

# INICIAÇÃO EM MATEMÁTICA E CONSTRUÇÕES OPERATÓRIO-CONCRETAS: ALGUNS FATOS E SUPOSIÇÕES

*Maria Lucia Faria Moro*

---

## RESUMO

O artigo discute o resultado de algumas provas realizadas com 25 alunos de 1ª série de uma escola municipal localizada na periferia de Curitiba, no início do ano letivo de 1981. Segundo Piaget, as 3 noções investigadas – conservação de quantidades numéricas, quantificação da inclusão e seriação – desempenham importante papel na construção da idéia de número pela criança e, portanto, possuem significado pedagógico na iniciação em Matemática. Os resultados das provas revelam que foram constatadas situações evolutivas diversas para cada noção, não estando as crianças preparadas para o início dos cálculos numéricos, de acordo com a teoria piagetiana.

---

## SUMMARY

This article discuss the results of the administration of tests to 25 first grade students of a public school located in the outskirts of the city of Curitiba, in the beginning of the 1981 school year. According to Piaget, the three notions studied – conservation of numerical quantities, quantification of inclusion, and seriation – play an important role in the construction of the idea of number by the child and, consequently, are meaningful in the process of learning Mathematics. The results obtained indicate the existence of different situations of development for each notion, being the children unprepared for starting numerical calculations, according to piagetian theory.

No início do ano letivo de 1981, aplicamos três das provas criadas por Jean Piaget para estudar a construção do pensamento lógico pela criança, a um grupo de 25 alunos de 1ª série do ensino de 1º Grau de uma escola da periferia urbana de Curitiba. Esse trabalho foi fase de uma pesquisa preliminar para investigações que pretendemos realizar.

As provas aplicadas foram referentes às noções de conservação de quantidades numéricas, quantificação de inclusão e seriação.

Segundo a teoria de Piaget, essas noções são construídas pelo indivíduo quando este dispõe, na seqüência de sua evolução cognitiva, das estruturas de raciocínio operatório-concretas, um tipo de inteligência que consiste na execução mental (interna) pelo indivíduo de uma ação em seus dois sentidos, de ida e de volta, compreendendo que se trata da mesma ação, e onde a inversa de qualquer ação a esta combinada anula esta mesma ação.

Entretanto, nesse período de seu desenvolvimento, o indivíduo pode raciocinar desse modo, desde que apoiado na concretização das ações e de suas transformações por meio de um material adequado.

Piaget nos ensinou que as estruturas operatório-concretas são inferidas como presentes na vida cognitiva do indivíduo quando este demonstra domínio das noções construídas no período. Porém, uma vez presentes na construção de uma daquelas noções, as estruturas operatório-concretas não se generalizam a qualquer outra daquelas noções. Ao contrário, elas se aplicam progressivamente primeiro à construção das noções menos complexas, depois das três mais complexas, em uma ordem de sucessão onde as construções anteriores são necessárias ao surgimento das posteriores.

As três noções focalizadas em nosso estudo são, conforme Piaget, elaboradas pelo indivíduo quase simultaneamente, havendo apenas um adiantamento no tempo a favor da construção da conservação de quantidades numéricas. As crianças suíças originalmente examinadas por Piaget demonstraram dominar aquelas noções ao redor dos 7 anos de idade.

A conservação das quantidades numéricas, a quantificação da inclusão e a seriação, a par dos fatos de serem indicadores da presença das estruturas operatório-concretas, são importantes, segundo Piaget, pelo seu papel na construção pela criança da idéia de número. Conseqüentemente, o aparecimento de tais noções assume significado pedagógico quanto ao processo ensino-aprendizagem em Matemática, particularmente, na iniciação em Matemática, a qual, em geral é feita na 1ª série do 1º Grau. Justamente por este motivo escolhemos as três noções como objeto de nosso trabalho.

Que propõe Piaget sobre o papel dessas noções na construção da idéia de número?

Em sua obra "A Gênese do Número na Criança", publicada pela primeira vez em 1941, em colaboração com Alina Szeminska, Piaget demonstra que a idéia de número é construída pelo indivíduo e resulta da síntese, em um sistema único, da estrutura da inclusão de classes (o sistema de classes hierárquicas onde  $A + A' = B$ ;  $B + B' = C$ ;  $C + C' = D...$ ) e da estrutura das séries operatórias (o sistema das relações de ordem ou relações assimétricas onde  $A \rightarrow A' \rightarrow B...$ , sendo cada elemento, por exemplo, ao

mesmo tempo menor ( $\rightarrow$ ) e maior ( $\leftarrow$ ) que outros). O indivíduo possui a idéia de número quando compreende serem os elementos, ao mesmo tempo, equivalentes entre si, retendo das classes a noção da inclusão ( $<$ ) da parte no todo:  $1 < (+1) < (1+1+1)$  e não equivalentes entre si, portanto seriáveis ( $\rightarrow$ ), retendo das séries a ordenação pelas diferenças:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ . Para tanto, fundamentalmente, o indivíduo deve abstrair as qualidades diferenciais dos elementos e compreender, então, a correspondência termo a termo operatória entre dois ou mais conjuntos de elementos numericamente equivalentes, o que vem a ser expressão da conservação de quantidades numéricas. Portanto, esta noção está basicamente implicada na construção da idéia operatória de número.

Com efeito, ainda no prefácio daquela obra, Piaget chama a atenção para o fato de que uma criança que conta verbalmente "um, dois, três..." pode não possuir a idéia operatória de número. Esta criança poderia apenas estar dando nome aos elementos por meio da seqüência dos símbolos numéricos. Assim sendo, diante de dois conjuntos de elementos numericamente equivalentes, colocados lado a lado em correspondência visual, ela conta os elementos de cada conjunto e afirma haver ali a mesma quantidade. Contudo, basta mudar a configuração espacial de um dos conjuntos para que ela deixe de afirmar a equivalência numérica, demonstrando então a ausência da conservação de quantidades numéricas. Para Piaget, essa criança não possui a idéia operatória de número, mas apenas faz contagem verbal com automatização da seqüência dos nomes dos símbolos (a chamada noção de "quotidade").

As proposições de Piaget sobre o papel das três noções examinadas na construção do número sugerem que o domínio operatório daquelas noções é necessário à compreensão pela criança das noções matemáticas. Logo, seria viável esperar um aproveitamento escolar muito mais significativo em iniciação em Matemática das crianças que tenham construído aquelas noções em comparação com as crianças que não as apresentem.

Ao recordarmos que, de um modo geral, nas escolas de nosso sistema público de ensino, professores e demais responsáveis apontam freqüentemente a existência de problemas de aprendizagem da Matemática na 1ª série do 1º Grau, impõe-se-nos para os que se preocupam especialmente com tais problemas e com suas conseqüências, algumas questões importantes:

Ao iniciar o seu aprendizado da Matemática, será que a maior parte da clientela escolar de 1ª série das escolas públicas apresenta domínio operatório da conservação de quantidades numéricas, da quantificação da inclusão e da seriação? Em que nível as crianças se encontrariam então quanto à construção dessas noções? Será que muitas das dificuldades das crianças em Matemática básica não poderiam ser, ao menos em parte, explicadas pela ausência de domínio operatório daquelas noções? Será que o processo ensino-aprendizagem em Iniciação em Matemática naquelas escolas está voltado, em geral, para o desenvolvimento do raciocínio operatório dos alunos? Ou será que ele somente enfatiza o cálculo mecânico, a contagem verbal, sem compreensão lógica das operações em jogo?

Sendo assim, será então que as próprias crianças que são julgadas pela escola como tendo aproveitamento escolar adequado, não apresentam apenas aqueles comportamentos de automatização, sem possuírem aquelas noções?

A formulação dessas perguntas é que, em parte, orientou nosso interesse em realizar o estudo ora relatado. É verdade, porém, que por meio dele não pretendemos em qualquer momento respondê-las pois, sublinhamos, este estudo caracterizou-se como uma das fases de uma investigação preliminar, esta sim, preparatória para uma série de outras a serem efetuadas e direcionadas por aquelas questões.

Portanto, os dados que obtivemos e que mais adiante serão apresentados e discutidos mostram apenas fatos que sugerem algumas tendências para responder a algumas daquelas questões em face também de várias limitações do estudo, dentre as quais destacamos especialmente, o fato de que somente 25 crianças foram entrevistadas, sendo elas, na ocasião, alunos de 1ª série de apenas uma escola pública de dependência municipal, localizada na periferia urbana de Curitiba. Também, as crianças foram caracterizadas como originárias de famílias de baixa renda, portanto pertencentes tão somente a um nível sócio-econômico determinado.

Antes, porém, de relatarmos nossos procedimentos para coletarmos os dados e os resultados obtidos, explicaremos em que consistem as três noções examinadas.

A noção de conservação de quantidades numéricas consiste em compreender que a quantidade dos elementos componentes de dois conjuntos numericamente equivalentes mantém-se sempre a mesma apesar de ocorrerem modificações na disposição espacial dos elementos de um daqueles conjuntos.

Piaget descobriu que a construção dessa noção ocorre em níveis sucessivos. Estes vão desde a ausência total na conservação, quando a criança nem sequer forma uma linha com o mesmo número de elementos que uma linha de referência possui (ausência de correspondência termo a termo), até a presença da conservação afirmada sem hesitações com base em argumentos lógicos (correspondência termo a termo operatória), passando por um nível intermediário em que a criança, apesar de formar uma linha com o mesmo número de elementos que a outra linha, não admite a conservação numérica desses elementos quando um dos conjuntos tem sua disposição espacial alterada ou, por vezes, afirma a conservação mas sem explicá-la adequadamente.

A noção de quantificação da inclusão consiste em compreender que qualquer classe de objetos é sempre maior do que as subclasses que a compõem, estando estas últimas sempre incluídas naquela como partes que são de um todo. Se o indivíduo compreende, então, que as partes são sempre menores que o todo (sendo este formado pela adição daquelas), esse fato é um sinal característico de que o indivíduo é capaz de efetuar e compreender uma classificação hierárquica de objetos.

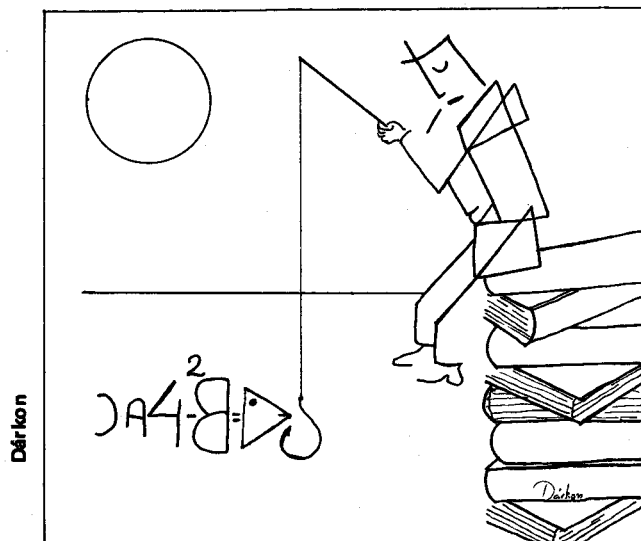
Segundo as investigações de Piaget, a construção dessa noção também ocorre progressivamente em fases que vão desde a ausência total da compreensão da inclusão e da composição do todo por suas partes, até a afirmação logicamente justificada de que sempre qualquer

parte é menor que o todo, passando por uma fase intermediária de respostas hesitantes ou não justificadas.

A noção de seriação, por sua vez, consiste na construção pelo indivíduo de uma série de objetos, os quais são colocados em ordem, sistematicamente, conforme as diferenças entre eles existentes e sem apoio na visualização do conjunto correto. Essa construção é acompanhada pela compreensão de que na série qualquer objeto é, por exemplo, ao mesmo tempo, maior e menor que outros.

Também essa noção, conforme Piaget, evolui progressivamente em níveis. Estes vão desde a ausência total da série, até a presença desta série, construída sistematicamente e justificada segundo a relação assimétrica existente entre os elementos, passando por um nível intermediário em que o indivíduo arranja os elementos em série mas por tentativas e sem explicar a relação existente entre eles.

As vinte e cinco crianças a quem aplicamos as provas tinham na ocasião idades entre 6 anos e 3 meses e 8 anos e 4 meses (média aritmética de 7 anos e 2 meses), sendo 13 meninos e 12 meninas. Elas foram escolhidas por sorteio aleatório, pertenciam a três turmas de 1ª série da escola e nenhuma delas havia freqüentado pré-escola.



As provas foram aplicadas a cada criança individualmente e os procedimentos empregados nessa aplicação foram, em geral, os procedimentos clássicos na linha do método clínico utilizado por Piaget. Entretanto, eles sofreram uma adaptação prévia ao tipo de criança examinada. Essa adaptação, objeto de um estudo anterior, foi sobretudo necessária quanto aos materiais utilizados nas provas. Esse estudo nos mostrou que alguns dos materiais escolhidos eram familiares às crianças daquela origem sócio-econômica, enquanto outros, entre os quais materiais originalmente empregados por Piaget, não eram delas conhecidos, acarretando-lhes dificuldades suplementares de identificação e de vocabulário (por exemplo, o ramo de flores formado ao menos de três diferentes tipos de flores e usado por Piaget para a prova de quantificação da inclusão).

Essa atividade de adaptação de provas, salientamos, é necessária porque Piaget as criou para aplicá-las a crianças de um determinado contexto sócio-cultural. Então, se outro pesquisador deseja aplicá-las a crianças de outro contexto, deve ele antes verificar se essas crianças conhecem os materiais empregados e compreendem as solicitações da prova para poderem, assim, demonstrar as condutas correspondentes ao nível de construção em que se encontram em cada noção.

Os materiais que utilizamos em nosso trabalho foram os seguintes para cada prova:

— de conservação de quantidades numéricas, 20 fichas de plástico sendo 10 verdes e 10 vermelhas;

— de quantificação da inclusão, um conjunto de frutas de plástico (8 bananas, 3 maçãs, 4 laranjas, 2 peras e 1 manga);

— de seriação, um conjunto de 10 régua em papel-cartão vermelho, de mesma largura e de comprimentos diferentes (1 cm de diferença entre cada régua).

As condutas das crianças em cada prova foram classificadas, conforme critérios pré-determinados, em três níveis: não operatório (NO); intermediário (I) e operatório (O).

A tabela a seguir mostra o número e o percentual de crianças que demonstraram em cada uma das noções, as condutas correspondentes aos três níveis evolutivos considerados.

TABELA

NÚMERO E PERCENTUAL DE CRIANÇAS EM CADA NÍVEL EVOLUTIVO DE CONSTRUÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES NUMÉRICAS, DA QUANTIFICAÇÃO DA INCLUSÃO E DA SERIAÇÃO

Níveis Evolutivos \ Noções	Conservação de Quant. Numéricas	Quantificação da Inclusão	Seriação
NO	8 (32%)	13 (52%)	23 (92%)
I	11 (44%)	12 (48%)	1 (4%)
O	6 (24%)	0 (0%)	1 (4%)
TOTAL	25 (100%)	25 (100%)	25 (100%)

Em primeiro lugar, verificamos uma situação evolutiva diferente para cada noção: na conservação de quantidades numéricas, embora o maior percentual de crianças esteja no nível I, aparecem crianças no nível O ainda que em percentual relativamente baixo (24%). Na quantificação da inclusão, porém, nenhuma criança foi categorizada no nível O, mas aparecem todas nos níveis NO e I em percentuais muito aproximados. Finalmente na seriação, um percentual bastante alto de crianças surge no nível NO (92%), sendo inexpressivos os percentuais registrados para os outros dois níveis.

Os resultados mostram que, para esse grupo de crianças, a conservação de quantidades numéricas é a no-

ção de construção mais adiantada, seguida pela quantificação da inclusão e depois pela seriação, esta a noção de construção menos avançada. Eles correspondem em parte ao que esperávamos uma vez que, como afirmamos antes, segundo Piaget, a conservação de quantidades numéricas é das primeiras noções do período operatório-concreto que são elaboradas.

Contudo, a evolução da quantificação da inclusão e da seriação não apresentam, nesse caso, o paralelismo que seria esperado. Embora entendamos de Piaget que esse paralelismo evolutivo não deve ser absoluto, vemos que no grupo de crianças examinadas, a diferença entre as duas noções é bastante expressiva uma vez que, na quantificação da inclusão, 52% das crianças estão no nível NO e 48%, no nível I enquanto que na seriação, 92% estão no nível NO e somente 4% no nível I. Parecenos assim, comparativamente excessivo o número de crianças no nível NO na seriação, fato que nos faz lançar perguntas sobre a extensão do paralelismo da evolução das duas noções, sobre a existência de alguma dificuldade especial na seriação de parte desse grupo de crianças ou, ainda, sobre alguma deficiência na forma de aplicar a prova de seriação a essas crianças.

A tendência dos resultados, entretanto, com a conservação de quantidades numéricas aparecendo como a mais adiantada evolutivamente das três noções, sugere que, segundo a seqüência natural, os sujeitos de desenvolvimento cognitivo mais adiantado seriam os que já estariam dominando operatoricamente aquela noção. Examinando em detalhe a situação das seis crianças que demonstraram ter atingido a conservação, vemos que quatro delas estão nos níveis I e NO respectivamente em quantificação da inclusão e em seriação e duas delas, estão no nível NO nessas duas noções. Seguem elas assim a tendência de evolução observada para as três noções. As demais crianças também seguem essa tendência, exceto em três casos: destes, duas crianças encontram-se no nível NO na conservação, porém no nível I na quantificação da inclusão e no nível NO na seriação; a terceira delas apresenta nas três noções os níveis NO, I, O, pela ordem, tendência esta totalmente contrária à observada para as demais e que nos faz pensar talvez na ocorrência de algum problema de aplicação de provas.

Também, entre essas crianças, não ocorreu mudança regular para um nível mais adiantado de construção nas três noções, à medida em que as crianças são de idade cronológica mais avançada. Ao contrário, temos crianças de menos idade em níveis evolutivos mais adiantados e crianças de mais idade, em níveis menos adiantados. Essas observações estão em concordância com a proposta de Piaget sobre o papel da idade cronológica na evolução cognitiva da criança: a idade de aparecimento de cada noção é variável de indivíduo para indivíduo, de grupo para grupo, por causa do efeito dos vários fatores do desenvolvimento. Ela é, assim, relativa e não determina de modo algum a construção de alguma noção, o início de algum período.

Podemos observar que todas as crianças entrevistadas manifestaram em relação às três noções em seus três níveis evolutivos, condutas, respostas, explicações do mesmo tipo das observadas por Piaget e outros pesquisadores em outras crianças de outros níveis sócio-econômi-

cos ou de outras culturas. Esse também é um fenômeno conforme à hipótese de Piaget de que a construção daquelas noções e, por extensão, as estruturas da inteligência que surgem no decorrer do desenvolvimento individual, são encontráveis em todos os seres humanos.

Finalmente, os dados obtidos nos mostram a ausência das três noções entre as crianças estudadas pois apenas 24% delas são conservadoras em quantidades numéricas, nenhuma domina a quantificação da inclusão e 4% apenas domina a seriação. Que supor então a respeito do preparo dessas crianças para iniciarem o aprendizado da Matemática de forma que realmente compreendam e integrem os conceitos ali ensinados?

Os resultados nos sugerem que elas ainda não estão preparadas segundo as proposições de Piaget. É verdade, porém, que os dados que temos foram colhidos em março, o segundo mês do ano letivo, época em que se faz, em geral, a adaptação da criança à escola, cumprindo-se um período preparatório para a alfabetização e a iniciação em Matemática. Esta, porém, sabemos, ocorrerá nos meses imediatamente seguintes do 1º semestre do ano letivo.

Voltamos a perguntar, então, se naquela oportunidade já estarão as crianças dominando aquelas noções. Será que o intervalo de tempo transcorrido desde o início do ano letivo será suficiente para que aquelas construções aconteçam, ao menos a maioria delas?

Devemos lembrar que essas construções podem ocorrer, principalmente se um período preparatório para ensinar Matemática for bem conduzido e, assim, possa

facilitar a evolução cognitiva. Porém, será que essa preparação será realmente bem conduzida e adequada a tal propósito na maioria dos casos?

Os resultados do estudo que relatamos permitem-nos, por ora, somente supor que outros grupos de crianças do tipo de escola focalizada, em nosso sistema público, também não estariam apresentando em sua maior parte, domínio das três noções examinadas, no início da escolarização. Essa ausência poderia, então, ser prenúncio de que problemas de aprendizagem em Matemática poderiam ali ocorrer. Essas conclusões, cumpre-nos reafirmar, são limitadas pela própria natureza de nosso estudo. Fizemos este relato, esperando apenas chamar a atenção dos educadores interessados para os problemas apontados. Sugerimo-lhes abordar tais problemas na linha por nós escolhida o que, esperamos, poderá apontar melhores respostas e, provavelmente, gerará outros problemas interessantes.

---

#### BIBLIOGRAFIA

- PIAGET, J. e INHELDER, B. *A Gênese das Estruturas Lógicas Elementares*. Tr. da 1ª edição suíça de 1959 por A. Cabral. Rio: Zahar, 1971.
- PIAGET, J. e INHELDER, B. *La Psychologie de l'Enfant*. 3ª ed. Paris: PUF, 1968;
- PIAGET, J. e SZEMINSKA, A. *A Gênese do Número na Criança*. Tr. da 3ª edição suíça de 1964 por C.M. Oiticica. Rio: Zahar, 1971.