

ANÁLISIS DE LA ADMINISTRACIÓN DEL RIESGO CREDITICIO EN MÉXICO PARA TARJETAS DE CRÉDITO

José Carlos Trejo-García*

Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional

Humberto Ríos-Bolívar

Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional

Miguel Ángel Martínez-García

Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional

(Recibido 23 de abril 2015, aceptado 22 de noviembre 2015)

Resumen

La necesidad de predecir oportunamente a los clientes malos en créditos revolventes en México ha aumentado, es por ello que se propone una mejora al modelo predictivo de incumplimiento utilizado por la regulación local. Este modelo muestra un mejor análisis de características cualitativas y cuantitativas de créditos consolidados que la metodología utilizada por la CNBV en materia de pérdidas esperadas. Las conclusiones de esta investigación muestran la gran posibilidad de optimizar el modelo vigente, minimizando la creación de provisiones, aumentando la rentabilidad por entidad financiera a nivel nacional, cumpliendo con los supuestos teóricos y requerimientos regulatorios a nivel nacional como internacional en la administración del riesgo crediticio.

Abstract

The need to predict timely bad customers of revolving loans in Mexico has increased, so it is proposed an improvement to the predictive model used by local regulation. This proposal shows a better analysis of qualitative and quantitative characteristics of consolidated loans than the methodology used by the CNBV on expected losses. The findings of this research show the great possibility to optimize the current model, minimizing the creation of loan loss provisions, increasing profitability by financial institutions in Mexico, complying the theoretical assumptions and regulatory requirements at national and international level in credit risk management.

Clasificación JEL: G21, E51, C2, C51, C61.

Palabras clave: Banca, Crédito, Métodos Econométricos, Modelo de Estimación y Técnicas de Optimización.

* Escuela Superior de Economía (ESE), Plan de Agua Prieta 66, Unidad Profesional Lázaro Cárdenas, Col. Plutarco Elías Calles, Delegación Miguel Hidalgo, C.P. 11340, México, Distrito Federal. Correo electrónico: josecarlos.ipn@gmail.com o jtrejog@ipn.mx

1. Introducción

En México existen distintos tipos de cartera crediticia; Créditos Revolventes, Créditos Personales y Créditos a la Vivienda.¹ Los solicitantes de crédito, así como los clientes ya administrados por aquellas instituciones financieras en México, cuentan un *rating* o calificación tanto en la originación o solicitud del crédito como en el comportamiento de la vida del crédito. Las técnicas para la calificación crediticia surgen por la necesidad de identificar el riesgo de consumo, mientras que el segundo motivo es minimizar el porcentaje de clientes incumplidos, con ello las instituciones bancarias o crediticias optimizan sus carteras para un buen y mejor negocio (Mays, 2004).

Al cierre de junio 2014 por parte de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV),² uno de los principales instrumentos de crédito en México son las Tarjetas de Crédito; puesto que existen aproximadamente 23 millones de plásticos autorizados por 24 entidades financieras reconocidas.

Esta investigación impulsa el desarrollo y actualización en las técnicas de calificación crediticia en México, considerando su regulación particular a nivel nacional e internacional, proponiendo la importancia para el sector financiero mexicano en contar con un modelo de riesgo crediticio actualizado y óptimo para el sector de tarjetas de crédito y en los resultados de las entidades financieras de la Banca Múltiple.

El documento se divide en cuatro partes, en la primera sección se aborda la explicación teórica sobre la administración del riesgo crediticio al consumo en México, enfocándose al análisis metodológico actualmente utilizado en administración del riesgo crediticio. Mientras que en la segunda sección se analiza estadística y económicamente los datos recabados y la propuesta del modelo optimizado, con ello en la tercera sección se muestran los resultados obtenidos en ahorro y rentabilidad para la banca múltiple en México. Finalmente, en la última sección las conclusiones de todos los resultados obtenidos son analizados, reflejando gran cumplimiento en los planteamientos de esta investigación.

2. Metodología

La estadística y la administración de la información mediante modelos analíticos, permiten en nuestros días que las entidades financieras crediticias automaticen las decisiones de aceptación o rechazo de una solicitud de crédito, como la administración de una cartera crediticia en un *cross-sell* (venta cruzada). Uno de los modelos más usados para la evaluación de créditos es el *Model Scoring* (modelo de calificación) el cual que determina un *score* (puntaje) para un cliente solicitando un crédito o para un cliente con la

¹ Título Segundo Disposiciones Prudenciales, Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia; documentado en las Disposiciones de Carácter General Aplicables a las Instituciones de Crédito, o comúnmente conocidas.

² Sección Información Estadística del Sector Supervisado Banca Múltiple, con datos al cierre del mes de julio 2014 para Créditos al Consumo para Tarjeta de Crédito <http://www.cnbv.gob.mx/SECTORES-SUPERVISADOS/BANCA-MULTIPLE/Paginas - Estadística.aspx>.

posibilidad de incumplir con sus pagos parciales. La literatura en sus inicios de auge respecto al tipo de calificación crediticia mencionada fue desarrollada por Rosenberg & Gleit (1994); el modelo de valuación de opciones con Merton (1974), con temas similares de Hand & Jacka (1998); de menos importancia pero igualmente en el área crediticia como Thomas Crook & Edelman (1992); Lewis (1992); mientras con temas crediticios y una combinación de calificaciones de comportamiento con Elizabeth Mays (1998).

Los modelos analíticos para el manejo del riesgo de crédito han sido extensamente estudiados y utilizados por un sin fin de áreas como la medicina, sociología y por su puesto por instituciones financieras desde hace más de 50 años, mostrando resultados exitosos en todo el mundo (Thomas 2004).

El identificar aquellos clientes consolidados o potenciales que no generan un negocio a la entidad, requiere buscar el adoptar mejores lineamientos en su tratamiento y reservar base monetaria en caso de incumplimiento y/o migración de *buckets* (impagos) tolerables a *buckets* catalogados como vencidos, tal es el caso con las investigaciones de Hsia (1978) que describe el aumento del método *scoring* en importancia, mientras que otros cálculos son sugeridos por Reichert, Cho y Wagner (1993), Joanes (1993), Hand y Henley (1997); que detallan el estudio de relaciones particulares entre las distribuciones de clientes buenos y malos que cuentan con la posibilidad de aceptar y rechazar población con características similares.

La historia de los modelos de *scoring* se remonta cuando Fisher (1936) introduce la idea de discriminar diferentes grupos dentro de una población específica. Esta idea fue desarrollada más ampliamente por Durand (1941), aplicando contexto financiero para discriminar entre un “Buen” y un “Mal” pagador, ver de igual manera a Thomas (2004). En relación a la creación de proveedores (*vendors*) de modelos *scoring*, Bill Fair y Earl Isaac³ a finales de los cincuentas empezaron con el desarrollo de un sistema analítico en relación al análisis de riesgo de créditos. En los años 60 con la creación de nuevos instrumentos financieros, como por ejemplo: las tarjetas de crédito, los modelos de *Scoring* realizaron y mostraron su real importancia y utilidad. Según Myers (1963) este tipo de modelos es superior como predictor que cualquier juicio experto cualitativo. Otro hito importante en este contexto fue el desarrollo del Z-Score propuesto por Altman (1968) que ha sido aplicado en muchas empresas del sector financiero.

2.1 Normatividad para México

La posibilidad de gestionar y administrar el riesgo, en donde al manejar importantes sumas de capital, pequeñas reducciones en el riesgo de la cartera significan enormes incrementos en la rentabilidad del negocio. Aunque algunas instituciones financieras en México desarrollen sus propios modelos de *Scoring* con base a los lineamientos establecidos por la CNBV,⁴ la mayoría entidades constituyen sus reservas con base a los lineamientos establecidos por dicha comisión. El acuerdo internacional sobre regulación y supervisión bancaria

³ Fair - Isaac, Company.

⁴ Circular nica de Bancos con última modificación al 31 de julio 2014, Anexo 15 Requisitos Mínimos para la Autorización Metodologías Internas.

denominado “Nuevo Acuerdo de Capital”,⁵ exige a las entidades financieras de los países miembros, una revisión de sus dotaciones de capital para cubrir los riesgos. Estos parámetros les obligan a disponer de herramientas que les permitan establecer modelos de medición (*scorings y ratings*) con objeto de discriminar a los clientes según su perfil de riesgo, sistemas de seguimiento del riesgo vivo y modelos de evaluación de la exposición y la severidad en el riesgo de crédito. Basilea II también obliga a las entidades financieras no solo a adaptar sus sistemas de cálculo del consumo de capital, sino también a modificar los sistemas de *reporting* (informes financieros) y de análisis de la información. Así el elemento clave para analizar el proceso de calificación de riesgos mediante modelos internos (IRB)⁶, según la normativa de Basilea II, es que las entidades financieras crediticias dispongan de un modelo de *credit scoring* que les permita medir la Probabilidad de Incumplimiento del crédito que se otorga. Para tal efecto, el método estándar o regulatorio de la CNBV posibilita una validación con datos actuales y con ello obtener la formulación de un método IRB de calificación de comportamiento para el caso mexicano mediante una muestra de información nacional.

La CNBV menciona que la Cartera de Crédito al Consumo, son todos aquellos créditos directos derivados de operaciones de tarjeta de crédito, de créditos personales, de créditos para la Adquisición de Bienes de Consumo Duradero (conocidos como *ABCD*), así como las operaciones de arrendamiento financiero que sean celebradas con personas físicas.⁷

Es común que los factores que se deben tomar en cuenta al medir riesgo de crédito sean: las probabilidades de incumplimiento y/o de migración en la calidad crediticia del deudor, las correlaciones entre incumplimientos, la concentración o segmentación de la cartera, la exposición a cada deudor y la tasa de recuperación en caso de incumplimiento de los deudores.⁸

Para la determinación de provisiones en México de la cartera crediticia al consumo y, se sigue como base la regulación impuesta por la CNBV mediante la Circular Única de Bancos (CUB).⁹ Los factores como la Severidad de la Pérdida (SP o *Loss Given Default*) que es lo que pierde el acreedor en caso de incumplimiento del deudor, una vez tomados en cuenta todos los costos implicados en la recuperación (costos de recobro, costos judiciales, etc.). Respecto a la Exposición al Incumplimiento (EI o *Exposure at Default*) es el

⁵ Acuerdo internacional y conocido como Basilea II y aprobado en 2004.

⁶ Section III Credit Risk - The Internal Ratings-Based Approach (IRB), Overview (page 52). Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: a Revised Framework, Comprehensive Version (BCBS) (June 2006 Revision), <http://www.bis.org/publ/bcbs128.htm>.

⁷ Circular nica de Bancos, actualización 31 de julio 2014, Título Primero Disposiciones Generales del Capítulo I Definiciones, Artículo 1, Fracción XXIX.

⁸ Banxico 2005, Definiciones Básicas de Riesgos. <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf>

⁹ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia.

saldo que debe el deudor en un momento dado en caso de incumplimiento. Mientras que el factor de riesgo crediticio a analizar en esta investigación es la Probabilidad de Incumplimiento (PI o *Probability of Default*), que es la medida de qué tan probable es que un acreditado deje de cumplir con sus obligaciones contractuales. Su mínimo valor es cero, lo cual indicaría que es imposible que incumpla con sus obligaciones, y su máximo valor es uno o cien por ciento cuando es seguro que incumpla. Con base a la regulación vigente, su estimación debe ser por crédito y con base a los factores de riesgos ya mencionados. Se define que las Reservas o Pérdidas Esperadas (R o PE) es la media de la distribución de pérdidas y ganancias, es decir, indica cuánto se puede perder en promedio y normalmente está asociada a la política de reservas preventivas que la institución debe tener contra riesgos crediticios. Para ello, se calcula la PE considerando el porcentaje de reservas (PI*SP) por la EI.¹⁰

Para la construcción de un modelo de calificación de comportamiento óptimo para el producto de créditos revolventes y administrados por las entidades financieras mexicanas, adicional al modelo *score* que la CUB estipulado en el artículo 92 Fracción III, fue el siguiente proceso: primero, se obtuvo un conjunto o muestra de clientes o solicitudes clasificadas a priori como “buenas” y “malas”. En esta investigación se consideró una muestra de 43,323¹¹ cuentas con los principales objetivos generales regulatorios y del evento que se quiera pronosticar. En este sentido, el modelo pronostica la probabilidad de que un cliente no realice dos o más pagos consecutivos¹² en los próximos 12 meses, calculando la probabilidad de recuperar o no un crédito.

La información fue compilada y procesada para su posterior análisis y modelación por medio de la técnica analítica (Weber, 1999), para la modelación y construcción de modelos analíticos de calificación de comportamiento. La técnica estadística utilizada es el análisis discriminante y la regresión logística tal y como la CUB lo adopta, que sirvió para su validación y con ello proponer un modelo alternativo que apruebe mejores pruebas de significancia. Entre estos supuestos, es que se trabajan variables cuantitativas independientes y la variable dicotómica dependiente Y_i igual a 1 (malo) si el Impago > 2 meses de falta de pago, mientras que si es 0 (bueno) si el Impago < 2 meses de incumplimiento en pago.

La técnica estadística más utilizada por la industria financiera corresponde a la regresión logística (Thomas *et al.*, 2002). Esta técnica es menos restrictiva siendo una alternativa sobre la utilización del análisis discriminante. En los últimos años, han aparecido una serie de técnicas nuevas llamadas Minería de Datos (Weber, 1999), las cuales han sido utilizadas también para la construcción de modelos de *Scoring*. Estas técnicas tienen la ven-

¹⁰ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, Sección Primera, Apartado B.

¹¹ La extracción de la base de datos de clientes de algunos bancos mexicanos y de otros temas relacionados al cierre de julio 2014, se puede recurrir a la siguiente página: <http://archi.ve.ics.uci.edu>, sección de *Datasets*.

¹² Circular nica de Bancos con última modificación al 31 de julio 2014, Anexo 33 Serie B Criterios relativos a los conceptos que integran los estados financieros, B-6 Cartera de Crédito.

taja de no tener demasiados requerimientos y supuestos para las variables de entrada, aumentando su validez. Esta técnica ha sido intensamente utilizada para la construcción de modelos de *Scoring* para la comprensión de patrones complejos de un determinado segmento de clientes, teniendo la capacidad de modelar relaciones no lineales entre las variables.

2.2 Análisis probabilístico

Dado que el uso de una función de distribución garantiza que el resultado de la estimación esté acotado entre 0 y 1, en principio las posibles alternativas son varias, siendo las más habituales la función de distribución logística, que ha dado lugar al modelo *Logit*, relacionando la variable endógena Y_i con las variables explicativas X_i a través de una función de distribución con objeto de estudio ($Y_i = 1$). En cuanto a la interpretación de los parámetros estimados en un modelo *Logit*, el signo de los mismos indica la dirección en que se mueve la probabilidad cuando aumenta la variable explicativa correspondiente, sin embargo, la cuantía del parámetro no coincide con la magnitud de la variación en la probabilidad.

A través de la linealización del modelo y partiendo de la ecuación general del Modelo *Logit*, se define y_i como la probabilidad del estado o la alternativa 1, se tiene:

$$E(Y_i) = Prob(Y_i = 1) = p_i = \frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_k}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_k}} \quad (1)$$

Esto satisface $0 \leq y_i \leq 1$ y por lo que:

$$p_i + p_i e^{\beta_0 + \beta_k X_k} = e^{\beta_0 + \beta_k X_k} \quad (2)$$

$$p_i = (1 - p_i) e^{\beta_0 + \beta_k X_k} = e^{\beta_0 + \beta_k X_k} \quad (3)$$

$$\frac{p_i}{(1 - p_i)} = e^{\beta_0 + \beta_k X_k} \quad (4)$$

Al cociente entre la probabilidad de que ocurra un hecho, o de que se elija la opción 1, frente a la probabilidad de que no suceda el fenómeno, o de que se elija la opción 0, se la denomina como la *Odds Ratio*.

$$Odds\ Ratio = \frac{p_i}{(1 - p_i)} = e^{\beta_0 + \beta_k X_k} \quad (5)$$

Tomando logaritmos neperianos del *Odds Ratio* se linealiza la ecuación del modelo *Logit*:

$$Ln \frac{p_i}{(1 - p_i)} = Ln(e^{\beta_0 + \beta_k X_k}) = \beta_0 + \beta_k X_k \quad (6)$$

La nueva variable $Ln \frac{p_i}{(1 - p_i)}$ generada representa en una escala logarítmica la diferencia entre las probabilidades de que ocurra la alternativa 1 y su contraria (Lee y Chen, 2005). El Odds Ratio siempre será mayor o igual que 0.

El *Odds Ratio* siempre será mayor o igual que 0.

$$\text{Cociente Odds Ratio} = \frac{\frac{p_i}{(1-p_i)}}{\frac{p_j}{(1-p_j)}} = \frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_{ki}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_{kj}}} = e^{\beta_k (X_{ki} - X_{kj})} \quad (7)$$

2.3 Máxima verosimilitud

Para la estimación del Modelo Logit y para estimar sus parámetros se utiliza el método de máxima verosimilitud (MV). Como p_i toma dos valores; 0 con probabilidad P_i y 1 con probabilidad $1 - p_i$, tiene como distribución de probabilidad una Bernoulli.

$$P(y_i) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1 - y_i} \quad (8)$$

La función de *MV* para una muestra aleatoria de n datos (x_i, y_i) se calcula como

$$P(y_1, \dots, y_n) = \prod_{i=1}^n p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1 - y_i} \quad (9)$$

Aplicando logaritmos

$$\text{Ln}P(y) = \sum_{i=1}^n y_i \text{Ln}(p_i) + \sum_{i=1}^n (1 - y_i) \text{Ln}(1 - p_i) \quad (10)$$

Describiendo la función logarítmica de verosimilitud

$$\text{Ln}P(y) = \sum_{i=1}^n y_i \text{Ln}\left(\frac{p_i}{1 - p_i}\right) + \sum_{i=1}^n \text{Ln}(1 - p_i) \quad (11)$$

Si

$$\text{Ln}\frac{p_i}{(1 - p)} = \text{Ln}(e^{\beta_0 + \beta_k X_k}) = \beta_0 + \beta_k X_k \quad (12)$$

Entonces

$$L(\beta) = \sum_{i=1}^n y_i \beta_0 + \beta_k X_k - \sum_{i=1}^n \text{Ln}(1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_k}) \quad (13)$$

Para la obtención matricial de los estimadores β de máxima verosimilitud, se deriva $L(\beta)$ respecto de cada uno de los parámetros β_j con $j = 1, 2, \dots, p$ e igualamos a cero.

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial L(\beta_0)} = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_{ki}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_{kj}}} \right) \quad (14)$$

FALTA UNA MATRIZ PENDIENTE

Expresando cada una de estas derivadas en un vector columna

$$\frac{\partial L(\beta)}{\partial L(\beta_0)} = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_{ki}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_{kj}}} \right) \quad (13)$$

Igualando a cero el vector columna

$$\sum_{i=1}^n y_i x_i = \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_{ki}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_{kj}}} \right) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n y_i x_{ij} = \sum_{i=1}^n x_i y_{estimada_i} \quad (15)$$

Linealizando la ecuación 14, permite modelar la PI mediante una regresión logística múltiple

$$PI = \left(\frac{e^{\beta_0 + \beta_k X_{ki}}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_k X_{kj}}} \right) = \left(\frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_k X_{kj})}} \right) \quad (16)$$

Optimización del Modelo Probabilístico

Para evitar problemas de multicolinealidad, es de gran ayuda que las variables seleccionadas cuenten con pruebas de correlación, por lo que se selecciona el conjunto de variables explicativas y significativas, evitando entonces el incluir variables poco significativas o con información redundante (colinealidad).

Esto es, con el cálculo de

$$R^2 = 1 - \frac{D(\beta)}{D(\beta_0)} \quad (17)$$

3. Información estadística y análisis econométrico

El modelo vigente y en relación con la base de datos, se cuenta con 6 variables de características de 43,323 clientes consolidados y administrados por las instituciones financieras mexicanas al cierre de agosto 2014. Las variables que se analizan acorde a la metodología regulatoria de la CNBV¹³ son: Variable de Cumplimiento/Incumplimiento (*Y*), Número de Impagos (*ACT*), Historial de Impagos (*HIST*), Meses Transcurridos de Crédito (*ANT*), Relación Pago-Saldo (*%PAGO*) y Relación Saldo a Pagar - Límite de Crédito (*%USO*).

Mientras que el modelo propuesto y en relación con la base de datos, esto como propuesta de la presente investigación, se cuenta con 5 variables de características de 43,323 clientes consolidados y administrados por las instituciones financieras mexicanas al cierre de agosto 2014. Las variables que

¹³ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, art. 92, fracción III.

se proponen y con base a la CNBV¹⁴ son: Variable de Cumplimiento (*Y*), Meses Transcurridos de Crédito (*ANT*), Límite de Crédito (*límite_credito*), Historial de Impagos (*HIST*) y Relación Pago-Saldo (*%PAGO*).

La variable *Y* para ambos modelos (vigente y propuesto) de estudio, fue recodificada a partir de los criterios mencionados en la metodología: variable binaria que adopta el valor 1 (incumple) y el valor 0 (cumple).

Tabla 1. Pruebas de multicolinealidad con variables utilizadas por CNBV

	<i>y</i>	<i>act</i>	<i>hist</i>	<i>ant</i>	<i>%pago</i>	<i>%uso</i>
<i>y</i>	100%					
<i>act</i>	87%	100%				
<i>hist</i>	97%	91%	100%			
<i>ant</i>	-74%	-62%	-41%	100%		
<i>%pago</i>	-93%	-1%	-1%	1%	100%	
<i>%uso</i>	46%	25%	44%	-43%	-1%	100%

Fuente Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, aplicación de pruebas de correlación

Como se observa, la ausencia de multicolinealidad, así como el alto impacto de las variables independientes (*ANT*, *Límite de Crédito*, *HIST* y *%PAGO*) sobre la variable *Y*, si influyen significativamente y pueden reflejar mayor predictibilidad para medir el nivel de incumplimiento.

Tabla 2. Ausencia de multicolinealidad con variables propuestas

	<i>y</i>	<i>ant</i>	<i>limite credito</i>	<i>hist</i>	<i>%pago</i>
<i>y</i>	100%				
<i>ant</i>	-74%	100%			
<i>limite credito</i>	-57%	48%	100%		
<i>hist</i>	97%	-41%	-37%	100%	
<i>%pago</i>	-93%	1%	1%	-1%	100%

Fuente Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, aplicación de pruebas de correlación

Mientras que las variables propuestas en esta investigación, muestra ausencia de multicolinealidad ya que los niveles de correlación entre variables

¹⁴ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, art. 92, fracciones I y III.

independientes son menores al 47%, mientras que la relación de *ANT*, *limite crédito* y *HIST* con la variable dependiente (*Y*) es positiva y superior 56%. Mientras que el impacto de *%PAGO* con *Y* es inversa y mayor al 92%. Esta prueba de correlación indica que el modelo propuesto podría ser predictivo.

3.1 Regresión y Significatividad Logística

Un buen modelo debe satisfacer dos condiciones, la primera es que tenga una fuerte capacidad predictora y la segunda es que la estimación de los parámetros tenga una alta precisión. Empleando la muestra de 43,323 clientes y las variables propuestas en la Tabla 2, se estima un modelo *Logit* explicado en la metodología, calculando a su vez la probabilidad de que un cliente pague su préstamo.

Tabla 3. Estimación de la regresión *logit*

Iteration 0: log likelihood = -29558.762	Iteration 6: log likelihood = -773.15898			
Iteration 1: log likelihood = -1450.5538	Iteration 7: log likelihood = -772.0882			
Iteration 2: log likelihood = -1006.8761	Iteration 8: log likelihood = -772.08625			
Iteration 3: log likelihood = -899.67227	Iteration 9: log likelihood = -772.08625			
Iteration 4: log likelihood = -894.6955				
Iteration 5: log likelihood = -817.82765				
Logistic regression	Observaciones	=	43,323	
	LR chi2(4)	=	57,573.35	
	Prob > chi2	=	0.0000	
	Pseudo R2 or			
Log likelihood = -772.08625	McFadden test	=	0.9739	
Y	Coef.	P>z	[95% Conf.	Interval]
Ant	0.0129560	0.0000	0.0142522	0.0116598
limite crédito	0.0000161	0.0000	0.0000112	0.0000209
Hist	2.74826	0.0000	2.592214	2.904306
%pago	-7.687266	0.0000	-9.06511	-6.309423
_cons	-7.022915	0.0000	-7.642677	-6.403153

Fuente: Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, con base a la muestra de 43,323 clientes.

La estimación de la Probabilidad *Logit* expresa que fueron necesarias 9 iteraciones para estimar el modelo. La función de *LR chi²* indica que los coeficientes son conjuntamente significativos para explicar la probabilidad de que los 43,323 clientes se encuentren en incumplimiento, entonces se puede decir que el valor estadístico de *Prob > chi²* indica que podemos rechazar en un 1% la hipótesis de que todos los coeficientes sean igual a cero. Además, el estadístico de Pseudo *R²* indica que aproximadamente el 97% de la variación de la variable dependiente es explicada por la variación de las variables independientes del modelo propuesto para México. La calidad del ajustamiento del modelo es de 99.38%,¹⁵ resultado de la razón de provisiones correctas contra número de observaciones, afirmando en general que el modelo prevé las observaciones correctamente.

Al momento de volver a llevar a cabo la regresión logística para aquellas variables que actualmente la regulación plantea, se obtuvo error en la

¹⁵ Mediante el programa Stata 13, se aplicó el comando “estat clas”.

obtención de la regresión, debido a la alta multicolinealidad de la variable *ACT* con *HIST*, lo que indica que las variables explicativas y utilizadas actualmente por la CNBV no son necesarias para construir el modelo, por lo que la variable *ACT* debe ser excluida. Usando criterios estadísticos como el de correlaciones parciales, pudo ayudar a obtener todas las posibles variables y escoger entre ellas las mejores.

La estimación mostrada en la Tabla 3, permite calcular la función score a partir de la ecuación 4. Los niveles de significancia para para el modelo propuesto, indican que todos los *p - values* (valores de significancia) cuentan con alta significancia ($p - value = 0.0000 < 5\%$), aunque con el intercepto la investigación permite que en futuras investigaciones se incluyan mayores variables. Mientras que obtenido el score con las variables propuestas, se aplica la transformación *logit* de la ecuación 16 para obtener la probabilidad de incumplimiento calculada (*PI_C*).

La interpretación de los coeficientes, es mediante la medición de la variación del modelo *logit* estimado para una variación unitaria de la variable explicativa dada. Así, si *ANT* aumenta en un impago, el *logit* estimado aumenta en 0.01 unidades, lo que sugiere una relación positiva respecto a la *PI_C*. El mismo caso es para el *Límite de Crédito* y *HIST*; a mayor límite de crédito la *PI_C* aumenta y, el aumento del historial de impagos provoca aumento de la *PI_C*. En caso contrario, si *%PAGO* es mayor cada vez, entonces la *PI_C* disminuye en 7.6 unidades. Así, la teoría de Crédito es aplicada correctamente en la regresión econométrica planteada mediante la estimación *logit*.

Las oportunidades en los modelos *logit*, son calculados mediante regresión logística u *odds*, es decir, mediante la transformación antilogarítmica de $\beta \gg e^\beta$.

Tabla 4. Estimación de la regresión logística

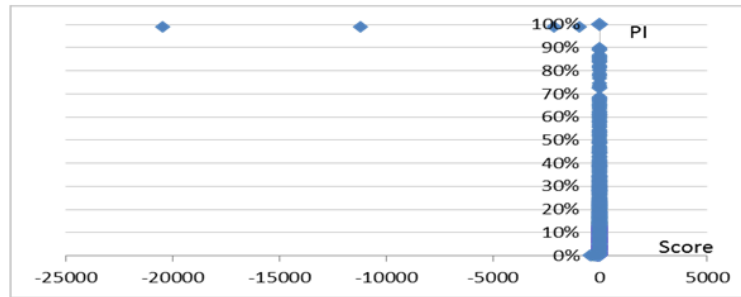
Y	Coef. Odds	P>z	[95% Conf.	Interval]
Ant	1.013040	0.0000	1.114391	0.911689
limite crédito	1.000016	0.0000	1.000011	1.000021
Hist	15.61544	0.0000	13.35932	18.25258
%pago	.0004586	0.0000	.0001156	.0018191
_cons	.0008912	0.0000	.0004795	.0016563

Fuente; Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, con base a la muestra de 43,323 clientes.

Estos resultados, demuestran cumplimiento a la teoría, ya que si $odd < 1$ significa que la ocurrencia de la *PI_C* tiende a ser una relación negativa (menor oportunidad), mientras que si $odd > 1$ significa que la ocurrencia de la *PI_C* tiende a ser una relación positiva (mayor oportunidad). Por lo tanto, la variable *HIST* indica que si aumenta un impago histórico, entonces la *PI* aumenta 15.6 veces. Así la distribución *logit* obtenida mediante la metodología vigente de la CNBV¹⁶ es como se muestra en la siguiente gráfica.

¹⁶ Circular única de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposi-

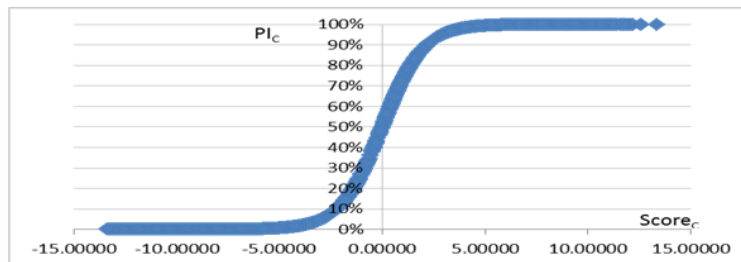
Gráfica 1 Distribución Logística, Score Vs Probabilidad de Incumplimiento Metodología Vigente de la CNBV



Fuente: Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, con base a la regresión logística y a la distribución *logit*.

La Gráfica 1 indica que no existe una distribución óptima, puesto que hay observaciones negativas fuera del comportamiento normal respecto a las demás observaciones. La *PI* promedio de la metodología de la CNBV es de 43.4%.

Gráfica 2 Distribución Logística, Score Vs Probabilidad de Incumplimiento mediante el Modelo Propuesto



Fuente; Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1, con base a la regresión logística y a la distribución *logit*.

La Gráfica 2 indica que si existe una distribución óptima, puesto que no hay observaciones fuera del comportamiento normal respecto a la mayoría observaciones. El promedio de la *PI_c* es de 42.6%, es decir, menor que la *PI* de la regulación vigente.

Mientras que en Tabla 5, se observa que el cálculo de la *PI* con metodología vigente de CNBV es mucho mayor en el Grado de Riesgo A-1 bajo la categoría de cliente malo. Sin embargo, esto resulta una contradicción, ya que no es posible pensar que el ser un buen grado de riesgo, sea mayor la *PI* que un grado de riesgo como C-2. De esta manera, la *PI_c* calculada con el modelo propuesto,

ciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, art. 92, fracciones I y III. $ACT \geq 4$, $PI = 100\%$ y $ACT < 4$, el cálculo de la *PI* es mediante el modelo planteado en el art 92 fracción III.

implica mayor coherencia y en cierta manera mejor comportamiento. Por lo tanto es necesario validar mediante el modelo propuesto en esta investigación, el nivel de discriminación de poblaciones entre clientes buenos y malos.

En la siguiente tabla se muestra que las Probabilidades de Incumplimiento Promedio por grado de riesgo, tanto para clientes buenos como malos, son más reales con el modelo propuesto, un ejemplo claro es la clase A-1 en donde es lógico pensar que son clientes buenos y que tienen baja probabilidad de incumplimiento. De igual manera en la clase E es lógico pensar que no hay clientes buenos. Por lo tanto el modelo propuesto PI_C es consistente con el comportamiento lógico.

Tabla 5. Probabilidad de Incumplimiento Promedio por clientes buenos y malos, en grados de riesgo, CNBV vs Modelo Propuesto

Clase	Clientes Buenos Regulación Vigente	Clientes Malos Regulación Vigente	Clientes Buenos Modelo Propuesto	Clientes Malos Modelo Propuesto
A-1	0.99%	97.41%	0.04%	1.68%
A-2	5.19%	5.57%	5.36%	5.20%
B-1	7.69%	7.82%	7.62%	7.20%
B-2	9.58%	10.04%	9.52%	9.61%
B-3	11.87%	11.99%	11.93%	12.51%
C-1	16.06%	17.44%	17.23%	13.64%
C-2	28.89%	33.84%	29.31%	29.95%
D	59.39%	99.82%	80.10%	99.13%
E	57.39%	100.00%	-	99.97%

Fuente; Elaboración propia con paquetería SAS v. 7.1 y con la PI de CNBV y PI_C entre los Grados de Riesgos, CNBV (2014).

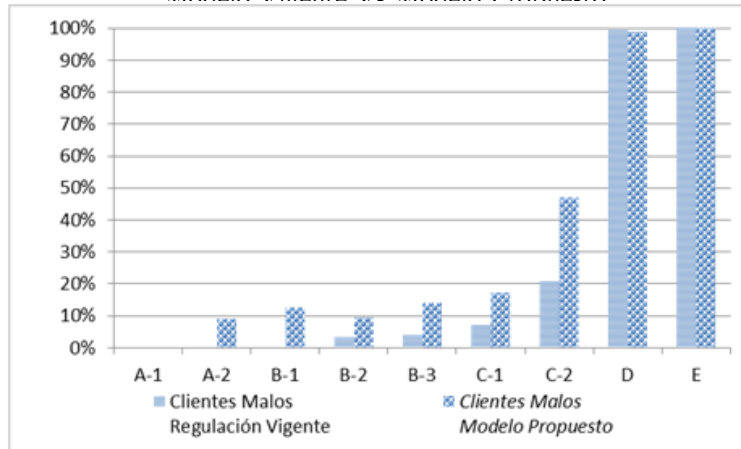
Mediante pruebas de Discriminación Poblacional, el análisis discriminante consiste en una técnica multivariante que permite estudiar simultáneamente el comportamiento de un grupo de variables independientes con la intención de clasificar una serie de casos en grupos previamente definidos y excluyentes entre sí (Fisher, 1936).

Una vez calculadas las PI y PI_C mencionadas, estas son utilizadas para llevarlas en producto con la SP ,¹⁷ obteniendo así el porcentaje de reserva. Validando mediante la metodología actual ($PI*SP$) contra el modelo propuesto (PI_C*SP) los comportamientos mostrados del Porcentaje de Reservas y Grados

¹⁷ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, art. 92, fracción III. $ACT < 10, SP = 75\%$ y $ACT \geq 10, SP = 100\%$.

de Riesgo señalados en la metodología de la CNBV,¹⁸ se identifica que el modelo propuesto cuenta con mejor discriminación de clientes buenos y malos en cada grado de riesgo.

Gráfica 3 Grado de Discriminación de clientes malos por grado de riesgo
Modelo Vigente Vs. Modelo Propuesto



Fuente; Elaboración propia con la paquetería SAS v. 7.1 y con base a la distribución del Porcentaje de Reservas entre los Grados de Riesgos, CNBV (2014).

Por lo tanto, se muestra que con el modelo propuesto PI_C la detección de clientes malos es mayor que el modelo vigente utilizado por la CNBV, lo que garantiza mejor y mayor discriminación de clientes malos o incumplidos.

3.2 Prueba de K-S

La prueba de Kolmogorov Smirnov (K-S) es una prueba no paramétrica para la bondad de ajuste para probar que dos muestras independientes provienen de la misma distribución:

H_0 : La distribución del *score* para las cuentas buenas y cuentas malas es igual.

H_1 : La distribución del *score* para las cuentas buenas y cuentas malas no es igual.

Con estadístico

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{X_i \leq x} \tag{18}$$

Con dos colas el estadística dado por

$$D_n = \sup_x |(F_n(X) - F(X))| \tag{19}$$

Donde \sup_x es la distancia superior del conjunto.

¹⁸ Circular nica de Bancos 2014, actualización 31 de julio 2014, Título Segundo Disposiciones Prudenciales del Capítulo I Otorgamiento de Créditos y Capítulo V Calificación de Cartera Crediticia, Sección Quinta De la constitución de reservas y su clasificación por grado de riesgo, art. 129.

Tabla 6. Nivel de Separación de Población por clientes buenos y malos CNBV Vs Modelo Propuesto

Clase	Separación K-S Metodología Vigente	Separación K-S Modelo Propuesto
A-1	53.07%	56.22%
A-2	54.35%	56.34%
B-1	54.94%	56.39%
B-2	55.37%	56.45%
B-3	55.74%	56.51%
C-1	56.06%	56.68%
C-2	56.38%	56.66%
D	25.62%	13.40%
E	0.00%	0.00%

Fuente; Elaboración propia con base a la metodología de Kolmogorov-Smirnov.

En esta Tabla 6 se observa que con el modelo propuesto, el poder de discriminación entre grados de riesgos por porcentaje de reservas (PIC*SP) es mayor en C-1, lo que permite a la Banca de Consumo en México la posibilidad de detectar mejor a los clientes buenos y malos, como aplicar políticas de cobranza más efectivas para poder mejorar ese segmento. Incluso permite al área de Riesgos al Menudeo de las instituciones financieras, el poder proponer un óptimo nivel de cross-selling (venta cruzada) con clientes que se encuentren en grados de riesgos superiores (mejores) a C-1, lo que representa mayor posibilidad de negocio en pro de la rentabilidad en el negocio de créditos al menudeo.

Como se observa en la Tabla 5, el Modelo Propuesto muestra un índice de separación del 56.68% en el segmento o grado de riesgo C – 1, mayor que el determinado con la regulación vigente de la CNBV.¹⁹ Mientras que para el modelo con base a la CNBV es en el grado de riesgo C – 2 en donde obtiene la mayor separación por 56.38%. Esto permite determinar el grado óptimo en que la Banca de Consumo en México puede permitir un óptimo apetito de riesgo, es decir, cuánto está dispuesta la banca en aceptar ganar con un nivel de activos (ROA),²⁰ bajo el costo de permitir contar con clientes que se encuentren en el

¹⁹ Sección Información Estadística del Sector Supervisado Banca Múltiple (22 de agosto 2014), con datos al cierre del mes de junio 2014 para Créditos al Consumo para Tarjeta de Crédito <http://www.cnbv.gob.mx/SECTORES-SUPERVISADOS/BANCA-MULTIPLE/-Paginas/Información-Estadística.aspx>

²⁰ *Return on Assets*; que de acuerdo a la CNBV se conforma por la razón del Resultado Neto Flujo entre el Activo Total.

grado de riesgo $C - 1$ o inferior (peor) con el modelo propuesto.

4. Resultados

Las provisiones por pérdidas esperadas se crean considerando el saldo insoluto registrado en el último día del mes, con su correspondiente calificación obtenida. De acuerdo a la información al cierre de junio 2014 por parte de la CNBV, uno de los principales instrumentos de crédito en México son las Tarjetas de Crédito; puesto que existen aproximadamente 23 millones de plásticos autorizados por 24 entidades financieras reconocidas. La cartera vencida en dichos créditos revolventes equivale al cierre de junio 2014, por un monto de MXN \$90,593 millones de pesos mexicanos (MM), es decir aproximadamente un 34% del total del monto autorizado por las entidades financieras autorizadas por la CNBV. Por lo que en este sentido, es un claro ejemplo del problema que es para las instituciones financieras crediticias en México en aprobar un préstamo a personas que no garantizan un pago y con ello reflejen incumplimiento en los pagos periódicos.

Las mismas estadísticas de la CNBV reflejan que al cierre de junio 2014 las reservas sumaron a nivel nacional MXN \$33,422 MM. Estas provisiones han estado en crecimiento anual durante los últimos doce meses por 12% aproximadamente, ya que el consumo en aumento se ha reflejado por mayor probabilidad de incumplimiento, aumento en la severidad de la pérdida y crecimiento en la exposición monetaria al incumplimiento. Situación que afecta a los rendimientos netos de flujo bancario y a los activos financieros de todas las entidades, reflejando un rendimiento sobre activos (ROA) por 2.18% a nivel nacional.

Para el tratamiento de las estimaciones para riesgos crediticios revolventes, la CNBV clasifica contablemente a las reservas en el Balance General; bajo el concepto Activo y en subcuentas de Estimaciones Preventivas para Riesgo Crediticio, con clasificación de Créditos al Consumo (Tarjeta de Crédito). El contar con la $PI*SP*EI$ con base a la regulación vigente y con los resultados obtenidos con la información de la muestra; así como el cálculo propuesto de la PI_C en producto con $SP*EI$, se muestra el comparativo en la Tabla 7.

Tabla 7. Comparativo de Reservas CNBV y Modelo Propuesto, con Nivel de Ahorro en la Banca de Consumo en México al cierre de Junio 2014

	RESERVAS (MXN)		AHORRO CON RESERVAS PROPUESTAS	
	CNBV Metodología Vigente	Modelo Propuesto	Diferencia (MXN)	% Ahorro
Muestra 43,323 Clientes	\$266,165,772.98	\$255,052,060.18	\$11,113,712.80	4.18%
Información de la Banca de Consumo en México	\$33,422,191,923.94	\$32,026,653,203.41	\$1,395,538,720.53	4.18%

Fuente; Elaboración propia con base al cálculo del Porcentaje de Reservas e Información Nacional con datos al cierre de junio 2014, CNBV (2014).

Si esta tendencia se siguiera a nivel Banca de Consumo en México, el ahorro sería de MXN \$1,395 MM, lo que implica analizar el efecto Rendimiento sobre Activos que implicó con la Metodología Vigente, por lo que el ROA registró un 2.18%.

Tabla 8. Indicadores de Activos y Rentabilidad en la Banca de Consumo en México al cierre de Junio 2014

	Total de Activos Balance CNBV	Provisiones Metodología Vigente CNBV	Provisiones Modelo Propuesto	ROA % Indicadores CNBV
Muestra 43,323 Clientes	\$55,257,733,112	\$266,165,773	\$255,052,060	2.18%
Información de la Banca de Consumo en México	\$6,938,662,851,615	\$33,422,191,924	\$32,026,653,203	2.18%

Fuente; Elaboración propia con base al cálculo del Porcentaje de Reservas e Información Nacional con datos al cierre de junio 2014, CNBV (2014).

Al considerar los ahorros de la Banca de Consumo con el uso del Modelo Propuesto (PIC); el Resultado Neto reportado por la CNBV al cierre de junio 2014 hubiera aumentado a MXN \$152,687 MM. De igual manera, los Activos del Balance a nivel nacional aumentarían, por lo tanto el ROA pasaría de 2.18% al 2.20%, lo cual representa mayor rentabilidad a la Banca de Consumo el considerar un modelo actualizado PIC. Vea la Tabla 9.

Tabla 9. Indicadores de Activos y Rentabilidad en la Banca de Consumo en México con el Modelo Propuesto (PIC) al cierre de Junio 2014

	Resultado Neto CNBV	Resultado Neto Con Modelo Propuesto	Total de Activos Con Modelo Propuesto	ROA % Con Modelo Propuesto
Muestra 43,323 Clientes	\$1,204,850,112	\$1,215,963,825	\$55,268,846,825	2.20%
Información de la Banca de Consumo en México	\$151,291,923,163	\$152,687,461,883	\$6,940,058,390,336	2.20%

Fuente; Elaboración propia con base al cálculo del Porcentaje de Reservas e Información Nacional con datos al cierre de junio 2014, CNBV (2014).

5. Conclusiones

En materia de riesgos financieros siempre es normal pensar en la administración del portafolio, instrumentos financieros y su valuación con diversas técnicas, tal es el caso del Movimiento Browniano y la formula de Black - Scholes (1972), o la valuación de bonos mediante la técnica de Merton (1974). Aunque el riesgo mercado es la pérdida potencial más importante dentro de la administración de riesgos financiero, el riesgo crediticio no deja de ser importante para su administración en cualquier entidad financiera, aportando este último más de la mitad de los ingresos a la banca.

Es por ello que en el trabajo se puede identificar que el ahorro obtenido con el modelo propuesto de probabilidad de incumplimiento (PIC) mediante la muestra analizada, a nivel nacional la banca tendría un ahorro promedio de MXN \$1,395 MM. En segunda instancia, se pudo validar también que el ahorro aumentaría el registro contable de Activos a MXN \$55,268 MM y aumento del Resultado Neto a MXN \$1,215 MM al cierre de junio 2014; ayudados ambos casos por la disminución de reservas. Así, el ROA pasaría de 2.18% obtenido con el modelo PI de la CNBV, a un posible ROA por 2.20% con el modelo propuesto PIC.

La creación de reservas y el castigo de créditos, son operaciones significativas que impactan sensiblemente en el nivel de capitalización, incluso las provisiones crediticias son el segundo gasto más importante después de sueldos y salarios; situación que debe ser considerada ampliamente por el Gobierno Corporativo de cada institución.

Este trabajo se enfocó al análisis del riesgo crediticio al menudeo, especialmente al sector de Tarjetas de Crédito. Las ideas matemáticas fueron consideradas junto con las condiciones legales citadas en las Disposiciones de la CNBV y Basilea II, proponiendo un nuevo modelo de riesgo crediticio (PIC) con su análisis discriminante respectivo en la identificación de créditos buenos y malos.

Se confirmó que el modelo propuesto satisface la condición de fuerte capacidad predictiva y estimación precisa de los parámetros. El modelo es sencillo, pues contiene el mínimo de variables explicativas que satisface las condiciones mencionadas. Esto marca un inicio en futuras investigaciones para la mejora continua de la predicción y con ello la mejora en rentabilidad para la Banca de Menudeo en México.

Bibliografía

- Altman, E. I. (1968). Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance*, 23(4), pp. 589-609.
- Black, Fisher, y Scholes, Myron - Scholes (1972), The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency. *Journal of Finance*, pp. 399-417.
- CNBV, (2014). Normatividad Comisión Nacional Bancaria y de Valores en: <http://www.cnbv.gob.mx/Paginas/NORMATIVIDAD.aspx>
- Durand, D. (1941). Risk Elements in Consumer Instalment Financing, Studies in Consumer Instalment Financing. New York: National Bureau of Economic Research.
- Fisher R. A. (1936). The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems. *Annals of Eugenics*, 7(2), pp. 179-188.
- Hand D. J. and Jacka S.D. (1998), Consumer Credit and Statistics. *Statistics in Finance*, Arnold, London, pp. 69-81.
- Hand, D. J., and W. E. Henley (1997). Statistical Classification Methods in Consumer Credit Scoring: A Review. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society)*, pp. 160: 523-541.
- Hsia, D. C. (1978). Credit Scoring and the Equal Credit Opportunity act. *Hast. Law. J.*, 30, pp. 371-448.
- Joanes, D. N. (1993). Reject Inference applied to Logistic Regression for Credit Scoring. *IMA J. Math. Appl. Bus. Industry*, 5, pp. 35-43.
- Lee, M. K. O., Cheung, C. M. K., & Chen, Z. (2005). Acceptance of Internet-based Learning Medium: The Role of Extrinsic and Intrinsic Motivation. *Information & Management*, 42, pp. 1095-1104.

- Lewis, E.M. (1992). An Introduction to Credit Scoring. California: Fair, Isaac and Co., Inc.
- Mays E, (1998). Credit Risk Modeling, Design and Application, Fitzroy Dearborn publishers, Chicago.
- Mays E., (2004). Credit Scoring for Risk Managers, The Handbook for Lenders, Thomson South Western, Mason, Ohio.
- Merton R. C., (1974). On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, *Journal of Finance* 29, pp. 449-470.
- Myers, J. H. and Forgy, E. W. (1963). The Development of Numerical Credit Evaluation Systems. *J. Am. Statist. Ass.*, 58, pp. 799-806.
- Reichert, A. K., Cho, C. and G. M. Wagner, (1983). An Examination of Conceptual Issues Involved in Developing Credit-Scoring Models. *J. Bus. Econ. Stat.*, 1 (2), pp. 101-14.
- Rosenberg, E., & Gleit, A., (1994). Quantitative Methods in Credit Management: A Survey. *Operations Research*, 42, pp. 589-613.
- Thomas, L. C., Crook, J. N., & Edelman, D. B., (1992). Credit Scoring and Credit Control, Oxford University Press, Oxford.
- Thomas, L.C., Edelman, D.B., & Crook, J.N., (2002). Credit Scoring and its Applications. SIAM Monographs on Mathematical Modeling and Computation. Philadelphia, PA: Siam.
- Thomas L. C., Edelman D. B., Crook, J. N., (2004), Readings in Credit Scoring, Oxford University Press, Oxford.
- Weber, R., (1999). Applications of Fuzzy Logic for Creditworthiness Evaluation. In: R. R. Ribeiro, H.-J. Zimmermann, R. R. Yager, and J. Kacprzyk (eds.): Soft Computing in Financial Engineering, Physica-Verlag, Heidelberg, pp. 388-401.