

## **Redes neuronales artificiales: efecto asimetría y curtosis en la evaluación de portafolios de inversión**

*Artificial Neural networks: asymmetry effect and curtosis in the evaluation  
of investment portfolios*

*Redes neurais artificiais: efeito de assimetria e curtose na avaliação de  
carteiras de investimento*

**Lilia Alejandra Flores Castillo**

Universidad Tecnológica de la Mixteca, México

[floresaly22@hotmail.com](mailto:floresaly22@hotmail.com)

**Martín Carlos Ramales Osorio**

Universidad Tecnológica de la Mixteca, México

[mramales2000@yahoo.com.mx](mailto:mramales2000@yahoo.com.mx)

### **Resumen**

El nivel de incertidumbre hace cada vez más difícil diversificar el riesgo, por lo que se requieren estrategias de inversión que apoyen la toma de decisiones. El objetivo de la investigación es evaluar modelos de selección de portafolios considerando la media, la varianza, la asimetría y la curtosis como parámetros de decisión de inversión. Metodológicamente se parte del pronóstico de rendimientos de activos financieros, utilizando redes neuronales artificiales para construir un portafolio óptimo mediante la técnica de optimización multiobjetivo; finalmente se observan los cambios en el rendimiento del portafolio. Se utilizan datos de acciones que cotizan en mercados bursátiles de México, Argentina, Brasil, Chile, Perú y Colombia. Los resultados validan la capacidad predictiva de una red neuronal, en la aplicación del pronóstico de los rendimientos de



activos financieros. Los portafolios que se conformaron que incluyen la media, la varianza, la asimetría y la curtosis muestran un mayor rendimiento, en comparación con el modelo de Markowitz; asimismo, queda explícito que existe una mayor probabilidad de obtener rendimientos positivos. Se concluye que mediante la técnica de optimización multiobjetivo empleada es posible obtener portafolios óptimos, al incluir los momentos altos de la distribución de los rendimientos de los activos que conforman el portafolio de inversión, representando este modelo una estrategia para el inversionista.

**Palabras clave:** estrategias de inversión, momentos estadísticos, optimización multiobjetivo, portafolio de inversión, redes neuronales artificiales.

### **Abstract**

The level of uncertainty makes it increasingly difficult to diversify risk, and in this context investment strategies are required to support decision making. The objective of the research is to evaluate portfolio selection models considering the mean, variance, asymmetry and kurtosis as investment decision parameters. Methodologically based on the prediction of yields of financial assets, using artificial neural networks to build an optimal portfolio through multiobjective optimization technique; finally, changes in portfolio performance are observed. Stock data are traded on stock markets in Mexico, Argentina, Brazil, Chile, Peru and Colombia. The results validate the predictive capacity of a neural network, in the application of the forecast of the returns of financial assets. The portfolios that were formed that include the mean, the variance, the asymmetry and the kurtosis show a greater yield, in comparison with the model of Markowitz; also it is explicit that there is a greater probability of obtaining positive yields. It can be concluded that by means of the multiobjective optimization technique used it is possible to obtain optimal portfolios by including the high moments of the distribution of the yields of the assets that make up the investment portfolio, this model representing a strategy for the investor.

**Key words:** investment strategies, statistical moments, multiobjective optimization, investment portfolio, artificial neural networks.

## Resumo

O nível de incerteza torna cada vez mais difícil diversificar o risco, razão pela qual as estratégias de investimento são necessárias para apoiar a tomada de decisões. O objetivo da pesquisa é avaliar modelos de seleção de portfólio considerando a média, variância, assimetria e curtose como parâmetros de decisão de investimento. Metodologicamente, baseia-se na previsão de retornos sobre ativos financeiros, usando redes neurais artificiais para construir um portfólio ideal através da técnica de otimização multi-objetivo; Finalmente, são observadas mudanças no desempenho do portfólio. Os dados de estoque que são cotados em mercados de ações do México, Argentina, Brasil, Chile, Peru e Colômbia são usados. Os resultados valem a capacidade preditiva de uma rede neural, na aplicação da previsão do retorno sobre ativos financeiros. As carteiras que foram formadas que incluem a média, a variância, a assimetria e a curtose apresentam maior desempenho, em comparação com o modelo de Markowitz; Da mesma forma, é explícito que existe uma maior probabilidade de obtenção de retornos positivos. Conclui-se que, utilizando a técnica de otimização multi-objetivo utilizada, é possível obter carteiras ótimas, incluindo os momentos altos da distribuição dos retornos dos ativos que compõem o portfólio de investimentos, representando este modelo como estratégia para o investidor.

**Palavras-chave:** estratégias de investimento, momentos estatísticos, otimização multiobjetivo, portfólio de investimentos, redes neurais artificiais.

**Fecha Recepción:** Septiembre 2016

**Fecha Aceptación:** Enero 2017

## Introducción

En un entorno de globalización económica el impulso de la liberación de los sistemas financieros ha generado la disminución de las barreras para la circulación de los capitales financieros, comerciales y productivos; a tal grado que el desarrollo de nuevos sistemas electrónicos de comunicaciones y métodos de proceso de información facilitan una mayor cantidad de transacciones financieras entre los diversos países en el mundo. La dinámica económica descrita hace que los inversionistas busquen alternativas para colocar recursos en diversos mercados bursátiles. Generalmente, invierten en activos financieros como acciones, bonos, monedas, derivados, bienes raíces, materias primas (commodities), entre otros. Sin embargo, es necesario considerar el riesgo que existe cuando los mercados financieros están integrados. Por ejemplo, al no existir una estabilidad macroeconómica, en algunos países puede generarse una inestabilidad financiera y, con ello, un ambiente de incertidumbre en mercados de capitales globales.

Este marco de incertidumbre financiera hace imprescindible realizar una eficiente administración de los recursos; por lo tanto, es importante el desarrollo de nuevos modelos de evaluación financiera que coadyuven en la optimización de la gestión del capital.

La administración de portafolio parte del concepto de diversificación; el objetivo es combinar diferentes instrumentos para disminuir el riesgo dado un nivel de rendimiento. Para que sea válido este criterio, es necesario que los rendimientos de los activos sigan una distribución normal. No obstante, Fama (1965) y Mandelbrot (1963) concluyen que este supuesto no se cumple en la mayoría de las series financieras.

En el proceso de selección de un portafolio de inversión el referente clásico es la teoría de portafolio del premio Nobel de Economía Harry Markowitz, la cual considera como criterio de selección de activos riesgosos a la media y la varianza. No obstante, existen diferentes enfoques que se han desarrollado para cuantificar el riesgo en un portafolio de inversión, por ejemplo: a) el método de valoración delta, el cual trata de estimar la variación del valor de un portafolio con una medida de sensibilidad de los factores de riesgo; b) el valor en

riesgo, que mide la posible pérdida máxima esperada durante un determinado intervalo de tiempo; y c) los modelos econométricos, como los modelos GARCH, para pronosticar volatilidades. Es tarea de los especialistas en el tema generar modelos alternativos de evaluación de activos financieros que se adecuen a las necesidades de las condiciones actuales en términos económicos y financieros.

El objetivo de esta investigación consiste en evaluar un modelo de selección de portafolio que sirva de referente para la toma de decisiones eficientes al momento de invertir. Surge entonces la pregunta: ¿Un modelo de selección de portafolio que incluya la media, varianza, asimetría y curtosis como parámetro de decisión logrará incrementar el rendimiento del portafolio? Demostrar que la implantación de un modelo de optimización que incluya los momentos altos de la distribución de los activos permitirá obtener portafolios óptimos con rendimientos más altos, representando este modelo una estrategia para el inversionista, es la hipótesis que guía la evidencia empírica en esta investigación.

Al ser el rendimiento de los activos financieros un indicador del desempeño de una inversión, es importante conocer su comportamiento futuro, con la finalidad de proporcionar mayor información al inversionista de tal forma que se tenga más elementos en la toma de decisiones de inversión. Es por ello que la primera fase de este trabajo parte del pronóstico de los rendimientos de las acciones con redes neuronales artificiales y en una segunda fase a partir de este pronóstico se construye el portafolio óptimo y se observan los cambios al incluir los cuatro parámetros estadísticos. Para tal propósito se utilizan los datos diarios de acciones que cotizan en el mercado bursátil de México, Argentina, Brasil, Chile, Perú y Colombia.

### **Administración y evaluación de portafolios de inversión**

Actualmente la economía del mundo es afectada por diversos factores sociales y políticos, lo cual repercute directa e indirectamente en las utilidades de los empresarios. Ante este contexto los empresarios se ven en la necesidad de buscar medios alternos de ingresos que representen liquidez para la empresa en una situación desfavorable. Willmer (2015) afirma que aun cuando el riesgo es inherente a las actividades de inversión en acciones y la

rentabilidad esperada depende del grado de riesgo, es indispensable incluir modelos de decisión más elaborados que abandonen los métodos tradicionales basados en la intuición y la experiencia.

En mercados en vías de desarrollo, la aplicación de estos modelos se convierte en un tema vital debido a la inestabilidad de las variables económicas y al temor que genera entre los inversionistas el no poder materializar los rendimientos deseados. Las inversiones, a decir de Gitman (2009), son esencialmente cualquier instrumento en el que se depositan fondos con la expectativa de que genere ingresos positivos y/o conserve o aumente su valor. La diversidad de inversiones otorga la oportunidad de crear portafolios de inversión, definidos por Martínez y Perozo (2010) como un conjunto de instrumentos, cuyo objetivo es obtener un buen rendimiento minimizando el riesgo. Esta técnica de selección de instrumentos se conoce como la Teoría Moderna de Portafolios y es también definido como “un compendio de todas las inversiones, que puede incluir dinero en efectivo, a la vista, de corto y largo plazo. Este portafolio puede tener activos tanto de renta fija, como de renta variable” (México Bursátil, 2012).

Medina (2003) afirma que la teoría del portafolio considera que en las decisiones de inversión solo se tienen en cuenta el retorno esperado y el riesgo. El primer momento de la distribución del retorno es usado como estimación del retorno esperado, y la varianza (o la desviación estándar) del retorno es empleada como medida del riesgo. En el área financiera, la desviación estándar es conocida como la volatilidad. Por su parte, Gitman (2009) propone los siguientes pasos para realizar las inversiones: (1) cumplir con los prerequisites de inversión; (2) establecer las metas de inversión; (3) adoptar un plan de inversión; (4) evaluar los instrumentos de inversión; (5) seleccionar las inversiones apropiadas; (6) crear una cartera diversificada y (6) administrar la cartera.

Administrar la cartera tiene como objetivo principal medir el comportamiento real de las inversiones con relación al desempeño esperado. Esta variación entre el comportamiento real y el comportamiento esperado se denomina riesgo. Moyer *et al.* (2005) señala que el riesgo del portafolio, en general, depende de cada uno de los activos que conforman dicho

portafolio. Por tanto, la administración financiera se refiere al uso adecuado del dinero, se enfoca al trabajo coordinado para mejorar adecuadamente los recursos financieros. Robles (2012) argumenta que los administradores financieros deben realizar análisis de los activos que simbolizan productividad y de los indicadores financieros donde se demuestre que se deben realizar las inversiones para generar mayores tasas de rendimiento y disminuyendo el riesgo financiero. Al llevar una administración adecuada de los portafolios de inversión se obtiene la diversificación, la cual tiene como principal objetivo la reducción del riesgo que, como afirma Wachowicz y James (2002), se logra siempre y cuando los valores no estén correlacionados de manera perfecta y positiva.

Otro beneficio de la administración de portafolios es que las etapas del proceso administrativo (planeación, organización, dirección y control) sirven como barrera protectora ante diferentes escenarios previamente analizados. Por otro lado, Pinedo (2015) afirma que la administración de portafolios se basa en la selección adecuada de estrategias a aplicar sobre predicciones de la volatilidad de las variables financieras y económicas. Por ello, es de suma importancia llevar a cabo el proceso administrativo para la creación y seguimientos de los portafolios de inversión, ya que llevando el proceso de una manera adecuada se podrán obtener mayores beneficios económicos y una reducción de pérdidas. Esto anticipando los hechos que se puedan presentar en el mercado bursátil.

### **Asimetría y curtosis en la selección de portafolio de inversión**

Como se ha dicho anteriormente, es trascendental implementar estrategias de inversión que disminuyan el riesgo y maximicen las ganancias; por ello, en este apartado se menciona la importancia de incluir la asimetría y la curtosis en la selección de activos como estrategia de inversión y forma alternativa de administrar un portafolio. El tema de la incorporación de la asimetría en la selección de un portafolio de inversión ha sido analizado por Samuelson (1970), Konno y Suzuki (1995), Chunnachinda, Dandapani, Hamid, y Prakash (1997), Lai (1991), Leung, Daouk y Chen (2001), Li, Qin y Kar (2010), Kemalbay, özkut y Franco (2011) y Solgi, Bayat y Abbasi (2017), quienes consideran que las series de los rendimientos no siguen una distribución normal y, dada esta particularidad, es necesario



que los inversionistas incorporen la asimetría como parámetro de decisión a la hora de seleccionar un activo de inversión.

Además, es importante seleccionar aquel que muestre asimetría positiva porque, al incrementar la asimetría, aumenta la probabilidad de rendimientos positivos y decrece la probabilidad de rendimientos negativos; en el caso de asimetría negativa sucede todo lo contrario. En consideración a la curtosis, Mandelbrot (1963) y Mandelbrot y Taylor (1967) enfatizaron que es importante estudiar el exceso de curtosis en los datos financieros, a causa de que podría generarse el fenómeno de colas pesadas. De igual forma, al tener en cuenta el exceso de curtosis, Lai, Yu y Wang (2006), Maringer y Parpas (2009) y Kemalbay, Özkut y Franko (2011) sugirieron que un valor positivo y alto de curtosis indica que la distribución de los rendimientos es leptocúrtica y exhibe colas pesadas; por lo tanto, se presenta una frecuencia más alta de resultados en los extremos negativos y positivos de la curva de la distribución. Lo que implica que existe mayor probabilidad de obtener observaciones muy alejadas de la media y se puede presentar en el mejor de los casos mayor probabilidad de que se presenten grandes ganancias o, en caso contrario, grandes pérdidas en una inversión y, por lo tanto, mayor volatilidad; por ello, es preferible minimizar el valor de la curtosis. Se debe asumir entonces que es importante la incorporación de los cuatro momentos de la distribución de los rendimientos de un activo de inversión en la selección de un portafolio.

### **Redes neuronales artificiales**

El estudio sobre el tema de redes neuronales artificiales toma importancia a partir de que representa una herramienta útil que permite la solución de problemas no lineales; están clasificadas dentro de los modelos no paramétricos; el aprendizaje se basa en determinar la relación que existe entre los datos de entrada y los datos de salida. La base teórica que sustenta la aplicación de redes neuronales se conforma con las aportaciones de McCulloch y Pitts (1943), que lograron establecer una relación entre la estructura y la función de la actividad neuronal; esta primicia les permitió diseñar una red artificial con una estructura simple caracterizada por dispositivos binarios con umbrales fijos; Rosenblatt (1961) y



Stark, Okajima y Whipple (1962) con el aprendizaje competitivo; Widrow (1962) presentó una red formada solo por una neurona, la regla del madaline que cuenta con múltiples elementos de adaptación; Werbos (1974) diseñó el algoritmo de propagación hacia atrás; Grossberg (1976) desarrolló la teoría de la resonancia adaptativa que representa un modelo para identificar patrones; Hopfield (1982) presentó el algoritmo de Hopfield, que es una continuación del trabajo de Hebb (1949); Rumelhart, Hinton y Williams (1985) incorporaron elementos no lineales en la función de activación sigmoide de las neuronas después de que se logró la generalización del algoritmo de entrenamiento para incorporar múltiples capas.

Las redes neuronales se han aplicado a la clasificación, identificación de patrones, codificación y simulación de información. La aplicación más conocida en finanzas de una red neuronal artificial es la identificación de patrones de comportamiento de variables económicas y financieras con la finalidad de realizar un pronóstico de las mismas. La estructura principal que tiene una red neuronal que se utiliza para el pronóstico, es el perceptrón multicapa; dicha arquitectura consiste en una capa de entrada, una capa oculta y una capa de salida. La capa de entrada permite introducir la información que alimenta la red, y el número de neuronas en esta capa se define por el número de variables independientes que explican el comportamiento de la variable dependiente. En la capa oculta es donde se inicia el proceso de entrenamiento de la red, tiene una regla de propagación entre neuronas y una función de activación para cada neurona. La capa de salida se asume lineal y se calcula como la combinación lineal de la respuesta de cada una de las neuronas de la capa oculta, que representa el pronóstico de la variable dependiente.

## **2. Método**

En este estudio se adoptó un tipo de investigación descriptiva con un enfoque cuantitativo. Para la conformación de los portafolios hipotéticos se utilizó información de los precios de cierre de acciones que cotizan en diversas Bolsas de Valores en América Latina, con periodicidad diaria. Las acciones seleccionadas son CAP (Chile), CASAGRC1 (Perú), ISA (Colombia), BMA (Argentina), CPLE3 (Brasil), GrumaB (México), AsurB (México),

GAPB (México), Pe&oles (México), Pinfra (México); la información fue obtenida de la base de datos de Economica. El horizonte de tiempo que se consideró comprende información desde el 03 de enero de 2012 al 15 de febrero del 2017. Se estandarizaron las series al eliminar los días en que no hay operación bursátil; los rendimientos se obtuvieron al aplicar logaritmo natural del precio de las acciones  $R_t = \ln (P_t / P_{t-1})$ . Como instrumento de análisis se asumieron como referencia los principios fundamentales de la teoría del portafolio de inversión implementada por Harry Markowitz (1952), así también se utilizó estadística descriptiva y el método matemático de optimización multiobjetivo.

Respecto al procedimiento que se siguió en la investigación este consistió en una primera fase en incluir el comportamiento futuro de los rendimientos de los activos financieros. Se realizó el pronóstico de los rendimientos de las acciones que se consideran en el portafolio de inversión utilizando una red neuronal artificial no lineal autoregresiva con entrada exógena, para lo cual se siguió la metodología definida por Kaastra y Boyd (1996): 1) selección de la variable a pronosticar; 2) recolección de la muestra; 3) procesamiento de los datos; 4) entrenamiento de la red, prueba dentro de la muestra y validación fuera del conjunto muestral; 5) identificación de las capas ocultas, número de neuronas, número de salidas de la red y función de transferencia; 6) establecer el criterio de evaluación; 7) identificar el número de iteraciones de entrenamiento al definir la tasa de aprendizaje y la 8) implementación de la red.

Para realizar el pronóstico de los rendimientos de los activos financieros, la topología de la red que se utilizó en el pronóstico fue un perceptrón multicapa no lineal autoregresivo con entradas exógenas (NARX), recomendado en los trabajos realizados por Chaudhuri y Ghosh (2016), en el que se realiza un pronóstico del tipo de cambio rupia de la India/ dólar; Hayes y Prodanovic (2016), quienes obtuvieron el pronóstico de la demanda de energía con la finalidad de mejorar la planificación y suministro de la misma; y de Hatata y Eladawy (2017), que al pronosticar la presencia de armónicos en la energía eléctrica que afectan la calidad de la energía en sistemas eléctricos de baja tensión en el Oeste de Egipto, identificaron que este tipo de red es altamente eficiente en el pronóstico y tiene la



capacidad de ser entrenada para realizar el pronóstico de una serie de tiempo dado los valores pasados de la misma.

Se entrenó la red bajo la directriz de un aprendizaje supervisado. En el proceso de entrenamiento de la red se le presentó un vector de patrones de entrada (conformado por números aleatorios) y un vector con los valores objetivos que en este caso fueron los rendimientos históricos de cada uno de los activos. El entrenamiento de la red se generó mediante el algoritmo de propagación hacia atrás Levenberg-Marquardt, algoritmo de optimización que permitió alcanzar con mayor rapidez un mínimo global y obtener los pesos que minimizan el error de ajuste.

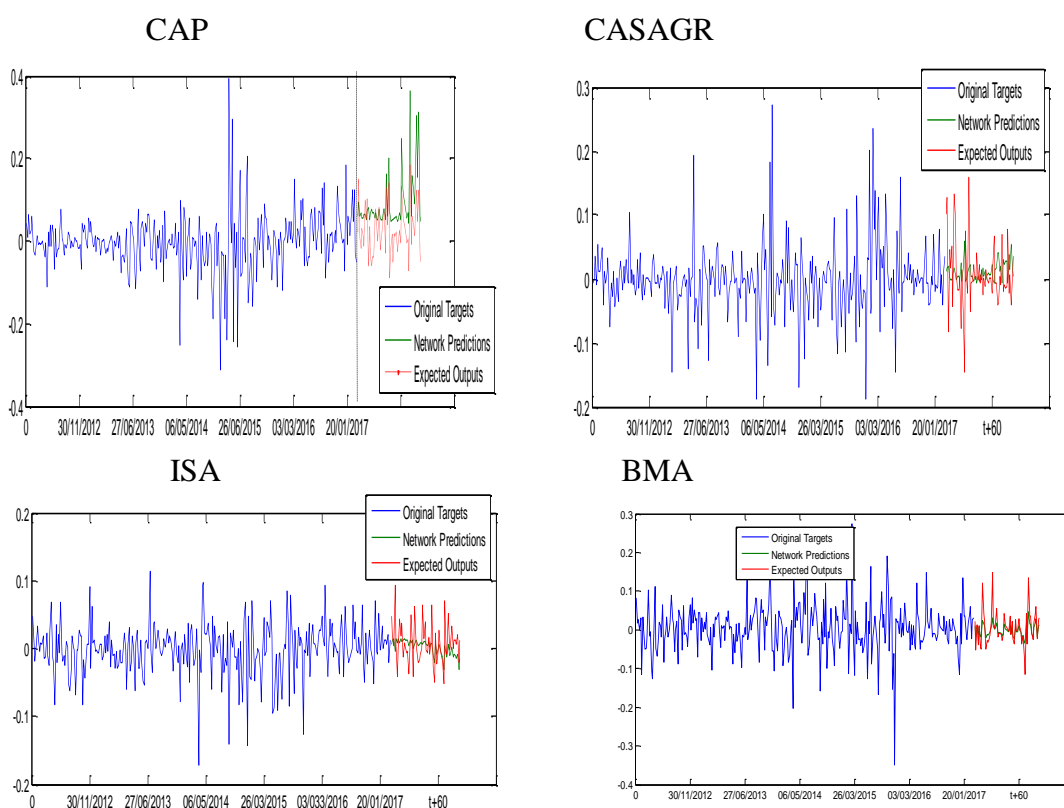
Se comparó el vector de entrada con el vector objetivo y se obtuvo el error mediante mínimos cuadrados. El error se propagó hacia atrás por toda la red; se ajustó el valor de los pesos en función del error generado. Se consideraron diferentes valores para el número de neuronas en la capa oculta y en el número de rezagos incluidos en la estructura de la red y a partir de un proceso iterativo de ensayo-error; este procedimiento se repitió una y otra vez hasta que el error se minimizó y se alcanzó el mejor desempeño de la red. Los datos de entrada se dividieron aleatoriamente en tres submuestras: 70% se utiliza en la fase de entrenamiento, 15% en la validación y medición de la generalización del comportamiento de la red neuronal y 15% para evaluación fuera de la muestra. Con base en la fase de entrenamiento de la red se determinó que la estructura de red que minimiza el error es la que considera 60 rezagos y ocho neuronas en la capa oculta. Lo que indica una mejor capacidad predictiva, en relación con las demás estructuras de red diseñadas. Una vez determinada la estructura de la red, se pronosticaron 60 valores hacia adelante.

En una segunda fase se utilizaron los rendimientos estimados para obtener el portafolio óptimo, que se obtuvo al plantear un problema de optimización multiobjetivo, en donde la función objetivo correspondió a un polinomio que incorporó los objetivos individuales que se satisficieron de forma simultánea, y de forma adicional se incorporaron las preferencias del inversionista.

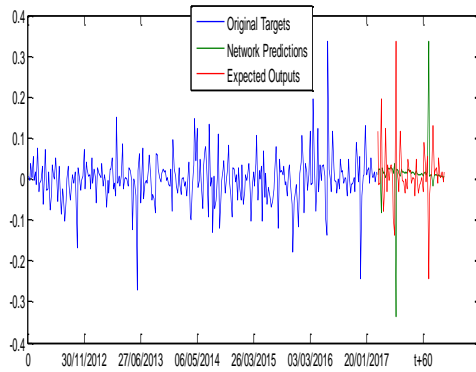
### 3. Resultados

Como primer resultado se tiene el pronóstico de los rendimientos de las acciones. El pronóstico estimado del rendimiento de cada uno de los activos financieros se muestra a continuación en la Figura 1.

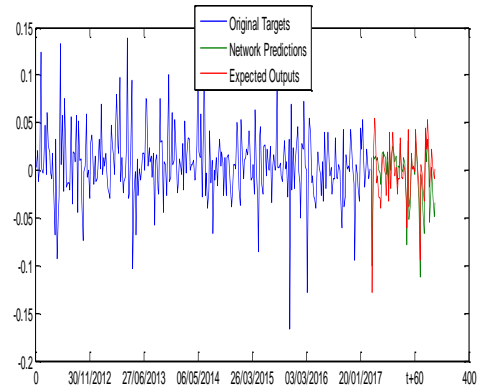
**Figura 1.** Pronóstico de los rendimientos de los activos financieros.



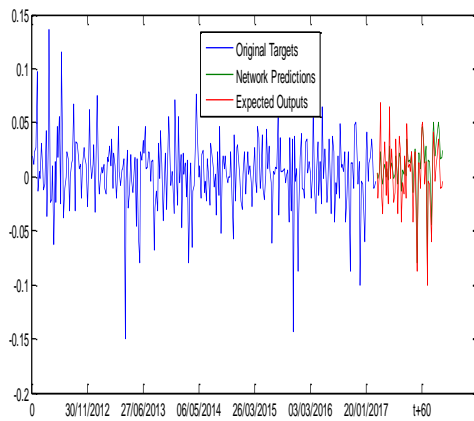
CPLE3



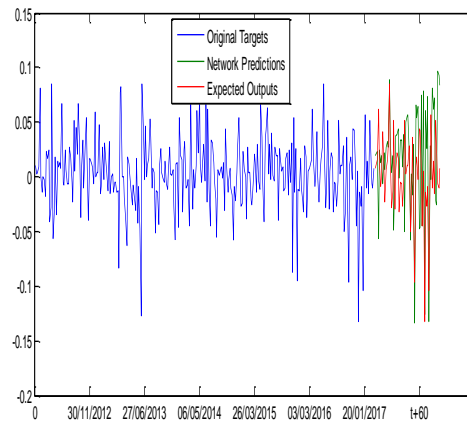
GRUMA B



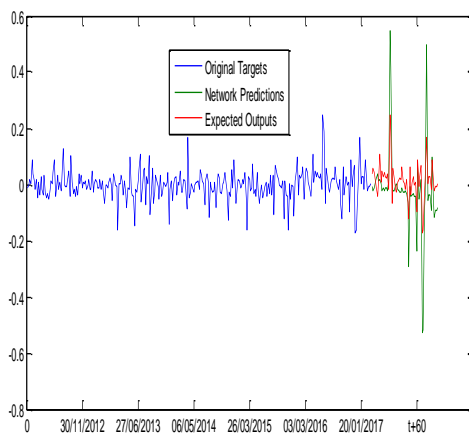
ASURB



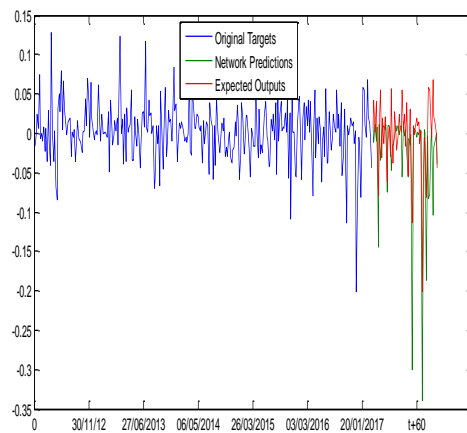
GAPB



PEÑALES



PINFRA



Fuente: elaboración propia con datos de Economática.

En la Figura 1 se observa que el pronóstico dentro de la muestra para cada uno de los activos se ajusta bien a los valores objetivos (representado por la línea azul); sin embargo, una vez que el pronóstico se evalúa fuera de la muestra, el pronóstico  $t + 60$  (representado por la línea verde) sigue la tendencia de los datos reales pero presenta cierto margen de error. Lo anterior evidencia la capacidad predictiva de una red neuronal y coincide con los resultados reportados por Villada, Muñoz y García-Quintero (2016) quienes valoraron dicha capacidad predictiva en el caso del precio del oro en periodos de alto estrés financiero, al considerar la crisis hipotecaria de los Estados Unidos en el 2008 y determinaron que una red neuronal es capaz de predecir con un mínimo de error el precio del oro.

En el caso de Serpa, Muguértégui y Beteta *et al.* (2016), al comparar el pronóstico de ventas utilizando los métodos de series de tiempo, la regresión lineal y el modelo de RNA, confirmaron que una red neuronal tiene mayor precisión en el pronóstico frente a los modelos de series de tiempo y regresión lineal.

A continuación se define una estrategia de inversión con base en el pronóstico obtenido mediante la red neuronal. La construcción del portafolio eficiente se llevó a cabo dando solución a un problema de optimización multiobjetivo, mediante el cual se determina la proporción de riqueza que se debe invertir en cada activo del portafolio. La optimización multiobjetivo es la técnica que busca satisfacer de forma simultánea un conjunto de objetivos de manera que en conjunto se encuentre la mejor solución. Se parte de los principios fundamentales de la teoría del portafolio desarrollada por Harry Markowitz basando las decisiones de inversión en el riesgo y rendimiento de los activos financieros y extendiéndose al considerar tanto la asimetría y la curtosis como parámetros de decisión. La Tabla 1 muestra el valor de los momentos estadísticos para cada uno de los activos financieros.

**Tabla 1.** Parámetros estadísticos de los activos financieros

	<i>Rendimiento</i>	<i>Desvest</i>	<i>Asimetría</i>	<i>Kurtosis</i>
CAP	0.32%	0.03	0.97	3.72
CASAGR	169.11%	0.55	0.57	0.94
ISA	62.62%	0.27	-0.05	1.47
BMA	35.29%	0.41	0.29	2.27
CPLE3	89.86%	0.57	-0.10	3.80
GRUMAB	-2.56%	0.33	-0.06	0.97
ASURB	19.26%	0.34	0.32	3.46
GAPB	8.13%	0.35	-0.07	3.46
PEÑOLES	95.64%	0.51	-0.38	2.48
PINFRA	-21.66%	0.39	-0.70	4.45

Fuente: elaboración propia con datos de Economatca.

A partir del pronóstico obtenido para cada uno de los activos se determinó la media, la varianza, la asimetría y la kurtosis, parámetros considerados en este trabajo para la toma de decisión de los inversionistas en el portafolio de inversión.

En referencia a la Tabla.1 el análisis estadístico describe que los activos que presentan rendimiento negativo son GrumaB (México) y Pinfra (México), mientras que los que presentan mayor varianza son CASAGRC1 (Perú), Pe&oles (México) y CPLE3 (Brasil). Los que tienen mayor probabilidad de obtener rendimientos negativos de acuerdo con el parámetro de asimetría son ISA (Colombia), CPLE3 (Brasil), GrumaB (México), GAPB (México), Pe&oles (México) y Pinfra (México). Lo concerniente a la kurtosis se muestra que cada uno de los activos presenta un valor de kurtosis diferente al que caracteriza una distribución normal, siendo Pinfra (México) el que presenta un exceso de kurtosis. La metodología de optimización multiobjetivo parte de la obtención de los momentos estadísticos del portafolio. La forma en que se obtienen cada uno de ellos se expresa en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Rendimiento del portafolio, } R(w) = W^T R \quad (1)$$

$$\text{Varianza del portafolio, } V(w) = W^T \Sigma W \quad (2)$$

$$\text{Asimetría del portafolio, } S(w) = E[W^T (\tilde{R} - \bar{R})^3] \quad (3)$$

$$\text{Kurtosis del portafolio, } K(w) = E[W^T (\tilde{R} - \bar{R})^4] \quad (4)$$

Donde  $W^T$  indica al vector transpuesto de los pesos de las posiciones del portafolio,  $R$  el rendimiento del activo y  $\Sigma$  define la matriz de varianza covarianza para los rendimientos de  $n$  activos. El siguiente paso es optimizar de forma individual cada uno de parámetros.

$$\text{Maximizar } R = W^T R$$

$$\text{Minimizar } V = W^T \Sigma W$$

$$\text{Maximizar } S = E[W^T(\tilde{R} - \bar{R})]^3$$

$$\text{Minimizar } K = E[W^T(\tilde{R} - \bar{R})]^4 \quad \text{Sujeto a } W^T I = 1, W \geq 0 \quad (5)$$

Para el portafolio hipotético se tiene que  $R^* = 3.05$ ,  $V^* = 0.001$ ,  $S^* = 0.59$  y  $K^* = 2.03$ ;  $M^*$ ,  $V^*$ ,  $S^*$  y  $K^*$  representan el mejor escenario o los niveles deseados, para la media, la varianza, la asimetría y la curtosis. La estructura de la función que se minimiza mediante la optimización multiobjetivo considera la desviación de los parámetros de los valores de las funciones individuales  $R(w)$ ,  $V(w)$ ,  $S(w)$ ,  $K(w)$  respecto a  $R^*$ ,  $V^*$ ,  $S^*$  y  $K^*$ . La función se enriquece al adicionar las preferencias de los inversionistas en relación con cada objetivo; se utilizan los multiplicadores  $\lambda$  para establecer las preferencias del inversionista sobre la media, varianza y asimetría de los rendimientos (Leung, Daouk y Chen, 2001; Kemalbay, Özkut y Franco, 2011):

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \left| \frac{d_1}{M^*} \right|^{\lambda_1} + \left| \frac{d_2}{V^*} \right|^{\lambda_2} + \left| \frac{d_3}{S^*} \right|^{\lambda_3} + \left| \frac{d_4}{K^*} \right|^{\lambda_4} \\ \text{s.t. } & W^T R + d_1 = M^* \\ & W^T \Sigma W + d_2 = V^* \\ & E[W^T(\tilde{R} - \bar{R})]^3 + d_3 = S^* \\ & E[W^T(\tilde{R} - \bar{R})]^4 + d_4 = K^* \\ & W^T I = 1, W \geq 0, d_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

La solución del problema de optimización se logra al minimizar la función multiobjetivo, de tal forma que se determina la cantidad que se debe adquirir de cada activo; consecuentemente se obtiene el portafolio óptimo.



**Tabla 2.** Composición de los pesos del portafolio.

	<b>1,1,0,0</b>	<b>1,1,1,0</b>	<b>1,1,1,1</b>
CAP	9.15%	15.30%	0.00%
CASAGR	8.49%	10.62%	18.92%
ISA	45.72%	38.99%	43.79%
BMA	10.42%	12.40%	2.06%
CPLE3	0.00%	0.00%	0.00%
GRUMAB	20.04%	17.50%	35.23%
ASURB	0.00%	4.99%	0.00%
GAPB	6.19%	0.21%	0.00%
PEÑOLES	0.00%	0.00%	0.00%
PINFRA	0.00%	0.00%	0.00%
Rendimiento	53.98%	59.54%	59.25%
Varianza del portafolio	0.0002	0.0002	0.0002
Asimetría	0.13	0.23	0.07
Curtosis	1.74	1.87	1.21

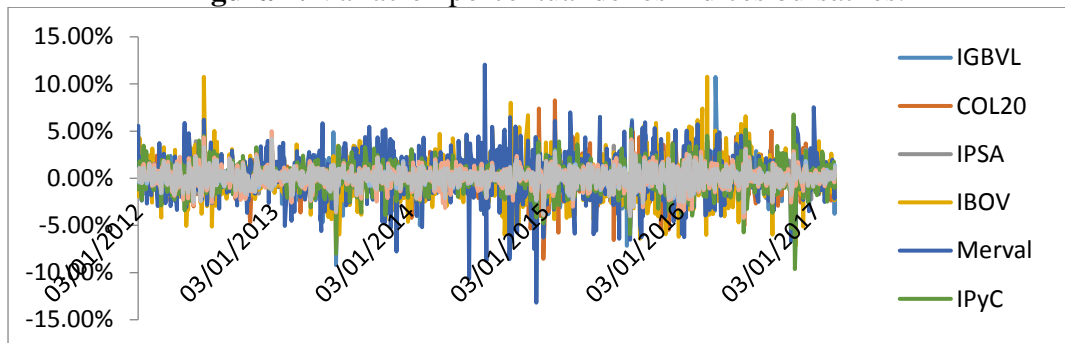
Fuente: elaboración propia con datos de Económica.

La Tabla 2 expone el porcentaje que se tiene que invertir en cada uno de los portafolios de inversión. Cuando las preferencias del inversionista son (1,1,0,0) implica que el inversionista desea maximizar los rendimientos y minimizar la varianza; este portafolio representa la metodología de Markowitz. Las preferencias (1,1,1,0) indican que el objetivo es maximizar los rendimientos, la asimetría y minimizar el nivel de riesgo. Si la prioridad es incluir la curtosis en la selección de portafolio las preferencias serían  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$  y  $\lambda_4 = 1$  es decir (1,1,1,1).

De los portafolios que se muestran en la Tabla 2, cuentan con mayor rendimiento los que consideran la incorporación de la asimetría y la curtosis. En general cada uno de los portafolios presentan rendimientos altos, con una varianza mínima y asimetría positiva, lo que estaría indicando mayor probabilidad de obtener rendimientos positivos. Para tener un punto de referencia y medir la eficiencia en la gestión del portafolio, se considera como

Benchmark el índice bursátil de cada país del cual se seleccionó un activo para integrar el portafolio; el índice General de la Bolsa de Valores de Lima (IGBVL) representativo de Perú, Col20 (Colombia), IPSA (Chile), IBOV (Brasil), Merval (Argentina), IPyC (México), Nasdaq (EU) y Stándar & Poors 500 (EU). En consideración a que cada uno de los índices se moverá de acuerdo con la variación promedio del precio de las acciones que componen el índice observado, la Figura 2 muestra que en general los índices han alcanzado desde un muy bajo 0.19% hasta un 12.5% de rendimiento, presentando también disminuciones de hasta un 13.19%.

**Figura 2.** Variación porcentual de los índices bursátiles.



**Tabla 3.** Rendimiento anual promedio de índices bursátiles

AÑO	IPyC	DJIA	NASDAQ	S&P 500
2014	0.10%	0.03%	0.06%	0.05%
2015	-0.08%	-0.01%	0.03%	0.00%
2016	-0.05%	0.06%	0.03%	0.04%
01/03/2017	0.20%	0.18%	0.24%	0.18%

Fuente: elaboración propia con datos de Economatica.

La Tabla 3 proporciona información sobre la variación promedio anual de cada uno de los índices, que en general es muy bajo o nulo en algunos casos. Esta situación se puede deber a los sucesos de la economía mundial (la caída de la Bolsa de Valores de Shanghai es una de las principales causas de los rendimientos bajos, nulos o negativos que se presentaron en los años 2015-2016, además de las especulaciones sobre la salida del Reino Unido de la

Unión Europea y el impacto de la elecciones de Estados Unidos en el 2016), la inflación, las tasas de interés y tipo de cambio (el 3 de mayo del 2017, la Bolsa Mexicana de Valores cerró a la baja luego del anuncio de política monetaria de la Reserva Federal de Estados Unidos), entre otros factores. Si se considera el Rendimiento anual promedio de los Índices Bursátiles, IPyC (0.20%), DJIA (0.18%), NASDAQ (0.24%), Estándar & Poor 500 (0.18%) y se comparan con el rendimiento que ofrecen los portafolios hipotéticos, se puede decir que cualquiera de los tres portafolios tiene un buen desempeño comparado con el Benchmark.

#### **4. Conclusión**

La teoría de portafolio considera importante incluir en el análisis de selección de activos parámetros como el rendimiento, la varianza, incluso la correlación entre los activos y así obtener un portafolio de inversión diversificado. Sin embargo, en la actualidad se ha observado que al presentarse colapsos financieros en la Bolsa de Valores de un determinado país se han desencadenado efectos adversos en la economía global y con ello se ha incrementado el nivel de volatilidad; por lo tanto, es casi imposible evitar el riesgo financiero.

Es importante diseñar modelos financieros, estadísticos, que sirvan como base para la toma de decisiones de inversión. De acuerdo con los resultados, se obtuvo el pronóstico de los rendimientos de cada uno de los activos que conforman el portafolio de inversión, consolidando la capacidad predictiva de una red neuronal en el campo de las finanzas y como una herramienta eficaz cuando las observaciones no siguen una distribución normal. Apartir de dicho pronóstico se validó la metodología de optimización multiobjetivo como una herramienta de selección de portafolios al incorporar diversos parámetros como son la media, la varianza, la asimetría y la curtosis.

Dando respuesta a la pregunta que guía esta investigación: ¿Un modelo de selección de portafolio que incluya la media, varianza, asimetría y curtosis como parámetro de decisión logrará incrementar el rendimiento del portafolio? Los resultados indican que la

incorporación de la asimetría y curtosis es una forma de mejorar los resultados obtenidos por la metodología tradicional que solo considera la media y la varianza como parámetros de decisión. En general, se espera que los inversionistas prefieran asimetrías positivas y un comportamiento adverso a la curtosis; por otra parte, la modelación de los dos momentos adicionales puede mejorar el desempeño de las medidas de riesgo de mercado. De igual manera es posible considerar las preferencias del inversionista por cada uno de los parámetros; por ejemplo, en el caso de que el inversionista prefiera minimizar el riesgo, se puede asignar una ponderación más alta al parámetro de la varianza dentro del modelo, lo cual refleja lo flexible del modelo al momento de definir las diferentes estrategias de inversión, al considerar las preferencias del inversionista.

Ante una economía globalizada y cada vez más volátil, es necesario realizar las adecuaciones tecnológicas a la metodología de la teoría de portafolios tradicional para proponer nuevos métodos, difundir el conocimiento científico entre los estudiantes, docentes, empresarios, gestores de negocios, instituciones gubernamentales (nacionales, estatales y municipales), personas físicas y morales, con la finalidad de proporcionar mayor información referente a nuevas técnicas y herramientas de administración y evaluación de portafolios de inversión que den mayor certeza en la toma de decisiones, minimizando el riesgo y maximizando el rendimiento, obteniendo una mayor riqueza, lo que favorece el desarrollo y crecimiento económico de las empresas e inversionistas individuales, de lo antes mencionado se considera importante la aplicación del tema que se abordó.

Una limitación del modelo expuesto en el tema es que se puede minimizar el nivel de riesgo; sin embargo, en tiempos de incertidumbre financiera es imposible eliminar el riesgo en su totalidad.

Finalmente, una expectativa hacia el futuro es que se sigan promoviendo técnicas de optimización de portafolio de inversión apoyándose en las técnicas vanguardistas de la administración de riesgos.

## Bibliografía

- Arroyo, A., & Cossío, F. (2015). Impacto fiscal de la volatilidad del precio del petróleo en América Latina y el Caribe. *Documentos de Proyecto (LC/W.680)*. Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL). Recuperado de: [http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/39706/S1501020\\_es.pdf;jsessionid=EF62C98D196B6FC1285E2BB26ABB166A?sequence=1](http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/39706/S1501020_es.pdf;jsessionid=EF62C98D196B6FC1285E2BB26ABB166A?sequence=1)
- Chaudhuri, T. D., & Ghosh, I. (2016). Artificial Neural Network and Time Series Modeling Based Approach to Forecasting the Exchange Rate in a Multivariate Framework. *Journal of Insurance and financial Management*, 1(5):92-123.
- Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S., y Prakash, A. (1997). Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets. *Journal of Banking & Finance*, 21(2): 143-167.
- Fama, E. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*, 38(1): 34-105.
- Gitman, (2009). *Fundamentos de inversiones*. México: Pearson Educación.
- Grossberg, S. (1976). Adaptive pattern classification and universal recoding: I. Parallel development and coding of neural feature detectors. *Biological Cybernetics*, 23(3):121-134.
- Hayes, B. P., y Prodanovic, M. (2016). State forecasting and operational planning for distribution network energy management systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 7(2): 1002-1011.
- Hatata, A. Y., y Eladawy, M. (2017). Prediction of the true harmonic current contribution of nonlinear loads using NARX neural network. *Alexandria Engineering Journal*. Recuperado de: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2017.03.050>
- Hebb, D. (1949). *The organization of behavior*. New York: Wiley.
- Hopfield, J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proceedings of the national academy of sciences*, 79(8): 2554-2558.
- Kaastra, I., y Boyd, M. (1996). Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. *Neurocomputing*, 10(3): 215-236.

- Kemalbay, G., Özkut, C., y Franko, C. (2011). Portfolio selection with higher moments: A polynomial goal programming approach to ISE-30 index. *Ekonometri ve Istatistik Dergisi*, (13): 41.
- Konno, H., y Suzuki, K. (1995). A mean-variance-skewness portfolio optimization model. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 38(2): 173-187.
- Lai, T. (1991). Portfolio selection with skewness: a multiple-objective approach. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 1(3):293-305.
- Lai, K., Yu, L. y Wan, S. (2006). Mean-variance-skewness-kurtosis-based portfolio optimization. *First International Multi-Symposium on computer and computational Sciencies (IMSCCS'06)*, 2:292-297.
- Leung, M., H. Daouk, y Chen, A. (2001). Using investment portfolio return to combine forecasts: a multiobjective approach. *European Journal of Operational Research*, 134(1): 84-102.
- Li, X., Qin, Z., y Kar, S. (2010). Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns. *European Journal of Operational Research*, 202(1): 239-247.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *The Journal of Business*, 36(4): 394-419.
- Mandelbrot, B. y Taylor, H.M. (1967). On the Distribution of Stock Price Differences. *Operations Research*, 15(6): 1057-1062.
- Maringuer, D. y Parpas, P. (2009). Global optimization of higher order moments in portfolio selection. *Journal of Global optimization*, 43(2):219-230.
- Martínez C. y Perozo S. (2010). Sistema de información gerencial para la optimización de portafolios de inversión. *Revista Venezolana de Gerencia*, 15 (50):253-272.
- Medina L. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de economía*, 22 (39):128-168.
- México Bursátil, (2012). *¿Qué es un portafolio de inversión? Asesores financieros*. Recuperado de: <http://www.mexicobursatil.com/que-es-un-portafolio-de-inversion/>
- Moyer, R. McGuigan, R. Kretlow, J. y Nuñez, J. (2005). *Administración financiera contemporánea*. México: Thomson.

- Pinedo, O. (2015). Gestión de portafolio de inversión en activos de renta fija. *Revista Moneda*, 164: 24-27.
- Robles, C. L. (2012). *Fundamentos de administración financiera*. México: Tercer Milenio.
- Rosenblatt, F. (1958). The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*, 65(6): 386-408.
- Rumelhart, D., Hinton, G., y Williams, R. (1986). Learning internal representations by error propagation. *Letters to nature*, 323(9):533-536.
- Samuelson, P. (1970). The fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. *The Review of Economic Studies*, 37(4):537-542.
- Serpa, C., Muguértégui, D., Beteta, J, et al. (2016). Evaluar la capacidad predictiva de los métodos series de tiempo, regression lineal y RNA, poda exhaustiva considerando el mismo margen de error, una aplicación a la demanda. *Revista de investigación Business Intellegence*, 1(1):18-25.
- Sharpe, W. (1966). Mutual fund performance. *Journal of business*, 39: 119-138.
- Stark, L., Okajima, M., y Whipple, G. H. (1962). Computer pattern recognition techniques: electrocardiographic diagnosis. *Communications of the ACM*, 5(10): 527-531.
- Solgi, S., Bayat, M., y Abbasi, Y. M. (2017). The Efficiency of Optimal Portfolio Selection Using Skewness Model. *International Research Journal Applied and Basic Sciences*, 11(1):14-25.
- Villada, F., Muñoz, N. y Garcia-Quintero, E. (2016). Redes Neuronales Artificiales aplicadas a la predicción del precio oro. *Información tecnológica*, 27(5):143-150.
- Wachowicz, J. y James C. (2002) *Fundamentos de administración financiera*. México: Pearson Educación.
- Werbos P. (1974). *Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioral sciences* (Tesis de doctorado), Harvard University.
- Widrow, B. (1962). Generalization and information storage in network of adaline 'neurons'. *Self-organizing systems*, 435-462.

Willmer E. (2015) Metodología para la toma de decisiones de inversión en portafolio de acciones utilizando la técnica multicriterio AHP. *Contaduría y Administración*, 60 (2):346-366.

<b>Rol de Contribución</b>	<b>Autor(es)</b>
<b>Conceptualización</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo
<b>Metodología</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo y Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Software</b>	NO APLICA
<b>Validación</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo y Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Análisis Formal</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo y Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Investigación</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo
<b>Recursos</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo
<b>Curación de datos</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo
<b>Escritura - Preparación del borrador original</b>	NO APLICA
<b>Escritura - Revisión y edición</b>	Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Visualización</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo y Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Supervisión</b>	Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Administración de Proyectos</b>	Martín Carlos Ramales Osorio
<b>Adquisición de fondos</b>	Lilia Alejandra Flores Castillo