

## ORIGINAL

### EL CÁLCULO DIFERENCIAL: APLICACIÓN EN LA MICROECONOMÍA BANCARIA

The differential calculation: implementation in banking microeconomy

M. Sc. Heriberto Bakke Medina-Franco, Docente Universidad de Guayaquil,

[heriberto.medina1@ug.edu.ec](mailto:heriberto.medina1@ug.edu.ec), Ecuador

M. Sc. Christian Ronald Armendariz-Zambrano, Docente Universidad Politécnica Salesiana,

[carmendariz@ups.edu.ec](mailto:carmendariz@ups.edu.ec), Ecuador

M. Sc. Vilka Virginia Choez-Ramírez, Docente Universidad Laica “Eloy Alfaro” de Manabí,

[vilka.choez@live.uleam.edu.ec](mailto:vilka.choez@live.uleam.edu.ec), Ecuador

Recibido: 05/10/2017- Aceptado:06/11/2017

## RESUMEN

En los tiempos presentes, la actividad bancaria ha estado en auge a pesar de la crisis económica acaecida en la pasada década, que todavía se vive sus consecuencias. Los intercambios entre clientes y bancos han ido incrementándose sustancialmente, convirtiéndose en un quehacer diario en la sociedad moderna. Por tanto, es necesario revelar la importancia de la intermediación financiera en la economía actual y como sus enfoques teóricos, todavía hoy, se validan constantemente mediante materias como la microeconomía de la banca. Dentro de los modelos microeconómicos que se teorizan por disímiles autores, con un basamento matemático profundo, se encuentra el empleo del cálculo diferencial como una herramienta para analizar y concretar resultados sean favorables o no. La maximización de la utilidad de los distintos agentes, así como la minimización de costos de transacción y optimización de distribución de riesgo, son algunos de elementos donde la derivación de funciones cumple un rol esencial. Tomando en cuenta lo antes expuesto, el presente trabajo tendrá como objetivo realizar una revisión teórica sobre la relación que se establece entre el cálculo diferencial y la microeconomía bancaria con el propósito de demostrar la interacción directa de ambos aspectos.

**Palabras claves:** cálculo diferencial; intermediación financiera; microeconomía bancaria; optimización; maximización

## **ABSTRACT**

In the present times, the bank activity has been in a boom despite of the economic crisis happened in last decade, which one their consequences still remain. The exchanges between clients and banks have gone being increased substantially, transforming into a daily activity in the modern society. Therefore, it is necessary to reveal the importance of the financial intermediation in the current economy and how their theoretical focuses, still today, it's validated constantly through matters like the microeconomics of the banking. Inside the micro-economic models that are studied by several authors, with a mathematical strong basement, the differential calculation it is used as a tool to analyze and obtain results that are favorable or not. The maximization of the benefits of different agents, as well as the minimization of transaction costs and optimization of risk distribution, they are some of elements where the derivation of functions assume an essential role. Taking into account the ones exposed, the present work will have as objective to carry out a theoretical revision on the relationship that settles down between the differential calculation and the banking microeconomics with the purpose of demonstrating the direct interaction of both aspects.

**Key words:** differential calculation; financial intermediation; banking microeconomics; optimization; maximization.

## **INTRODUCCIÓN**

Desde cientos de años, hasta al presente, las matemáticas han sido uno de los conocimientos principales para la vida, repercutiendo así mismo en el desarrollo del ser humano y de la sociedad en su conjunto. La necesidad de la matemática se determina fundamentalmente por el empleo que le dan las personas a la hora de calcular, analizar, medir y concretar alternativas que se generan en muchos campos de acción, por lo que se podría afirmar que es una herramienta vital para demostrar y validar muchos supuestos que se originan día a día en las distintas ciencias que existen.

Esta ciencia, tiene un sistema jerárquico que está estrechamente relacionado con el grado de complejidad, dividiéndose en ramas, que son: la matemática en términos generales, la geometría, la trigonometría, la estadística, el álgebra y un elemento distintivo denominado cálculo diferencial e integral.

Este elemento distintivo de las matemáticas puede imaginarse que tiene un elevado grado de dificultad y por lo tanto no tiene una aplicación en la vida cotidiana, pero es una afirmación errónea, ya que al profundizar en esta materia se evidenciará que es todo lo opuesto.

El cálculo diferencial, eje principal del presente trabajo, tiene aplicaciones en una gran gama de ciencias, como es la economía. Los principales elementos que se utilizan en esta rama de las matemáticas, son las funciones, las derivadas, los sistemas de ecuaciones, la pendiente, entre otros; que estos a su vez en conjunto ayudan a realizar grandes cálculos para la economía en general, o simples operaciones en la economía familiar.

Dentro de la economía, el sector financiero-bancario juega un rol fundamental debido a que muchas de las posibilidades de invertir o recibir capital las provee este sector, donde se encuentran diversos tipos de servicios que son acomodados según las necesidades. Así mismo, el sector bancario hace uso de la matemática para su propio beneficio, buscando una optimización en la rentabilización de sus recursos (ABPE, 2014).

La relación del cálculo diferencial y el sector financiero-bancario se origina en la Microeconomía bancaria donde se apoya, con el cálculo diferencial, los distintos supuestos que validan la necesidad de existencia de este sector. Disímiles autores (Diamond & Dybvig, 1983; Leland y Pyle, 1977; Holmstrom y Tirole, 1997; Repullo, 1995), que se especializaron en la Microeconomía bancaria, utilizaron el cálculo diferencial para sustentar sus ideas en los modelos que propusieron, donde defienden la importancia y coexistencia de la intermediación financiera con los mercados financieros, así como el empleo de los distintos mecanismos que lo componen y afectan directamente las economías y sus incentivos.

En la actualidad, los niveles de bancarización de la economía han ido incrementándose gradualmente, una tendencia que el sistema financiero ecuatoriano intenta consolidar en correspondencia con el resto de las economías del mundo, las que ya demostraron que no puede subsistir sin los bancos, en la crisis financiera del 2008.

En aras de relevar la importancia, desde un punto de vista teórico, de la intermediación financiera, el presente trabajo pretende revelar la relación directa del cálculo diferencial con algunos de los modelos microeconómicos que defienden la prevalencia del sector bancario. Lo anterior permitirá lograr una mejor comprensión de la necesidad de la existencia de las instituciones financieras y sus aportes a la actividad económica.

## **Materiales y métodos**

En el presente trabajo se utilizará el Método bibliográfico o documental con la intención de aproximar la investigación a referentes teórico-conceptuales que son indispensables para lograr una comprensión teórica de la relación intrínseca entre el cálculo diferencial y los diversos modelos microeconómicos que validan su existencia y coexistencia con los mercados financieros. Se desarrolló el análisis y síntesis de la información y datos necesarios que se requieran para llevar a cabo el trabajo, así como la inducción-deducción de aquellos datos que permitan la profundidad del estudio.

Mediante la documentación consultada se pudieron encontrar los elementos que forman parte del cálculo diferencial, así como los componentes esenciales de la microeconomía bancaria. Además, la bibliografía consultada aportó diferentes aproximaciones para lograr una simplificación de los aspectos que contiene el cálculo diferencial y su aplicación en esta rama de la microeconomía.

Es necesario destacar que los aportes teóricos sobre la intermediación financiera son diversos y numerosos, por lo tanto hay tantos modelos en dependencia de las necesidades de validación de comportamientos y tendencias. Este trabajo se centrará en los modelos que empleen el cálculo diferencial como herramienta principal para validar sus supuestos.

## **Desarrollo.**

### ¿Qué es el Cálculo Diferencial?

Del cálculo diferencial existen diversas aproximaciones desde el punto de vista conceptual que principalmente se pueden encontrar en libros de texto de matemáticas que se emplean en los planes de estudios en el sistema educacional ecuatoriano. En las fuentes investigadas (Garita, 2013; Martínez, 2010; Prezi, 2014; Zapata, 2014) hubo coincidencia en que el cálculo es una de las áreas de la Matemática dedicada al estudio de las variaciones que se dan en las diferentes funciones, es decir, es la matemática que estudia el movimiento y los cambios. En otras palabras, consiste en el estudio del cambio de las variables dependientes cuando cambian las variables independientes de las funciones.

Dentro del cálculo se encuentran la derivación e integración de funciones que constituyen procesos inversos uno del otro, debido a que la derivada es el resultado de producirse el cambio y la integral es el resultado a partir del cambio volviendo a su punto de origen, es decir,

está enfocada esencialmente al problema inverso, o sea, determinar la función cuando se conoce su razón de cambio.

Las aplicaciones fundamentales del cálculo diferencial la constituyen:

- El estudio de movimientos, aspectos de velocidad, y aceleración.
- El cálculo de máximos y mínimos.

En vista de que el análisis de la economía trata frecuentemente con cambios, el cálculo es para los especialistas en la microeconomía una herramienta en extremo valiosa. El análisis marginal es quizá la aplicación más directa del cálculo diferencial a la microeconomía; la razón marginal de cambio o variación en el margen se expresa analíticamente como la primera derivada de una función determinada.

Este cálculo es una vía por la que se obtienen máximos y mínimos de las funciones, por lo tanto empleándolo se pueden solucionar problemas relacionados con maximizar ganancias e incentivos o minimizar los costos de transacción o delegación. La programación matemática, que tiene como propósito maximizar o minimizar funciones sujetas a restricciones, es utilizada cada vez más en la economía y sus ramas, los métodos empleados en programación lineal, constituyen aplicaciones del cálculo diferencial.

La función curvilínea o no lineal, se origina debido a una razón de cambio variable en la variable endógena con relación al cambio en la variable exógena. La razón de cambio variable promedio es el valor promedio dentro de un intervalo de la razón de cambio variable.

Para un sinnúmero de investigaciones el análisis de la razón de cambio instantánea es el concepto más importante. Esta razón se obtiene derivando la una función determinada, lo que es, de hecho, la primera derivada en el punto de interés.

La definición de cambio instantáneo es la base del análisis marginal en la microeconomía; el análisis marginal es considerado el efecto sobre la variable endógena debido a pequeños cambios en la variable exógena, lo que se denomina variación en el margen.

El análisis marginal, así como la maximización y minimización serán herramientas del cálculo diferencial que se plantearán de forma constante en el presente trabajo por su aporte a las validaciones de los supuestos expresados a través de modelos microeconómicos bancarios, demostrando la importancia del cálculo diferencial dentro de esta rama de la economía.

### Un breve acercamiento a la Microeconomía bancaria.

En el Manual de Freixas & Rochet (2003) asevera lo siguiente acerca de la Microeconomía bancaria:

El desarrollo de la Microeconomía de la banca está basado en conceptos relacionados con la información imperfecta. El modelo ha resultado extraordinariamente útil para explicar el papel que desempeñan los bancos en la economía, así como para poner de relieve las debilidades estructurales del sector bancario.

Economía bancaria constituye una guía de la nueva teoría. Entre los temas de los que se ocupa se encuentran los siguientes: la razón de ser de los intermediarios financieros, la banca desde el punto de vista de la organización industrial, los contratos óptimos entre prestamistas y prestatarios, el equilibrio del mercado crediticio, las consecuencias macroeconómicas de las imperfecciones financieras, las retiradas masivas de depósitos y el riesgo sistémico, la gestión de riesgo dentro de la empresa bancaria y la regulación de los bancos... (p.1)

Como se puede constatar, la microeconomía de la banca no solo valida la importancia de la existencia del intermediario financiero sino que va más allá, abarcando la relevancia y validez de su funcionamiento, su influencia sobre la economía y necesidad de la regulación del sector. Dentro de las funciones de los intermediarios financieros (bancos), según esta teoría económica contemporánea, se encuentran los siguientes elementos:

- 1) Liquidez y acceso al sistema de pagos.
- 2) Transformación de activos.
- 3) Manejo de riesgos.
- 4) Procesamiento y monitoreo de información (característica fundamental).

Esta última función, procesa y monitorea principalmente la asimetría de información que se origina entre los distintos agentes que participan en el sector financiero. Esta característica fundamental es la que justifica la existencia de la intermediación financiera ya que esta actividad es esencialmente una actividad de mitigación de la asimetría de la información, que consta de tres elementos:

- Selección adversa: cuál es el tipo de agente que se le presta, para discriminar los de mayor riesgo de los que tiene menos riesgo.
- Riesgo moral: lo que hace el agente con el dinero prestado.
- Verificación costosa de estados de la naturaleza: variables de la economía, la sociedad, la política y la naturaleza que influyen en el riesgo de crédito.

La existencia de los bancos se justifica porque estos entes financieros, a través de las funciones que realizan, permiten una mejor colocación de los recursos financieros, beneficiando a los demandantes y oferentes de fondos, favoreciendo inversiones y emitiendo pasivos específicos de forma más eficiente a la que lo harían ahorradores e inversores de forma individual.

Este breve acercamiento muestra las bases de la microeconomía bancaria y permite revelar lo abarcadora que es esta materia. De ahora en adelante se plantearán distintos modelos defendidos por investigadores de esta rama que utilizan el cálculo diferencial como herramienta para analizarlos y validarlos mediante supuestos esenciales.

#### El cálculo diferencial en el Modelo de seguro de liquidez (Diamond & Dybvig, 1983).

La primera pregunta que se hace la Microeconomía bancaria es: ¿por qué existen los intermediarios financieros?, lo que lleva a plantear que estas instituciones se especializan en actividades cuyas tecnologías de transacción permiten el aprovechamiento de las economías de escala y economías de alcance; originándose dos problemas adicionales:

- 1) La necesidad de transformar la calidad de los activos.
- 2) No existen mercados para transar los préstamos bancarios (los intermediarios financieros deben mantener sus contratos hasta el vencimiento)

Los intermediarios financieros pueden verse como una coalición de agentes individuales que aprovechan las economías de escala y economías de alcance en las tecnologías de transacción. Adicional a esto, el costo de hacer funcionar un intermediario financiero es menor que los costos de transacción de no instalar un sistema de intermediación financiera porque no se financiarían múltiples proyectos económicamente redituables por razones de información asimétrica.

Para responder a la pregunta inicial, se originaron tres modelos de coalición por diferentes autores:

- 1) Seguro de liquidez (Diamond & Dybvig, 1983).
- 2) Compartir información (Leland & Pyle, 1977).
- 3) Monitoreo delegado (Diamond, 1984).

En el modelo de Seguro de Liquidez, donde la idea fundamental es que el intermediario financiero es un “pool” de liquidez que asegura a los agentes individuales contra shocks específicos (shocks no correlacionados) que afectan sus necesidades de consumo de fondos, constituye un modelo dinámico debido a que se analiza por períodos de tiempo ( $t = 0, 1, 2$ ):

- En  $t = 0$ , cada agente tiene posee una unidad monetaria y son idénticos, buscando su utilidad de consumo  $U(C_t)$ .
- En  $t=1$ , los agentes observan si deben consumir en  $t=1$  o  $t=2$ , que depende de: Utilidad esperada ( $EU$ ) =  $\pi_1 * U(C_1) + \pi_2 * \rho * U(C_2)$  con  $\rho < 1$ .
- La tecnología de inversión de largo plazo (ilíquida: bonos, títulos valores): posee un Retorno ( $R$ )  $> 1$  en  $t=2$  y un Valor de liquidación ( $L$ )  $< 1$  en  $t=1$ .

Nomenclador:  $\pi_i$  = probabilidad de ser tipo  $i$  con  $i = 1, 2$  con  $\pi_1 + \pi_2 = 1$ .

$\rho$  = factor de descuento intertemporal.

$C_1$  = consumo en  $t=1$ .

$C_2$  = consumo en  $t=2$ .

Este modelo diferencia cuanto se invierte y cuanto se mantiene en liquidez por parte de los agentes con el supuesto principal, que los agentes no retiran anticipadamente o consumen sin tener shocks. Lo descrito anteriormente constituye la parte general del modelo debido a que este se divide en cuatro escenarios:

- i. Autarquía: el agente maximiza  $EU$  sujeto a que requiere mantener todo líquido en  $C_1$  e invertir todo en  $C_2$ .
- ii. Mercados Financieros (MF): adiciona a la maximización de  $EU$  la posibilidad de invertir en bonos sin riesgo en  $t=1$ , que promete el pago de una unidad en  $t=2$  siendo el precio ( $\rho$ )  $< 1$ .

- iii. Asignación eficiente (óptima): Demuestra que los mercados financieros no proveen un seguro eficiente de liquidez.
- iv. Intermediación financiera (IF): puede implementarse si el IF ofrece un contrato de depósito.

Dentro de los cuatro escenarios mencionados que se analizan en el Modelo de Seguro de Liquidez, el cálculo diferencial es empleado para validar la afirmación planteada en el tercer escenario que a su vez repercute en el cuarto. La asignación óptima se describe matemáticamente de la siguiente forma:

Max ER sujeta a:  $\pi_1 * C_1 + \pi_2 * C_2 / R = 1$  que es la restricción presupuestal temporal.

A este tipo cálculo se le llama en la microeconomía “maximización con restricciones” donde se emplea el cálculo lagrangeano ( $\mathcal{L}$ ) con su multiplicador  $\lambda$  (lamda) de donde se obtiene los siguientes resultados:

Inicialmente se plantea ecuación lagrangeana:  $\mathcal{L} = U(C_1, C_2) + \lambda(\pi_1 * C_1 + \pi_2 * C_2)$ , para luego realizar la CPO de la manera siguiente:

$$\frac{\partial U}{\partial C_1} = U' C_1 + \lambda \pi_1 = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial C_2} = U' C_2 + \lambda \pi_2 / R = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda} = \pi_1 * C_1 + \pi_2 * C_2 / R = 0$$

Si la restricción  $\pi_1 * C_1 + \pi_2 * C_2 / R = 1$  es ineficaz, entonces  $\lambda = 0$  y se obtendrá el mismo resultado para las ecuaciones restringidas y sin restringir.

Entonces luego de calcular la CPO se obtiene que:  $U' C_1^* = \mathcal{L} R U' C_2^*$  ( $C_1^*, C_2^*$ ) que representan el consumo óptimo en  $t=1$  y  $t=2$  respectivamente. Este consumo óptimo es superior al consumo que se origina en el MF, por lo tanto valida la afirmación de que los MF no proveen un seguro eficiente de liquidez, como se mencionó anteriormente, agregando que la solución de mercado no es óptima según el sentido de Pareto.

En el cuarto escenario, los IF pueden implementar  $(C_1^*, C_2^*)$  si ofrecen un contrato de depósitos en  $t=0$  con retornos de  $C_1^*$  en  $t=1$  y  $C_2^*$  en  $t=2$ . Por lo que los IF mantienen  $\pi_1 * C_1^*$  de manera líquida e invierten  $(1 - \pi_1 * C_1^*)$  en la tecnología ilíquida.

Entonces se puede plantear que los IF proveen un seguro de liquidez eficiente como solución superior a los MF.

### El cálculo diferencial en el Contrato óptimos entre prestamistas y prestatarios (Freixas & Rochet, 2003)

Primero se debe mencionar que un préstamo bancario es una operación financiera donde se entrega una cantidad de dinero por parte de una institución financiera (prestamista) a un cliente (prestatario) quien se compromete a devolver dicha cantidad y a satisfacer los intereses correspondientes, en la forma y plazo acordado.

Los mismos se clasifican según (Espinosa, 2012):

a) Atendiendo a su destino:

- Préstamos para el consumo (solicitados por las economías domésticas).
- Préstamos para la explotación (solicitados por las empresas para adquirir elementos de activos).
- Préstamos para actividades y servicios públicos (concedido a entidades públicas).

b) Según su plazo de devolución:

- Préstamo a largo plazo (se devuelven en un plazo superior a un año).
- Préstamo a corto plazo (se devuelven en un plazo inferior a un año).

c) Según el tipo de interés:

- Préstamo con un interés fijo (la tasa es la misma para todos los plazos).
- Préstamo con un interés variable (la tasa varía según el mercado financiero).

Luego de una breve exposición sobre los préstamos bancarios, que es un paso inicial para abordar este tema desde la perspectiva de la microeconomía bancaria, donde se analiza la relación banco-deudor, partiendo del Contrato Típico de Crédito (CTC) que se origina de este tipo de financiamiento. En el CTC el Repago (R) del préstamo y el Retorno (y) del cliente tiene

una relación directa que tiene como objetivo lograr determinar un repago en correspondencia con los retornos del cliente de la operación que fue financiada, para no incentivarlo al incumplimiento del pago (default); por lo tanto el CTC presenta la ecuación siguiente:  $R(y) = \text{Mín}(y, R)$  con  $R$  predeterminada. El repago es predeterminado porque cuando se otorga un préstamo ya se conoce los términos y condiciones de su devolución.

Al igual que el modelo anterior de Seguro de Liquidez, hay varios escenarios que se analizan en esta relación banco-deudor:

- i. Información simétrica: ambas partes observan los retornos ( $y$ ) del cliente.
- ii. Información asimétrica: el banco no observa los retornos ( $y$ ) del cliente.
- iii. Incentivos al repago:
  - a. Amenaza de terminar la relación.
  - b. Repago vs Incumplimiento estratégico.
  - c. Incapacidad de compromiso de aplicar capital humano
- iv. Riesgo Moral: Diseño de un contrato que incentive al empresario a esforzarse, definiendo el esfuerzo para maximizar su utilidad.
- v. Contratos incompletos: los contratos son inherentemente incompletos que generan margen para la renegociación.
- vi. Deudores heterogéneos: se diseña menú de contratos que permita, por autoselección, discriminar a los deudores en función del riesgo de sus proyectos.
- vii. Tamaño del préstamo: se definen según su retorno y dimensión.

En este caso, el cálculo diferencial se utiliza como herramienta para validar los supuestos en los escenarios primero y cuarto, donde es necesaria una distribución óptima y maximizar la función de utilidad.

*Escenario 1: Información simétrica: ambas partes observan los retornos ( $y$ ) del cliente.*

En este escenario se analiza la distribución óptima del riesgo entre el banco y deudor donde la utilidad de cada participante se describe así:

$$\text{Utilidad: } \begin{array}{l} \text{banco: } U_L \text{ con } L \text{ (lender) } = R(y) \\ \text{deudor: } U_B \text{ con } B \text{ (borrower) } = y - R(y) \end{array} \text{ con Inversión: } \begin{array}{ll} t = 0 & \text{Préstamo } L \\ t = 1 & \text{Retorno } y \end{array}$$

Como ambos participantes observan los retornos ( $y$ ), el contrato se basa en esta variable que afecta directamente la variable endógena  $R(y)$ .

Entonces el contrato óptimo surge de:  $\text{Max } EU_B(y - R y)$  sujeto a al siguiente planteamiento:

$$\begin{aligned} \text{Responsabilidad limitada (LL): } & EU_L R y \geq U_L^0 \quad IR_L \quad \text{Racionalidad Individual} \\ & 0 \leq R y \leq y \quad LL \quad \text{Limited liability} \end{aligned}$$

La solución de este planteamiento es:

- 1) Si la responsabilidad limitada (LL) es restrictiva (opera con igualdad), entonces se da el CTC =  $R(y) = \text{Mín}(y, R)$  con  $R$  predeterminada.
- 2) Si la responsabilidad limitada (LL) no es restrictiva, entonces se realiza en análisis que se describe a continuación:

$$\text{CPO: } \frac{\partial R(y)}{\partial y} = \frac{I_B(y - R y)}{I_B(y - R y) + I_L(R y)} \quad \text{con} \quad \begin{aligned} I_B \blacksquare &= -U_B''(\blacksquare)/U_B'(\blacksquare) \\ I_L \blacksquare &= -U_L''(\blacksquare)/U_L'(\blacksquare) \end{aligned}$$

Donde ( $\blacksquare$ ) puede ser cualquier variable e  $I$  es el índice de aversión absoluta al riesgo.

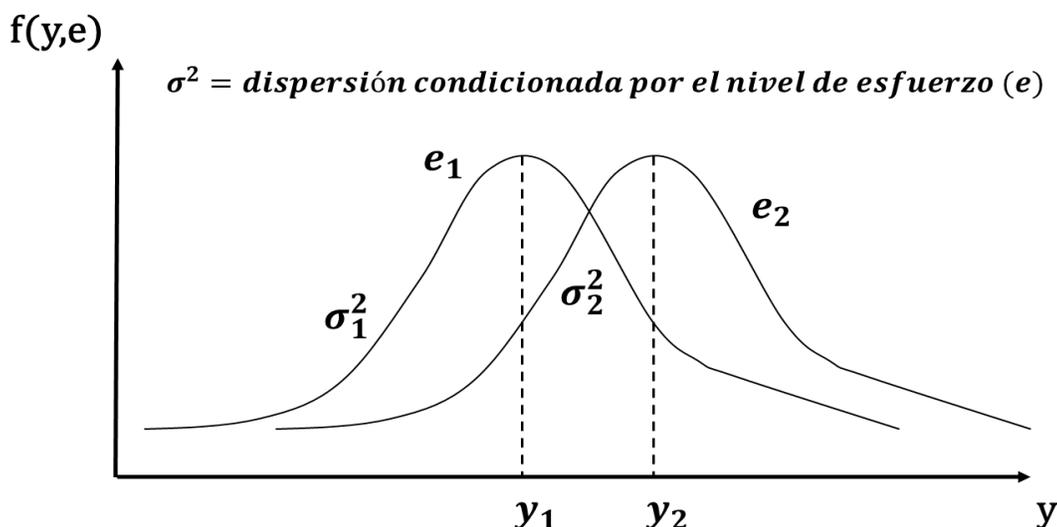
Si  $R$  es fijo, la primera derivada de  $R(y)$  tiende a 0, por lo tanto el índice de aversión absoluta al riesgo del deudor ( $I_B$ ) debería ser mucho más pequeño que el índice de aversión absoluta al riesgo del banco ( $I_L$ ).

La afirmación anterior es contraintuitiva porque el deudor es más adverso al riesgo que el banco ya que este último se especializa en manejar el riesgo y por lo tanto es capaz de asumir, diversificar y manejar mucho más riesgo.

En conclusión, las condiciones sobre distribución óptima de riesgo no son suficientes para explicar el contrato típico de riesgo, que es lo que valida este escenario utilizando el cálculo diferencial como uno de las herramientas principales.

#### *Escenario 4: Riesgo Moral (Innes, 1990).*

Es este escenario se introduce en el análisis el factor esfuerzo, donde existe un riesgo moral en cuanto a si el agente que recibe el préstamo realiza el esfuerzo necesario o no para lograr los



retornos que le permitan el repago del financiamiento. Por lo tanto se debe diseñar un contrato que incentive al agente a esforzarse lo necesario para maximizar su utilidad.

Dado  $R(y)$  según el contrato, el agente elige  $e^*$  (esfuerzo óptimo) que optimice:

$$\text{Max}_e U R, e = \int_{\underline{e}}^e y - R y f y, e dy - \varphi(e) \text{ donde } dy \text{ es la derivada total de } y,$$

con  $\varphi e = \text{desutilidad del esfuerzo}$   
 $f y, e = \text{densidad de probabilidad de } y \text{ condicionado por } e \text{ (esfuerzo)}$

**Gráfico No. 1: Nivel de esfuerzo**

Fuente: Confeccionado por el autor.

Una restricción del agente es que el banco participe, es decir, que otorgue el financiamiento sujeto a:

$$\begin{aligned} E R(y)/e^* &\geq U_L^0 (IR_L) \\ 0 &\leq R y \leq y (LL) \end{aligned}$$

Supuesto: Ratio de verosimilitud (LR):  $LR = \frac{f(y;e_2)}{f(y;e_1)}$

Comparando los valores de  $y$  cuando el esfuerzo es  $e_2$  o  $e_1$ . Crece con  $y$   $e_2 > e_1$  (ver gráfico).

Por lo tanto:  $\frac{\partial LR}{\partial y} > 0$  a medida que el esfuerzo es mayor.

El resultado es que  $y$  (retornos) es un indicador razonable del esfuerzo, en términos probabilísticos, es decir, a mayor esfuerzo, mejores resultados ( $y$ ).

Supuesto adicional:  $R$  y no es decreciente en  $y$ .

$$R' y = \frac{\partial R(y)}{\partial y} \geq 0$$

La conclusión: se valida que el CTC=  $R(y) = \text{Mín}(y,R)$  con  $R$  predeterminada.

## CONCLUSIONES

1. Luego de presentado diversos elementos del cálculo diferencial, analizado su formas de cálculo y establecido la relación directa con los modelos de la microeconomía bancaria, se puede confirmar que se ha logrado el objetivo del presente trabajo. Por lo tanto, es posible afirmar que el cálculo diferencial es una herramienta que se aplica en los análisis de la economía, específicamente, en este caso, en la microeconomía bancaria. La comprensión de esta relación dictamina que es necesaria la existencia de los intermediarios financieros y como se validaron algunos de los supuestos que se expusieron mediante el uso de esta rama de la matemática. De este modo, se puede afirmar que la existencia de los intermediarios financieros y su coexistencia con los mercados surge de necesidades no cubiertas que fueron asimiladas por estos. Además se demostró la importancia que tiene para la economía.
2. Es indiscutible que, en el mundo financiero actual, carecer de conocimientos sobre el sector bancario es una desventaja significativa. Tal es así que en el sistema financiero muchas veces es utilizada inconscientemente, porque está muy arraigada a la sociedad moderna, debido a la bancarización de la economía.
3. La historia de la economía a nivel global, demostró en la práctica que los bancos eran sumamente necesarios como instituciones capaces de redistribuir fondos de los oferentes a los demandantes. Los investigadores de esta área, validaron esas capacidades mediante el uso de la matemática, dentro de la cual se encontraba también el cálculo diferencial para revelar los resultados de los problemas de optimización, maximización y minimización de las diferentes alternativas que se valoraron.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Diamond, D. (1983). Bank runs, deposit insurance, and liquidity. *The Journal of Political Economy*, 401-409.
2. Diamond, D. (1984). Financial intermediation and delegated monitoring. *Review of Economics Studies*, 51.
3. Ecuador. (2014). *Boletín Informativo de la Banca Privada Ecuatoriana*, 1-2. Recuperado de [www.asobancos.org.ec/ABPE\\_INFORMA/No.40.pdf](http://www.asobancos.org.ec/ABPE_INFORMA/No.40.pdf)
4. Espinosa, D. (2012). Módulo de Gestión Financiera. En D. Espinosa, *Administración y Finanzas*. Valdepeñas: I.E.S Gregorio Prieto. Recuperado de [www.davidespinosa.es/gestionfinanciera/UNIDAD%206%20PR%C9STAMOS%20Y%20OPERACIONES%20DE%20LEASING.pdf](http://www.davidespinosa.es/gestionfinanciera/UNIDAD%206%20PR%C9STAMOS%20Y%20OPERACIONES%20DE%20LEASING.pdf)
5. Freixas, X y Rochet, J.C. (2003). *Economía bancaria*. Banco Bilbao Vizcaya: A. Bosch
6. Garita, G. (Noviembre de 2013). *Laurete*. Recuperado de [https://my.laureate.net/Faculty/webinars/Documents/Ingenieria2013/November2013\\_%202%20%20Aplicaciones%20de%20la%20Derivada%20en%20la%20Construcci%C3%B3n%20de%20Gr%C3%A1fica%20de%20Funciones.pdf](https://my.laureate.net/Faculty/webinars/Documents/Ingenieria2013/November2013_%202%20%20Aplicaciones%20de%20la%20Derivada%20en%20la%20Construcci%C3%B3n%20de%20Gr%C3%A1fica%20de%20Funciones.pdf)
7. Holmstrom, B y Tirole, J. (1997). Financial intermediation, loanable funds and real sector. *The Quarterly Journal of Economics*, 112, 663-691.
8. Innes, R. (1990). Limited liability and incentive contracting with ex-ante action choices. *Journal of Economics Theory*, 52, 45-67.
9. Leland, H y Pyle, D. (1977). Informational Asymmetries, Financial Structure and Financial Intermediation. *Journal of Finance*, 32, 371-387.
10. Prezi. (2014). Aplicación de Calculo en Economía, Finanzas y Administración. Recuperado de <https://prezi.com/x7q-3cfpwhco/aplicacion-de-calculo-en-economia-finanzas-y-administracion/>
11. Repullo, R y Suárez, J. (1995). Credit markets and real economic activity, a model of financial intermediation. *Centro de Estudios Monetarios y Financieros*, 9511.