novak na década de 1980, com enfoque mais humanista.

A teoria da Assimilação, descrita por Ausubel (1978), é uma profunda reflexão sobre o que é ensinar e aprender, particularmente em contextos escolares, de sala de aula, em que a aprendizagem verbal é dominante, mas não exclusiva. Ausubel defende que o principal processo de aprendizagem se dá por ancoragem, num processo ativo, que exige ação e reflexão do aprendiz e que é facilitado pela organização cuidadosa das matérias e das experiências de ensino.

A Aprendizagem Significativa pode ser definida como um processo por meio do qual o sujeito que aprende relaciona, de maneira não-arbitrária e substantiva, uma nova informação a um aspecto relevante de sua estrutura cognitiva (MOREIRA,1999).

A não-arbitrariedade e a substantividade são conceitos básicos que caracterizam a Aprendizagem Significativa. A não-arbitrariedade indica que o relacionamento de uma nova informação deve se dar com um conhecimento especificamente relevante da estrutura cognitiva de quem aprende, não com um aspecto qualquer, arbitrário, dessa estrutura. A substantividade significa que o que é essencial na nova informação é que deve ser interiorizado pela estrutura cognitiva, não as palavras os símbolos específicos usados para expressá-la (MOREIRA, A997).

Para Novak (1988), a Aprendizagem Significativa compreende a integração construtiva entre pensamento, sentimento e ação que conduz ao engrandecimento humano.

Levando em consideração que os seres humanos pensam, sentem e agem, Novak propõe que uma teoria de educação deva compreender esses três componentes.

Desse modo, Novak & Gowin (1988) acreditam que em um evento educacional, um ser humano (estudante) adquire um conhecimento em um determinado contexto, interagindo com um professor (ou algo que o substitua); a avaliação também se inclui no evento porque muito do que acontece no processo ensino-aprendizagem-conhecimento-contexto, depende da avaliação, ou, como coloca Novak, “muito do que acontece na vida das pessoas depende também da avaliação”.

A Inclusão da Tecnologia na Educação.

A principal questão relativa à inserção da Informática na Educação é a distinção entre o uso do computador para ensinar ou para promover a aprendizagem (VALENTE, 1998).

A análise dessa questão nos possibilita entender que a utilização do computador como ferramenta auxiliar para o desenvolvimento de atividades didáticas não é um atributo inerente a ele, mas está relacionado à forma como é concebida a tarefa na qual ele será utilizado, ou seja, deve proporcionar uma integração conveniente ao enfoque educacional adotado: a tecnologia deve se adequar à educação e não o contrário (VALENTE, 1997).

A utilização da tecnologia em sala de aula trouxe a esperança de ajudar a resolver a questão de reter o interesse dos estudantes. Mas, o recurso por si só não é suficiente para atingir esse objetivo. Para acompanhar todo o processo de ensino e aprendizagem é necessário que o estudante esteja envolvido em uma Aprendizagem Significativa.

(...) para que os estudantes aprendam significativamente, eles devem estar voluntariamente engajados numa tarefa significativa (...) o objetivo ou intenção da tarefa deveria requerer atividades de aprendizagem cooperativas, autênticas, intencionais, construtivas e ativas (JONASSEN, 2003, p.20).

Avaliação de *Softwares* Educativos.

O *software* a ser trabalhado, segundo Costa (2005), deve seguir as seguintes recomendações:

- ter uma perspectiva multidimensional, conjugando diferentes vertentes normalmente associadas ao processo educativo;
- articular as dimensões psicológica, curricular, didática e tecnológica;

- ser avaliado em três planos: sobre o produto propriamente dito, sua utilização em contextos concretos e sobre os resultados por eles mediados.

Desta forma, para um *software* ser educativo ele deve ser um ambiente interativo que proporcione ao estudante a possibilidade de investigar, refletir sobre as informações apresentadas e resultados obtidos, levantar hipótese e testá-las com o objetivo de aprimorar as ideias iniciais referentes ao problema a ser resolvido. Para tanto, Papert (1986) e Valente (1986) sugerem a realização do ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição:

- Descrição do problema: representação (inserção) dos dados referentes ao problema usando os recursos disponíveis no *software*.

- Execução dessa descrição pelo *software*.

- Reflexão sobre os resultados apresentados: o processo de reflexão implica a abstração dos resultados obtidos.

Modelagem Matemática.

Modelagem Matemática pode ser assumida de maneiras distintas em atividades profissionais.

Chevallard *et al.* (2001) entendem que grande parte da atividade matemática pode ser identificada como uma atividade de Modelagem. Em sua concepção, um aspecto essencial da atividade matemática consiste em construir um modelo (Matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder às questões inicialmente apresentadas (CHEVALLARD *et al.* 2001, p. 50). Para esses autores, a atividade matemática contempla tanto questões não-matemáticas como também questões que surgem dentro do trabalho do matemático, as quais denominamos questões intramatemáticas.

Ao discorrer sobre aplicações da Matemática, Bassanezi (2002) aborda dois aspectos da atividade da Matemática Aplicada, os quais estão em consonância com o Chevallard *et al.* Segundo ele, o primeiro aspecto consiste em adaptar conceitos, configurações ou estruturas matemáticas aos fenômenos da realidade. No segundo aspecto, as situações da realidade aparecem como motivo para formulação de novos conceitos e estruturas matemáticas. Em trabalhos de investigação em Matemática não é incomum esses dois aspectos serem combinados, culminando em novos métodos e técnicas.

Bassanezi (2002) faz menção ao uso da Matemática em uma colocação em que substancialmente se refere à Modelagem Matemática:

O objetivo fundamental do “uso” de Matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camuflados num emaranhado de variáveis de menor importância (BASSANEZI, 2002, p. 18).

Modelagem Matemática como metodologia de Ensino e Aprendizagem.

É desejável que durante a Modelagem, ocorra a aprendizagem de conceitos e técnicas do conteúdo que está sendo estudado. Assim o objeto de estudo pode contribuir como agente motivador da aprendizagem e dar suporte para a sua ocorrência. Nesse sentido, encontramos em D’Ambrosio (1986) um forte argumento, que vem corroborar esta expectativa:

[...] o ponto de vista que me parece de fundamental importância e que representa o verdadeiro espírito da matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo, isto é, a transferência de aprendizado resultante de uma certa situação para a situação nova é um ponto crucial do que se poderia chamar aprendizado da matemática, e talvez o objetivo maior do seu ensino (D’AMBROSIO, 1986, p.44).

Assumimos a Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem por reconhecermos que o seu uso em um ambiente escolar traz a possibilidade de desenvolver nos sujeitos, participantes do processo, inúmeros aspectos importantes e requeridos pela Educação Matemática, como colocam os trabalhos de Clements (1989), Blum & Niss (1991), Moscardini & Ersoy (1994), Bassanezi (2002), D’Ambrosio (2002), Almeida (2003a, 2003b), entre outros.

Nesse contexto, consideramos a Modelagem Matemática como uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação ou problema da realidade, configurando uma atividade que se desenvolve segundo um esquema –“um ciclo de modelagem”- no qual a escolha do assunto tem a participação dos sujeitos envolvidos.

Etapas do processo de Modelagem.

O procedimento de um modelador envolve várias etapas que ocorrem na prática. As etapas que apresentamos aqui são possíveis de serem encontradas na literatura. Há muita

similaridade entre elas. Algumas são mais sucintas, outras mais detalhadas, mas todas são representações simplificadas e explicativas do processo de Modelagem Matemática. As etapas características de um processo de Modelagem Matemática, conforme Biembengut (2002, p. 44) são, pois:

- Identificação do problema real.
- Formulação do problema matemático.
- Obtenção da solução matemática do modelo.
- Interpretação da solução.
- Comparação com a realidade.
- Escrita do relatório e apresentação dos resultados.

Um caminho para a efetivação de uma proposta em Sala de Aula.

De forma geral o ambiente a que nossos estudantes estão habituados é característico das aulas discursivas e expositivas, com pouco espaço para interação (ALMEIDA, 2002a; FERRUZZI, 2003). Desse modo, é adequado que a integração das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula seja um processo gradativo, permitindo ao estudante a familiarização com o ambiente em tal perspectiva. Com a expressão “processo gradativo”, queremos dizer que a participação dos estudantes em termos de grau de envolvimento na atividade deve aumentar no decorrer do processo em foco.

Os estudantes devem perceber desde o princípio a importância e a utilidade do processo de modelagem. Então é sugerido que as atividades de ensino ponderem três diferentes momentos (ALMEIDA, 2002a, 2002b).

Em um primeiro momento sugere-se desenvolver com os estudantes um trabalho de modelagem já estruturado. Ele deve contemplar todas as etapas do processo e não ser muito complexo para que os estudantes tenham uma compreensão significativa do mesmo.

No segundo momento, o professor sugere aos estudantes uma situação problema já estabelecida, juntamente com um conjunto de informações, e os estudantes participam da formulação das hipóteses, da dedução do modelo e de sua posterior validação.

No terceiro momento, os estudantes são incentivados a conduzirem um processo de modelagem a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor.

Proposta de Ensino.

Este estudo foi elaborado considerando pressupostos teóricos da Aprendizagem Significativa, aspectos que caracterizam a Modelagem Matemática e o uso da tecnologia como recurso pedagógico e as atividades foram desenvolvidas em sala de aula pela primeira autora.

Após escolhida a turma, houve o primeiro contato pela professora através de uma conversa informal. Nessa conversa colocou-se a intenção de trabalho, conversando sobre as aulas de Matemática e foram propostos alguns temas de interesse dos adolescentes. O tema escolhido pela maioria foi “O uso da telefonia celular”. Logo após, foi realizada uma entrevista com o objetivo de coletar dados sobre como é o uso da telefonia celular pelos integrantes da turma. Os dados coletados serviram para elaborar exercícios, detectar conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos estudantes, referentes ao assunto de funções. Esses conhecimentos prévios, ou seja, aquilo que o estudante já sabe sobre funções afins, teve papel de destaque na elaboração de materiais. Em seguida, definiu-se o problema a ser estudado: é possível utilizar o telefone celular de maneira mais econômica, pensando na sustentabilidade do planeta?

O próximo passo foi elaborar um esquema sobre todos os assuntos diretamente envolvidos com o tema escolhido. A partir deste esquema passamos a pesquisar os assuntos para a coleta de dados. Com estes dados construímos os modelos matemáticos, através de atividades com potencial de serem significativas para que os estudantes pudessem chegar a conceitos relevantes de funções afins. Para resolver as atividades propostas, os estudantes tiveram acesso a computadores onde utilizaram o *software Graphmatica*. Esta ferramenta foi utilizada para facilitar a construção dos gráficos e auxiliar nas respostas e interpretação das questões propostas. O *software Graphmatica* for Windows (Version 1.60) permite a resolução de situações que envolvem funções afins e podemos considerá-lo um *software* educativo, pois ele não é simplesmente uma moderna máquina de calcular, é um programa para desenhar funções, comportando gráficos cartesianos, permitindo calcular zeros da função e intervalos.

Ao final fizemos uma análise das respostas obtidas, onde novas atividades foram propostas para verificar se o estudante foi capaz de aplicar os conceitos construídos. Investigamos se a proposta que faz uso da Modelagem Matemática pode ser facilitadora da Aprendizagem Significativa.

Acreditamos que as características que emergem num ambiente de Modelagem Matemática, em uma proposta organizada com potencial de ser significativa, fazendo uso da tecnologia, levam o estudante a manifestar uma predisposição positiva para relacionar

substantivamente, as novas informações com a sua estrutura cognitiva, podendo conduzir a uma Aprendizagem Significativa.

A proposta de ensino foi planejada após conhecimento dos interesses da turma e esteve sujeita a modificações durante sua aplicação, devido ao fato de as atividades de modelagem contarem com a contribuição dos estudantes.

Levantamos com antecedência os conteúdos contemplados no programa da disciplina a fim de preparar as aulas. Organizamos uma proposta para 20 (vinte) aulas, sendo três horas semanais de aulas, dois períodos geminianos na terça-feira e um na quinta-feira, número definido previamente de acordo com nossa necessidade e com a possibilidade do calendário escolar.

A coleta de dados e análises de informações foi feita através de: observação direta, análise das produções individuais e em grupo, análise das tarefas avaliativas e análise de depoimentos.

Planejamento das Aulas e Elaboração do Material.

O primeiro encontro foi em sala de aula, com uma conversa inicial, onde os estudantes tomaram conhecimento da proposta. Nesse primeiro encontro os educandos da turma também responderam a um questionário sobre o uso de aparelhos celulares. O segundo e terceiro encontros foram utilizados para leitura de textos sobre o celular, tais como: Qual é o destino dos celulares? Para que servem? O que fazer com os celulares antigos? Destino das pilhas, tecnologias 3G, e vantagens dos novos modelos, com o objetivo de colher dados para nossa proposta de modelagem. No quarto e quinto períodos aconteceram exposições orais com troca de experiências e vivências e relatório escrito sobre as leituras realizadas. No quinto período, construiu-se um esquema com o objetivo de organizar e estruturar as buscas sobre celulares, envolvendo: aplicabilidade da tecnologia, evolução da comunicação sem fio, principais funções, aspectos de segurança, funcionamento básico, problemas, sigilo e segurança, reciclagem, evolução, descarte da bateria e do aparelho, meio ambiente, operadoras e planos.

O esquema foi construído pela professora e pelos estudantes, partindo do conhecimento de cada um e ampliado para a pesquisa de novos conhecimentos de acordo com os interesses da turma. Do sexto ao décimo quinto períodos, os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolver conceitos e noções sobre a função afim. Os conceitos construídos foram: definição de função, gráficos, função crescente e decrescente, taxa de variação, sinal da função, análise do gráfico, taxa de variação e valor inicial e interpretação de situações envolvendo funções. O preparo das aulas contou com dados de planos das diversas operadoras, obtidos através da

busca em *sites* próprios. Os estudantes receberam questionários para responderem a partir da interpretação dos dados fornecidos e aplicação dos conceitos de funções afins. Sendo que no décimo sexto e no décimo sétimo períodos, eles resolveram os exercícios propostos em um laboratório de informática, utilizando o *software Graphmatica*. Os educandos construíram gráficos, no mesmo plano cartesiano, com diferentes coeficientes e, a partir das representações gráficas, fizeram a interpretação do plano mais vantajoso, efeito da variação dos coeficientes no gráfico, se a função é crescente ou decrescente e pontos em que o gráfico intercepta os eixos.

Para que os estudantes tivessem a noção dos conceitos desenvolvidos em cada aula, a professora trabalhou as ideias intuitivamente, utilizando situações relacionadas à telefonia celular. Desenvolveu-se uma noção mais geral do conceito para se chegar às particularidades, com características de diferenciação progressiva. Podemos citar um exemplo utilizado para desenvolver a noção de função:

1- O valor a ser pago, de uma determinada conta telefônica, é dado em função dos minutos (tempo) utilizados mais um valor fixo pelo cliente. No quadro abaixo, são apresentados três planos de telefonia celular. A partir destas informações, responda:

Três planos de telefonia

Plano	Custo fixo mensal	Custo adicional por min
A	R\$ 35,00	R\$ 0,50
B	R\$ 20,00	R\$ 0,80
C	0	R\$ 1,20

Fonte: <http://www.vivo.com.br>. Acesso em 26/08/08.

- a) Qual é o plano mais vantajoso para alguém que utilize 25 min por mês?
- b) A partir de quantos minutos de uso mensal o plano A é mais vantajoso do que os outros dois?
- c) Escreva a lei de formação dos três planos.
- d) Monte a tabela de acordo com a lei.
- e) Construa os gráficos das funções.

Cabe salientar que o preço não é exatamente uma função afim da quantidade de minutos utilizados, pois em geral, cada plano contempla uma quantidade de minutos (franquia) e o cliente pago por minuto utilizado, o que ultrapassar esta quantidade.

Após esse trabalho intuitivo, utilizamos o quadro-verde para fazer uma representação simbólica dos conceitos, utilizando linguagem matemática. Na sequência, forneceu-se aos estudantes um material fotocopiado contendo tabelas com dados das operadoras de telefonia

celular e atividades propostas, onde puderam descobrir e expressar ideias do assunto em questão.

As atividades iniciais foram elaboradas partido do princípio de que os estudantes já construíram conceitos básicos e necessários para agregar os novos conhecimentos, tais como: o que são variáveis, ideia de relação de dependência, representação gráfica, equações e operações fundamentais. Através da realização das atividades propostas, obtivemos dados para analisar se o conteúdo trabalhado foi significativo, se os conhecimentos básicos considerados inicialmente foram suficientes para alcançarmos os objetivos propostos.

Ao realizar as atividades, os estudantes organizaram seus registros e os apresentaram de forma adequada, partido de situações mais simples e, de acordo com as dificuldades encontradas, procuraram chegar a situações mais complexas. Nas últimas três aulas, foram retomados os conceitos que não alcançaram os objetivos propostos, e apresentamos atividades complementares, com características de reconciliação integrativa. Após análise dos resultados obtidos no desenvolvimento das atividades, novo material foi construído e oferecido aos estudantes a fim de refazerem procedimentos, desenvolverem habilidades e construir conceitos anteriormente propostos.

Desenvolvimento dos conceitos de função afim através de atividades associadas ao tema.

Logo após ter trabalhado várias atividades para a sensibilização do tema “Uso consciente dos celulares”, iniciou-se a descrição das atividades de Modelagem Matemática construindo os conceitos de Função Afim. Para a elaboração destas atividades foram considerados alguns aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Os aspectos inicialmente considerados foram: a compreensão conceitual e a aplicação dos conceitos a situações novas.

- Compreensão conceitual: para a resolução de situações-problema é necessária a compreensão conceitual dos aspectos envolvidos, ou seja, deve ocorrer a interação entre a nova informação e a estrutura conceitual já existente na estrutura cognitiva do indivíduo, o que influenciará diretamente na capacidade do estudante em adotar estratégias e tomar decisões. Dessa forma, a compreensão de conceitos é fator determinante para que ocorra o sucesso do processo de ensino e aprendizagem, pois no caso da não ocorrência, provavelmente a determinação das variáveis envolvidas e das hipóteses não será adequada, tornando-se necessária a sua reformulação (AUSUBEL *et al.*,1980, 2003; MOREIRA, 1999; COLL *et al.*,2000;BORSSOI, 2004).

- Aplicação dos conceitos a situações novas: uma das evidências da ocorrência de uma Aprendizagem Significativa é a capacidade do indivíduo de utilizar os novos conceitos formados na resolução de diferentes situações-problema (MOREIRA, 1999; COLL *et al.*, 2000; AUSUBEL, 2003; BORSSOI, 2004).

Foram elaboradas situações-problema sobre o tema em estudo e apresentadas aos estudantes que, por sua vez, pensavam os planos de ação em grupos. Para tal ação ser possível foi necessário um conjunto de conceitos já construídos na estrutura cognitiva do estudante. Considerando que trabalhamos um conteúdo que já estava em andamento e não conhecendo a construção conceitual de cada estudante, foi feita uma retomada de conceitos envolvidos para a elaboração do modelo. As concepções que os estudantes possuíam, inferidas a partir de suas expressões orais, escritas, suas descrições e suas ações serviram de suporte para nossas construções. Só após serem retomados os conhecimentos matemáticos necessários para escrever o modelo matemático que relacionava preço e tempo de uso do celular é que foi construído o modelo da função. Esse modelo foi elaborado pelos grupos e, em grande grupo, chegava-se a um modelo único. A seguir era apresentado um questionário relacionado ao problema onde dentre as questões estava a construção do gráfico e da tabela e também um questionário sobre a conscientização do uso do celular. Para isto utilizavam-se em média três períodos/aula.

Dois princípios instrucionais também foram largamente utilizados:

a) Diferenciação Progressiva: depois de revisados os conhecimentos prévios necessários para se chegar ao modelo matemático que relacionava preço e tempo de uso do celular, onde o estudante já havia construído o conceito de função, passamos a realizar atividades que envolviam conceitos específicos da Função Polinomial do 1º grau.

b) Reconciliação Integrativa: Durante a realização das atividades, constantemente relacionamos, buscamos vínculos com atividades anteriores, buscando aspectos comuns e diferenças relevantes entre os conceitos em estudo.

Resultados Obtidos.

Para Ausubel (1978) e Baraldi (1999), há ocorrência de Aprendizagem Significativa quando o indivíduo consegue estabelecer significados entre as novas ideias e as que já tem. Mas, para que isto aconteça, é necessário:

A apresentação de uma material potencial significativo, ou seja, um material que apresenta possibilidades de o indivíduo estabelecer relações não-arbitrárias e substantivas aos aspectos relevantes de sua estrutura cognitiva, e

mais, que este esteja disposto a estabelecer tais relações (BARALDI, 1999, p. 38-39).

Ao construirmos o material apresentado, pensamos que ele deveria possibilitar a interligação daquilo que os estudantes já sabiam com aquilo que almejaram aprender, considerando os conhecimentos prévios necessários. A abordagem de conteúdos, que segue a sequência natural da disciplina, não pretende levar o estudante à memorização, mas possibilitar a construção de estrutura de pensamento e, conseqüentemente, de sua autonomia.

Nas atividades desenvolvidas, foram avaliadas as estratégias de resolução adotadas pelos estudantes. No processo de Modelagem, foi possível evidenciar essa situação na resolução das questões propostas.

Considerando os conhecimentos prévios.

Uma das tarefas dos professores, de acordo com Ausubel, é verificar aquilo que o estudante já sabe sobre os conteúdos a serem ensinados. Considerando esse pressuposto teórico, fizemos estudos preliminares (POSTAL, 2009) sobre o que os estudantes já sabiam sobre funções. Através de tais estudos verificamos que a maioria já sabia fazer gráficos e construir tabelas. Constatamos que poucos (8 estudantes) sabiam encontrar a lei de formação e por isso nossas atividades elaboradas contemplavam questões onde o estudante iria modelar as leis das funções apresentadas em planos de telefonia celular. Mais ou menos a metade da turma teve dificuldade em identificar o domínio e a imagem e identificar os coeficientes da função, sendo que essas questões também foram reforçadas em nossas atividades. Apenas um estudante relatou que sabia relacionar as variáveis. Essa questão também está bem evidenciada em nossas modelagens. Todos os nossos materiais elaborados foram pensados a partir de tais informações iniciais e de conversas com o professor titular sobre o envolvimento dos estudantes nas aulas de Matemática.

Uma condição importante para que ocorra a Aprendizagem Significativa é a predisposição positiva do educando para aprender o que está relacionado com aspectos motivacionais e características do ambiente de ensino e aprendizagem. Esta predisposição foi criada envolvendo os estudantes em atividades relacionadas ao tema em questão.

Podemos dizer que os estudantes participaram de suas vivências, do que sabiam sobre celulares e ampliaram seus conhecimentos através da leitura e da busca de novas informações. Enfim, concordamos com a visão de Ausubel no que se refere ao processo de ensino-aprendizagem: [...] o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que

o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo (AUSUBEL apud MOREIRA, 1999, p. 163).

A observação, a investigação e a análise do desenvolvimento das atividades propostas podem nos fornecer os indícios necessários para a verificação da ocorrência de compreensão significativa, pois permitem checar se os estudantes identificam corretamente as variáveis envolvidas, além de permitirem a determinação de estratégias para a resolução de problemas, a análise dos resultados, a tomada de decisão, a elaboração de conclusões e ainda, a evidência (da possibilidade) de erros, com o conseqüente reconhecimento da sua origem, realizando a reformulação das estratégias para nova tentativa de resolução.

No entender de Coll e Sole (2001), fatores como afetividade, disposição e interesse para aprender, o ambiente social, as interações com os outros, a relação entre a teoria formada pelos conceitos a serem aprendidos, e a realidade concreta, mais os conhecimentos prévios trazidos pelos estudantes, são favorecedores da aquisição da aprendizagem.

Este trabalho permitiu determinar a relação entre preço e os minutos falados no celular, desenvolver o conteúdo das funções afins e estabelecer metas de consumo. Para que os estudantes pudessem interpretar a situação-problema apresentada e chegar a um modelo matemático, era necessário ter presente os conceitos de função, variável dependente e independente, variável discreta e contínua, representação gráfica, domínio e imagem.

Os estudantes tinham a possibilidade de prever uma resposta para o problema, pois tinham os conhecimentos prévios necessários e puderam utilizar esses conhecimentos. Como construir um modelo matemático não fazia parte das práticas didáticas, inicialmente eles foram muito resistentes. Esta resistência foi sendo diminuída com questionamentos realizados pela professora titular.

Dos oito grupos formados, sete apresentaram corretamente a resposta. Os estudantes tiveram a capacidade de identificar uma relação de função e a capacidade de chegar a uma representação algébrica que satisfizesse às condições do problema. E também, ao chegar ao modelo, os estudantes identificaram a relação de dependência entre as variáveis. Os estudantes tiveram que fazer vínculos entre conceitos já desenvolvidos e a nova situação descrita no problema. Sendo assim, podemos dizer que houve uma Aprendizagem Significativa dos conteúdos apresentados.

[...] a repetição facilita a disponibilidade, a estabilidade, a clareza e a capacidade de discriminação do conteúdo anteriormente aprendido, que serve agora quer como idéias ancoradas, que como variáveis da estrutura cognitiva

(estabilidade, etc.), para toda a passagem de aprendizagem (AUSUBEL, 2003, p. 185).

Durante o desenvolvimento das atividades, muitas vezes foi necessário retomar conceitos das aulas anteriores e também de séries anteriores, conforme as necessidades e dificuldades surgidas. Um exemplo a ser considerado foi a questão de ser dado a eles o preço do minuto falado e de eles terem que calcular o preço do segundo falado. A revisão de conteúdos anteriormente estudados, através da inserção de questões referentes a estes, além de objetivar a introdução de *organizadores prévios*, possui um efeito facilitador sobre a aprendizagem e retenção significativas (AUSUBEL, 2003).

Atividades relacionadas com o auxílio do computador.

Quanto ao manuseio dos equipamentos, os estudantes não encontraram dificuldades, ainda mais porque foram auxiliados pelo monitor, pela pesquisadora, pela professora titular e pelo professor orientador que se encontrava presente durante o primeiro contato.

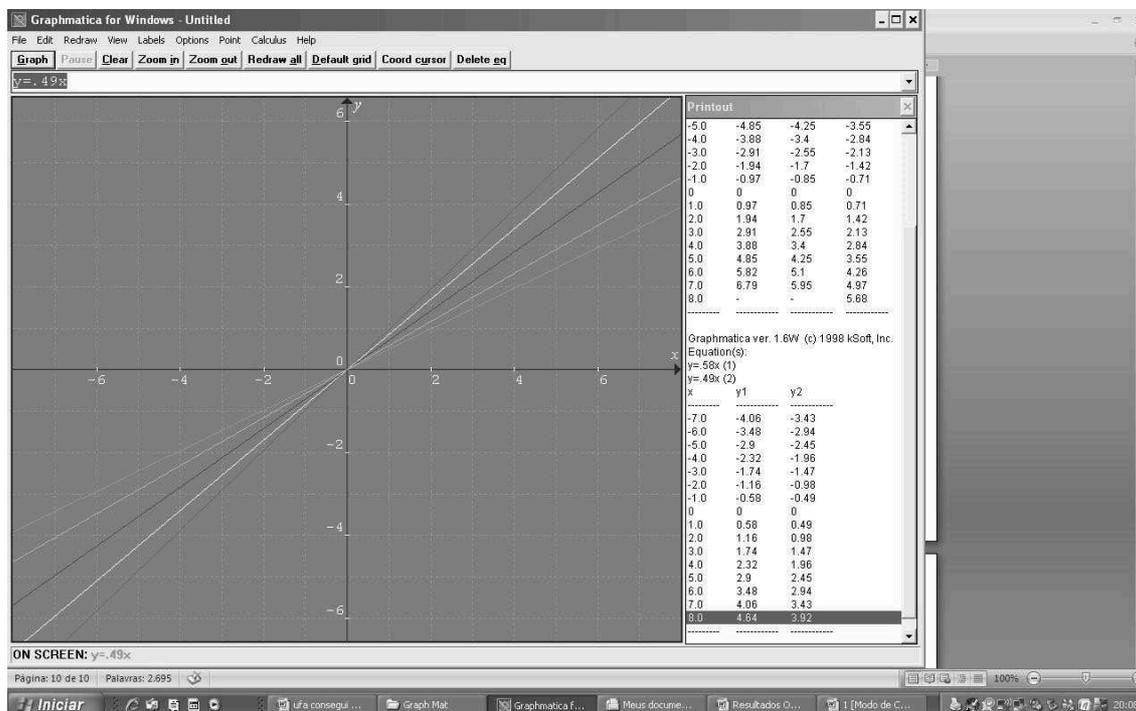
Todos os estudantes mostravam interesse e faziam comentários sobre o que estavam realizando. Também comentavam os resultados obtidos enquanto realizavam as atividades.

Quanto ao conteúdo, função afim, continuou sendo o mesmo da sala de aula. O que mudou foi o uso do *software Graphmatica*, como ferramenta de ensino (POSTAL, 2009). Nessas atividades o professor deixou de ser o centro da informação para ser o orientador e o norteador das construções dos estudantes.

Em relação aos diversos planos de telefonia celular estudados, no que se refere ao custo fixo mensal e ao custo adicional por minuto de cada um deles, conforme citado anteriormente, foi possível que cada estudante, ao efetuar as simulações pelo computador, e ao responder aos questionamentos apresentados, pudesse analisar, conforme o seu perfil de usuário, qual o modelo de plano que melhor se aplicava aos seus interesses pessoais, conforme destacado a seguir:

Considerando (POSTAL, 2009, p. 76) as atividades realizadas com o auxílio do computador, na Questão 1 cada reta da construção da FIGURA 1 representa um plano de telefonia celular com diversas faixas de minutos. Os estudantes responderam à pergunta: se eu falar 60 minutos, qual plano será mais vantajoso? Todos conseguiram chegar à resposta correta interpretando o gráfico e também conferindo os dados na tabela reproduzidos abaixo:

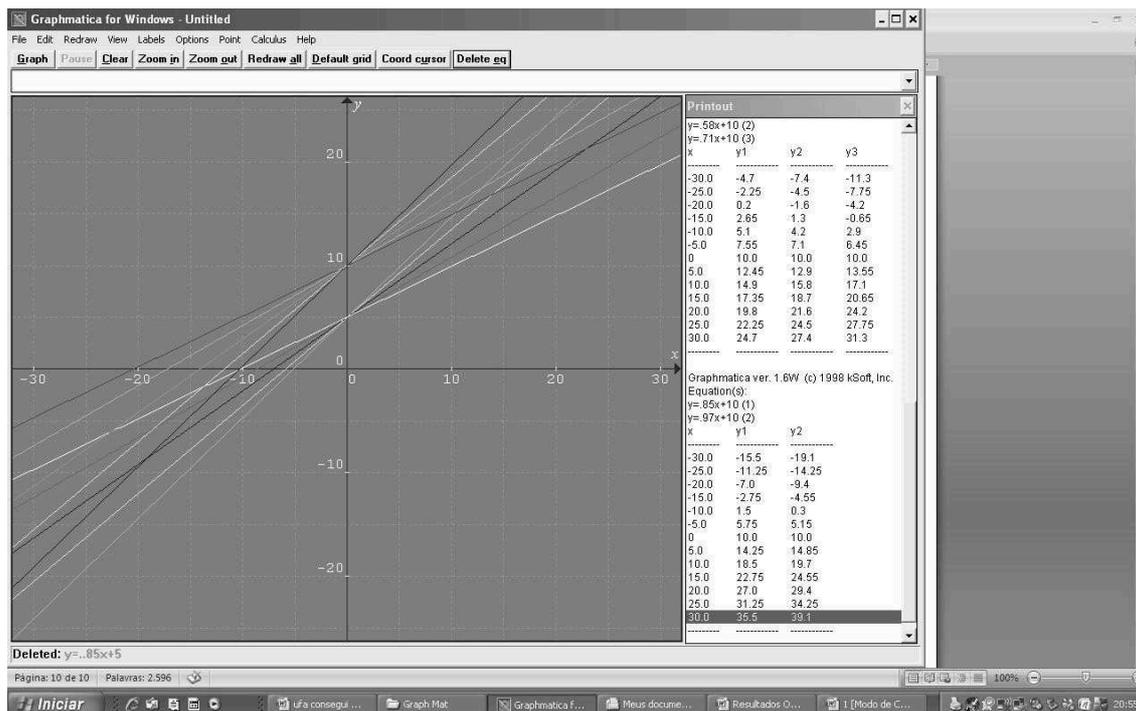
FIGURA 1 – Retas representando planos de telefonia celular



Fonte: Postal, 2009, p. 76, Figura 2

Da mesma forma, a FIGURA 2 (POSTAL, 2009, p. 77) refere-se a retas representando planos de telefonia celular com taxas fixas de R\$5,00 e R\$10,00, respectivamente. Analisando o gráfico reproduzido na figura, os estudantes concluíram que o ponto de partida é atribuído à taxa fixa.

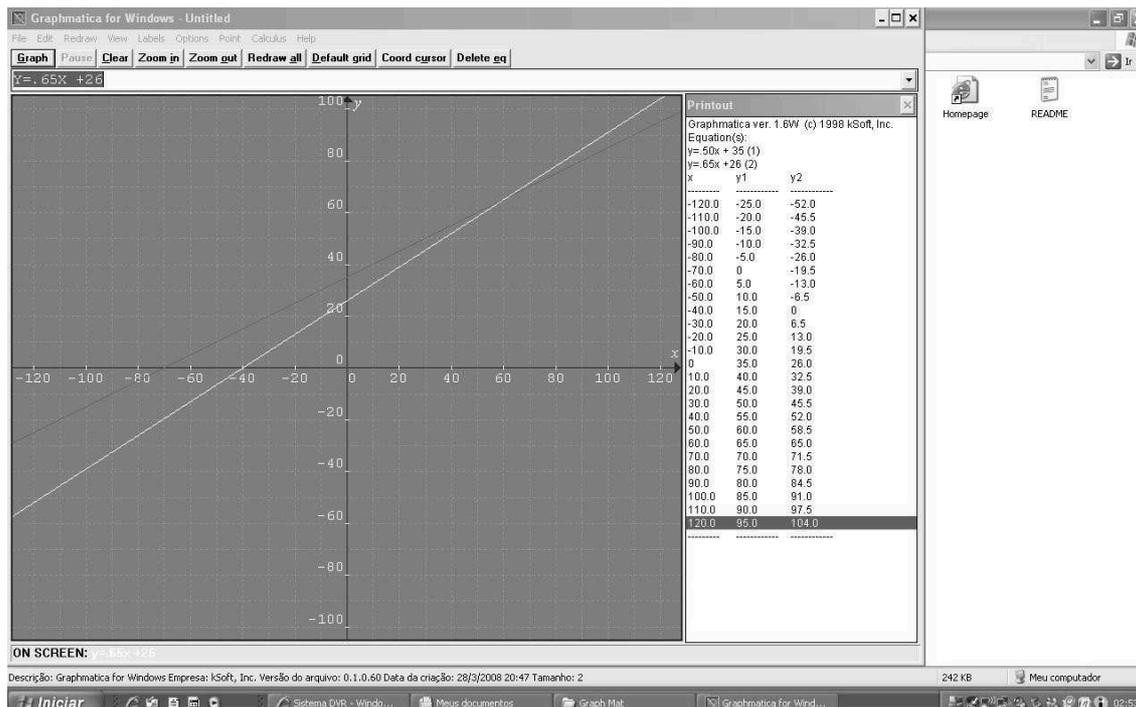
FIGURA 2 - Retas representando planos de telefonia celular com taxa fixa de R\$5,00.



e: Postal, 2009, p. 77, Figura 3

Segundo Postal (2009, p. 77), com o uso do aplicativo computacional os estudantes puderam desenhar vários gráficos para analisar o que ocorria com eles quando modificados os coeficientes da lei de formação da função correspondente, como pode ser visto em Postal (2009, p. 78), reproduzida a seguir:

FIGURA 3 – Comparação de gráficos desenhados.



Fonte: Postal, 2009, p. 78, Figura 4

Enfim, consideramos que os resultados obtidos constituem indícios positivos da ocorrência de aprendizagem, promovida através da aplicação de estratégias didáticas ancoradas na utilização de materiais próprios que possuem potencial de serem significativos, desenvolvidos com o auxílio de aplicativos computacionais (POSTAL, 2009). Contudo, o presente trabalho focou-se mais na proposta de associação entre Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa e Aplicativos Computacionais, buscando uma produção técnica que contivesse características dessas três teorias, servindo como tema motivador para futuras ações de professores. A efetiva comprovação de que a prática aqui desenvolvida trouxe uma aprendizagem significativa na concepção de Ausubel não pôde ser implementada em tempo hábil no estudo que originou essa dissertação.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. **Introdução à Modelagem Matemática**. Notas de aula. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. UEL. Londrina - PR, 2002a.

_____. **Modelagem Matemática na sala de aula: um estudo**. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2002. Anais eletrônicos do VII EPREM. Foz do Iguaçu: Unioeste, 2002b. 1 CD.

AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D. e HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick. 2ª edição. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

_____. **Psicologia Educacional**. . 2. Ed. 1 ed. Em Português. São Paulo: Inter americana, 1978.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano, 226 p., 2003.

BARALDI, I. M. **Matemática na Escola: Que Ciências é esta?** Bauru: Edusc, 1998.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M.S; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Contexto,2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo. Contexto. 2002.

BLUM W; NISS, M. **Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, Links to other Subjects** – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. Educational Studies in Mathematics, v. 22. n. 1, p. 37-68, 1991.

BORSSOI, A.H. **A Aprendizagem Significativa em Atividades de Modelagem Matemática como Estratégia de Ensino**. 2004. 140f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

CHEVALLARD, Y; BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Por to Alegre: Artmed, 2001.

CLEMENTS, D. **Mathematical Modelling: A case study approach**. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

COLL, C. *et AL*. **Psicologia do Ensino**. Tr ad. Cristiana Maria de Oliveira. Porto Alegre: Artes Medicas Sul, 2000.

COLL, C. SOLÉ I. **Os Professores e a Concepção Construtivista**. In: Coll, C. *et AL*. O Construtivismo na Sala de Aula. São Paulo: Ática, 2001.

D'AMBROSIO, U. **A Matemática nas Escolas, Educação Matemática em Revista**. Ano 9, n. 11, p. 29- 33, 2002.

_____. **Da Realidade à Ação:** Reflexões sobre Educação e Matemática. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

HAETINGER, C., DULLIUS, M. M., QUARTIERI, M. T. “**Grupo de Estudos no Uso de Aplicativos Matemáticos Computacionais de Baixo Custo Ensino da Graduação**”. Disponível em <<http://ensino.univates.br/~chaet/grupo%20>> de Estudos .html. Acesso em outubro de 2008.

JONASSEN, D. HOLEND, J.; MOORE, J.; MA RRA, R. M. **Learning to Solve Problems Technology.** A Constructivist Perspective Upper Saddle River. New Jersey Columbus, Ohio. Merrill Prentice Hall, Second Edition, 2003.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa.** Fórum Permanente de professores. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1999.

_____. **Aprendizagem Significativa:** um Conceito Subjacente. ENCUESTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO, 1997, Burgos. Actas do Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo. Burgos, Espana: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Burgos, 1997. p. 19-44.

MOSCARDINI, A. O; ERSOY, Y. **Mathematical Modelling Courses for Engineering Education.** Berlin: Springer Verlag, 1994.

NOVAK, J. D.; GOWIN, D. B. **Aprendiendo a Aprender.** Tradução: J.M. Campanario & E. Campanario, Barcelona: Martinez Roca. 1988.

PAPERT, S. **Constructionism:** A New Opportunity for Elementary Science Education. A proposal to the National Science Foundation, Massachusetts Institute of Technology, Media Laboratory, Epistemology and Learning Group, Cambridge, Massachusetts. 1986.

Software **Graphmatica.1.6**@<ftp://ftp.ufv.br/dma/graphmatica/grmat16w.zip>. Acesso em 04/08/2010.

POSTAL, R.F. Atividades de Modelagem Matemática Visando a uma Aprendizagem Significativa de Funções Afins, fazendo o uso do Computador como ferramenta de Ensino. Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação no Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES, sob orientação de C. Haetinger, 2009. BDU – Biblioteca Digital da UNIVATES (<http://www.univates.br/bdu/handle/369146285/80>). Acesso em 04/08/2010.

VALENTE, J. A. e VALENTE, A. B. **Logo:** Conceitos, Aplicações e Projetos. Editora McGraw-Hill, São Paulo. 1998.

_____. **O Uso Inteligente do Computador na Educação.** Revista Pátio, Ano I, Nº 1, PP.19-21. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ROSANE FÁTIMA POSTAL: Possui graduação em Habilitação em Matemática, Licenciatura Plena pelo Centro Universitário Univates (1999), possui Especialização em Ensino de Ciências e Matemática (2002) e Mestrado em Ensino de Ciências Exatas (2009).

Atualmente é professora da Escola Estadual de Educação Básica Érico Veríssimo. Tem experiência na área de Matemática.

CLAUS HAETINGER: Bacharel, Mestre e Doutor em Matemática Pura pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), onde foi BIC/CNPq, bolsista CAPES. Atualmente é Professor Titular do Centro Universitário UNIVATES, bem como no PPG em Ambiente e Desenvolvimento, onde além de Professor Permanente e Orientador, foi Coordenador do curso (2006-2009). Desde maio de 2007 integra também o PPG Profissional em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES. De julho de 2008 a janeiro de 2009 foi Coordenador de Pós-Graduação da Univates. Desde fevereiro de 2009 atua como Pró-Reitor de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação na UNIVATES. Desenvolve pesquisas com diversos colaboradores nacionais e internacionais. Tem experiência na área de Álgebra Não-Comutativa, com ênfase em Teoria de Anéis, atuando principalmente com Derivações de Ordem Superior em Anéis Primos e Semiprimos. Pesquisa na área de Modelagem Matemática, aplicando-a em questões relacionadas ao meio ambiente, geoprocessamento, sensoriamento remoto e dinâmica de paisagens, ou então na Robótica Aplicada ao Ensino de Matemática nos cursos de Engenharia. Paralelamente, dedica-se ao Uso de Tecnologias no Ensino de Matemática, bem como às Olimpíadas Matemáticas. É Professor Avaliador de Cursos do Banco Nacional de Avaliação da Educação Superior (BASis), vinculado à Comissão Técnica de Acompanhamento da Avaliação (CTAA) do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

MARIA MADALENA DULLIUS: Possui Licenciatura Curta em Ciências pela Fundação Alto Taquari de Ensino Superior (1991), Licenciatura Plena Em Matemática pela Fundação Alto Taquari de Ensino Superior (1993), Mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2001) e Doutorado em Ensino de Ciências pela Universidade de Burgos-Espanha (2009). Atualmente é professora auxiliar do Centro Universitário UNIVATES, atuando nos cursos de graduação e no Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática Aplicada e Ensino de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática e uso de tecnologias no ensino da Matemática.

DANIELA CRISTINA SCHOSSLER: Estudante do mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, graduada do curso de Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação em Matemática, Física e Química do Centro Universitário UNIVATES. Bolsista do projeto Relação entre a formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica e as competências e habilidades necessárias para um bom desempenho nas provas de Matemática do SAEB, Prova Brasil, PISA, ENEM e ENADE. Professora (contrato emergencial) da rede Estadual 40 horas desde 2004 nas áreas de Matemática, Física e Química.