

UNA TEORÍA SOBRE LA CREACIÓN DEL CONCEPTO MODERNO DE PROBABILIDAD: APORTACIONES ESPAÑOLAS

JESÚS SANTOS DEL CERRO
Universidad de Castilla-La Mancha

RESUMEN

Existe un acuerdo generalizado sobre la fijación del nacimiento del moderno Cálculo de Probabilidades a mediados del siglo XVII por Pascal y Fermat. Algunos investigadores opinan que no sólo se crea en esta época dicho cálculo sino también un concepto nuevo de probabilidad. Pensamos que lo que se produjo realmente fue una asimilación de una concepción ya existente en teología y filosofía a cuestiones relativas a juegos de azar. Además, en este proceso representar un papel relevante autores españoles, principalmente teólogos morales, que fundaron y desarrollaron el probabilismo moral, muchos de cuyos análisis y conceptos fueron absorbidos por el recién creado Cálculo de Probabilidades.

ABSTRACT

There is a general agreement about the fixing of the birth of the modern Probability Theory in the middle of the XVII century by Pascal and Fermat. Some of the investigators think that not only this calculus was set up in this period but also a new concept of probability. We think, that an assimilation of an existing conception in theology and philosophy to questions related to games of chance happened. Furthermore, in this process, Spanish authors represent a relevant part, principally moral theologians that established and developed the moral probabilism, whose analysis and concepts were absorbed by the recently established Probability Theory.

Palabras clave: Historia de la Probabilidad, Probabilismo, Casuística, España, Francia, Jesuítas, Jansenistas, Siglos XVI-XVII.

El Cálculo de Probabilidades moderno ha alcanzado en la ciencia actual un grado de desarrollo inusitado debido a la aplicación de instrumentos analíticos muy potentes como la teoría de la medida e integración. Aparte de este elevado nivel de formalización es destacable también la enorme extensión de este cálculo a campos de conocimiento tan dispares como la física, la economía, la filosofía, la psicología, la medicina, etc. Tradicionalmente la literatura especializada ha postulado la fecha de la creación de este Cálculo de Probabilidades y del concepto moderno de probabilidad a mediados del siglo XVII. Autores antiguos como Laplace, Condorcet, Poisson, Gouraud, etc., sostuvieron esta idea. Son célebres en este sentido frases que frecuentemente son reproducidas por autores modernos, como la que aparece en la primera página del *Recherches sur la Probabilité des Jugements en Matière Criminelle et en Matière Civil, précédées des Règles Générales du Calcul des Probabilités* (1837) de Poisson:

“Un problema relativo a los juegos de azar, propuesto a un austero jansenista por un hombre de mundo, ha sido el origen del Cálculo de Probabilidades” [POISSON, 1837, p. 1].

Pascal es el austero jansenista a quien un célebre jugador de la corte francesa de mediados del siglo XVII, el Caballero de Meré, propuso el famoso problema de los *partis* o problema de la división de las apuestas, que consiste en establecer un criterio que permita repartir el total apostado por los jugadores cuando el juego se interrumpe debido a alguna contingencia antes de que éste finalice. El planteamiento de este problema no es original sino que ya se haya contenido, dos siglos antes, en la obra de Luca Pacioli *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* (1494), cuyo intento de solución constituye uno de los precedentes de la solución dada definitivamente por Pascal y Fermat.

El mérito de estos dos genios matemáticos franceses en su conocida correspondencia epistolar, que les ha otorgado la gloria de ser considerados los fundadores del Cálculo de Probabilidades, fue dar solución a un conjunto de cuestiones sobre juegos de azar, respecto de las que hasta el momento autores como Pacioli, Cardano, Peverone, etc., habían proporcionado soluciones erróneas y en algún caso aproximadas. No es pues hasta mediados del siglo XVII cuando Pascal y Fermat plantean correctamente la resolución del problema de la división de las apuestas. A este nuevo cálculo Pascal lo denominó *geometría del azar*, cuya delimitación poco tiene que ver con la que hoy día caracteriza al actual Cálculo de Probabilidades. ¿A qué se debe pues esta distinta amplitud de aplicación?, ¿qué motivó su denominación actual?, ¿qué es lo realmente original de la *geometría del azar* pascaliana?. A estas preguntas trataremos de responder en las páginas siguientes. Admitimos que

las respuestas que daremos no son las habituales, y se caracterizan por alejarse de la influencia ejercida por trabajos de prestigiosos autores como Laplace, Hacking, etc., cuyas obras han contribuido a que de un modo inercial se mantengan ideas incompletas y parciales de un fenómeno complejo e interdisciplinar.

El concepto de azar que el nuevo cálculo utiliza se refiere a la facilidad con que ciertos resultados de algunos juegos de azar pueden ocurrir en futuras realizaciones de dichos juegos. Pascal y Fermat elaboraron criterios analíticos sistemáticos que permitían medir la mayor o menor facilidad de ocurrencia de los distintos resultados del juego, pudiendo de esta manera construir reglas sobre la división de la apuesta total entre los distintos jugadores en el caso de la interrupción del juego antes de su conclusión.

Por otra parte, el concepto de probabilidad vigente hasta este momento histórico tenía un carácter filosófico y teológico. La elaboración de este concepto se inicia en el pensamiento griego. El autor más importante es Aristóteles, del que destacamos la distinción que realiza en los *Tópicos* entre razonamientos demostrativos y dialécticos. Respecto de los segundos, existen ciertos hechos y proposiciones en los que el entendimiento humano no alcanza certeza absoluta en cuanto a su verdad o falsedad o lo que es lo mismo están sujetos a incertidumbre. En este sentido define las cosas plausibles como *las que parecen bien a todos, o a la mayoría, o a los más conocidos y reputados* [ARISTÓTELES, 1982, *Tópicos I, I*, 100a-100b, p. 90]. Este concepto de probabilidad tiene un carácter de aprobabilidad ya que algo se considera plausible cuando es aprobado por todos los hombres, por la mayoría o por una minoría específica. En definitiva, es el criterio de autoridad el que esgrime Aristóteles, y los autores posteriores, como argumento que justifica la probabilidad de un hecho o proposición. Por otra parte, Aristóteles realiza en los *Analíticos Primeros* una apelación a la experiencia en su noción de razonamiento probable:

“El razonamiento probable es un razonamiento a partir de verosimilitudes o signos: aunque lo verosímil y el signo no son lo mismo, sino que lo verosímil es una proposición plausible: en efecto, lo que se sabe que la mayoría de las veces ocurre así o no ocurre así, o es o no es; eso es lo verosímil, v.g.: detestar a los envidiosos, tener afecto a los amados” [ARISTÓTELES, 1988, *Analíticos Primeros II*, 27, p. 294].

Algo más de un siglo después, otra contribución interesante es la de Carnéades de Cyrene, director de la Tercera Academia y fundador del denominado probabilismo pagano cuya tesis fundamental es que nada puede percibirse ciertamente sino a lo sumo probablemente. En esta teoría del

conocimiento se afirma que de todo lo que se conoce de la realidad nada puede ser percibido o aprehendido ciertamente, es decir: no hay nada que pase de ser meramente probable. No obstante, a pesar de que según el probabilismo pagano es imposible obtener certeza sobre la verdad o falsedad de nuestros juicios, admite la necesidad de actuar, concluyendo que la acción humana no se guía por la certeza sino por lo *plausible* o *razonable*. Según Raymond:

“Carnéades ofrece así criterios que conceden un carácter de mayor o menor probabilidad a las opiniones. Esta probabilidad descansa sobre una prolongación de las experiencias que en general no desmienten estos criterios: es pues el valor general de una opinión el que permite adherirse a ella, y no su verdad universal, sin excepción” [RAYMOND, 1975, p. 16].

Posteriormente a estos autores hemos de señalar a otros cuyas aportaciones en la materia no son tan relevantes pero a los que se les debe reconocer una labor de difusión y transmisión de los conocimientos precedentes. Citaremos en este punto a Cicerón, Sexto Empírico, San Agustín y Santo Tomás. Bajo la influencia de Carnéades, Cicerón escribió sobre lo probable en *De Inventione*, aunque el lugar donde desarrolla con mayor detalle el concepto de probabilidad es en las cuestiones X y XI del libro II de las *Cuestiones Académicas*. Para Cicerón la probabilidad encierra la idea de probar la verdad o falsedad de aquello de lo cual carecemos de evidencia absoluta en cuanto a su verdad o falsedad.

“Por todo lo cual, ya se admita una apariencia probable o como quería Carnéades, una apariencia probable y libre al mismo tiempo de trabas que la sometan a obstáculos, ya se siga como norma cualquier otro principio, tendremos que volver forzosamente a la apariencia de que hablamos. Admitir que en ella puede haber algo común con lo falso sería anular el juicio, condenarlo a no poder distinguir los caracteres propios de la verdad. En cambio, si esa comunidad no existe habrá alcanzado un objetivo, que consiste en encontrar algo de tal forma verdadero que no pueda parecerme falso” [CICERÓN, 1967, *Cuestiones Académicas*, Libro II, cuestión X, pp. 1623-1624].

La importancia de Sexto Empírico respecto de la materia que tratamos radica en que algunas de las doctrinas que hemos citado han sido conocidas a través de la asimilación que realiza este autor en sus conocidos *Esbozos pirrónicos*.

En cuanto a San Agustín podemos decir que fue un gran transmisor del pensamiento griego. Resulta, sin embargo, significativo que San Agustín defienda la idea de que el concepto de azar o fortuna no existe objetivamente, sino que, como consecuencia de la limitación del entendimiento humano para

aprehender las causas reales de ciertos fenómenos, la mente otorga al azar o fortuna carta de naturaleza propia.

“Pues tal vez lo que vulgarmente se llama fortuna, está gobernado por un orden oculto; y llamamos casualidad en las cosas aquello cuya razón y causa se nos va de vuelo” [SAN AGUSTÍN, 1947, Tomo III, p. 67].

Respecto del concepto de probabilidad, Santo Tomás, como antes lo hicieron los nuevos académicos y Cicerón, recoge una idea contenida en los *Analíticos Primeros* de Aristóteles relativa a que lo probable debe considerarse como aquello que sucede la mayoría de las veces:

“En materias contingentes —como son las cosas naturales y humanas— basta la certeza de que una cosa es verdadera en la mayoría de los casos, aunque pueda fallar en contadas ocasiones” [SANTO TOMÁS, 1956, Vol. VI, 1-2 q. 96 a. 1, p. 197].

El aspecto principal del concepto de probabilidad de tradición helénica recogida por Santo Tomás es su carácter epistemológico, es decir, el entendimiento humano, ante cierto tipo de fenómenos que concibe como contingentes o no necesarios, no realiza una aprehensión cierta de los mismos sino probable. En el siglo XVI, algunos autores escolásticos, fundamentalmente doctores españoles, elaboraron una doctrina moral que se denominó probabilismo moral cuya finalidad principal fue la creación especulativa de un conjunto de conceptos que sirviesen de guías prácticas para vivir cristianamente.

A mediados del siglo XVI un dominico español, Bartolomé de Medina, establece en su *Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis* (1578) los primeros conceptos del probabilismo moral. Existe un acuerdo generalizado sobre la idea de que fue Bartolomé de Medina el fundador del probabilismo moral y el año 1577 el de su creación definitiva en su comentario a la Prima Secundae de Santo Tomás. Así, por ejemplo, afirma Concina:

“De modo, que es cierta, é incontestable la época del Probabilismo, fixada al año de 1577” [CÓNCINA, 1772, Tomo I, p. 10].

Esta doctrina teológica tiene como objetivo básico la creación de los fundamentos para el análisis y solución de un conjunto de problemas o cuestiones morales caracterizados por el hecho de que el entendimiento humano no alcanza certeza absoluta en cuanto a la licitud o ilicitud de la aplicación de algunos principios o leyes morales a ese tipo de cuestiones. Por ejemplo, si la Iglesia establece un período de ayuno obligatorio a sus miembros, ¿es lícito

que una persona enferma deje de cumplir lo que manda la Iglesia?. Este tipo de problemas morales comparte con los de la tradición filosófica precedente el hecho de que se trata de problemas de certeza del conocimiento humano, en tanto que pretende discernir la licitud o ilicitud de la aplicación práctica de unos principios morales a ciertas cuestiones. Según esta doctrina moral, la aplicación de una ley a un cierto caso es probable cuando está aprobada o es susceptible de aprobación por sabios autores o existen razones de peso que apoyen dicha aplicación.

“algunas [*opiniones*] son probables, pues se apoyan en fuertes argumentos y en la autoridad de los sabios” [MEDINA, 1578, p. 307].

A estos dos fundamentos un ilustre jesuíta español, Gabriel Vázquez, los denominó explícitamente como probabilidad extrínseca, basada en el testimonio de autores relevantes, y probabilidad intrínseca, propia de las cosas mismas, consistente en las razones de peso de las que habla Bartolomé de Medina.

“Por tanto esta sentencia según hemos explicado en el capítulo precedente se ha de entender en el sentido de que aún manteniendo la propia opinión como más probable y queriéndola cumplir por principios intrínsecos, sin embargo, un docto varón, apoyándose en principios extrínsecos, puede seguir la opinión contraria, defendida por la mayoría, le sirva para formarse un juicio singular por el que considere ser lícito actuar así” [VÁZQUEZ, 1631, p. 294].

Esta clasificación, que según Jonsen y Toulmin es original de Gabriel Vázquez, será admitida y compartida por otros autores posteriores entre los que destacamos a Arnauld y Nicole, autores de la *Lógica de Port-Royal* (1662), y a Jacques Bernoulli, autor del *Ars Conjectandi* (1713).

“El primer jesuíta que se adhirió al probabilismo, Gabriel Vázquez (1551-1604), separó de modo inmediato los dos componentes de este punto de vista: una opinión podría ser intrínseca probable —esto es, fundado en *excelentes argumentos*— o extrínseca probable —fundado en la autoridad de *hombres sabios*—” [JONSEN y TOULMIN, 1988, p. 167].

Hemos señalado ya que el probabilismo moral comparte con la tradición precedente el hecho de que se ocupa de problemas de certeza del conocimiento humano. Sin embargo, debemos destacar dos aspectos relevantes que caracterizan al probabilismo elaborado por los doctores españoles. El primero de ellos es que se trata de una doctrina moral y como tal se ocupa de cuestiones que afectan a las acciones de la vida cotidiana de las personas que componen las sociedades. La teología católica hasta este momento había dado preferencia a cuestiones dogmáticas frente a la discusión de principios morales.

Solamente se habían tratado de modo poco ordenado y ocasionalmente cuestiones morales en pequeños escritos. El probabilismo moral, a pesar de que comparte la idea de que la realidad es aprehendida de modo probable, es ante todo una doctrina moral. Algunos teólogos españoles de los siglos XVI y XVII se encuentran con una multitud de problemas morales que surgen en la vida de los cristianos, consistentes en discernir si es lícito o no aplicar una ley o principio moral en una situación particular. Ante una creciente afluencia de casos de conciencia que las nuevas circunstancias de estas sociedades plantean a los fieles, los doctores españoles crearán y desarrollarán el probabilismo moral como doctrina que permita a teólogos, confesores y penitentes saber a qué atenerse en cada caso de conciencia respecto de la licitud o ilicitud de la aplicación a dicho caso particular de una ley moral. En definitiva, teólogos españoles tratarán de ordenar adecuadamente las relaciones entre los casos singulares que surgían a los cristianos en su vida cotidiana y los principios generales de la conducta moral. Esto trajo como consecuencia un desarrollo del concepto de probabilidad aplicado a cuestiones morales incomparable respecto del esbozado por autores precedentes como Aristóteles, Carnéades, Cicerón, etc. El segundo aspecto está relacionado con el primero y consiste en la extensión inusitada que tuvo el conocimiento de esta doctrina, o al menos algunos de sus conceptos, entre los miembros de estas sociedades. Muestra de esto último son las *Cartas Provinciales* escritas por Pascal para defender a la doctrina jansenista y a su amigo Antoine Arnauld, en las que cuestiones como las opiniones probables, la gracia eficaz, etc., son conceptos utilizados y analizados con profusión. En el mismo sentido, según Concina:

“Este breve espacio de treinta y seis años [desde 1620 hasta 1656] compone el corto Reynado del Probabilismo dominante. En este intervalo hizo tales progresos, y adelantamientos, que saliendo de España invadió casi todo el mundo” [CONCINA, 1772, Tomo I, p. 12].

El mismo Concina hace referencia a un hecho insólito relativo al elevado número de impresiones de tratados sobre teología moral. Un ejemplo es la *Theologiae Moralis Problemata* que compuso el P. Escobar, del que hace mención expresa en las *Cartas Provinciales* el mismo Pascal.

“Este libro fue recibido por los sequazes del Probabilismo con tanto aplauso, que en pocos años se hicieron de él más de quarenta impresiones” [CONCINA, 1772, Tomo I, pp. 16-17].

Respecto de la *geometría del azar* pascaliana, como ya hemos enfatizado, poco tiene que ver con el Cálculo de Probabilidades que se desarrolló en el siglo XVIII. Aquella *geometría del azar* consistía en la creación de unas reglas sistemáticas que permitían resolver algunos problemas sencillos

relativos a ciertos juegos de azar. ¿Es razonable pensar que el cálculo de azares extendiese su campo de estudio de un modo autónomo e independiente como resultado de la aplicación de las reglas recién elaboradas por Pascal y Fermat para resolver problemas sencillos sobre juegos de azar?, ¿a qué se debió la denominación final de la nueva ciencia como Cálculo de Probabilidades?

Tanto en las materias a las que se refiere las concepciones de la probabilidad de carácter filosófico y teológico como las relativas a los juegos de azar, existe un elemento común que es la contingencia e incertidumbre que rodea a ambos tipos de cuestiones, o dicho de otra manera, son materias para las que es imposible obtener certeza absoluta. Es bastante frecuente en los trabajos sobre el concepto de probabilidad defender la existencia de dos tipos de probabilidad diferentes, a saber: probabilidad aleatoria y probabilidad epistemológica. La primera se aplica a los juegos de azar, a ciertas cuestiones como la llegada de personas a una parada de autobuses, la ocurrencia del choque de moléculas en un experimento de física, etc. Mientras que la segunda está referida al grado de verdad o falsedad de un juicio o proposición. Creemos, sin embargo, que tanto en un tipo de cuestiones como en otro, la probabilidad es un grado de aproximación a la verdad que el entendimiento humano concibe acerca de las cuestiones en las que no alcanza a tener certeza absoluta en cuanto a la verdad o falsedad de las mismas. Unos casos se distinguirán de otros en los fundamentos que el entendimiento utilice para la evaluación de la probabilidad de aquéllos. Para el caso de la probabilidad de que salga seis doble en el lanzamiento de dos dados equilibrados, el entendimiento humano ante ciertas características de uniformidad, simetría, etc., de los dados establece una hipótesis de igualdad de inclinación a la ocurrencia de los posibles resultados elementales y calcula dicha probabilidad comparando el número de posibilidades favorables y el número de posibilidades totales (De igual modo se procedería ante un dado de estructura irregular, pero en este caso el entendimiento humano incorpora en su evaluación esta irregularidad). En el caso de una cuestión moral como la planteada más arriba, se procede de modo diferente, aquí ya no es posible establecer una enumeración de posibilidades, y menos aún una igualdad entre sus probabilidades. En estas cuestiones los doctores españoles establecieron una casuística o análisis de casos, cuya evaluación probabilista lo fundaron en una componente extrínseca (testimonio de autoridades) y una componente intrínseca (razones internas de peso). Por otra parte, en cuestiones como la pluviosidad de una zona, la accidentalidad de una carretera, la proclividad a contraer cierta enfermedad por un cierto colectivo de personas, etc., se concede un papel especial a la experiencia, a la que el entendimiento humano ha otorgado en la ciencia moderna una relevante categoría como fuente de conocimiento.

En el momento de la creación de la *geometría del azar* pascaliana, está vigente el concepto de probabilidad heredado de la tradición filosófica clásica y desarrollado fundamentalmente en los siglos XVI y XVII por teólogos morales. Ante la multitud de casos de conciencia sobre la licitud o ilicitud de la aplicación de ciertas leyes o principios a múltiples cuestiones prácticas que surgían a los miembros de estas sociedades, los teólogos morales elaborarán una casuística que utilizará el probabilismo moral como fundamento básico para evaluar la probabilidad o improbabilidad de cada caso de conciencia particular. Francisco Gómez Camacho en su introducción al *Tratado sobre los Préstamos y la Usura* de Luis de Molina explica en qué consiste el probabilismo:

“En ningún momento se muestra Molina partidario de una aplicación mecánica de los principios generales a las circunstancias particulares del caso, pero tampoco defiende una aplicación arbitraria, fruto exclusivo del juego de las circunstancias. El rechazo de una rígida aplicación mecanicista y la arbitrariedad le obligan a reconocer que el juicio práctico de la recta razón será un juicio de probabilidad; podrá estar más o menos cerca de la verdad, pero se moverá generalmente en la zona de la probabilidad. Ésta es la raíz filosófica del probabilismo que Molina y los demás doctores españoles defendieron como método adecuado para la moral; no fue una actitud impulsada por la fuerza de las nuevas circunstancias históricas, sino del reconocimiento expreso de una limitación radical en el conocimiento humano de la ley natural y su aplicación a la realidad” [GÓMEZ CAMACHO, 1989, p. XVIII].

La *geometría del azar*, pues, creada a mediados del siglo XVII no elabora un concepto original de probabilidad. Lo realmente novedoso es la creación sistemática definitiva de un conjunto de sencillas reglas *geométricas* que permiten resolver ciertas cuestiones relativas a algunos juegos de azar. Esta matematización será extendida a otras materias pero no debido a un desarrollo autónomo e independiente de esta nueva *geometría*, sino a que existe en ellas un elemento común a los juegos de azar que es, como ya hemos dicho, que sobre los mismos el entendimiento no tiene certeza absoluta respecto de su verdad o falsedad. Pascal observa que la mayor parte de los fenómenos naturales se presentan a nuestro entendimiento con certeza o evidencia no absoluta, es decir con mayor o menor grado de incertidumbre. Existe por tanto un elemento común entre los fenómenos naturales en general y el resultado incierto de un juego cuando se interrumpe antes de que finalice. Es precisamente esta circunstancia común a los juegos de azar y a la mayor parte de los fenómenos de la realidad la que inclina a Pascal a extender la aplicación de su *geometría del azar* a otras cuestiones menos frívolas como fue el caso de la famosa *Apuesta sobre la existencia de Dios* o *Pari* de Pascal. Sin embargo, en ninguno de sus escritos reconocidos sobre el cálculo de azares utiliza el término probabilidad ni elabora una conceptualización de la probabilidad original.

Tal vez esto último se debiera a la relación que hubo entre la doctrina moral del probabilismo, fundado y elaborado principalmente por doctores españoles, y los jesuitas cuyos miembros eran identificados frecuentemente con posturas relativamente laxas en sus análisis de los casos de conciencia o casuística. Debemos destacar que la Compañía de Jesús disfrutaba de una posición de privilegio al estar políticamente próxima al Papa y a los Príncipes seculares, de quienes eran confesores y consejeros. Es célebre, por otra parte, la polémica mantenida en Francia por jesuitas y jansenistas, siendo uno de los episodios más importantes de este enfrentamiento la expulsión de la Sorbona del jansenista Antoine Arnauld. Precisamente, en respuesta a esta expulsión le fue encargado a Pascal la redacción de las famosas *Cartas Provinciales*, en las que satiriza con un estilo ágil y eficaz las doctrinas defendidas por los jesuitas. Una de éstas es el probabilismo moral. Según Bishop, se constituyó un órgano rector que proporcionaba libros y todo tipo de material para que Pascal diese forma última a los objetivos que se perseguían.

“Dirigía la campaña de las provinciales una especie de junta estratégica, que tenía a Arnauld por jefe supremo. La junta acordaba la táctica a seguir y acopiaba municiones para uso de su campeón” [BISHOP, s/a, p. 289].

En este sentido, algunas ideas expresadas magistralmente por Pascal no son originales sino que las toma de Arnauld, Nicole y otros jansenistas; también, incluso, las tomaba del compendio de Escobar [BISHOP, s/a, p. 300].

Sin embargo, debemos decir que, a pesar de que en sus escritos sobre el azar Pascal no utilizó el término probabilidad, debido quizás a su enfrentamiento con los defensores de la doctrina moral fundada por Bartolomé de Medina, pensamos que dicha doctrina no constituye el objeto de su crítica sino que sus dardos los dirige contra los jesuitas. Muestra de ello es que Pascal no criticase tan duramente a otros autores más laxistas incluso que el Padre Escobar, centro de sus sátiras más mordaces, tales como el Padre Diana, teatino, y Juan Caramuel, cisterciense español, llamado Príncipe de los laxistas.

Según Baudin, existe en Pascal una contradicción respecto de la probabilidad, que nosotros consideramos sólo aparente. A nuestro entender esta idea emerge de la concepción que tiene Pascal sobre la naturaleza común entre los distintos tipos de probabilidad, a saber: *probabilidad moral*, en definitiva probabilismo moral, criticado por Pascal principalmente en sus *Cartas Provinciales*, y *probabilidad matemática*, que desarrolla en colaboración con Fermat. Como ya hemos indicado, mantenemos que Pascal dirige sus críticas no contra la doctrina probabilista en sí sino contra ciertas actitudes relajadas o

laxas de algunos jesuitas. En este sentido es en el que se debe interpretar nuestra idea de contradicción aparente respecto de la consideración de la probabilidad de Pascal. Las siguientes palabras de Baudin expresan sus ideas sobre esta cuestión:

“Él ha tenido constantemente actitudes opuestas, si no contradictorias pero ambas fuertemente naturales (conocemos perfectamente tanto la una como la otra) respecto de la probabilidad. La ha odiado primero como a un enemigo, hasta querer exterminarla completamente. Después la ha acogido como a un amigo, hasta utilizarla para todo” [BAUDIN, 1946 , p. 88].

No pensamos que Pascal haya repudiado la noción de probabilidad tal como señala este autor, sino que la actitud de Pascal es la que destaca en segundo lugar. Utilizando otra cita de Baudin, la consideración de Pascal del concepto de probabilidad es la siguiente:

“<es una aproximación de la verdad que en ausencia de la verdad demostrada la razón no debe despreciar> [Pascal]. A él le parece razonable, es decir, conforme a la razón y exigido por la razón, reconocer lo probable y apreciar su valor, utilizarlo para todos los fines del conocimiento y de la acción” [BAUDIN, 1946, p. 90].

Después de Pascal, la primera vez que se utiliza el término probabilidad con un sentido moderno es en la *Lógica de Port-Royal* cuyos autores son Arnauld y Nicole, defensores de la doctrina jansenista y unidos a Pascal muy estrechamente hasta el punto de que no somos pocos los que pensamos que los capítulos finales de la *Lógica*, en los que se trata precisamente la materia que nos ocupa, pudieran haber sido escritos o al menos inspirados por Pascal. En Hacking [1995, p. 96] se puede leer la siguiente cuestión acompañada de su correspondiente respuesta:

“¿cuándo fue usada por primera vez esta palabra para denotar algo medible cuantitativamente?”

La respuesta parece ser 1662, en las páginas finales de la *Lógica de Port-Royal*.”

El fragmento de la *Lógica* en que aparece el término probable es el siguiente:

“Hay juegos en los que cada uno de los diez participantes invierten un escudo y sólo uno de los jugadores ha de ganar la suma total, perdiendo los restantes su escudo. (...) es preciso considerar que si cada uno puede ganar nueve escudos y sólo somete a la suerte el perder uno, también es nueve veces más probable, respecto de

cada uno, que ha de perder su escudo y no ganará los nueve. Así cada uno de los jugadores tiene una expectativa de ganar nueve escudos, perder uno, nueve grados de probabilidad de perder un escudo y sólo un grado de ganar los nueve escudos. Esto sitúa el asunto en una perfecta igualdad” [ARNAULD y NICOLE, 1987, p. 489].

Siguiendo con el análisis de la *Lógica de Port-Royal* es necesario destacar que en estos capítulos finales se contempla el estudio del concepto de probabilidad de un modo análogo al que habían realizado los teólogos morales, doctores españoles principalmente, de la probabilidad aplicada a casos de conciencia. El hecho más destacable es la distinción que realizan de los fundamentos de lo probable, pues al hablar de la evaluación del grado de certeza que el entendimiento alcanza acerca de los *sucesos humanos y contingentes* advierten que:

“es preciso prestar atención a cuantas circunstancias rodean ese acontecimiento tanto internas como externas. Llamo circunstancias internas a las que pertenecen al hecho mismo y externas a las que se refieren a las personas en virtud de cuyo testimonio nos inclinamos a creerlo” [ARNAULD y NICOLE, 1987, p. 472].

Se puede observar una distancia considerable de estos textos de la *Lógica* respecto de los de la tradición filosófica clásica, mientras que su similitud con los de los autores del probabilismo moral es notable. Recordemos que esta clasificación es original de Vázquez, a quien siguen no sólo Arnauld y Nicole, sino también algunos años después Jacques Bernoulli en su análisis de la probabilidad. Tenemos al menos constancia de que la obra de Vázquez era conocida por Arnauld, el cual fue discípulo de Lescot.

“Aunque fue [Arnauld] en la Sorbona alumno de Lescot, muy influido por el jesuita Vázquez y de tendencias molinistas, Saint-Cyran le hizo sostener, el 14 de noviembre de 1635, para la obtención del grado de bachiller, tesis que insinuaban un agustinismo audaz y algo agresivo” [COGNET, 1995, pp. 38-39].

Retomando la discusión sobre la *geometría del azar*, es de sobra conocido que el primer texto sistemático sobre el Cálculo de Probabilidades es el *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (1656-1657) de Huygens. Tiene el mérito de ser el primer tratado publicado sobre la recién creada *geometría del azar* y representa la primera explicitación del concepto de esperanza. La Proposición III del tratado de Huygens dice así:

“Tener p esperanzas de obtener a y q esperanzas de obtener b siendo las esperanzas equivalentes, me vale $\frac{pa+qb}{p+q}$,” [HUYGENS en MORA CHARLES, 1989, p. 115].

No obstante, respecto de la conceptualización de la probabilidad no resulta relevante. Además, a decir de Carcavi en una carta dirigida a Huygens de 28 de septiembre de 1656, este último se sirve del mismo principio de análisis que Pascal.

Habría que esperar al *Ars Conjectandi* para observar por primera vez en la historia la conexión explícita y consciente de lo que hasta aquel momento había constituido la *geometría del azar* pascaliana y el análisis de la probabilidad filosófico-teológica, heredado de la tradición clásica y desarrollado en los últimos años por los doctores del probabilismo moral. La siguiente cita del *Ars Conjectandi* resulta definitiva:

“De lo que ha sido dicho hasta ahora, está claro que la fuerza de lo que se prueba, que da eficacia al argumento, depende de una multitud de casos en los que puede existir o no existir, revelar o no revelar, o incluso revelar lo opuesto; y está claro ahora que el grado de certeza, o probabilidad, que engendra este argumento, puede ser deducido de estos casos gracias a la Doctrina de la primera Parte, de la misma manera como se busca habitualmente las suertes de los jugadores en los juegos de azar” [BERNOULLI en MEUSNIER, 1987, p. 30]

Con Jacques Bernoulli se completa, pues, la conexión entre la probabilidad estudiada por la filosofía y la teología, a la que dedicará la Parte IV del *Ars Conjectandi*, y el cálculo de azares, cuyo análisis realiza en la Parte I. La intención de Bernoulli, como señala Schneider, es relacionar el concepto de probabilidad utilizado en filosofía y teología y la *geometría del azar* [SCHNEIDER, 1976, p. 138]. Resultado de ello es la estructura de contenidos del *Ars Conjectandi*. Así la Parte I, como acabamos de señalar, representa el estudio dedicado a la *geometría del azar*. En esta parte aparece explícitamente, como corolario a la definición de esperanza de Huygens, la noción de probabilidad como cociente de casos favorables y casos posibles [BERNOULLI en MEUSNIER, 1992, p. 60]. En cuanto a la Parte IV del *Ars Conjectandi*, representa la aplicación de la moderna teoría de la probabilidad a cuestiones morales, políticas y económicas. Debemos enfatizar en este punto la influencia recibida por Bernoulli de la *Lógica de Port-Royal* [BERNOULLI en MEUSNIER, 1987, p. 44], que a su vez, como ya hemos dicho, es deudora de la tradición filosófica clásica y la influyente doctrina moral del probabilismo de los doctores españoles. Por ejemplo, para Bernoulli la probabilidad se evalúa en función del peso de los argumentos, que pueden ser

según este autor de dos tipos: intrínsecos y extrínsecos, entendidos de modo similar a como los define Gabriel Vázquez, como veremos después. El concepto de probabilidad que propone Bernoulli en su *Ars Conjectandi* y más concretamente en la parte cuarta, que él considera esencial, es la noción de probabilidad de la tradición filosófico-teológica. Al comienzo de la cuarta parte Bernoulli establece que la certeza absoluta se alcanza o bien objetivamente, es decir considerando a las cosas en sí mismas, o bien subjetivamente, en relación a las personas, respecto de aquello que por *revelación, razón, sensación, experiencia o testimonio de nuestros ojos* disfruta de una certeza total y absoluta. Y lo más importante, en donde establece su concepción de probabilidad, considera que:

“El resto [*o lo que es lo mismo, todo sobre lo que no alcancemos certeza subjetiva absoluta*] adquiere en nuestros espíritus una medida menos perfecta, mayor o menor, según que las probabilidades sean más o menos numerosas que nos persuaden que una cosa es, será o ha sido” [BERNOULLI en MEUSNIER, 1987, p. 16].

¿Cómo mide Bernoulli la probabilidad de aquello sobre lo que no alcanzamos certeza subjetiva absoluta?. La respuesta es similar a la dada por Medina y Vázquez: las probabilidades se estiman a partir del número y del peso de los argumentos acerca de si aquello de lo que no poseemos dicha certeza es, será o ha sido. Bernoulli, pues, mantiene la misma clasificación y conceptualización de los distintos tipos de argumentos que proponen los autores de la *Lógica de Port-Royal*, que es la misma que la elaborada por los doctores españoles del probabilismo moral.

“Los argumentos pueden ser *intrínsecos*, es decir artificiales y elegidos entre los lugares tópicos de la causa, del efecto, del sujeto, del adjunto, del índice o de cualquier otra circunstancia que parece tener un lugar cualquiera con lo que es necesario probar, o bien *extrínsecos* y fuera de la ciencia, es decir derivados de la autoridad y del testimonio de los hombres” [BERNOULLI en MEUSNIER, 1987, p. 22].

Antes de comentar la transcendencia que esta obra representó sobre la ciencia moderna debemos destacar un punto de interés. Después de la publicación del texto de Huygens, que como sabemos constituyó el primer texto sistemático publicado sobre el cálculo de azares, siguió la del segundo tratado sobre la materia por parte de un autor español, Juan Caramuel. Esta idea la compartimos con MARTÍN PLIEGO, cuyas palabras recogemos:

“Las aportaciones de Caramuel a la teoría de la probabilidad las reconocen Todhunter, Keynes y Hald, aunque no destacan que, realmente, la obra de Caramuel es el segundo tratado sobre la probabilidad que se publica en el mundo después del de Huygens” [MARTÍN PLIEGO, 1997, p. 163].

El título de este texto es *Kybeia, quae Combinatoriae Genus est, de Alea et Ludis Fortunae serio Disputans* que se integra en la obra *Mathesis biceps* (1670). En este tratado, aparte de recoger al final del mismo el *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, Caramuel realiza algunas aportaciones interesantes que el lector puede seguir en el artículo del profesor Santiago Garma *La Combinatoria y las Probabilidades en el siglo XVII, según Caramuel*. Aparte de lo anterior, Juan Caramuel es el primer autor que analiza el cálculo de azares y la probabilidad aplicada en filosofía y teología, aunque no las relaciona explícita y conscientemente como lo hará más tarde Jacques Bernoulli. Al primero dedicó, como sabemos, la *Kybeia* y la segunda, o más precisamente la doctrina moral del probabilismo, es estudiada por Caramuel en distintas obras sobre Teología moral, cuyas consideraciones respecto de dicha doctrina le hicieron merecer el calificativo de Príncipe de los laxistas.

Retomando el análisis del *Ars Conjectandi*, es preciso destacar que esta obra póstuma no sólo creó una gran expectación previa a su publicación sino que ejerció un efecto decisivo sobre el mundo científico. El interés de Jacques Bernoulli, como ya dijimos, era relacionar la probabilidad filosófico-teológica y el cálculo de azares, dando lugar a una nueva ciencia que integraría los conceptos y la estructura analítica de la primera y las herramientas matemáticas de la segunda. Sin embargo, las *buenas propiedades* de la evaluación de la probabilidad relativa a un juego de azar (en términos modernos ésta encajaría perfectamente en lo que denominamos una medida completamente aditiva) o tal vez la inclinación matemática de los autores que sucedieron a Bernoulli, tales como A. De Moivre y P. Rémond de Montmort, hicieron que el criterio de evaluación de probabilidades propia de los juegos de azar ensombreciese al utilizado por filosofía y teología, en concreto el creado por los doctores españoles del probabilismo moral basado en fundamentos intrínsecos y extrínsecos. A esto hay que añadir el efecto ejercido por el descubrimiento del denominado Teorema de Bernoulli, que se halla contenido al final de la Parte IV del *Ars Conjectandi*. Este teorema consiste en que el cociente de casos favorables y casos totales en la repetición de un cierto tipo de fenómenos difiere una distancia tan pequeña como se quiera de la probabilidad verdadera con una probabilidad tan próxima a la certeza como se quiera con sólo obtener un número necesario de observaciones. Como se puede apreciar, este resultado está concebido para casos como los relativos a juegos de azar y aquellas situaciones referidas al hombre y a la naturaleza cuya evaluación probabilista se realice en términos *a posteriori*, es decir, basada en la

experiencia. Fue precisamente Jacques Bernoulli quien introdujo explícitamente en la Parte IV la clasificación de la probabilidad en términos *a priori* y *a posteriori*. Por otra parte, la introducción de la experiencia como criterio válido para la evaluación de la probabilidad de un juicio o proposición supondrá un desarrollo enorme y una extensión considerable de las materias de estudio del Cálculo de Probabilidades.

Conclusiones

Las siguientes conclusiones constituyen las ideas más importantes de las respuestas ofrecidas en el presente trabajo a distintas preguntas formuladas en el mismo. En primer lugar, la *geometría del azar* pascaliana crea los primeros fundamentos del Cálculo de Probabilidades propiamente dicho, aunque la extensión inmediatamente posterior de este último, a partir de Jacques Bernoulli, poco tenga que ver con la ciencia fundada por Pascal y Fermat. Lo realmente relevante de aquella *geometría* es la resolución definitiva de ciertos problemas relativos a juegos de azar, cuyas reglas se aplicarán más tarde a cuestiones más complejas. Es importante destacar una vez más que no se crea un concepto nuevo de probabilidad, sino que se mantiene vigente el concepto utilizado por la filosofía y la teología. No obstante, autores como Pascal y después Bernoulli perciben que tanto los juegos de azar como las cuestiones a las que se aplica la probabilidad en filosofía y teología existe incertidumbre, en un caso sobre la ocurrencia de un resultado y en otro sobre la verdad de dichas cuestiones. Muestra de esto es el *Pari* de Pascal, sin embargo el autor que consigue esta unión definitiva entre la probabilidad y el cálculo de azares es Jacques Bernoulli. Éste observa que tanto en materias civiles, económicas y morales como en los resultados futuros de los juegos de azar, el entendimiento humano carece de esta certeza absoluta sobre su verdad. Por otra parte, el concepto que refleja esta falta de certeza absoluta es el de probabilidad utilizado por la filosofía y por el probabilismo moral y que Bernoulli asimila. El objetivo que persigue el autor del *Ars Conjectandi* es definir una medida cuantitativa de la probabilidad de ciertas cuestiones civiles, económicas y morales, para lo cual se sirve del cálculo de azares creado por Pascal y Fermat, y sistematizado por Huygens.

Por otra parte, autores inmediatamente posteriores como De Moivre hablan ya de Cálculo de Probabilidades con lo que es en este período cuando sucede que de su primera denominación (*geometría del azar*) pasase a llamarse cálculo, no de azares, sino de probabilidades. Debemos destacar, además, que a Jacques Bernoulli le llegó la muerte antes de que hubiese construido las

aplicaciones a las que dedicó los últimos años de su vida. En 1703 Bernoulli escribe a Leibniz

“he terminado ya la mayor parte de mi libro, pero me falta aún la parte esencial en la cual expongo cómo los fundamentos del arte de conjeturar pueden aplicarse a la vida civil, moral y política” [MEUSNIER, 1987, p. 3].

Estas aplicaciones las llevarían a cabo autores posteriores como es bien conocido, sin más guía que la puerta que abrió Bernoulli al establecer la unión explícita del cálculo de azares y la noción de probabilidad filosófica y teológica.

BIBLIOGRAFÍA

- ARISTÓTELES (1990) *Retórica*. Madrid, Gredos.
- ARISTÓTELES (1982) *Tratados de Lógica (Organon) I: Categorías-Tópicos-Sobre las Refutaciones Sofísticas*. Madrid, Gredos.
- ARISTÓTELES (1988) *Tratados de Lógica (Organon) II: Sobre la Interpretación-Analíticos Primeros-Analíticos Segundos*. Madrid, Gredos.
- ARNAULD, A. y NICOLE, P. (1987) *La Lógica o el Arte de Pensar*. Madrid, Alfaguara. [Existe una edición castellana imputada solamente a Antonio Arnaldo con el título *Arte de Pensar ó Lógica admirable*. Imprenta Antonio Muñoz del Valle. Madrid, 1759].
- ASTRAIN (1920) *Historia de la Compañía de Jesús en la Asistencia a España*. Madrid, Razón y Fe, Tomo VI.
- BAUDIN, E. (1946) *La Philosophie de Pascal. I: Sa philosophie Critique*. Paris, Éditions de la Baconnière-Neuchatel.
- BERNOULLI, J. (1713) *Ars Conjectandi*. Basilea, Thurnisius. [Existe una traducción alemana completa cuya referencia es *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Verlag von Wilhelm Englemann. Leipzig, 1899. (Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften n^o 107-108). Traducida y editada por R. Haussner. De la Parte I conocemos dos traducciones francesas: una es la debida a Vastel, L.G.F.: *L'Art de Conjecturer. Traduit du Latin de J. Bernoulli, avec Observations, Éclaircissements et Additions*. Caen, 1801; la otra es la que hemos utilizado con mayor frecuencia cuya referencia es N. Meusnier: *Christian Huygens et Jacques Bernoulli: la Première Partie de l'Ars Conjectandi (1657-1713)*. Paris, 1992. La Parte II está traducida al inglés parcialmente, sólo contiene los tres primeros capítulos, y comentada por Maseres, F.: *The Doctrine of Permutations and Combinations, being an Essential and Fundamental Part of the Doctrine of Chances: As it is delivered by Mr. James Bernoulli, in his excellent Treatise on the Doctrine of Chances*. London, 1795. La Parte IV está traducida al inglés en Bing Sung: *Ars Conjectandi: Translations from James Bernoulli*. Harvard University Department of Statistics Technical Report N^o 2, 1966. Asimismo esta última parte está traducida al francés por N. Meusnier: *Jacques Bernoulli et l'Ars Conjectandi*. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. Université de Rouen Haute Normandie. Rouen, 1987. Una

traducción completa en francés es *L'Art de Conjecturer suivi du Traité des Séries Infinies, et de la Lettre sur le Jeu de Paume*. Traducción de Jean Peyroux. Blanchard. Paris, 1998].

BISHOP, M. (s/a) *Pascal. La Vida del Genio*. México D.F., Hermes.

BOUTROUX, P. (1908) "Les Origines du Calcul des Probabilités". *Revue du Mois*. Tomo V, 3^{er} año, Enero-Junio.

BYRNE, E.F. (1968) *Probability and Opinion. A Study in the Medieval Presuppositions of Post-medieval Theories of Probability*. The Hague, Martinus Nijhoff.

CARAMUEL, J. (1670) *Kybeia, quae Combinatoriae Genus est, de Alea et Ludis Fortunae serio Disputans en Mathesis biceps(vetus et nova)*. Campania.

CARAMUEL, J. (1657) *Theologia Moralis Fundamentalis*. Lyon, 3^a ed. Aumentada y corregida.

CARCAVI: *Carta a Huygens de 28 de septiembre de 1656*. En M.S. Mora Charles (1989), *Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. Siglos XVI y XVII*, 102-104.

CARDANO, G. *Liber de Ludo Aleae*. En M.S. Mora Charles (1989), *Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. Siglos XVI y XVII*, 21-57.

CARO BAROJA, J. (1978) *Las Formas Complejas de la Vida Religiosa. Religión, Sociedad y Carácter en la España de los siglos XVI y XVII*. Madrid, Akal.

CICERÓN, M.T. (1997) *La Invención Retórica*. Madrid, Gredos.

CICERÓN, M.T. (1967) *Discursos, Diálogos, Sobre la República, De las Leyes, Cuestiones Académicas*. Madrid, EDAF.

CINTA BADILLO, M. (1953) "Jacob Bernoulli". *Gaceta Matemática*. Madrid, 1^a serie, Tomo V, 4.

COGNET, L. (1995) *Le Jansénisme*. Paris, PUF. 7^a ed.

CONCINA, D. (1772) *Historia del Probabilismo y Rigorismo*. Madrid, Oficina de la Viuda de Manuel Fernández.

CORELLA, J. (1687) *Suma de la Theologia Moral*. Pamplona, Martin Gregorio de Zabàla.

FERRER, V. (1770) *Suma Moral para Examen de Curas, y Confesores*. Valencia, Francisco Burguete [Edición añadida por Luis Vicente Más].

GARMA PONS, S. (1977) "Las Aportaciones de Juan Caramuel (1606-1682) al Nacimiento de la Matemática Moderna". *Anuario de Historia Moderna y Contemporánea*, 4, 77-85.

GARMA PONS, S. (1982) "La Combinatoria y las Probabilidades en el Siglo XVII, según Caramuel". *Anuario Jurídico Ecurialense*, n^o XIV, 331-364.

GIRÓN, F.J. (1989) "El Concepto de Probabilidad" en *Curso de Conferencias sobre la Historia de la Ciencia Estadística*. Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

GIRÓN, F.J. (1994) "Historia del Cálculo de Probabilidades: de Pascal a Laplace". En *Curso de Conferencias sobre Historia de la Matemática en el Siglo XIX*. Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

GÓMEZ CAMACHO, F. (1989) Introducción a L. Molina de: *Tratado sobre los Préstamos y la Usura*. Madrid, Instituto de Cooperación Iberoamericana, Quinto Centenario e Instituto de Estudios Fiscales.

GOURAUD, C. (1848) *Histoire du Calcul des Probabilités depuis ses Origines jusqu'à nos Jours*. Paris, Librairie d'Auguste Durand.

HACKING, I. (1995) *El Surgimiento de la Probabilidad*. Barcelona, Gedisa.

HUYGENS, C. (1656-1657) *De Ratiociniis in Ludo Aleae*. [La traducción castellana utilizada es la realizada por M.S. Mora Charles (1989), *Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. Siglos XVI y XVII*].

JONSEN, A. y TOULMIN, S. (1988) *The Abuse of Casuistry. A Historical of Moral Reasoning*. Berkeley, University of California Press.

KANTOLA, I. (1994) *Probability and Moral Uncertainty in Late Medieval and early Modern Times*. Helsinki, Luther Agricola Society.

LAPLACE (1947) *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*. Buenos Aires, Espasa-Calpe. [Existen, que nosotros sepamos, tres ediciones más en castellano: *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades* Alianza Editorial. Madrid, 1985; *Ensayo Filosófico sobre las Posibilidades*. Altaya. Barcelona, 1995, que contiene la misma traducción que la anterior pero en ésta el título está mal transcrito; *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*, que es traducción de la edición de M^{me} V^e Courcier de 1814. Instituto Técnico de Materiales y Construcciones. Bilbao, 1985].

MARTÍN PLIEGO, F.J. (1997) "Historia de la Probabilidad en España". *Revista de Historia Económica*. Año XV, n^o 1.

MARTÍN PLIEGO, F.J. (1997) "Nota sobre la Historia de la Probabilidad en España". *Zubia*, 15.

MARTÍN PLIEGO, F.J. & SANTOS DEL CERRO, J. (2000) "Luca Pacioli: En el Origen del Cálculo de Probabilidades". *Revista de Historia económica* [En prensa].

MEDINA, B. De (1585) *Breve Instrucción de cómo se ha de Administrar el Sacramento de la Penitencia*. Barcelona, Damián Bajés.

MEDINA, B. de (1578) *Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis*. Salamanca, Herederos de Mathiae Gastii.

MENÉNDEZ-REIGADA, J. (1928) "El Pseudo-probabilismo de Fray Bartolomé de Medina". *Ciencia Tomista*.

MEUSNIER, N. (1987) *Jacques Bernoulli et l'Ars Conjectandi*. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. Université de Rouen Haute Normandie. Rouen.

MEUSNIER, N. (1992) *Christian Huygens et Jacques Bernoulli: la Première Partie de l'Ars Conjectandi (1657-1713)*. Paris.

MOIVRE, A. de (1756) *The Doctrine of Chances: or, a Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*. London, A. Millar, 3^a ed. [Reimpresión por Chelsea Publishing Company. New York, 1967].

MONTMORT, P. (1713) *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard*. Paris, Jacques Quillau. 2^a ed. [Reimpresión: Chelsea Publishing company. New York, s/a].

MORA CHARLES, M.S. de (1988) "La Apuesta de Pascal y la Teoría de la Decisión". En VV.AA.: *Estudios sobre la Historia de la Ciencia y de la Técnica*. Valladolid, Junta de Castilla y León, Tomo I.

MORA CHARLES, M.S. (1989) *Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. Siglos XVI y XVII*. San Sebastián, Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.

PACIOLI, L. (1494) *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportiioni et Proportionalita*. Venecia, Paganino de Paganini.

PASCAL, B. (1963) *Oeuvres Complètes*. Paris, edición de Louis Lafuma. Éditions du Seuil.

PEVERONE, G.F. *Due brevi e facili trattati, l'uno d'Arithmetica, l'altro di Geometria, ne i quali si contengono alcune cose nuove, piacevoli e utili si a gentilhuomini como a artigiani*. En M.S. Mora Charles (1989), *Los Inicios de la Teoría de la Probabilidad. Siglos XVI y XVII*, 59-62.

POISSON, S.D. (1837) *Recherches sur la Probabilité des Jugements en Matière Criminelle et en Matière Civile, précédées des Règles Générales du Calcul des Probabilités*. Paris, Bachelier.

RAYMOND, P. (1975) *De la Combinatoire aux Probabilités. La Combinatoire de Cardan à Jacques Bernoulli*. Paris, Maspero.

SAN AGUSTÍN (1947) *Obras de San Agustín*. Tomo III: *Contra los Académicos. Del Libre Albedrío. De la Cantidad del Alma. Del Maestro. Del Alma y su Origen. De la Naturaleza del Bien: contra los Maniqueos*. Madrid, BAC.

SANTO TOMÁS (1956) *Suma Teológica*. Madrid, BAC.

SANTOS DEL CERRO, J. (1999) *Historia de la Probabilidad: Aportaciones Españolas a su Proceso de Conceptualización*. Tesis Doctoral leída en la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de Toledo.

SCHNEIDER, I. (1976) "The Introduction of Probability into Mathematics". *Historia Mathematica*, 3, 135-140.

SEXTO EMPÍRICO (1993) *Esbozos pirrónicos*. Madrid, Gredos.

SUÁREZ, F. (1856) *Opera Omnia*. Paris, Tomo IV.

TODHUNTER, I. (1865) *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. New York, Chelsea [Reimpresión de 1ª edición de 1865].

VÁZQUEZ, G. (1631) *Commentariourum ac Disputationum in Primam Secundae Sancti Thomae. Tomus Primus*. Lyon.