



Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón

Normal diameter, height and volume predictions of *Abies religiosa* from stump diameter

Xavier García-Cuevas¹, Jonathan Hernández-Ramos¹, J. Jesús García-Magaña², Adrián Hernández-Ramos^{3*},
Victorino Herrera-Ávila⁴, Alfredo González-Peralta⁴ y Enrique Jonathan Garfías-Mota⁴

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias.-Campo Experimental Chetumal. Chetumal, Quintana Roo, México.

² Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
³ Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Coahuila, México

⁴ Prestador de Servicios Técnicos Profesionales, Uruapan, Michoacán, México.

* Autor de correspondencia. adrian.hernandezr90@gmail.com.

RESUMEN

En el control y supervisión del manejo forestal, realizar auditorías en zonas aprovechadas y/o cuantificar cortas clandestinas requiere la estimación del diámetro normal (d), altura total (h) o volumen (v) para caracterizar la masa original y a partir de ella, estimar los volúmenes extraídos. Cuando el árbol ya no existe, no se tiene la medida del diámetro normal (d), pero la estimación del mismo o de otras variables se puede realizar en función del diámetro del tocón (dt). Esta relación alométrica puede utilizarse para calcular los volúmenes faltantes. El objetivo fue ajustar ecuaciones que describan el diámetro normal, altura y volumen como una función del diámetro del tocón de árboles de *Abies religiosa* (Kunth) Schltl. et Cham., en Tancítaro, Michoacán, México. Se realizó un muestreo en 71 sitios y 1745 pares de datos $dt-d$, $dt-h$ y $d-v$; incluyendo todas las categorías diamétricas y de alturas. En SAS 9.0, usando procedimiento Model y el método de máxima verosimilitud, se ajustaron modelos lineales y no lineales para predecir d , h y v . Con base en el nivel de significancia de los parámetros de los modelos, sus estimadores de bondad de ajuste, la prueba la normalidad de los datos, homogeneidad de varianza, autocorrelación de los errores y la capacidad predictiva de los mismos, se puede inferir que estos son válidos para predecir el d , h y v en función del dt . Todos los modelos explican más de 91% de la variabilidad de los datos.

PALABRAS CLAVE: alometría, clandestinidad, cortas, manejo, regresión.

ABSTRACT

Control and monitoring of forest management, conducting forest audits in harvested areas and / or quantify short clandestine, requires the estimation of the normal diameter (d), total height (h) or volume (v) to characterize the original stand and from it, estimate the extracted volumes. When the tree no longer exists, not taken as the normal diameter (d), but the estimation of the same or other variables can be performed depending of the stump diameter (dt). This allometric relationship can be used to calculate the missing volumes. Therefore, the aim was to adjust equations that describe the normal diameter, height and volume as a function of the diameter of the tree stump of *Abies religiosa* (Kunth) Schltl. et Cham. in Tancítaro, Michoacan, Mexico. Through sampling of 71 sites and 1745 data pairs $dt-d$, $dt-h$ and $dt-v$; including all diametric and heights categories. By Proc Model and maximum likelihood method, linear and nonlinear models were fitted to predict d , h and v . Based on the level significance of parameters of the models, their estimates of goodness of fit test normality of the data and the predictive capacity thereof, we can inferred that these are valid to predict d , h and v in dt function. All models explained above 91% of the data variability.

KEY WORDS: allometry, underground, felling, management, regression.

INTRODUCCIÓN

En las auditorías forestales o en la cuantificación de cortas clandestinas, conocer el diámetro normal (d), altura total (h) y volumen (v) es indispensable para caracterizar la estructura de la masa original (López *et al.*, 2003; Pompa-García, Santos, Zepeda y Corral, 2011). Lo anterior se logra a través de relaciones alométricas que estimen d en función del diámetro del tocón (dt) (Pompa-García *et al.*, 2011) y una tarifa de volumen que dependa de d (Diéguez, Barrio, Castedo y Balboa, 2003) o con otras funciones que estimen directamente a d , h y v como una función de dt (Martínez-López y Acosta-Ramos, 2014). Variables como la biomasa (B) (Návar-Cháidez, Rodríguez-Flores y Domínguez-Caballero, 2013), el índice de área foliar (IAF) o el carbono (C) (Martin, Kloepfel, Schaefer, Kimbler y McNulty, 1998) también pueden ser estimadas con este tipo de relaciones funcionales.

Bava y López (2006), con 973 tripletas de datos (d ; dt ; h) provenientes de 60 sitios de muestreo en la cuenca del Lago Fagnano en Argentina, ajustaron ecuaciones predictoras de d en función de las otras dos variables con el método de pasos sucesivos (*stepwise*) y seleccionaron el modelo siguiente: $Log(d) = \beta_0 + \beta_1 Log(dt) + \beta_2 Log(dt/h)$.

Benítez-Naranjo, Rivero-Vega, Vidal-Corona, Rodríguez-Rodríguez y Álvarez-Rivera (2004), en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst., en Camagüey, Cuba, ajustaron una ecuación con una muestra de 211 árboles provenientes de 10 parcelas temporales de muestreo, determinaron d a partir de dt , utilizando 99 valores para el análisis de regresión y 112 para realizar la validación. La ecuación logarítmica seleccionada fue:

$$Ln(d) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dt) \pm \beta_2.$$

Quiñonez, Cruz, Vargas y Hernández (2012), ajustaron 12 modelos para predecir d , h y v a partir de dt para cinco especies de pino y una de encino en Santiago Papasquiari, Durango, México. Se utilizaron 267 árboles y el ajuste de los modelos indica que existe una tendencia lineal entre las variables d y h , en función de dt ; mientras que para v la relación es logarítmica.

Las ecuaciones obtenidas son: $Log(d) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dt)$ para d , en h las ecuaciones fueron de la forma: $ht = \beta_0 + \beta_1 dt$ y para v total fue de la forma: $Log(v) = \beta_0 + \beta_1 Ln(dt)$.

Diéguez *et al.* (2003) y Pompa-García *et al.* (2011) mencionan que las variaciones en h y del tipo dendrométrico de la primera troza del árbol se deben de considerar al ajustar modelos de relación del tocón-diámetro normal y por su ahusamiento es necesario probar modelos no lineales con h como variable predictiva. Se ha demostrado que el neiloide truncado modela adecuadamente el tocón (Díaz *et al.*, 2007; Pompa-García *et al.*, 2011), e incluso se ha recomendado su utilización para estimar biomasa (Navarro, Torres, Cano, Valencia y Cornejo, 2000).

Para lograr lo anterior, se consideró al tocón como la porción del árbol del nivel del suelo hasta una altura menor o igual a 1.3 m (Raile, 1977), ya que esta sección sigue un patrón dendrométrico del tipo neiloide truncado. Esto sugiere que h está relacionada con la ht , es decir, cuando el diámetro normal (d) es igual al diámetro del tocón (dt), se espera que $h = 1.3$ m, por lo cual: $d/dt = 1.3/h$, empíricamente se tiene: $d = \beta_0 dt \left(\frac{1.3}{h}\right)^{\beta_1}$.

El primer parámetro de la función describe la proporción del d respecto al dt a lo largo de esta sección del fuste, mientras que el último caracteriza la forma según las características dendrométricas del neiloide. Se espera que este modelo cumpla con la condición de que $dt = d$ cuando $h = 1.3$, para lo cual β_0 debe ser cercano a 1.

También puede existir una relación lineal para las primeras clases de d , tal como sucede para especies de pino del norte de México reportados por Corral-Rivas, Barrio-Anta, Aguirre-Calderón y Diéguez-Aranda (2007), por lo que esto se expresa con la siguiente expresión:

$$d = \beta_0 + \beta_1 dt$$

Un excelente modelo es la relación funcional entre el diámetro del tocón y el diámetro normal, que puede expresarse con un parámetro no lineal y se genera la siguiente expresión potencial (Prodan, 1968): $d = \beta_0 + \beta_1 dt^{\beta_2}$.

Para predecir la altura en función del diámetro del tocón, Quiñonez *et al.* (2012) ajustaron los modelos reco-



mendados por Diéguez *et al.* (2003), Benítez-Naranjo *et al.* (2004) y Corral-Rivas *et al.* (2007), quienes presuponen una relación lineal o exponencial entre el diámetro del tocón y la altura total, obteniendo los mejores resultados con la siguiente expresión lineal: $h = \beta_0 + \beta_1 dt$.

Dada la distribución de datos de la relación funcional entre el diámetro del tocón y la altura total, también se sugiere una relación con un parámetro no lineal, como la siguiente expresión potencial (Prodan, 1968): $h = \beta_0 + \beta_1 dt^{\beta_2}$.

La altura total en función del diámetro de tocón, visto este como un indicador relacionado directamente con la edad de los árboles, sugiere relaciones de tipo sigmoide, mismas que se pueden modelar con ecuaciones polinomiales de segundo orden, como la expresión siguiente: $h = \beta_0 + \beta_1 dt - \beta_2 dt^2$.

En México, se han usado diversos modelos para realizar estudios sobre el crecimiento sigmoide de los árboles, siendo los más comunes de tipo mecanicista que se obtienen resolviendo ecuaciones diferenciales, que representan el tipo de crecimiento que se desea modelar (Drapper y Smith, 1981). Estos modelos expresan el crecimiento como una función de la edad o de una variable relacionada y representan una aproximación cercana de la realidad, siendo las funciones de Schumacher y Schumacher con ordenada las más empleadas (Schumacher, 1939; Prodan, 1968; Drapper y Smith, 1981; Zepeda, 1990; Zamudio y Ayerde, 1997; Kiviste, Álvarez, Rojo y Ruíz, 2002):

$$\text{Schumacher: } h = \beta_1 e^{-\beta_2 dt^{-1}}$$

$$\text{Schumacher con ordenada: } h = \beta_0 + \beta_1 e^{-\beta_2 dt^{-1}}$$

Para estimar el volumen, se emplea la relación que este tiene con el diámetro normal o de tocón (Prodan, Peters, Cox y Real, 1997) expresada con una función potencial (Picos y Cogolludo, 2008): $v_i = \beta_0 dt^{\beta_1}$.

Teniendo $\beta_0 > 0$ y $\beta_1 \geq 0$, donde β_0 es un número real, distinto de 0 y β_1 es un número natural distinto de 1. El anterior es un modelo comúnmente usado, conocido como modelo potencial (Prodan *et al.*, 1997).

OBJETIVO

Ajustar ecuaciones que describan el diámetro normal, altura y volumen como una función del diámetro del

tocón de árboles de *Abies religiosa* (Kunth) Schlttdl. *et. Cham.*, en Tancítaro, Michoacán, México.

MATERIALES Y MÉTODOS

Área de estudio

El área de investigación se encuentra dentro de la zona de Protección de Flora y Fauna (APFF) Pico de Tancítaro, se localiza en el estado de Michoacán de Ocampo y se ubica en los municipios de Tancítaro, Peribán, Uruapan y San Juan Nuevo Parangaricutiro, presenta un intervalo altitudinal entre 2200 m y 3850 m y cuenta con una superficie de 23405-92-09.55 ha según su decreto de creación. Las coordenadas extremas del APFF son 19°31'09.83" y 19°20'30.61" N, y 102°13'14.34" y 102°24'07.42" O (Fig. 1).

Particularmente, el predio se ubica en la Provincia Eje Neovolcánico, de la Subprovincia Neovolcánica Tarasca (X9) y Estrato Volcán (S1) (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [Inegi], 1985). El clima predominante es del tipo C(m)(w), templado sub-húmedo con un verano cálido subhúmedo con abundantes lluvias. Precipitación media anual entre 1000 mm y 1200 mm y temperatura media anual de 10 °C -12 °C (García, 1998). La unidad dominante de suelo es Andosol ócrico y presenta textura gruesa (To+1), son suelos que se encuentran en áreas donde se ha presentado actividad volcánica de manera reciente; y sustentan vegetación de bosque de pino, abeto y encino principalmente (Inegi, 1985).

Inventario forestal

En una superficie de 110 ha (Fig. 1) se levantó el inventario forestal, en el cual se midió arbolado de 2.5 cm de d en adelante. El diámetro del tocón (dt) se midió a 0.3 m de altura y el diámetro normal (d) se tomó a la altura de 1.30 m con cinta diamétrica. La altura total se midió con clinómetro Suunto. En total se levantaron 71 sitios de muestreo de forma circular (500 m²) distribuidos en forma sistemática a 100 m entre sitios y 100 m entre líneas de muestreo, delimitados con cuerda compensada por pendiente.

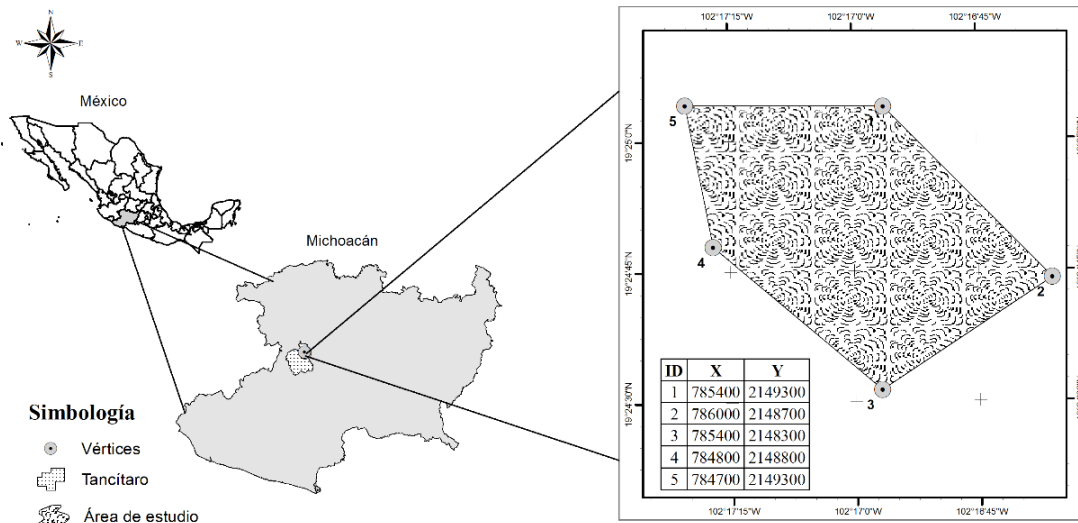


FIGURA 1. Localización del área de estudio en bosques de *A. religiosa* en Tancitaro, Michoacán, México.

Variables medidas

Se registraron las siguientes variables: número de sitio (N), especie, número de árbol, diámetros (d), alturas (h), condición, daños y dominancia.

Cálculo de volúmenes individuales

El volumen de los árboles se estimó con apoyo de una ecuación de volumen que se utiliza para la región: $v = e^{-9.6385+1.7812Ln(d)+1.063Ln(h)}$.

Modelos seleccionados

Se probaron los ocho modelos descritos en la tabla 1.

Análisis de información

Se hizo el diagrama de dispersión para detectar datos atípicos y se complementó con una corrida preliminar con PROC GLM y la opción R-INFLUENCE para obtener los residuales estudentizados y cuando estos eran mayores de 2 (absoluto), se procedió a eliminar la observación (Statistical Analysis System, 1992). Para el ajuste final, se usó PROC MODEL con la opción FIML (método de máxima verosimilitud) el cual minimiza el cuadrado medio del error (Statistical Analysis System, 1992). La selección de la mejor ecuación se hizo con base al cuadrado medio del

error (CME), la raíz del cuadrado medio del error ($RCME$), nivel de significancia de los estimadores ($Pr > 0.05$) y el Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) (Huang, 2002). Para verificar la normalidad se usó la prueba de Shapiro-Wilk (SW) y la homocedasticidad de los residuales se verificó de forma gráfica (Statistical Analysis System, 1992). Ya que en los ajustes de volumen es común encontrar problemas de heterocedasticidad, se incluyó una función que pondera la varianza de los residuales ($Residual/(x)^\phi$) (Crecente, Rojo y Diéguez, 2009) por medio de una función exponencial de acuerdo a la metodología sugerida por Harvey (1976), donde x es la forma de la variable utilizada y ϕ proviene de la regresión lineal del logaritmo natural (ln) de los residuales de la variable dependiente en función de $ln(x)$.

Para estimar la precisión de la regresión con respecto a la diferencia entre la variable dependiente efectiva y su valor predictivo se usaron el sesgo (\bar{E}) (Prodan *et al.*, 1997; Gadov y Hui, 1999; Castedo y Álvarez, 2000; Diéguez *et al.*, 2003; Corral-Rivas *et al.*, 2007), la raíz del error medio cuadrático ($REMC$) y el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) (Diéguez *et al.*, 2003; Barrio, Álvarez, Díaz y López, 2004; Trincado y Leal, 2006). Un modelo será mejor que otro si presenta un menor valor de \bar{E} y de



TABLA 1. Modelos predictivos del diámetro normal (dn), altura total (h) y volumen del fuste (v) en función del diámetro del tocón (dt) para *A. religiosa* en Tancítaro, Michoacán.

| Relación | Modelo | Tipo | Identificador |
|----------|---|---------------------------------------|---------------|
| $dt-d$ | $d = \beta_0 + \beta_1 dt$ | Lineal | 1 |
| | $d = \beta_0 + \beta_1 dt \left(\frac{1.3}{0.3}\right)^{\beta_2}$ | No lineal | 2 |
| | $d = \beta_0 dt^{\beta_1}$ | Alométrico o potencial | 3 |
| $dt-h$ | $d = \beta_0 + \beta_1 dt$ | Lineal | 4 |
| | $d = \beta_0 + \beta_1 dt^{\beta_2}$ | Alométrico o potencial con ordenada | 5 |
| | $h = \beta_0 e^{\beta_1 \left(\frac{1}{d}\right)}$ | Schumacher exponencial | 6 |
| | $h = \beta_0 + \beta_1 e^{\beta_2 \left(\frac{1}{d}\right)}$ | Schumacher exponencial (con ordenada) | 7 |
| $dt-v$ | $v = \beta_0 dt^{\beta_1}$ | Alométrico o potencial | 8 |

REMC menor, y un mayor valor del R^2_{adj} con respecto a los demás (Diéguez *et al.*, 2003; Barrio *et. al.*, 2004; Trincado y Leal, 2006).

RESULTADOS

Estadísticos básicos de datos observados

En la tabla 2 se observan los estadísticos básicos de los datos utilizados en esta investigación. El intervalo de estudio va de 3 cm a 110 cm para el diámetro de tocón; mientras que de 5 cm a 100 cm, para diámetro normal, alturas entre los 2 m y 38 m y volumen de 0.0010 m³ a 11.1683 m³ por árbol. Se observa que existe una alta variación para las tres variables de acuerdo al coeficiente

de variación, el cual va de 46% para la altura hasta 151% para el volumen. También se presentan los valores promedios y los límites de confianza a 95% para las cuatro variables.

Los datos provenientes de 1745 árboles presentan una tendencia lineal para la relación $dt-d$ (Fig. 2a), tipo cóncava y asíntótica para $dt-h$ (Fig. 2b) y exponencial para $dt-v$ (Fig. 2c) en donde se representan todas las clases diamétricas para árboles individuales (Fig. 2).

Modelo ajustado para el diámetro normal

En la tabla 3 se muestra la estimación de los parámetros del modelo seleccionado, así como sus criterios de bondad de ajuste. El modelo alométrico fue el de mejor ajuste.

TABLA 2. Estadísticos básicos de datos observados para diámetro normal para *A. religiosa* en Tancítaro, Michoacán.

| Variable | Promedio | Máximo | Mínimo | Var | DS | CV | EEM | LS | LI |
|-----------------------|----------|---------|--------|--------|--------|--------|------|--------|--------|
| dt (cm) | 32.43 | 112.00 | 3.00 | 478.86 | 21.88 | 67.48 | 2.54 | 37.50 | 27.35 |
| d (cm) | 28.50 | 99.00 | 3.00 | 416.17 | 20.40 | 71.58 | 2.37 | 33.23 | 23.77 |
| h (m) | 18.31 | 38.00 | 2.00 | 70.99 | 8.43 | 46.02 | 0.98 | 20.26 | 16.35 |
| v (m ³) | 1.1199 | 11.1683 | 0.0010 | 2.8659 | 1.6929 | 151.16 | 0.20 | 1.5124 | 0.7275 |

Var = Varianza, DS = Desviación estándar, CV = Coeficiente de variación, EEM = Error estándar de la media, LS = Límite superior (95%), LI = Límite inferior (95%).

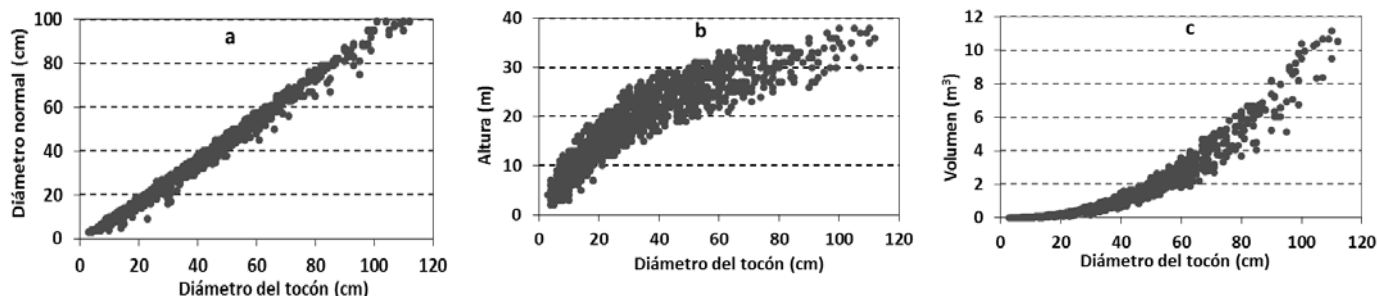


FIGURA 2. Dispersión de datos observados para diámetro normal (a), altura total (b) y volumen (c) para *A. religiosa* en Tancitaro, Michoacán.

Con base en el nivel de significancia de los parámetros de las ecuaciones, se puede inferir que el modelo alométrico es válido para predecir *d* en función de *dt*. El coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) del tercer modelo se considera alto, ya que explica 99.2% de la variación de los datos (Tabla 3).

La ecuación obtenida es: $d = 0.69511dt^{1.063243}$.

El sesgo indica que, para árboles individuales de *A. religiosa*, la ecuación alométrica tiende a subestimar el diámetro (0.003), esto es, a nivel de milésimas de centímetro (Tabla 3), por lo cual, y de acuerdo con la tendencia de las estimaciones hechas con la ecuación (Fig. 3a), es confiable para expresar la relación funcional entre *dt* y *dn*.

TABLA 3. Resultados del ajuste de los modelos para predecir diámetro normal, altura y volumen en función del diámetro del tocón para *A. religiosa* en Tancitaro, Michoacán.

| Relación | Modelo | Gl | Parámetro | Estimador | Pr> t | CME | RCME | R^2_{adj} | \bar{E} |
|-----------------------|------------|-----------|-----------|-----------|---------|---------|-------|-------------|-----------|
| dt-d | Lineal | 1741 | β_0 | -1.61759 | <0.0001 | 3.3858 | 1.84 | 0.991 | -0.01 |
| | | | β_1 | 0.929029 | <0.0001 | | | | |
| | No lineal | 1741 | β_0 | 0.146205 | <0.0001 | 3.1574 | 1.777 | 0.992 | 3.26 |
| | | | β_1 | 1.063238 | <0.0001 | | | | |
| | Alométrico | 1741 | β_0 | 0.69511 | <0.0001 | 3.1684 | 1.78 | 0.992 | 0.003 |
| | | | β_1 | 1.063243 | <0.0001 | | | | |
| dt-h | Lineal | 1742 | β_0 | 6.983711 | <0.0001 | 12.6107 | 3.551 | 0.8224 | 4.935 |
| | | | β_1 | 0.349173 | <0.0001 | | | | |
| | Alométrico | 1742 | β_0 | 2.500387 | <0.0001 | 8.2931 | 2.88 | 0.8832 | 5.085 |
| | | | β_1 | 0.590358 | <0.0001 | | | | |
| | Schumacher | 1742 | β_0 | 36.57514 | <0.0001 | 7.294 | 2.701 | 0.8972 | 5.085 |
| | | | β_1 | -16.8569 | <0.0001 | | | | |
| Schumacher modificado | 1741 | β_0 | 4.592662 | <0.0001 | 6.2851 | 2.51 | 0.935 | 0.004 | |
| | | β_1 | 35.45049 | <0.0001 | | | | | |
| dt-v | Alométrico | 1742 | β_0 | 0.000245 | <0.0001 | 0.0827 | 0.29 | 0.971 | -0.019 |
| | | | β_1 | 2.277200 | <0.0001 | | | | |

GL = grados de libertad, CME = cuadrado medio del error, RCME = raíz del cuadrado medio del error, R^2_{adj} = coeficiente de determinación ajustado, Pr = probabilidad, E = sesgo.

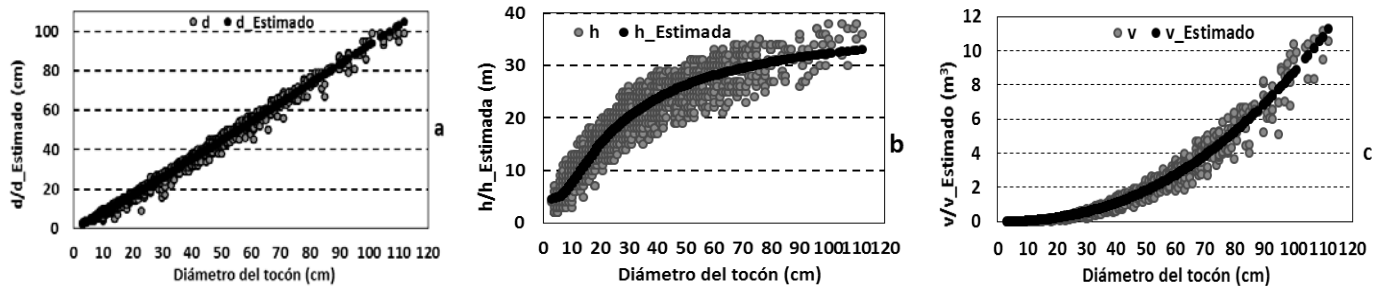


FIGURA 3. Valores predichos vs estimados de diámetro normal, altura y volumen en función del diámetro del tocón para para *A. religiosa* en Tancítaro, Michoacán.

Modelo ajustado para la altura

Los valores de la estimación de los parámetros de la ecuación de Schumacher modificada, a partir de la cual se infiere que es válida para predecir la altura total en función del diámetro del tocón, se muestran en la tabla 3. Este modelo minimiza de mejor forma la raíz del cuadrado medio del error (RCME) y arroja valores bajos, por lo cual hace que el modelo explique con mayor precisión los datos observados.

El valor del coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) fue alto, ya que explica 93.5% de la variación de los datos observados. La ecuación obtenida es:

$$h = 4.592662 + 35.45049 e^{-24.6187 dt^{-1}}$$

Para esta variable, el sesgo indica que, para árboles individuales de *A. religiosa*, la ecuación tiende a subesti-

mar los valores en 0.004 m. Particularmente, se observa que la ecuación tiende a subestimar ligeramente la altura total en los árboles de mayor tamaño (Fig. 3b).

Modelo ajustado para el volumen

Para el volumen, la ecuación alométrica dio buenos resultados, ya que explica con precisión los datos observados. Con base en el nivel de significancia de los parámetros de la ecuación, se infiere que es válida para predecir el volumen en función del diámetro del tocón.

El coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) es alto y explica 97.1% de la variación de los datos (Tabla 3). La ecuación obtenida es: $v = 0.000245dt^{2.277177}$.

En árboles individuales, el sesgo indica que se espera una sobrestimación de 0.019 m³. Sin embargo las estimaciones se apegan adecuadamente a la tendencia de los datos (Fig. 3c).

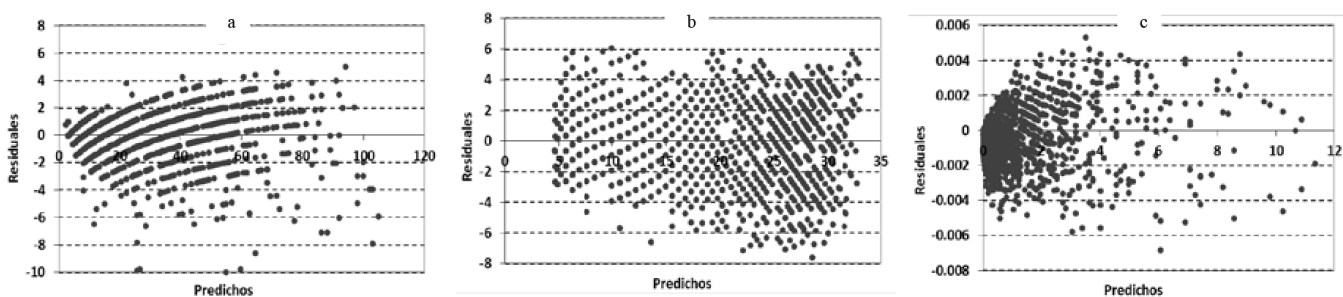


FIGURA 4. Valores predichos vs. residuales de diámetro normal (a), altura (b) y volumen (c) en función del diámetro del tocón para para *A. religiosa* en Tancítaro, Michoacán.

Análisis de residuales

En todos los casos, el estadístico de prueba de Shapiro Wilk tiene valor cercano a 1 ($SW > 0.80$), por lo cual se puede considerar que la distribución de los residuales se aproxima a la normal, semejante a los valores encontrados por Velazco, Madrigal, Vázquez, González y Moreno (2006), Balzarini *et al.* (2008) y Gaillard, Pece, Juárez y Acosta (2014). En las tres gráficas de residuales para las variables no se detectan problemas de heterocedasticidad (Fig. 4 a, b y c).

Uso de las ecuaciones

De datos de inventario se tiene un tocón con un $dt = 60$ cm, y si se requiere determinar cuáles serían su diámetro normal (d), altura total (h) y volumen (v), usando las ecuaciones se puede inferir que el árbol tenía 54.03 cm de d , una h de 28.11 m y un v de 2.7325 m³.

$$d = 0.69511 (60)^{1.063243} = 54.03 \text{ cm}$$

$$h = 4.592662 + 35.45049 e^{-24.6187 (60)^{-1}} = 28.11 \text{ m}$$

$$v = 0.000245 (60)^{2.277177} = 2.743665 \text{ m}^3$$

DISCUSIÓN

Respecto del diámetro normal, los resultados que se obtuvieron con el modelo alométrico explican 99.2% de la variación de los datos y son superiores a los documentados por Alder y Cailliez (1980), quienes expresan que las mejores funciones ajustadas para este tipo de datos pueden tener coeficientes de determinación por arriba de 0.7 y 0.8; mientras que Gujarati (2004) plantea que un modelo es satisfactorio si este valor es alrededor de 0.8. García-Cuevas, Herrera-Ávila, Hernández-Ramos, García-Magaña y Hernández-Ramos (2016) obtuvieron valores similares con diferentes modelos para la misma especie en la zona de estudio. Al igual Quiñonez *et al.* (2012), para especies de *Pinus* y *Quercus* en Durango, México obtuvieron un coeficiente de determinación ajustado de 0.92 empleando la ecuación logarítmica o las ecuaciones exponencial o polinómica obtenidas por García-Cuevas *et al.* (2016) para la misma especie en la zona, quienes obtuvieron coeficientes de determinación de 0.99.

Por su parte, Bava y López (2006) con un modelo logarítmico obtuvieron un coeficiente de determinación de 0.971 para *Nothofagus pumilio* en Tierra del Fuego, Argentina. Lo anterior indica que el diámetro normal es fácil de modelar con diferentes modelos.

La altura total en función del diámetro del tocón es difícil de modelar, tal como lo describen Diéguez *et al.* (2003), los cuales tuvieron limitaciones para ajustar ecuaciones en *Pinus pinaster* Aiton, *P. radiata* D. Don y *P. sylvestris* L. en Galicia, España. Por su parte, Quiñonez *et al.* (2012), al ajustar ecuaciones de este tipo para *Pinus arizonica*, *P. ayacahuite*, *P. durangensis*, *P. leiophylla*, *P. teocote* y *Quercus sideroxyla* en Durango, México, reportaron como mejor modelo el de tipo lineal, con R^2_{adj} entre 0.47 y 0.77 y distribución de residuos que muestran heterocedasticidad, sobreestimación en las primeras categorías de altura y en los valores predichos en algunas especies.

Para el volumen, los resultados obtenidos son similares a los obtenidos por Quiñonez *et al.* (2012), quienes usaron el mismo modelo alométrico en su forma linealizada, o por Diéguez *et al.* (2003) y Corral-Rivas *et al.* (2007), quienes determinaron que este modelo es donde mejores resultados se obtienen para predecir el volumen total en función del diámetro del tocón.

CONCLUSIONES

Para el diámetro normal, la distribución de datos y las ecuaciones indican una tendencia lineal entre las variables de diámetro normal y diámetro del tocón. Mientras que, para la relación del diámetro del tocón y la altura total, se presenta una función cóncava y asintótica; por otro lado, se tiene una relación exponencial para diámetro del tocón-volumen.

Se obtuvieron ecuaciones con buenos ajustes, como el modelo alométrico para estimar el diámetro normal y el volumen, y el modelo de Schumacher para predecir la altura, todos ellos a partir del diámetro del tocón como variable independiente.

La relación diámetro normal, altura y volumen se pudo estimar en función de datos del diámetro del tocón, prove-



nientes de inventarios forestales, obteniendo predicciones confiables que podrán ser aplicadas en la evaluación de prácticas silvícolas o cuantificación de cortas clandestinas.

REFERENCIAS

- Alder, D. y Cailliez, F. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos (Vol. 2)*. Roma, Italia: FAO.
- Barrio, M., Álvarez, J. G., Díaz, I. J. y López, C. A. (2004). Relación altura diámetro generalizada para *Quercus robur* L. en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 18, 141-146.
- Balzarini, M. G., González, L., Tablada, M., Cassanovez, F., Rienzo, J. A. y Robledo, C. W. (2008). *INFOSTAT, Manual del Usuario*. Córdoba, Argentina: Brujas. Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/283491340_Infostat_manual_del_usuario
- Bava, O. y López, P. M. (2006). Predicción del diámetro a la altura de pecho en función de las dimensiones del tocón de árboles de lenga (*Nothofagus pumilio*) en Tierra del Fuego, Argentina. *Quebracho*, 13, 87-92.
- Benítez-Naranjo, J. Y., Rivero-Vega, M., Vidal-Corona, A., Rodríguez-Rodríguez, J. y Álvarez-Rivera, R. C. (2004). Estimación del diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. de la Provincia Camagüey, Cuba. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 10(1), 25-30.
- Castedo, F. y Álvarez, J. G. (2000). Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basado en una función de perfil del tronco. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 9(2), 253-268.
- Corral-Rivas, J. J., Barrio-Anta, M., Aguirre-Calderón, O. A. y Diéguez-Aranda, U. (2007). Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry*, 80(1), 29-40. doi: 10.1093/forestry/cpl048
- Crecente, F., Rojo, A. y Diéguez, U. (2009). A merchantable volume system for *Pinus sylvestris* L. in the major mountain ranges of Spain. *Annals of Forest Science*, 66, 1-12. doi: 10.1051/forest/2009078
- Díaz-Franco, R., Acosta-Mireles, M., Carrillo-Anzures, F., Buendía-Rodríguez, E., Flores-Ayala, E. y Etchevers-Barra, J. D. (2007). Determinación de ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en *Pinus patula* Schl. et Cham. *Madera y bosques*, 13(1), 25-34. doi: 10.21829/myb.2007.1311233
- Diéguez A., U., Barrio, M., Castedo, F. y Balboa, M. (2003). Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 12(2), 131-139.
- Draper, R. y Smith, H. (1981). *Applied regression analysis* (2a. ed). Nueva York: Wiley.
- Gaillard, C., Pece, M., Juárez, M. y Acosta, M. (2014). Modelaje de la biomasa aérea individual y otras relaciones dendrométricas de *Prosopis nigra* Gris. en la provincia de Santiago del Estero, Argentina. *Quebracho*, 22(1), 17-29.
- Gadow, K. V. y Hui, G. (1999). *Modelling forest development*. Dordrech, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- García, E. (1998). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana)* (3a ed.). México, D.F. Offset.
- García-Cuevas, X., Herrera-Ávila, V., Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J. y Hernández-Ramos, A. (2016). Ecuaciones para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. et Cham. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 7(37), 95-103.
- Gujarati, N. (2004). *Econometría* (4a ed.). México, D. F.: McGraw-Hill Interamericana Editores.
- Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica*, 44, 461-465.
- Huang, S. (2002). Validating and localizing growth and yield models: procedures, problems and prospects. Documento presentado en *IUFRO Workshop on Reality, Models and Parameter Estimation: The Forestry Scenario*. Sesimbra, Portugal.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática [Inegi] (1985). *Síntesis geográfica del estado de Michoacán (Anexo cartográfico)*. México, D.F.: Inegi.

- Kiviste, A., Álvarez, J. G., Rojo, A. y Ruíz, A.D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Madrid, España: Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria.
- López, C. A., Gorgoso, J., Castedo, F., Rojo A., Rodríguez, R., Álvarez, J. G. y Sánchez, F. (2003). A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science*, 60, 237-245. doi: 10.1051/forest: 2003015
- Martin, J. G., Kloeppe, D., Schaefer, L., Kimbler, L. y McNulty, G. (1998). Aboveground biomass and nitrogen allocation of ten deciduous southern Appalachian tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 28, 1648-1659. doi: 10.1139/cjfr-28-11-1648
- Martínez-López, L. y Acosta-Ramos, A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70. doi: 10.21829/myb.2014.201176
- Návar-Cháidez, J., Rodríguez-Flores, F. J. y Domínguez-Caballero, P. A. (2013). Ecuaciones alométricas para árboles tropicales: Aplicación al inventario forestal de Sinaloa, México. *Agronomía Mesoamericana*, 24(2), 347-356. doi: 10.15517/am.v24i2.12534
- Navarro, M.S., Torres, L., Cano, A., Valencia, S. y Cornejo, H. (2000). Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus cembroides* Zucc., en el Sureste de Coahuila. *Foresta-AN. Nota Técnica No. 3 UAAAN*. Saltillo, Coahuila. 16 p.
- Picos, J. y Cogolludo, M.Á. (2008). *Apuntes de Dasometría*. Pontvedra, España: Escola Universitaria de Exeñería Técnica Forestal-Universidad de Vigo.
- Pompa-García, G. M., de los Santos, H., Zepeda, M. y Corral, J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 45, 379-387.
- Prodan, M. (1968). *Forest biometrics*. Oxford: Pergamon.
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F. y Real, P. (1997). *Mensura forestal*. Serie de investigación y evaluación en desarrollo sostenible. San José, Costa Rica: IICA, GTZ.
- Quiñonez, G., Cruz, F., Vargas, B. y Hernández, F. J. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3(9), 23-39.
- Raile, G. (1977). *Estimating D.B.H. from stump dimensions*. USDA For. Ser. Res. General Technical Report, 48, 30-33.
- SAS Institute Inc. (1992). *SAS/STAT User Guide* (Versión 6.03) [Software de cómputo] Cary, NC. EUA: SAS Institute Inc.
- Schumacher, F. X. (1939). A new growth curve and its application to timber-yield studies. *Journal of Forestry*, 37, 819-820.
- Trincado, G. y Leal, C. (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34. doi: 10.4067/S0717-92002006000100003
- Velazco, E., Madrigal, S., Vázquez, I., González, A. y Moreno, F. (2006). *Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pinos. Libro técnico No. 1*. México D. F.: Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias.
- Zamudio S., F. J. y Ayerde L, D. (1997). Modelos de crecimiento. *Revista Chapingo*. Serie Ciencias Forestales, 3(1), 79-87.
- Zepeda, B. M. (1990). *Predictor de rendimientos maderables probables de Pinus patula Schiede y Deppe., de Perote, Ver.* (Tesis de maestría no publicada), Colegio de Postgraduados. Montecillo, México.

Manuscrito recibido el 28 de febrero de 2017.

Aceptado el 19 de junio de 2017.

Este documento se debe citar como:

García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J., Hernández-Ramos, A., Herrera-Ávila, V., González-Peralta, A. y Garfias-Mota, E. J. (2017). Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón. *Madera y Bosques*, 23(3), 61-70. doi: 10.21829/myb.2017.2331528