

Os Registros de Representação Semiótica no Estudo da Reta com Enfoque na Geometria Analítica *

JOSEIDE JUSTIN DALLEMOLE¹, CLAUDIA LISETE OLIVEIRA GROENWALD² e LORENZO MORENO RUIZ³

¹Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil- Campus Canoas- RS, jjdallemole@yahoo.com.br

²Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil- campus Canoas-RS, claudiag@ulbra.br

³Departamento de Física e Matemática da Universidade de La Laguna em Tenerife-Espanha, lorenzom49@gmail.com

Resumo. Apresenta-se, neste trabalho, o cenário virtual implementado no sistema Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) e os resultados referentes aos conceitos de Reta, que é um recorte da investigação com o conteúdo de Geometria Analítica fundamentado na teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica. A pesquisa visou investigar as dificuldades de alunos de Licenciatura em Matemática na conversão dos Registros de representação semiótica, em Geometria Analítica, nos conteúdos de Reta, e as contribuições do sistema SIENA para a identificação dessas dificuldades e na recuperação individualizada deste conteúdo. Adotou-se a metodologia qualitativa, com ênfase no método de estudo de caso. A experiência abrangeu dez alunos do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Luterana do Brasil/Canoas-RS. Constatou-se que os alunos possuem dificuldades nas conversões entre os registros língua natural, algébrico e gráfico no conteúdo de Reta, devendo-se valorizar mais esta abordagem no processo de ensino e aprendizagem.

Abstract. This paper presents the virtual scenario implemented in the Teaching and Learning Integrated System (SIENA) and the results concerning the concept of the straight line. This paper is part of an investigation on Analytical Geometry based on the theory of Raymond Duval on semiotic representation registers. The research aimed at investigating the difficulties experienced by students majoring in mathematics in the conversion of semiotic representation registers in Analytical Geometry concerning the topics related to the straight line, and the contributions of the SIENA system to this content. A qualitative methodology was adopted with emphasis placed on a case study approach. The study population was formed by 10 students majoring in mathematics, from the Lutheran University of Brazil, (ULBRA), Canoas, RS. The students revealed difficulties in converting across the natural language, algebraic and graphical registers on the teaching content of the straight line, indicating that this approach should be better developed in the teaching and learning process.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem; Registros de Representação Semiótica; Geometria Analítica; Tecnologias de Informação e Comunicação.

Keywords: Semiotic representation registers; analytical geometry; teaching and learning; information and communication technologies.

Introdução

Esta investigação faz parte do convênio de pesquisa firmado desde 2005 entre o grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL), em Tenerife, Espanha, e o grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECM) da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). A pesquisa que está sendo realizada por esses grupos tem como título:

* Versão ampliada de trabalho apresentado no XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2011 sob o título *Geometria Analítica e os Registros de Representação Semiótica*

Inovando o Currículo de Matemática através da Incorporação das Novas Tecnologias. Um dos resultados é o desenvolvimento do Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), um sistema inteligente para apoiar o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, permitindo estudo, avaliação e recuperação de conteúdos de uma disciplina qualquer.

A investigação está fundamentada na teoria de Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, com o conteúdo de Geometria Analítica, utilizando, para sua implementação, o sistema inteligente SIENA. Segundo Duval (2004), muitos alunos apresentam dificuldades na compreensão da Matemática, sendo necessária uma abordagem cognitiva dos temas tratados, procurando descrever o funcionamento cognitivo que leva o aluno a compreender e efetuar os diferentes processos matemáticos propostos nessa disciplina.

Assim, o autor entende que as atividades cognitivas que requerem esses processos matemáticos estão ligadas à utilização de uma variedade de representações semióticas. Segundo Damm (2002), em diversas pesquisas em Educação Matemática, constatou-se que os alunos apresentam dificuldades de efetuar a conversão entre os diferentes registros de representação de um objeto matemático.

No ensino e aprendizagem de Geometria Analítica, de acordo com Silva (2006), constata-se que muitos alunos apresentam dificuldades ao lidar com as diversas representações gráficas e algébricas de curvas planas. Duval (apud Silva 2006) afirma que a razão dessas dificuldades está no fato do aluno desconhecer a correspondência semiótica entre o registro das representações gráficas e a escrita algébrica. As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Brasil, 2006) afirmam que a Geometria Analítica possibilita a articulação entre a geometria e a álgebra, devendo o professor trabalhar o entendimento de figuras geométricas, por meio de equações, e o entendimento de equações, por meio de figuras geométricas, abandonando a apresentação de equações sem explicações fundadas no raciocínio lógico, evitando a memorização excessiva de fórmulas. Evidencia-se, assim, a necessidade da utilização de diferentes Registros de Representação Semiótica (gráfico e algébrico) e do desenvolvimento de um trabalho didático que promova a articulação e a conversão entre esses registros.

A preocupação com tais dificuldades, associada à formação de professores de Matemática e à relevância da teoria dos Registros de Representação Semiótica, levou a presente investigação, cujo objetivo geral é investigar quais suas são as dificuldades que alunos de Licenciatura em Matemática apresentam em relação à conversão entre os Registros

de Representação Semiótica na Geometria Analítica, bem como as contribuições do sistema inteligente SIENA para a identificação destas dificuldades e na recuperação individualizada destes conteúdos.

Este artigo é um recorte dessa investigação, apresentando os resultados alcançados referentes aos conceitos de reta e suas representações semióticas. Os objetivos específicos relativos a reta são: desenvolver um grafo para implementação no sistema SIENA, relacionando com os Registros de Representação Semiótica; investigar questões e atividades didáticas sobre Reta em livros didáticos do Ensino Médio, ligadas a conversão entre os Registros de Representação Semiótica; desenvolver o banco de questões para os testes adaptativos e implementar no sistema SIENA; desenvolver uma sequência didática com os conceitos de Reta, no SIENA, para que cada aluno realizasse a recuperação, conforme as dificuldades que viessem a apresentar; implementar¹ uma experiência no sistema SIENA.

Sistema Informático SIENA

O SIENA é um sistema inteligente para apoio ao desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de um conteúdo qualquer, fundamentado em uma aprendizagem significativa, conforme Ausubel et al (1980), utilizando o ensino eletrônico como recurso pedagógico (MORENO ET AL., 2007; MURLICK e GROENWALD, 2009).

Esse sistema foi desenvolvido através de uma variação dos tradicionais mapas conceituais (NOVAK e GOWIN, 1988), sendo o mapa conceitual utilizado para o SIENA denominado de Grafo Instrucional Conceitual Pedagógico - PCIG (*Pedagogical Concept Instructional Graph*), que permite a planificação do ensino e da aprendizagem de um tema específico. O PCIG não ordena os conceitos segundo relações arbitrárias, colocando-os de acordo com a ordem lógica em que devem ser apresentados ao aluno. Portanto, o PCIG deve ser desenvolvido segundo relações do tipo “o conceito A deve ser ensinado antes do conceito B”, começando pelos nodos (conceitos no grafo) dos conceitos prévios, seguindo para os fundamentais, até atingir os nodos objetivos.

O PCIG está ligado a um teste adaptativo que gera o mapa individualizado das dificuldades do estudante. Cada nodo do PCIG contém uma sequência didática para cada conceito avaliado no teste, conforme a figura 1.

¹ Implementar está sendo utilizado, nessa investigação, no sentido de desenvolver, aplicar e avaliar.

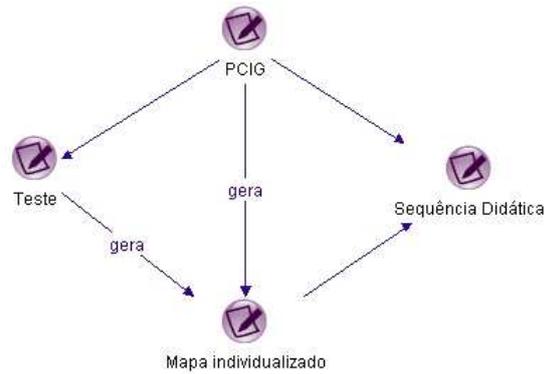


Figura 1: Esquema do sistema SIENA.

Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões ao nível de habilidade de cada examinando. Segundo Costa (2009), esse teste adaptativo procura encontrar um teste ótimo para cada estudante. Para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração do mesmo. Assim, são selecionados apenas os itens que mensurem eficientemente a proficiência do aluno. Esse teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas, que correspondam ao nível de capacidade do examinando. Como cada questão apresentada a um indivíduo é adequada à sua habilidade, nenhuma delas é irrelevante (SANDS e WATERS, 1997). Ao contrário dos testes com papel e caneta, cada estudante recebe um com questões diferentes e tamanhos variados, produzindo uma medição mais precisa da proficiência e com uma redução do tamanho do teste em torno de 50% (WAINER, 2000).

No SIENA o teste adaptativo é realizado em cada nodo do PCIG, devendo ser cadastradas perguntas que irão compor o banco de questões do mesmo, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento que o aluno possui de cada conceito. As perguntas são de múltipla escolha, classificadas em fáceis, médias e difíceis, sendo necessário definir, para cada pergunta: o grau de sua relação com o conceito; o grau de dificuldade; a resposta verdadeira; a possibilidade de responder à pergunta considerando, exclusivamente, sorte ou azar; a estimativa do conhecimento prévio que o aluno tem sobre esse conceito; o tempo de resposta (em segundos) para o aluno responder à pergunta. O teste adaptativo estima o grau de conhecimento do aluno para cada conceito, de acordo com as respostas do estudante. Para isso, ele vai lançando perguntas aleatórias ao aluno, com um nível de dificuldade de acordo com as respostas do mesmo. Se o aluno responde corretamente, o sistema vai aumentando o grau de dificuldade das perguntas e, ao contrário, se a partir de um determinado momento ele

não responde corretamente, o sistema diminui o nível de dificuldade da pergunta seguinte.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios, definidos no PCIG e começa a avaliá-los, progredindo sempre que o aluno consegue uma nota superior ao estipulado, pelo professor, no teste. Quando um conceito não é superado, o sistema não prossegue avaliando por esse ramo de conceitos do PCIG, pois se entende que esse é necessário para a compreensão do seguinte, abrindo para o estudante a possibilidade de realizar a sua recuperação. É importante dizer que o sistema poderá prosseguir por outras ramificações do PCIG.

O desempenho do aluno é calculado a partir da fórmula $\frac{D \times P}{D \times P + (1 - P) \times L}$, onde D é a dificuldade da pergunta, L é o nível de adivinhação da pergunta e P é a nota da pergunta anterior. O sistema dispõe de um mecanismo de parada, quando já não pode obter uma maior estimativa sobre ao grau de conhecimento de um conceito, ou quando não existam mais perguntas no banco de questões.

O sistema mostrará, através dos seus dois bancos de dados, quantos testes o aluno realizou no nodo, a data em que o aluno realizou os testes, se esse foi considerado verdadeiro ou falso pelo sistema, ou seja, caso o aluno tenha encerrado o teste e não o sistema, impossibilitando-o de fazer uma estimativa fidedigna sobre o grau de conhecimento desse aluno sobre o conceito abordado no nodo em que realizou o teste, o SIENA considera esse teste falso. Mostrará, também, quais foram as perguntas realizadas, quais foram respondidas corretamente e qual a estimativa sobre o grau de conhecimento de cada conceito. As figuras 2 e 3 apresentam um exemplo desses bancos de dados.

Inicio	Ayuda	Perfil Usuario	Cerrar Sesión
Lista de asignaturas		Lista de Grupos	
Lista de competencias			
Lista de tests			
Fecha de creación	Acabado	Nota	
10.04.2010	true	0.954	Ver Borrar
10.04.2010	true	0.445	Ver Borrar
10.04.2010	true	0.338	Ver Borrar
Atrás			

Figura 2: Exemplo de um banco de dados fornecido pelo SIENA em um dos nodos do PCIG.

Inicio Ayuda Perfil Usuario Cerrar Sesión				
Lista de asignaturas		Lista de Grupos		
Lista de competencias				
Acabado: true				
Nota: 0.143				
Respuesta	Respuesta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
0	false	337	O coeficiente linear da reta perpendicular à reta de equação $-x-3y+4=0$ que intersecta o ponto $(1,-2)$ está de acordo com o gráfico:	0.100
1	false	169	A representação correta dos pontos $A(1,3)$, $B(-2,-1)$, $C(3,1)$, $D(0,-3)$, $E(-1,0)$ é:	0.100
3	false	233	A reta de equação $x-2y+4=0$ tem coeficiente linear igual a:	0.100
3	false	229	Em qual dos gráficos os pontos $A(0,-2)$, $B(-2,0)$, $C(1,-1)$ e $D(-3,1)$ estão colocados de maneira certa?	0.100
1	true	229	O gráfico que melhor representa as retas de equação $2x-y+1=0$ e $x-y-2=0$ é:	0.100
0	false	0	O gráfico que representa a equação $2x + y + 1 = 0$ é	0.143
Atrás				

Figura 1: Exemplo do banco de dados de um teste adaptativo de um nodo do PCIG.

O sistema possui duas opções de uso: a primeira serve para o aluno estudar os conteúdos dos nodos do PCIG e realizar o teste, verificando quais são seus conhecimentos sobre determinados conteúdos; a segunda opção oportuniza ao aluno realizar o teste e estudar os conceitos nos quais apresentou dificuldades, sendo possível uma recuperação individualizada dos conteúdos nos quais não conseguiu superar a média estipulada como necessária para avançar. Todos os nodos do PCIG estão ligados a uma sequência didática que possibilita ao aluno estudar os conceitos ou realizar a recuperação dos nodos em que apresenta dificuldades.

Os Registros de Representação Semiótica

A teoria de Raymond Duval (2004) sobre Registros de Representações Semióticas é definida por ele como “produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (Duval, 1993 apud DAMM, 2002, p.143). Tem se mostrado, de acordo com Machado (2003), um importante instrumento de pesquisas concernentes à aquisição de conhecimentos matemáticos e à organização de situações de aprendizagem desses conhecimentos.

Para Soares e Nehring (2006), a escola tem o desafio de preparar os alunos para o tempo de mudanças, para uma nova sociedade em que o mais importante não será apenas o saber científico, mas saber dar significado ao conhecimento, buscando alternativas para

resolver problemas e saber comunicar-se. Sendo assim, as autoras acreditam que o objetivo do ensino da Matemática deve transcender a formação de futuros matemáticos. Para tanto, defendem a teoria dos Registros de Representação Semiótica como uma pertinente maneira didático/metodológica da qual o professor pode fazer uso ao buscar a aquisição dos conceitos por parte dos alunos. As autoras complementam, ainda, que,

à medida que a matemática passa a diversificar os registros de representação, sua aprendizagem específica contribui, fortemente, para o desenvolvimento das capacidades cognitivas globais dos sujeitos, possibilitando-lhes compreenderem e interpretarem a realidade na qual estão inseridos, serem cidadãos num tempo de mudanças intensas (SOARES e NEHRING, 2006, p.7).

De acordo com Duval (2004, p. 43), “a formação de uma representação semiótica é o recurso a um signo para atualizar a visão de um objeto ou substituir a visão desse objeto”. D’Amore (2005) complementa, afirmando que o conhecimento é a intervenção e a utilização dos signos. Assim, para ele, na aprendizagem da Matemática, os alunos são introduzidos em um mundo novo, conceitual e simbólico, sobretudo representativo.

Para Duval (2003, p. 13), “é suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático.”

Porém, compreender e apreender conceitos matemáticos não tem sido tarefa fácil para a maioria dos alunos, pois eles, segundo Duval (2003), têm apresentado dificuldades, muitas vezes, insuperáveis na busca pelo saber matemático. Diante de um mundo globalizado e, ainda, de acordo com o autor, com a recente exigência de uma maior formação Matemática inicial para todos os alunos, questões sobre como compreender essas dificuldades dos alunos, qual a sua natureza e onde elas se encontram passaram a ter uma maior importância, objetivando prepará-los para enfrentar um mundo cada vez mais informatizado e tecnológico e cada vez mais complexo, como o que se está vivendo.

Na busca por respostas a essas questões, Duval (2003), diz que não se pode restringir ao campo matemático ou à sua história, é preciso uma abordagem cognitiva, já que o ensino da Matemática, em formação inicial, objetiva não formar futuros matemáticos, nem ensinar aos alunos instrumentos que mais tarde lhes possam ser úteis, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, análise e visualização.

Para Machado (2003, p. 8), “a maneira Matemática de raciocinar e de visualizar está intrinsecamente ligada à utilização das representações semióticas [...]” e essa abordagem

cognitiva, de acordo com Duval (2003, p. 12), “está em procurar inicialmente descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino.”

A atividade Matemática para Duval (2003, p. 24), “ressalta fenômenos complexos, pois é necessário, ao mesmo tempo, levar em conta as exigências científicas próprias dos conteúdos matemáticos e o funcionamento cognitivo do pensamento humano.” Assim, ele afirma que essa atividade deve ser estudada no que ela tem de específico, ou seja, no que ela tem de diferente do trabalho de outras áreas da Ciência, como no trabalho de um botânico ou de um geólogo no terreno, ou de um físico no seu laboratório. Essa diferença, segundo o autor, está na atividade cognitiva que requer a Matemática em relação a que requerem outras áreas da Ciência, a qual não se baseia em conceitos, mas na importância e variedade das representações semióticas utilizadas em Matemática.

Os objetos matemáticos, segundo Duval (2003), a começar pelos números, “não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar.” Em palavras semelhantes, Damm (2002) salienta que a Matemática trabalha com objetos abstratos, ou seja, não são diretamente perceptíveis ou observáveis, necessitando, para sua apreensão, o uso de representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos, pois permitem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento matemático.

No entanto, ela salienta que, para a compreensão da disciplina é fundamental que o aluno faça a distinção entre o objeto matemático e sua representação. Nesse sentido, em relação à Geometria Analítica, conteúdo ao qual se refere esta pesquisa e o uso dos Registros de Representação Semiótica, Silva (2006, p.24) comenta que:

Na aprendizagem da Matemática verificamos a dificuldade de nossos alunos para compreender a diferença entre objeto matemático e sua representação. É muito importante para a aquisição do conhecimento matemático que esta distinção seja estabelecida, e neste sentido, a teoria das representações semióticas auxilia de maneira decisiva, em particular, no que se refere às diversas representações de pontos, retas e curvas no plano.

Sobre a aquisição conceitual de um objeto matemático D’Amore (2005), referindo-se a Duval (1993), afirma que essa se baseia em duas características fortes. A primeira está no fato de o uso de diversos Registros de Representação Semiótica ser típico do pensamento humano

e a segunda, no fato da criação e o desenvolvimento de novos sistemas semióticos serem marcos históricos de progresso do conhecimento.

Para D’Amore (2005), essas características revelam a estreita interdependência entre *noesis* (aquisição conceitual de um objeto) e *semiosis* (representação realizada por meio de signos) e como se passa de uma para outra. Assim, para o autor, “não apenas não existe *noesis* sem *semiosis*, mas a *semiosis* é assumida como sendo uma característica necessária para garantir o primeiro passo na direção da *noesis*” (D’AMORE, 2005, p.60).

Especificamente na Matemática, Duval (2004) afirma que ela permite uma grande variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Assim, conforme Duval (2003, p.14), “a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de, ao menos, dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação.” Em palavras semelhantes, Damm (2002) menciona que é somente através da coordenação de vários registros de representação, pelo indivíduo que apreende, que será possível a apreensão conceitual dos objetos matemáticos.

Entretanto, D’Amore (2005) pontua que, quando Duval refere-se a Registro de Representação Semiótica, ele faz referência a um sistema de signos que permite cumprir as funções de comunicação, tratamento e objetivação, como, por exemplo, a numeração binária, ou a decimal, porém não faz referência às notações convencionais as quais não constituem um sistema, como, por exemplo, as letras ou os símbolos utilizados para indicar as operações algébricas.

Segundo Duval (2003), existem quatro tipos muito diferentes de Registros de Representações Semióticas, conforme apresentadas na figura 4.

	Representação Discursiva	Representação não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças...; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: numéricas (binárias, decimal, fracionária...); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

Figura 4: Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático. Duval (2003, p.14)

Assim, de acordo com Duval (2003), percebe-se que os registros monofuncionais são

os que possuem algoritmos próprios em sua estrutura, e os multifuncionais são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis. Têm como representação discursiva a língua natural, ou seja, se manifestam por meio de associações verbais entre conceitos, pelas formas de raciocínio argumentativo, as quais se baseiam em observações, crenças, entre outros, e dedutivo, que se baseiam em definições, propriedades, teoremas, etc. Eles se apresentam, também, na forma não-discursiva, como as figuras geométricas planas e espaciais. Como registros monofuncionais na representação discursiva, têm-se os sistemas de escritas numéricas, algébricas e simbólicas, bem como o cálculo. Na representação não-discursiva, encontram-se os gráficos cartesianos com as mudanças de sistemas de coordenadas, interpolação, extrapolação.

Duval (2004) estabelece três atividades cognitivas inerentes a *semiosis*, ou seja, para que um sistema semiótico seja um registro de representação é necessária a formação de representações em um registro semiótico particular e as duas transformações de representações semióticas, uma denominada tratamento e a outra, conversão, as quais correspondem a atividades cognitivas diferentes.

D'Amore (2005, p. 62) reforça a ideia de Duval, afirmando que “a construção de conceitos matemáticos depende muito da capacidade de utilizar vários Registros de Representação Semiótica dos referidos conceitos: *representando-os* em um dado registro, *tratando* tais representações no interior de um mesmo registro e fazendo a *conversão* de um registro para outro.” Assim, para o autor, esses três elementos estão profundamente ligados à aquisição conceitual de um objeto matemático, isto é, a *noesis*.

Essas três atividades cognitivas estão reagrupadas no que se chamam tarefas de produção e tarefas de compreensão. Para Duval (2004), a produção de uma resposta, seja um texto ou esquema, mobiliza simultaneamente a formação de representações semióticas e seu tratamento, enquanto a compreensão de algo, como um texto ou imagem, mobiliza as atividades de conversão e de formação ou ainda as três atividades cognitivas. Ele menciona, também, que há regras de funcionamento próprias a cada uma dessas atividades, as quais dependem dos sistemas semióticos e são independentes das restrições que a comunicação pode impor à produção ou à compreensão das representações semióticas.

A formação da representação de um registro está atrelada ao que Duval (2004) chama de regras de conformidade, definidas por ele como sendo “aquelas que definem um sistema de representação e, em consequência, os tipos de unidades constituídas de todas as representações possíveis em um registro” (DUVAL, 2004, p. 43). Assim, ele segue afirmando

que essas regras permitem o reconhecimento das representações como em um registro determinado e que a formação das representações semióticas implica, então, “a seleção de um certo número de caracteres de um conteúdo percebido, imaginado ou já representado em função das possibilidades de representação próprias ao registro determinado” (DUVAL, 2004, p. 44).

Para melhor entender a ideia apresentada por Duval, pode-se comparar a formação de uma representação, segundo Damm (2002), à realização de uma tarefa de descrição, ou seja, os Registros de Representação Semiótica precisam ser identificáveis, seja por meio de um texto em língua natural, de uma figura geométrica, de um gráfico, entre outros, respeitando regras inerentes a cada sistema de registros.

Com relação ao tratamento, Duval (2004) estabelece que é a transformação de uma representação inicial em outra representação terminal, respectiva a uma questão, a um problema, ou seja, é a transformação de uma representação dentro de um mesmo registro. Por exemplo, “efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria”(DUVAL, 2003, p. 16).

De acordo com Damm (2002), existem regras de tratamento próprias a cada registro, variando sua natureza e número de um registro a outro, como, por exemplo, quando se trabalha com as quatro operações com os números naturais no registro algarítmico, o tratamento utilizado requer a compreensão de regras do sistema posicional e da base dez. Sem essa compreensão, a utilização desse tratamento não é significativa para a aprendizagem.

O que acontece na aprendizagem da Matemática é que os registros de representação utilizados possuem graus de dificuldade diferentes e esse é um dos problemas que, segundo Damm (2002), o professor precisa enfrentar no momento de ensinar, sem esquecer que trabalha com o mesmo objeto matemático, “porém o registro de representação utilizado exige tratamento muito diferente, que precisa ser entendido, construído e estabelecidas relações para o seu uso” (DAMM, 2002, p. 146).

Já a conversão, para Duval (2004), é a transformação externa relativa ao registro da representação de partida, isto é, consiste em mudar de registro, conservando os mesmos objetos matemáticos, como, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica ou de uma representação linguística a uma figural.

Damm (2002) considera que a conversão

[...] é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro, conservando a totalidade ou uma parte do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. O tratamento estabelece internamente ao registro, já a conversão se dá entre os registros, ou seja, é exterior ao registro de partida (DAMM, 2002, p.147).

Assim, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, deve-se levar em conta não só a formação de representações e os tratamentos, como também, a conversão entre os diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, e isso, de acordo com Damm (2002), estabelece um problema no ensino dessa disciplina, pois somente são levadas em consideração as duas primeiras atividades cognitivas, e ainda, segundo Duval (2004), principalmente para o registro em língua natural, para os registros numéricos e para os registros de escrita simbólica, enquanto que o que garante a apreensão do objeto matemático e a conceitualização, é a coordenação, pelo aluno, entre os vários registros de representação.

Entende-se que o desenvolvimento cognitivo matemático do educando está diretamente vinculado às ações metodológicas que priorizam o uso da diversidade de Registros de Representação Semiótica e as atividades de conversão entre elas. Buscando diversificar situações que englobem essas atividades, o professor propiciará ao aluno não apenas que ele apreenda progressivamente conceitos matemáticos, mas contribuirá para que o mesmo evolua em suas capacidades de raciocínio, análise, visualização, interpretação e, conseqüentemente, para a sua formação enquanto cidadão.

Metodologia da Investigação

Para o desenvolvimento desta investigação foi adotada uma pesquisa qualitativa com um enfoque no método de um estudo de caso. Nesse sentido essa investigação foi desenvolvida nas seguintes etapas: desenvolvimento do referencial teórico sobre Registros de Representação Semiótica com os conteúdos de Reta com enfoque em Geometria Analítica; período de estudos na ULL para familiarização com o ambiente virtual SIENA; construção do cenário virtual de investigação, o qual teve as seguintes ações: desenvolvimento do PCIG dos nodos sobre os conteúdos de Reta e a conversão entre os Registros de Representação Semiótica, desenvolvimento do banco de questões de cada nodo do PCIG, desenvolvimento da sequência didática para cada nodo de acordo com o tema proposto; realização da experiência utilizando o Sistema SIENA, com 10 alunos de diferentes semestres do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil –ULBRA, campus Canoas;

análise dos resultados a partir dos dados colhidos durante a experiência.

Os principais instrumentos de coletas de dados foram: o questionário para coleta de informações gerais para determinar o perfil dos estudantes participantes do experimento, os bancos de dados do SIENA, os registros do desenvolvimento das questões pelos alunos. Também foram utilizados para coletar informações como: observações realizadas durante a experiência, opiniões e comentários dos alunos sobre as questões e a sequência didática.

O Cenário Virtual de Investigação sobre os Conceitos de Reta

Para a implementação da experiência no SIENA construiu-se inicialmente um esquema, conforme a figura 5, com os conceitos prévios, básicos, intermediários e conceitos avançados, com simulações que poderiam ser construídas com o auxílio dos *softwares winplot e flash*, sobre os conteúdos de Reta, para as questões do teste adaptativo e atividades didáticas para a sequência didática desenvolvida em cada nodo do PCIG.

Conceitos Avançados	
- Simulação gráfica que represente o lançamento de um míssil a um determinado alvo;	
Conceitos Intermediários: Lugar Geométrico	
Reta: - Postulados de Euclides: 2 pontos determinam uma reta; - Relação de Pitágoras na determinação da equação de uma reta; - Equação geral da reta; - Equação reduzida da reta;	- Coeficiente angular e linear da reta; - Posições relativas entre retas (paralelismo, perpendicularismo, concorrência); - Equação paramétrica da reta; - Representação gráfica da reta; - Distância entre ponto e reta; - Área da região triangular.
Conceitos básicos	
- Eixo real; - Segmento orientado; - Sistema cartesiano ortogonal; - Quadrantes;	- Representação de um ponto; - Representação, construção e medida de um segmento.
Conceitos Prévios	
- Quatro operações, potenciação, radiciação com números Reais; - Valor absoluto; - Teorema de Pitágoras; - Resolução de equações e sistemas de equações;	- Trigonometria; - Trigonometria no triângulo retângulo.

Figura 5: Esquema com os conceitos de reta.

A seguir, desenvolveu-se o PCIG, conforme a figura 6, dos nodos com o objeto matemático Reta, fundamentado nos conceitos apresentados na figura 5 e nos Registros de Representação Semiótica. Os testes adaptativos, realizados pelos alunos iniciam com as

conversões entre os registros de língua natural e algébrico, sendo que cada nodo, seguindo a indicação das setas, é predecessor do nodo acima.

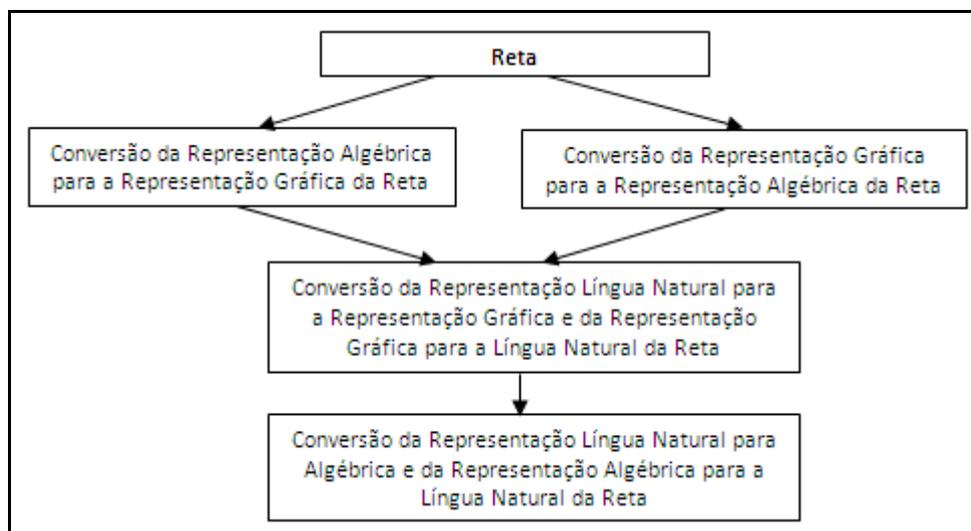


Figura 6: PCIG com os nodos sobre reta.

O banco de questões, para o desenvolvimento dos testes adaptativos é composto de 30 questões em cada nodo do PCIG, as quais estão de acordo com a conversão entre os registros apresentados nesses nodos e divididas em 10 fáceis, 10 médias e 10 difíceis. Cada questão possui quatro alternativas de respostas e um tempo, em segundos, para a sua resolução, conforme o nível de dificuldade e o tempo estimado para a resolução. Após a investigação de atividades em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, foram elaboradas questões de forma modificada e ampliada daquelas encontradas nestes livros. Buscou-se desenvolver questões em que ao resolvê-las, os alunos pesquisados deveriam articular entre os diferentes Registros de Representação Semiótica, nos conceitos de Reta, conforme a conversão proposta em cada nodo.

O nodo *Conversão da Representação Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*, por exemplo, foi composto de 15 questões que propuseram a conversão do registro Língua Natural para o registro Algébrico e outras 15 que propuseram a conversão do registro Algébrico para a Língua Natural dentro de conceitos de Reta, ou seja, para a língua natural abordaram-se questões e opções de respostas com a linguagem matemática, de forma discursiva, que envolvem o conteúdo de Reta. Foram organizadas dessa forma porque o SIENA escolhe aleatoriamente as questões, seguindo o nível de dificuldade. Assim, tornou-se possível que, ao fazer o teste adaptativo, o aluno

recebesse questões que visassem, não só à conversão do primeiro registro para o segundo como também do segundo para o primeiro, conforme explicitados acima. A figura 7 apresenta dois exemplos de questões desse nodo.

<p>1) Uma reta que passa na origem e é perpendicular a outra reta que passa nos pontos de abscissas três e zero e ordenada zero e dois respectivamente tem pontos na forma:</p> <p>a) $(x, -2/3x)$ b) $(2x, -x/3)$ c) $(x, -3/2x)$ d) $(2x, -3x)$</p>	<p>2) Sobre a equação da reta $-kx - 2y + 4 = 0$, onde k é um número real não negativo podemos afirmar que quando k varia em valores crescentes:</p> <p>a) A reta gira em torno do ponto de abscissa zero e ordenada quatro no sentido anti-horário. b) A reta se desloca verticalmente passando pelo ponto de abscissa zero e ordenada quatro. c) A reta gira em torno do ponto de abscissa zero e ordenada dois no sentido horário. d) A reta se desloca horizontalmente na direção positiva passando pelo ponto de abscissa zero e ordenada quatro.</p>
--	--

Figura 7: Exemplos de questões do nodo Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta.

As atividades de recuperação, no SIENA, para os alunos que apresentaram dificuldades nos testes adaptativos, foram organizadas em sequências didáticas eletrônicas para cada nodo. Assim, no momento que o aluno realizasse um teste adaptativo, caso não atingisse a nota 0,6 estipulada como rendimento satisfatório, o sistema o direcionava para a sequência didática correspondente ao nodo em que realizou o teste, podendo realizar a revisão do conteúdo com atividades didáticas que propunham a conversão segundo o nodo e, após, realizar um novo teste.

Uma sequência didática é um conjunto de atividades pedagógicas organizadas, de maneira sistemática, com a finalidade de ajudar o aluno a dominar melhor um conteúdo (DOLZ; SCHNEUWLY, 2004).

Para planejar uma sequência didática, Flemming e Mello (2003) afirmam que é necessário que o professor tenha claramente estruturado o tema, o objetivo, o conteúdo e sua contextualização no curso em que está trabalhando, visualizando as inter-relações do tema, enquanto novo conhecimento para os aprendizes, com o desenvolvimento de competências e habilidades requeridas. No contexto da Matemática, afirmam que para uma sequência didática propiciar que professor e aluno busquem novos espaços e conhecimentos, várias estratégias didáticas podem ser usadas, como trabalhar com projetos de estudos, com resolução de problemas ou com jogos didáticos.

Pais (2005, p.102) salienta que, em uma pesquisa,

a aplicação da sequência didática é também uma etapa de suma importância para garantir a proximidade dos resultados práticos com a análise teórica. Uma sequência didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática.

Nesta perspectiva, para a construção das atividades foram utilizados os *softwares*: *power point* salvo em *html*, *JClic*, *winplot*, *flash*, além de disponibilizados *sites* que abordam o conteúdo estudado, para possível consulta pelos alunos.

O *design* da página inicial, em cada nodo, possui documentos digitais, onde há *links* de acesso às atividades didáticas as quais apresentam: um histórico e aplicações da Geometria Analítica; apresentações, em *power point* salvas em *html*, com explicações ilustradas para a revisão do conteúdo de Reta; exercícios interativos com jogos de associação simples e complexa, frases com lacunas para preencher, *quizes*², jogo batalha naval, exercício de completar as coordenadas de pontos em um mapa, problemas com animações gráficas; *hiperlinks* dos *sites* para os alunos acessarem. A figura 8 apresenta o *design* do cenário da sequência didática com os *links de acesso* às atividades e *sites* do nodo *Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Reta*.

² *Quizes* são jogos de perguntas com opções de respostas.

UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Pesquisa para dissertação em Registros de Representação Semiótica e Geometria Analítica:
Uma Experiência com o Ambiente Virtual SIENA.

Joseide Justin Dallemole



ATIVIDADES RECOMENDADAS PARA REVISÃO

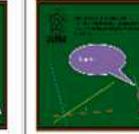
	REGIÃO TRIANGULAR	POSIÇÕES RELATIVAS	PONTOS E INTERSEÇÕES DE RETAS	COEFICIENTES DA RETA	ÂNGULOS	
						SITES RECOMENDADOS Site 1 Site 2 Site 3 Site 4 Site 5 Site 6 Site 7
ATIVIDADE DO JCLIC	BATALHA NAVAL		MAPA			
						
Com esta atividade será possível rever conceitos relacionados a Geometria Analítica.	Nesta atividade você precisa encontrar e digitar a equação reduzida da reta que intersecta dos dois barcos.		Determine a posição(coordenadas) dos pontos no mapa.			

Figura 8: Cenário da sequência didática do nodo Conversão da Rep. Gráfica para a Rep. Algébrica Reta.

O link história da Geometria Analítica, desenvolvido com o *software flash*, está no cenário da sequência didática de todos os nodos dos conceitos de Reta e apresenta um texto com um breve histórico e exemplos de aplicações na atualidade da Geometria Analítica. A figura 9 apresenta uma página desse texto.



Figura 9: Página do texto História da Geometria Analítica.

Para a revisão do conteúdo de Reta, foram desenvolvidos *links*, com o auxílio do *software power point*, em que apresentaram explicações ilustradas utilizando os registros língua natural, algébrico e gráfico, salvas em *html*, sobre pontos e intersecções de retas, coeficientes da reta, posições relativas entre retas, ângulos e área da região triangular. Essas explicações estão nos cenários das sequências didáticas de todos os nodos dos conceitos de Reta. A figura 10 apresenta dois *slides* sobre as explicações de coeficientes da Reta.

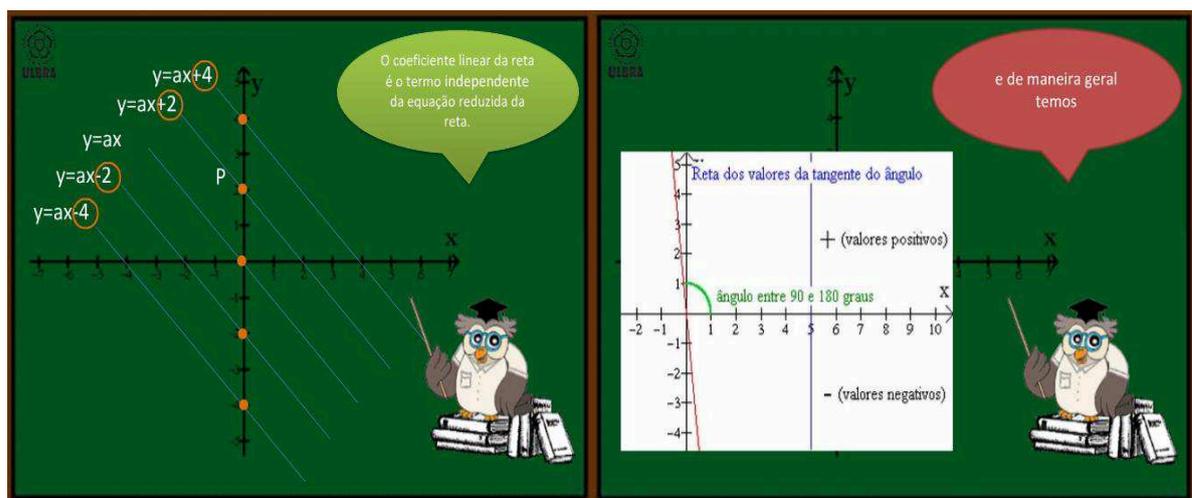
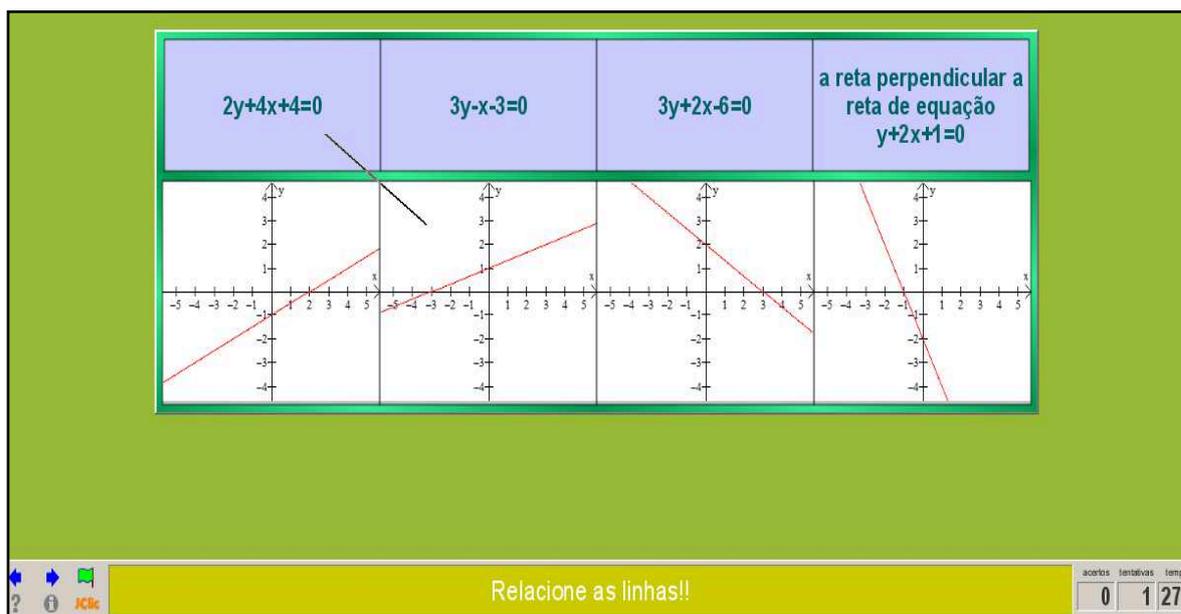


Figura 10: Slides do link coeficientes da reta.

Com o *software JClic*, foram desenvolvidos projetos de atividades, contendo duas

atividades em cada projeto para cada nodo, como jogos e atividades interativas de associação simples e complexa e de preencher lacunas, de acordo com a conversão proposta entre os Registros de Representação Semiótica em cada nodo. A figura 11 apresenta o jogo de associação simples, desenvolvido para o nodo *Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Retas*, em que o aluno deve relacionar a equação ao gráfico correspondente.



A figura 12 apresenta uma atividade, também criada com o *JClic*, para o nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Gráfica e da Representação Gráfica para a Língua Natural da Retas*, em que o aluno devia completar as lacunas de cada frase com uma das três opções mostradas pela janela. Se o aluno escolhesse a opção errada, as palavras que completavam a frase dentro da janela ficavam em vermelho, podendo abrir novamente as opções e escolher outra, escolhendo a opção correta as palavras ficavam em azul. Também um som diferente para quando o aluno acertava ou errava era emitido pelo *software*. O *JClic* dispõe ao aluno, visualizar o número de acertos e tentativas que está obtendo durante a realização da atividade.

Figura 2: Atividade de associação simples no *JClic*.

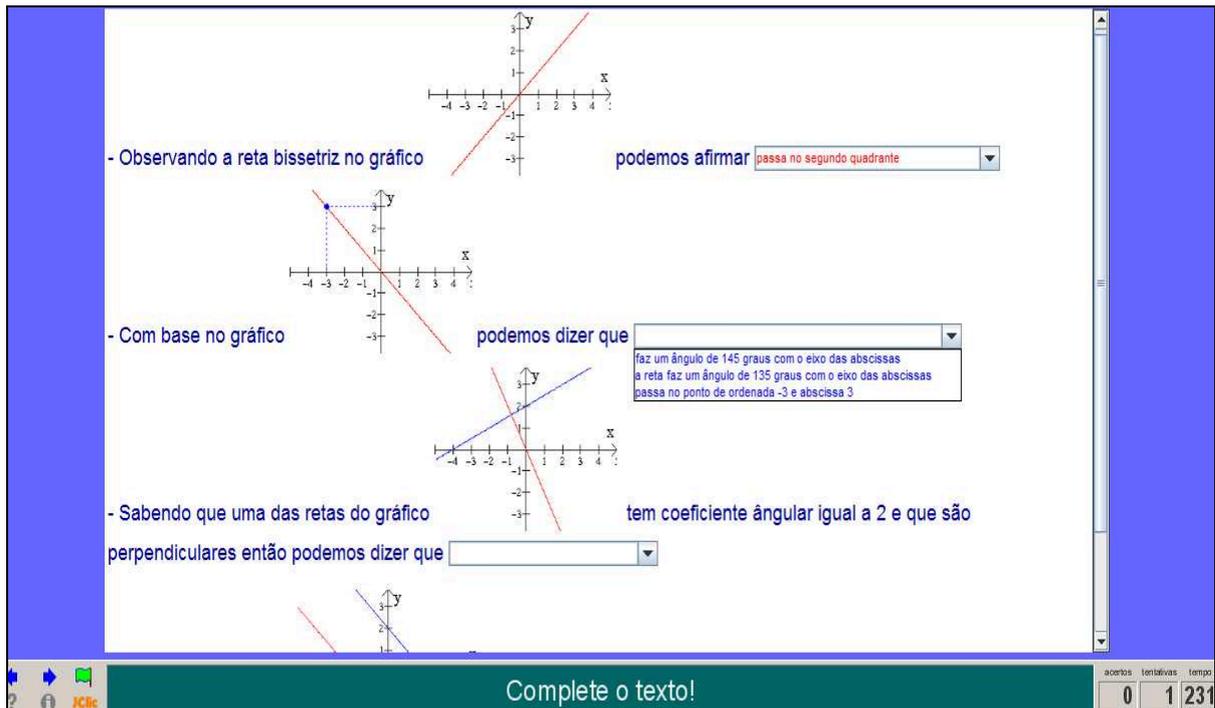


Figura12: Atividade de preencher as lacunas no JClick.

Com o auxílio do *software flash* foram desenvolvidas, para cada nodo dos conceitos de Reta, atividades e jogos como, por exemplo, o *quiz* desenvolvido para o nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Gráfica e da Representação Gráfica para a Língua Natural da Reta*, conforme figura 13, em que o aluno analisava o gráfico dado e respondia clicando em uma das três opções mostradas pelos botões ao passar o mouse.

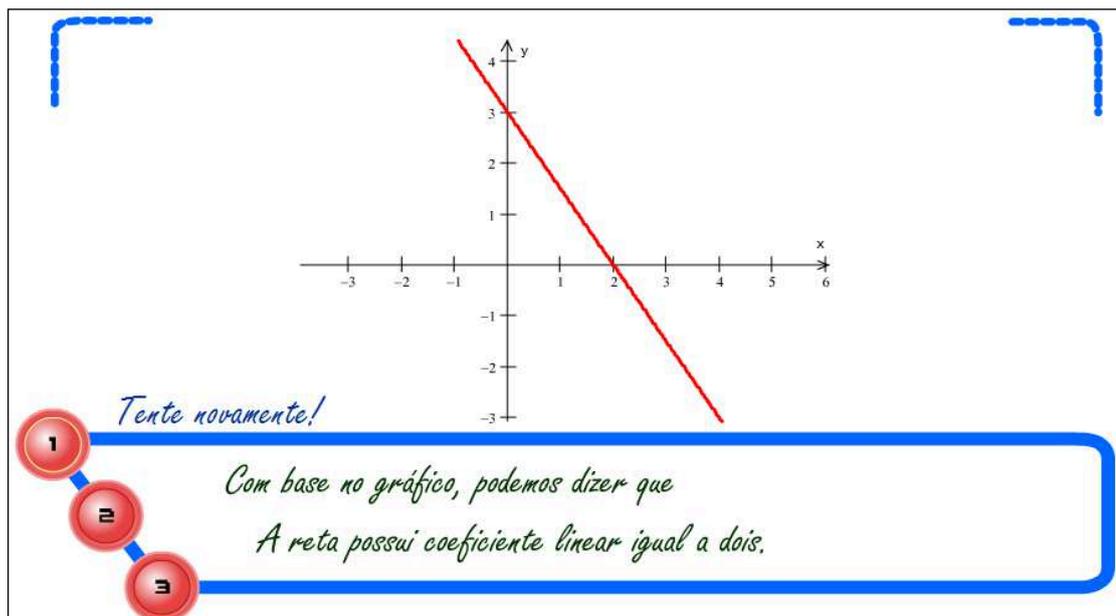


Figura 13: Quiz desenvolvido com o software flash para o SIENA.

Também com o *software flash*, desenvolveu-se a atividade em que o aluno devia escrever as coordenadas numéricas de pontos do mapa que representavam a longitude e latitude da localização geográfica deste ponto, conforme a figura 14. Ao errar, o aluno poderia tentar outra vez, e ao escrever corretamente, deveria clicar na opção “próxima” para escrever as coordenadas de outro ponto, apresentando, no final o número e percentual de acertos.



Figura 14: Atividade didática com coordenadas de pontos desenvolvida com o *software flash* para o SIENA.

A figura 15 apresenta o jogo batalha naval desenvolvido para o nodo *Conversão da Representação Gráfica para a Representação Algébrica da Reta*, em que o aluno devia escrever a equação da reta que permitisse lançar o míssil, em linha reta pelo submarino, atingir e explodir o navio, caso não escrevesse a equação correta, o aluno recebia a informação “míssil perdido” devendo tentar outra vez, ao acertar, era apresentado ao aluno uma nova imagem com posições diferentes para o submarino e o navio, para que encontrasse outra equação da reta que correspondesse a nova trajetória que o míssil devia percorrer para atingir o alvo.

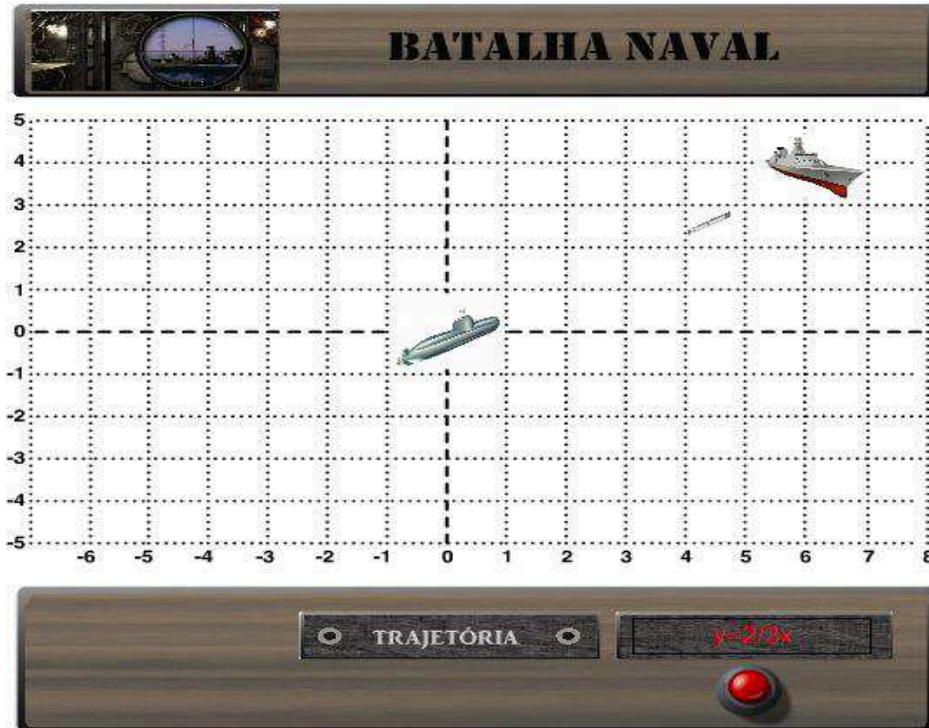


Figura 15: Jogo batalha naval desenvolvida com o software *flash* para o SIENA.

Resultados

O desempenho dos alunos foi analisado através dos dois bancos de dados, gerado pelo SIENA, para cada teste realizado pelos alunos, como mostrado anteriormente nas figuras 2 e 3. As notas estão compreendidas no intervalo $[0,1$ e $1)$ sendo que foi estabelecido o índice 0,6 para o desempenho considerado satisfatório para cada nodo.

A seguir, ilustra-se, na figura 16, o gráfico com os resultados dos alunos no teste 1, para cada nodo do PCIG com os conceitos de Reta.

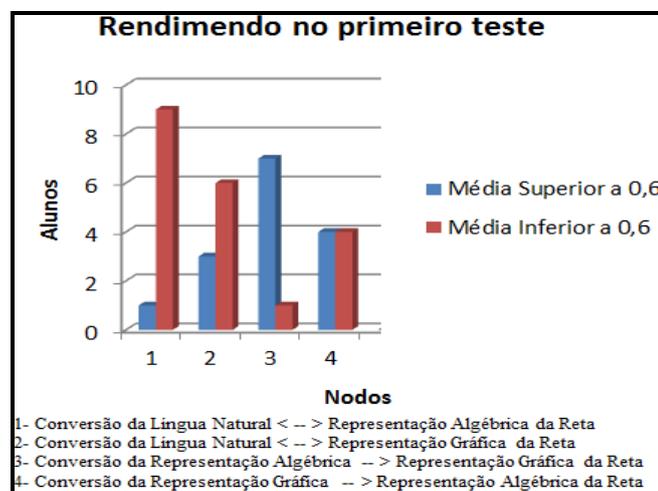


Figura 16: Gráfico do rendimento dos alunos.

Observou-se no primeiro teste, que no nodo 1 denominado de *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta* o maior número de alunos com dificuldades. Evidencia-se, nesse grupo de alunos pesquisados, maior dificuldade na resolução de questões que envolvem a conversão entre os registros língua natural e o algébrico, confirmando a colocação de Duval (2003), em que uma situação de conversão das representações torna-se mais complexa quando um dos registros é um registro plurifuncional, como neste caso, a língua natural.

Em contraste, no nodo *Conversão da Representação Algébrica para a Representação Gráfica da Reta*, a maioria dos alunos, 7 dos 8 que realizaram esse teste, atingiram um resultado superior a 0,6. Além disso, observou-se que em todos os nodos, ao menos um aluno apresentou desempenho inferior a 0,6, fazendo com que o SIENA, a cada nodo em que um aluno não obteve tal resultado, o direcionasse a realizar estudos de revisão com as atividades didáticas propostas na sequência didática eletrônica, a fim de possibilitar uma recuperação individualizada do conteúdo proposto no nodo para, então, realizar um segundo teste.

Após os estudos de recuperação, os dados fornecidos pelo banco de dados do SIENA, apontaram uma melhora significativa no desempenho dos alunos, embora, alguns não tivessem, ainda, atingido o resultado considerado satisfatório no segundo teste, necessitando voltar a realizar os estudos de recuperação, para então realizar um terceiro teste. No segundo teste, observou-se que o nodo 1, continuou apresentando um maior número de alunos com dificuldades e pelo menos um aluno ainda apresentou dificuldades, necessitando novamente de estudos de recuperação para realizar um terceiro teste.

Os dados apontam, no terceiro teste realizado pelos alunos, que no nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*, dois dos cinco alunos que realizaram o teste obtiveram resultados abaixo de 0,6. A tabela 1 ilustra esses dados, apresentando o rendimento dos alunos em cada teste realizado para cada nodo do PCIG com os conceitos de Reta.

Tabela 1

Desempenho dos alunos em cada nodo do PCIG

Nodos

- 1- Conversão da Língua Natural < -- > Representação Algébrica da Reta
- 2- Conversão da Língua Natural < -- > Representação Gráfica da Reta
- 3- Conversão da Representação Algébrica -- > Representação Gráfica da Reta
- 4- Conversão da Representação Gráfica -- > Representação Algébrica da Reta

Banco de Dados

Nodos	Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Teste 1	0,964	0,2	0,338	0,143	0,1	0,2	0,2	0,143	0,143	0,2
	Teste 2		0,226	0,445	0,445	0,944	0,304	0,678	0,98	0,847	0,226
	Teste 3		0,472	0,954	0,76		0,338				0,954
2	Teste 1	0,496	0,143	não fez	0,496	0,304	0,143	0,143	0,93	0,663	0,899
	Teste 2	0,855	0,663		0,923	0,496	0,143	0,988			
	Teste 3					0,751					
3	Teste 1	0,966	0,2	não fez	0,982	0,728	0,821	não fez	0,987	0,605	0,605
	Teste 2		0,333								
	Teste 3		0,692								
4	Teste 1	0,797	0,1	não fez	0,226	0,999	0,1	não fez	0,273	0,96	0,922
	Teste 2		0,651		0,819		0,143		0,747		
	Teste 3										

Percebeu-se que as dificuldades apresentadas no primeiro teste foram reduzidas, à medida que os alunos não aprovados realizavam os estudos de recuperação e desenvolviam as atividades didáticas propostas na sequência didática respectiva a cada nodo do PCIG, no intervalo destes testes. Porém, não foram sanadas completamente.

Ilustra-se, nas figuras 17, 18 e 19, três testes consecutivos, respectivamente, realizados pelo aluno 4, do nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta*, entre os quais, foi oportunizada, através do sistema SIENA, a revisão do conteúdo. É importante salientar que, após oportunizar um momento de revisão dos conteúdos abordados e atividades didáticas sobre os mesmos, a fim de contribuir para sanar dúvidas e dificuldades percebidas pelos alunos em testes anteriores, conforme proposto na sequência didática para qual o sistema conduz o aluno, o sistema apresentava novas questões, que continham elementos já abordados em questões de testes anteriores, além de questões iguais ou novas.

Nota: 0.143

Resposta	Resposta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
3	false	191	Atribuindo valores positivos à variável "k" da equação $3y + x + k = 0$, podemos afirmar que	0.100
0	false	202	A reta com coeficiente linear positivo é	0.100
1	false	185	O par de retas paralelas é	0.100
0	false	185	Duas retas r e s têm coeficientes angulares iguais a A e B respectivamente. Para que elas sejam perpendiculares a relação verdadeira é	0.143
3	false	97	O ponto de ordenada -1 e abscissa 2 pertence a reta	0.143
2	false	156	A reta que tem coeficiente angular positivo é	0.143

Figura 17: Teste 1 realizado pelo aluno 4 no nodo Conversão da Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta.

Nota: 0.445

Resposta	Resposta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
3	true	537	Podemos dizer que a reta perpendicular à bissetriz que passa no ponto de encontro das retas $-2x + y - 2 = 0$ e $-x + 2y + 2 = 0$	0.100
0	false	367	Os pontos A de abscissa 2 e ordenada 1; B de abscissa 0 e ordenada 3 e C de abscissa -1 e ordenada 1 determinam um triângulo, então a altura relativa ao lado BC é	0.234
0	false	214	Duas retas r e s têm coeficientes angulares iguais a A e B respectivamente. Para que elas sejam perpendiculares a relação verdadeira é	0.234
0	false	208	A reta com coeficiente linear positivo é	0.234
1	true	227	O par de retas paralelas é	0.234
2	true	331	O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A de abscissa "a" e ordenada 1 e B de abscissa 2 e ordenada "b" é	0.314

Figura 18: Teste 2 realizado pelo aluno 4 no nodo Conversão da Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta.

Nota: 0.760

Resposta	Resposta correcta	Tiempo(antes de que se acabe)	Pregunta	Puntos antes
0	false	291	Sabendo que o valor de $m + n = 21/2$, então podemos dizer que as retas de equações $2x - y + m - 2n = 0$ e $3/2x - y + n - 3 = 0$ são no ponto P(1,2)	0.100
3	true	193	A reta com coeficiente linear positivo é	0.100
2	true	217	Duas retas r e s têm coeficientes angulares iguais a A e B respectivamente. Para que elas sejam perpendiculares a relação verdadeira é	0.143
1	true	447	Os pontos A de abscissa 2 e ordenada 1; B de abscissa 0 e ordenada 3 e C de abscissa -1 e ordenada 1 determinam um triângulo, então a altura relativa ao lado BC é	0.226
1	false	412	O ângulo que a reta de coeficiente angular $-(\sqrt{3})/3$ forma com o eixo das abscissas é:	0.445
2	true	350	O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A de abscissa "a" e ordenada 1 e B de abscissa 2 e ordenada "b" é	0.445
1	false	470	Usando duas retas e o eixo das abscissas para formar um triângulo equilátero, onde uma das retas faz 60 graus de inclinação com o eixo das abscissas e passa pelo ponto de abscissa zero e ordenada 2, então a outra reta que passa pelo ponto de abscissa 0 e ordenada 8 é	0.584
1	false	171	A reta que faz um ângulo de 60° com o eixo das abscissas é	0.584
1	true	234	O par de retas paralelas é	0.584
2	false	320	A equação da reta que intersecta um eixo coordenado em ordenada igual a -1 e é perpendicular à bissetriz do primeiro quadrante é	0.678
2	true	95	O ponto de ordenada -1 e abscissa 2 pertence a reta	0.678

Figura 19: Teste 3 realizado pelo aluno 4 no nodo Conversão da Língua Natural para Algébrica e da Representação Algébrica para a Língua Natural da Reta.

melhora considerável entre o primeiro e último teste realizado, conforme ilustrado pelas cores das questões.

Os registros dos alunos no desenvolvimento das questões em cada nodo revelaram as seguintes dificuldades na realização das conversões propostas pelas mesmas: identificar e visualizar, nos registros algébricos e gráficos das retas, os coeficientes angular e linear, bem como realizar cálculos para encontrá-los, ou seja, nos tratamentos envolvidos nesses cálculos; relacionar o coeficiente angular com o ângulo correspondente e com os conceitos de paralelismo e perpendicularismo; escrever na forma numérica ou representar graficamente as coordenadas de um ponto, as quais apresentavam-se escritas no registro língua natural; nos tratamentos envolvidos no Teorema de Pitágoras; realizar tratamentos para encontrar pontos de intersecção entre as retas apresentadas no registro algébrico; realizar tratamentos que implicavam passar uma equação da forma geral para a forma reduzida; relacionar a ordem dos quadrantes; resolver questões que abordavam mais elementos, como por exemplo, encontrar a equação da reta que passava em um ponto e era perpendicular a outra reta que continha pontos ou equação definida; realizar tratamentos com pontos na forma algébrica; interpretação, visualização e escrita algébrica em questões que apresentavam elementos abstratos, como os parâmetros, cuja variação representava a rotação da reta no registro gráfico.

A figura 20 apresenta um exemplo, conforme o registro escrito do aluno 8, de erros recorrentes, ao tentar encontrar a reta a qual pertencem os pontos $(2k+3, 4k-1)$, informando seu coeficiente angular, linear e outras características, conforme a pergunta. Essa dificuldade demonstrou pouco conhecimento das formas paramétricas, ao procurar relacionar a variável “k” com as variáveis “x” e “y”, mas separadamente, e chegando a desenvolver gráficos distintos.

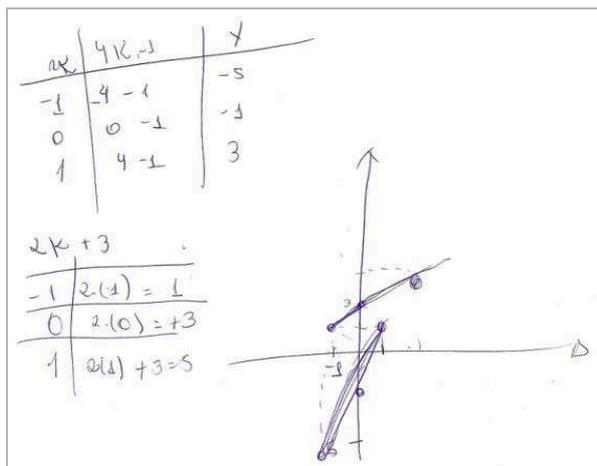


Figura 20: Registro do aluno 8.

A figura 21, apresenta o registro do aluno 4 que, ao buscar encontrar a equação da reta, segundo o gráfico que constava na questão, errou ao transcrever a ordem das coordenadas, e conseqüentemente, encontrou o coeficiente angular errado, e também, errada sua equação.

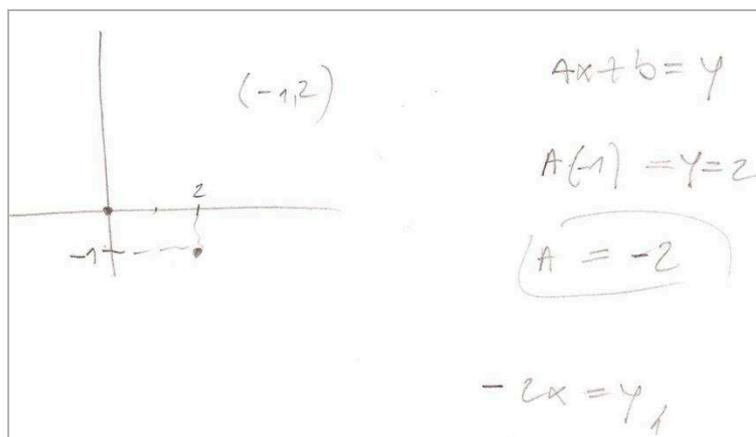


Figura 21: Registro do aluno 4.

Conclusão

Os alunos apresentaram uma compreensão limitada acerca dos conteúdos de Reta, demonstrando dificuldades de visualização, interpretação e abstração. Constatou-se a necessidade, no nodo *Conversão da Representação Língua Natural para a Representação Algébrica da Reta*, de melhorar o caminho metodológico percorrido pela sequência didática elaborada, a fim de melhor contribuir para sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos pesquisados e pode-se dizer que o processo de ensino e aprendizagem requer que se valorize

mais este tipo de abordagem.

Inferi-se que, conforme o desempenho dos alunos, os menores resultados estão relacionados com a língua natural, isto é, envolvem perguntas ou respostas discursivas. Já os melhores resultados nos testes adaptativos, em que os alunos necessitaram menos estudos de recuperação, foram obtidos pelos alunos, comparados aos demais concluintes do curso de licenciatura, observando que esses já estudaram Geometria Analítica também neste curso.

O sistema inteligente SIENA mostrou-se eficiente, contribuindo para a identificação das dificuldades individuais dos dez alunos pesquisados, em relação à conversão entre os Registros de Representação Semiótica, língua natural, algébrico e gráfico, nos conceitos de Reta, e na recuperação dos conceitos nos quais esses alunos apresentaram dificuldades. Todos os alunos, após estudos de recuperação, apresentaram melhores resultados nos testes realizados. Porém, sugere-se, para pesquisas futuras, uma ampliação da sequência didática para cada conceito, abordando a revisão do conteúdo, à luz da teoria dos Registros de Representação Semiótica, com exercícios e atividades resolvidas para melhor exemplificá-lo, bem como a construção de mais atividades didáticas interativas que contemplem a conversão proposta em cada nodo para, assim, oferecer aos alunos uma maior possibilidade de sanar suas dificuldades individuais.

Referências

COSTA, Denise Reis. *Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados*. 2009. Dissertação de Mestrado em Estatística- Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/ Seb, 2006.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara et al. *Educação Matemática: uma introdução*. 2.ed. São Paulo: EDUC, 2002, p. 135-153.

D'AMORE, Bruno. *Epistemologia e didática da Matemática*. 1. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DOLZ, Joaquim; NOVERRAZ, Michele; SCHNEUWLY, Bernard. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, Bernard; DOLZ, Joaquim. *Gêneros orais e escritos na escola*. Tradução de Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2004, p. 95-128.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003, p.11-33.

DUVAL, Raymond. *Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidade Del Valle: PeterLang, 2004.

FLEMMING, Diva Marília; MELLO, Ana Cláudia Collaço de. *Criatividade e jogos didáticos*. São José: Ed. Saint Germain, 2003.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003.

MURLICK, Viviane R. e GROENWALD, Claudia Lisete O. Recuperação individualizada de conteúdos matemáticos utilizando sistemas inteligentes. In: VI CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Puerto Montt. *Anais*. Chile: 2009. CD-ROM.

NOVAK, Josephd; GOWIN, D. Bob. *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca S.A, 1988.

MORENO, Lorenzo R. et al. Hacia um Sistema Inteligente baseado em Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automación de un Aprendizaje Significativ. Aplicación a La Enseñanza Universitaria de la Jerarquía de Memoria. XIII JORNADAS DE ENSEÑANZA UNIVERSITÁRIA DE LA INFORMÁTICA. Teruell. *Anais*. Espanha, julho de 2007. CD-ROM

PAIS, Luiz Carlos. *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

SANDS, William A.; WATERS, Brian K. Introducion to ASVAB and CAT. In: SANDS, William A.; WATERS, Brian K.;MCBRIDE, James R. (Eds). *Computerized adaptative testing: from inquiry to operation*. Washington: American Psychological Association, 1997.

SILVA, Carlos Roberto da. *Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC, São Paulo, 2006.

SOARES, Maria Arlita da Silveira; NEHRING, Cátia Maria. O Processo de Ensinar e Aprender Matemática num Mundo Globalizado e os Registros de Representação Semiótica. In: IX ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Caxias do Sul. *Anais*. Rio Grande do Sul: SBEM, 2006. CD-ROM.

WAINER, Howard. *Computerized adaptative testing: a primer*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2000.

JOSEIDE JUSTIN DALLEMOLE possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Faculdade Cenecista de Osório (2003), pós- graduação lato sensu- Especialização em Educação Matemática pela Universidade do Extremo Sul Catarinense (2005) e Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (2010). Atualmente é doutoranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Luterana da Brasil campus Canoas-RS.

CLAUDIA LISETE OLIVEIRA GROENWALD possui graduação em Matemática pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos (1984), especialização em Matemática pela Universidade do Vale do Rio do Sinos UNISINOS e doutorado em Ciências da Educação pela Universidade Pontifícia de Salamanca (1997), título reconhecido pela Universidade de São Paulo USP. Atualmente é diretora da SBEM/RS e professora titular da Universidade Luterana do Brasil. Atua no curso de Matemática Licenciatura e no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase na formação de professores, atuando principalmente nos seguintes temas: Educação Matemática, Currículo de Matemática, Tecnologias da Informação, Formação Continuada e ensino e aprendizagem.

LORENZO MORENO RUIZ é Vice Reitor e Professor Dr. do Departamento de Física e Matemática da Universidade de La Laguna em Tenerife-Espanha.