

Representación planetaria de un vórtice en el laboratorio, aspectos teóricos y prácticos.



Andrea Lizeth Pérez González¹, Arturo Alonso Rubio¹, Raúl C. Cruz Gómez²

¹Licenciatura en Física, Universidad de Guadalajara, Blvd. Marcelino García Barragán 1421, C.P. 44430 Guadalajara, Jalisco.

²Departamento de Física, Universidad de Guadalajara, Blvd. Marcelino García Barragán 1421, C.P. 44430 Guadalajara, Jalisco.

E-mail: artvandeno@gmail.com, lizand.pg@gmail.com

(Recibido el 4 de marzo de 2017, aceptado el 13 de mayo de 2017)

Resumen

La representación experimental de la esfericidad y rotación planetaria es presentada por medio de la aproximación del plano- β planetario y topográfico, mediante esta configuración se logró llegar a la similitud de un huracán en el laboratorio. Los experimentos fueron hechos en una plataforma rotante fácil de construir y de bajo costo. Se demostró que los vórtices generados en la práctica cumplen con las características de un vórtice de escala planetaria. Los aspectos didácticos, teóricos y prácticos se presentaron con la finalidad de que al estudiante se le facilite el aprendizaje por medio de prácticas de calidad en el laboratorio con materiales accesibles. La calidad y facilidad de las prácticas que se pueden desarrollar son notables así como la experiencia que le dejan al alumno.

Palabras clave: Laboratorio, Simulación, Aprendizaje, Vórtice, Plano- β .

Abstract

The experimental representation of sphericity and planetary rotation is presented by means of the planetary and topographic β -plane approximation, with this configuration was possible to achieve the similarity of a hurricane in the laboratory. The experiments were done on an easy to build and economic rotating platform. It was shown that the vortices generated in this practice have the characteristics of a planet-wide vortex. The didactic, theoretical and practical aspects were presented in order to facilitate the student learning through quality practices in the laboratory with accessible materials. The quality and easy procedure of the practices that can be done are remarkable as well as the experience that they leave on the student.

Keywords: Laboratory, Simulation, Learning, Vortex, β -plane.

PACS: 01.50.My, 47.32.Ef ISSN 1870-9095

I. INTRODUCCIÓN

Los fenómenos meteorológicos terrestres de escalas medias, (escalas caracterizadas por masas de agua o aire, que son pequeñas comparadas con el radio de la Tierra, pero suficientemente grandes para ser afectadas por los efectos de rotación) como los huracanes en la atmósfera y los remolinos en el océano, son estudiados principalmente por sus propiedades Físicas, Químicas y Biológicas que transportan durante su traslación en su tiempo de vida.

Para tales estudios es necesario el desarrollo de modelos teóricos y experimentales que garanticen al investigador manipular de forma independiente las variables que controlan estos fenómenos. Por otro lado, observaciones obtenidas por diversas imágenes satelitales a cerca de la auto-propagación de estas masas giratorias han encontrado que presentan una tendencia a desplazarse hacia el noroeste o suroeste (en el Hemisferio Norte). Este auto-desplazamiento obedece inevitablemente a una fuerza a la que todos los cuerpos experimentan cuando se desplazan dentro de un sistema rotante (*e.g.* la Tierra) esta fuerza

es llamada de Coriolis.

Considerando que las escalas horizontales (L) de los huracanes o remolinos oceánicos (aproximadamente 800 y 300 Km, respectivamente) son mucho mayores que las verticales (H) (10 Km y 1 Km, respectivamente) es decir, que la razón de aspecto o escala adimensional ($\lambda=H/L$) es mucho menor que la unidad. Así, este valor de la igualdad $\lambda \ll 1$ nos muestra que las variaciones espaciales latitudinales de la fuerza de Coriolis tienen un profundo efecto en la dinámica de los cuerpos de escalas medias. Este efecto generalmente se le conoce como el “efecto- β ” planetario.

Otra característica importante de un fluido en rotación constante es la conservación de su vorticidad potencial planetaria. Esta propiedad es equivalente al caso de la bailarina de pista de hielo que para girar más rápido cierra sus brazos y los abre o extiende para girar lento, conservando así su momento angular.

Para comprender la vorticidad potencial planetaria se utiliza una expresión matemática en la cual se engloban los efectos

de la fuerza de Coriolis y el movimiento “local” para un fluido en rotación, cuyas variables y estructura se presenta como:

$$Q = \frac{\xi + f}{H} \quad (1)$$

donde ξ es la vorticidad relativa “local” del fluido, f es la vorticidad planetaria o parámetro de Coriolis y H es la altura o profundidad promedio del huracán o remolino. Para escalas medias, se puede considerar esta expresión, ecuación (1) como constante para valores de $\lambda \ll 1$.

En este trabajo, se presenta una metodología matemática y práctica para representar el “efecto- β ” y vorticidad potencial en prácticas de laboratorio. Siendo de gran utilidad incluso para explicar estos fenómenos en otros planetas, generando un gran interés en su uso y aplicación. El objetivo principal de este trabajo es presentar un método experimental para reproducir la variación del parámetro de Coriolis en experimentos de laboratorio para prácticas docentes de bajo costo. Lo anterior con la finalidad de contribuir y motivar la imaginación y gusto por la Física experimental aplicada a fluidos en rotación a estudiantes de educación nivel bachiller y superior, principalmente estudiantes orientados a las ciencias e ingenierías.

II. TEORÍA

En las siguientes subsecciones se aborda el desarrollo teórico y práctico de los conceptos ya mencionados para facilitar la comprensión y cómo es que se enlazan la teoría con la práctica. Como es conocido, las prácticas y experimentos de laboratorio tienen una base teórica sólida sobre la cual demostrar su validez. Para nuestro trabajo exponemos la teoría detrás de la práctica para generar huracanes y remolinos en un laboratorio, con la que estos conceptos teóricos tienen demostración experimental y por ende su enseñanza.

a. Efecto- β planetario

Para masas de agua en rotación, la vorticidad potencial planetaria ecuación (1) se conserva materialmente (no hay pérdida de masa) entonces:

$$\frac{D}{Dt} \left[\frac{f + \xi}{H} \right] = 0 \quad (2)$$

Para desplazamientos de masas de agua que son suficientemente grandes para ser afectados por los efectos de rotación, se utiliza una aproximación para f en un sistema cartesiano tangente a la superficie de la Tierra.

Si la coordenada y (latitud) es orientada hacia el norte/sur y medida desde una latitud de referencia ϕ_0 y si es mucho menor que el radio del planeta R , el parámetro de Coriolis $f \equiv f_0 = 2\Omega \sin \phi_0$ puede ser expandido en una serie de Taylor [1,2]:

$$f = 2\Omega \sin \phi_0 + 2\Omega \frac{y}{R} \cos \phi_0 + \dots \quad (3)$$

Considerando sólo los primeros términos se obtiene:

$$f = f_0 + \beta y \quad (4)$$

Donde f_0 es el parámetro de Coriolis en la latitud de referencia. Siendo el parámetro β planetario como:

$$\beta = \frac{2\Omega \cos \phi_0}{R} \quad (5)$$

y f corresponde a una variación latitudinal o gradiente de vorticidad planetaria. Para un fluido homogéneo sobre un fondo plano ($H = \text{cte.}$) se reduce entonces a:

$$\frac{D}{Dt} [\xi + \beta y] = 0 \quad (6)$$

Así, la vorticidad planetaria se conserva como lo establece la siguiente expresión [2]:

$$Q_{\text{planetaria}} = \xi + f_0 + \beta y = \text{constante} \quad (7)$$

considerando la igualdad $\lambda \ll 1$, aquí y apunta hacia la dirección del norte geográfico en donde el parámetro de Coriolis es máximo. En los experimentos de laboratorio la conservación de vorticidad potencial planetaria es modelada por medio del llamado plano- β topográfico.

b. Efecto- β topográfico

Si la escala horizontal de un vórtice es mucho más pequeña que la escala de la topografía bajo la que éste se mueve, entonces es posible modelar el plano- β en el laboratorio [1]. Si consideramos lo anterior y suponemos que la ecuación de la conservación de vorticidad potencial ecuación (1) es válida, las variaciones espaciales de la vorticidad planetaria pueden ser dinámicamente simuladas con un fondo inclinado en un tanque sometido a una rotación constante [2]. Después de esto podemos escribir la ecuación (2) como:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{f_0 + \zeta}{H(y)} \right) = 0 \quad (8)$$

Donde $f_0 = 2\Omega$ es el parámetro de Coriolis uniforme y Ω es la rapidez angular de la mesa giratoria donde se coloca el tanque, $H(y)$ es la profundidad local donde se desplaza el vórtice y puede ser escrita de acuerdo a $H(y) = D - \eta(y)$, donde D es la profundidad "local" del tanque y η la inclinación del fondo. En la figura 1 se muestra una fotografía de la configuración del fondo inclinado del tanque sobre la mesa rotatoria. Considerando la inclinación del fondo mucho menor que la profundidad máxima del tanque entonces tenemos:

$$\delta \equiv \frac{\eta}{D} \ll 1 \quad (9)$$

con esta aproximación el término $1/H$ puede ser aproximado en serie de Taylor [2]. La ecuación (8) toma la forma:

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{f_0 + \zeta}{H(y)} \right) = \frac{D}{Dt} \left[(\zeta + f_0 + f_0 \delta) \frac{1}{D} \right] + O(\delta^2, Ro\delta) \quad (10)$$

Donde $Ro = \zeta/f_0 \ll 1$ es el número adimensional de Rossby. Para el caso particular de una pendiente constante η y al despreciar los términos del orden $O(\delta^2)$ y $O(Ro\delta)$ la ecuación de vorticidad potencial para el caso topográfico toma la forma:

$$\frac{D}{Dt} (\zeta + \beta^* y) = 0 \quad (11)$$

donde

$$\beta^* = \frac{f_0 \tan \eta}{D} \quad (12)$$

es el parámetro β topográfico equivalente a (5) y "y" la dirección hacia la parte más somera o profunda del tanque equivalente al polo norte/sur geográfico. De esta configuración puede deducirse la siguiente ecuación dinámicamente equivalente a la ecuación (7).

$$Q_{lab} = \frac{f_0 + \zeta}{H(y)} = constante \quad (13)$$

c. Equivalencia dinámica entre el efecto- β planetario y topográfico.

Las ecuaciones (7 y 13) muestran que la dinámica de un fluido en presencia de gradientes de vorticidad planetaria es idéntica a la de un fluido sobre un fondo inclinado sometidos a una rotación constante. Estas relaciones muestran que un aumento o disminución de la profundidad en el laboratorio es equivalente a un incremento o decremento de y en la latitud de referencia terrestre. El número adimensional que mide el efecto β y que relaciona ambos casos es:

$$\beta' = \frac{\beta L}{f_0} \quad (14)$$

donde L es la escala horizontal del huracán o vórtice.

Finalmente, en acuerdo con [1, 2, 3] entonces, es posible simular la equivalencia dinámica entre la variación del parámetro de Coriolis planetario en el laboratorio. Es decir, es posible representar la esfericidad y rotación de la Tierra en experimentos de laboratorio en un tanque sometido a una rotación constante sobre una mesa giratoria, sin perder generalidad.

Después de esto se crea un vórtice con características similares al caso planetario en el laboratorio.

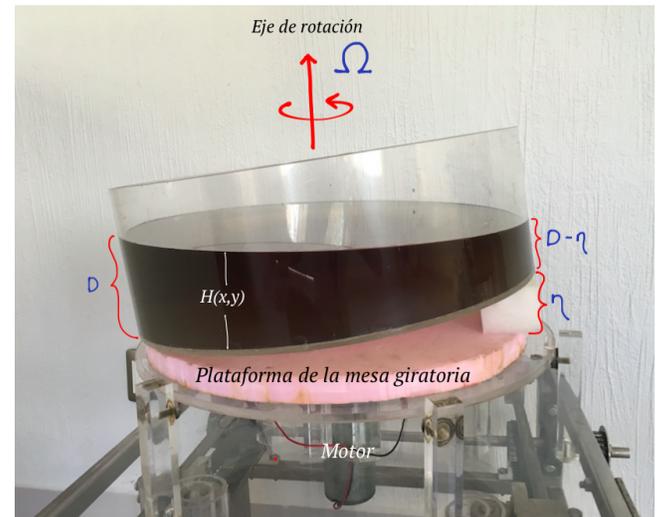


FIGURA 1. Fotografía donde se muestra el arreglo experimental en el que es representado el plano $\beta_{planetario}$ por la topografía del fondo. Es posible observar el tanque sobre la plataforma de la mesa giratoria, la profundidad máxima D del tanque, la profundidad local H donde se mueve el vórtice, la altura del fondo η y la velocidad angular Ω de la mesa rotatoria. Nótese que el

color del agua fue coloreado intencionalmente para su ilustración.

III. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Para la simulación experimental del vórtice nosotros empleamos el método conocido como de “batido”. Se ha demostrado que los vórtices creados por este método tienen características similares (perfil de velocidad, rapidez de traslación, vorticidad relativa) al caso planetario [1,2].

El procedimiento para la generación del vórtice consiste en colocar un tanque inclinado lleno de agua hasta antes del límite del borde superior sobre la plataforma de una mesa giratoria, como se muestra en la figura 1. Posteriormente, se introduce un cilindro sin fondo (*e.g.* tubo de PVC de 2”) en la parte profunda del tanque (esquina inferior derecha). El siguiente paso es encender la mesa y dejar que gire libremente a velocidad angular constante. La velocidad angular de la mesa no debe ser alta ya que provocará una curvatura considerable de la superficie libre del agua en el tanque, consecuentemente un cambio dinámico importante. La mesa tiene que girar libremente al menos durante 30 minutos con el fin que el fluido alcance un estado de sólido en rotación, es decir, que cada partícula del fluido gire como un cuerpo sólido.

Posteriormente, el fluido dentro del cilindro se “bate” circularmente con la mano y la ayuda de ya sea una pluma o un agitador para formar un remolino en sentido contrario a las manecillas del reloj (movimiento ciclónico), después de esto sacar el tubo con cuidado lo más rápido posible tratando de no perturbar considerablemente al fluido. Para hacer las mediciones cualitativas se recomienda pintar el fluido “batido”, preferentemente con tinta vegetal. El resultado tendrá que ser un vórtice ciclónico que se auto-desplazará al nor-oeste como los huracanes en la atmósfera y los remolinos en el océano. Es posible también grabar el vórtice generado dentro del sistema de referencia giratorio desde una cámara instalada en la parte superior del tanque (no se muestra en la figura 1).

La mesa giratoria es relativamente fácil de hacer y de bajo costo, funcionando mediante un motor que hace girar una plataforma circular de preferencia.

a. Mesa giratoria

La mesa en donde se hacen los experimentos consta de una plataforma circular de cualquier material resistente (madera, aluminio, acrílico). Esta plataforma para su mejor estabilidad puede girar sobre soportes rodantes en los extremos como se muestra en la figura 1. Del mismo modo, la plataforma puede hacerse girar por medio de un motor colocado fijamente en el centro de ésta en dirección horizontal a su eje de rotación. Es importante que la

plataforma gire a velocidad angular constante. El tamaño de la mesa no depende de las características del diseño experimental que se pretende simular. La ventaja importante de este diseño es el bajo costo para su elaboración, contrario al de una mesa comprada directamente del fabricante.

Es importante considerar que los resultados obtenidos en el modelo experimental dependen de la estabilidad de la mesa.

IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El resultado del vórtice generado y su evolución se muestra en la figura 2. Esta figura expone la comparación de una imagen obtenida por satélite de un huracán ciclónico propagándose hacia el nor-oeste en dirección al Golfo de México y un vórtice generado por el método del “batido” en la mesa giratoria. Es posible apreciar la similitud entre ambos casos (planetario (A) y topográfico (B)) en donde la parte superior del a tanque (inciso (B)) representa el norte geográfico como fue mencionado anteriormente.

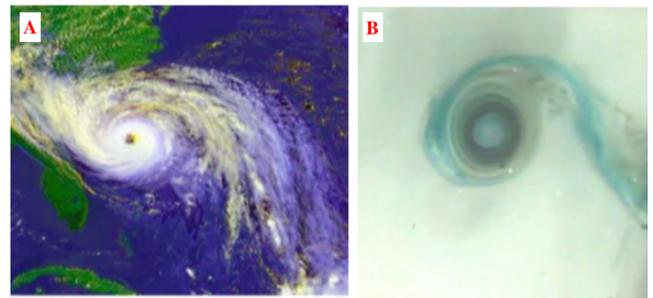


FIGURA 2. En el inciso (A) se muestra una imagen obtenida por satélite de un huracán ciclónico propagándose en dirección nor-oeste hacia el Golfo de México. En (B) un vórtice ciclónico generado en la mesa por el método del batido auto-propagándose en dirección nor-oeste. Donde el norte, es hacia la parte superior del tanque.

Adicionalmente, como prácticas ilustrativas es posible observar y/o analizar el mecanismo durante la interacción entre dos vórtices en el plano- β . En la figura 3, en el lado izquierdo, se muestra una imagen obtenida por satélite de un par de huracanes durante su interacción sobre el Océano Pacífico frente a las costas de México. En el lado derecho la interacción de dos vórtices durante su auto propagación al oeste del tanque. Nuevamente la similitud entre ambos casos es notable.



FIGURA 3. En el inciso (A) se muestra una imagen obtenida por satélite de la interacción de dos huracanes ciclónicos sobre el Océano Pacífico frente a las costas de México. En (B) se muestra la interacción de dos vórtices generados en la mesa giratoria auto-propagándose hacia el oeste del tanque.

Considerando los resultados y conocimientos anteriormente expuestos, en acuerdo con [4,5] el laboratorio facilita plantear problemas que bajo condiciones controladas permitan al estudiante aplicar sus conocimientos sobre la naturaleza. La experiencia principal hacia los estudiantes es la observación de fenómenos naturales adecuadamente diseñados a través de los experimentos. En ese contexto, la efectividad de las prácticas de laboratorio bien diseñadas repercuten mucho en la imagen que le quedará al estudiante y en la retención de los detalles de los conceptos físicos de dicho experimento, como fue demostrado por [5]. Posiblemente al estudiante se le complique entender los conceptos físicos arriba mencionados. Sin embargo, en acuerdo con [6] en el presente trabajo se busca que el alumno mediante las prácticas de laboratorio se vea motivado a aprender nuevas teorías y conceptos físicos. Partiendo así, de la observación a la teoría usando este método, como propuesta “nueva” en su aplicación a la enseñanza de la dinámica de los fluidos geofísicos a nivel medio superior. Finalmente usando el método y la herramienta propuestas se logra establecer situaciones que juegan un papel fundamental en las actividades de los estudiantes y su enseñanza de acuerdo con [7].

IV. CONCLUSIONES

Es importante implementar bajo los conocimientos presentados con anterioridad la aplicación práctica en la que se pueden apreciar fenómenos naturales en un laboratorio. A través de este conocimiento se puede conocer el comportamiento de un huracán en la atmósfera, remolinos en aguas oceánicas e incluso puede ser utilizado para describir ciertos comportamientos de los fluidos en otros planetas (e.g. La Gran Mancha Roja en Júpiter).

Siendo así una herramienta de mucha importancia por su alcance en diferentes áreas de la Física, permitiendo realizar investigaciones de gran impacto con un equipo experimental de bajo costo.

La ventaja de la estructura de los conocimientos expuestos es que estos pueden ser incluso impartidos a alumnos carentes del manejo matemático de este tipo, abordando el desarrollo práctico solamente; permitiendo así un amplio rango de enseñanza de la Física aplicada.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al Dr. Raúl C. Cruz Gómez por su apoyo y guía durante la elaboración. A nuestra casa de estudios la Universidad de Guadalajara así como al Departamento de Física de la Universidad de Guadalajara. Al maestro Jaime Francisco Almaguer Medina por la guía y apoyo académico. A nuestros padres, Ing. Mauricio Pérez Ocegueda, María del Sagrario González Regalado, Arturo Alonso González y María Dolores Rubio Urzúa, por su incondicional apoyo moral.

REFERENCIAS

- [1] Carnevale, G. F., Kloosterziel, R. C., Van Heist, G. J. F. *Propagation of barotropic vortices over topography in a rotating tank*. J. Fluid Mech., 119-139 (1991).
- [2] Van Heist, G. J. F. *Topographic effects on vortices in a rotating fluid*. Meccanica, 431-451 (1994).
- [3] Cruz Gómez R. C. *Interacción de los Giros de la Corriente Norte de Brasil con los Estrechos de las Antillas*. Tesis de Doctorado, 67-70 (2010).
- [4] Riveros, H., *El papel del laboratorio en la enseñanza de la física en el nivel medio superior*. Perfiles Educativos (1995), consulta: 24 de marzo de 2017.
- [5] Havlíček, K. *Experiments in Physics Education: What do Students Remember?. WDS'15 Proceedings of Contributed Papers — Physics, 144–148, (2015)*.
- [6] López, R. Milena, A., Tamayo, A. Eugenio, O. *Las Prácticas de Laboratorio en la Enseñanza de las Ciencias Naturales*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos. (2012)

[7] Tiberghien, A. Jossem, L. Barojas, J. *Making the Results of Research in Physics Education Available to Teacher Educators*. (Introduction from: Connecting Research in Physics Education with Teacher Education. An I.C.P.E. Book © International Commission on Physics Education 1997, 1998). General Editors (2017).