

## Una experiencia de aprendizaje basada en el Modelo de Van Hiele

Evelio Sará<sup>1</sup>

[eveliosara@yahoo.com](mailto:eveliosara@yahoo.com)

Ángel Míguez<sup>2</sup>

[amiguez@una.edu.ve](mailto:amiguez@una.edu.ve)

Universidad Nacional Abierta.  
Venezuela

Recibido: Octubre, 2017.

Aceptado: Marzo, 2018

### RESUMEN

La siguiente investigación evaluó la efectividad del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de los contenidos *Triángulos y Cuadriláteros*. La metodología fue explicativa con un diseño cuasi experimental. Se diseñó un instrumento basado en los tres primeros niveles de Van Hiele y se aplicó a dos grupos de estudiantes del Primer Año de Educación Media. Se diagnosticó el nivel de razonamiento geométrico y se sometió el grupo experimental a las fases de aprendizajes propuestas en el Modelo para los dos primeros niveles. Se compararon los promedios de ambos grupos y el análisis reflejó que el grupo experimental exhibió mayores habilidades en los niveles de razonamientos. Entre las conclusiones más relevantes están la efectividad que tiene el Modelo para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico que exhiben los estudiantes en un determinado momento y para construir unidades didácticas que guíen el razonamiento geométrico del estudiante de un nivel a otro.

Palabras clave: Modelo de Van Hiele, Estrategias Didácticas, Aprendizaje de la Geometría.

---

<sup>1</sup> MSc. En Matemática Mención Docencia (LUZ-2015), Licenciado en Educación Matemática (UNA-2009). Cargos desempeñados: Profesor ordinario UNA-Trujillo. Preparador del área de matemática (IUTET-2000). Profesor titular del Ministerio de Educación. Profesor Investigador (A)-A1, 2014. Subdirector de áreas técnicas, coordinador de proyectos, coordinador de pasantías. Ponente en Jornadas de Investigación en Educación (UNA, LUZ) y del IX Congreso de Educación Matemática. Talleres realizados: Formación docente y uso educativo de las TIC, elaboración de artículos científicos, uso del SPSS en investigaciones experimentales, ¿Cómo diseñar una unidad didáctica con contenido geométrico?, Inducción y formación UNA, reflexiones onto-epistémicas en el discurso humanista científico.

<sup>2</sup> MSc. en Educación mención enseñanza de la Matemática 1 993 UPEL Licenciado Docente en Matemáticas 1 985 USB. Técnico Industrial mención electrónica 1 975 ITJO. Profesor de la UNA desde 1999. Profesor en Educación Media General desde 1 982 hasta 1 993. Autor Artículos: Cómo estructurar una lección de matemática para ser usada en la Educación a Distancia. 2 007 Revista SAPIENS, Los ejemplos, ejercicios, problemas y preguntas en las actividades de aprendizaje de matemática. 2 003 Revista Educación y Pedagogía y El aula, los alumnos y el profesor de matemáticas. 2 002 Revista Enseñanza de la Matemática.

## **A learning experience based on the Van Hiele Model**

Evelio Sará

[eveliosara@yahoo.com](mailto:eveliosara@yahoo.com)

Ángel Míguez

[ajmiguez@gmail.com](mailto:ajmiguez@gmail.com)

Universidad Nacional Abierta.  
Venezuela

*Received: October, 2017.*

*Accepted: March, 2018.*

### **ABSTRACT**

The following investigation evaluated the effectiveness of the Van Hiele Model in learning the contents of Triangles and Quadrilaterals. The methodology was explanatory with a quasi-experimental design. An instrument based on the first three Van Hiele levels was designed and applied to two groups of First Year students of Middle School. The level of geometric reasoning was diagnosed and the experimental group was submitted to the learning phases proposed in the Model for the first two levels. The averages of both groups were compared and the analysis showed that the experimental group exhibited greater abilities in the levels of reasoning. Among the most relevant conclusions are the effectiveness of the Model to diagnose the level of geometric reasoning exhibited by students at a certain time and to build teaching units that guide the geometric reasoning of the student from one level to another.

Keywords: Van Hiele Model, Didactic Strategies, Learning of Geometry.

## Uma experiência de aprendizagem baseada no Modelo de Van Hiele

Evelio Sará

[eveliosara@yahoo.com](mailto:eveliosara@yahoo.com)

Ángel Míguez

[ajmiguez@gmail.com](mailto:ajmiguez@gmail.com)

### RESUMO

A seguinte investigação avaliou a efetividade do Modelo de Van Hiele na aprendizagem dos conteúdos Triângulos e Cuadriláteros. A metodologia foi explicativa com um desenho quase experimental. Desenhou-se um instrumento baseado nos três primeiros níveis de Van Hiele e aplicou-se a dois grupos de estudantes do Primeiro Ano de Educação Média. Diagnosticou-se o nível de raciocínio geométrico e submeteu-se o grupo experimental às fases de aprendizagens propostas no Modelo para os dois primeiros níveis. Compararam-se as médias de ambos grupos e a análise refletiu que o grupo experimental exibiu maiores habilidades nos níveis de raciocínios. Entre as conclusões mais relevantes estão a efetividade que tem o Modelo para diagnosticar o nível de raciocínio geométrico que exibem os estudantes em um determinado momento e para construir unidades didáticas que guiem o raciocínio geométrico do estudante de um nível a outro.

Palavras-chave: Modelo de Van Hiele, Estratégias Didáticas, Aprendizagem da Geometria.

## 1. Introducción

La Ley Orgánica de Educación (2009) vigente en Venezuela, establece que el nivel de Educación Media está integrado por dos opciones: educación media general con duración de cinco años y educación media técnica con duración de seis años. Los programas educativos del nivel de Educación Media contemplan la enseñanza de la asignatura Matemática en el currículo escolar, entendiendo que la misma favorece el desarrollo de esquemas o estructuras conceptuales en la mente del estudiante, además de ser un instrumento de alto valor desarrollado para tratar con nuestro ambiente físico (Skemp, 1980).

Existen tres tipos de argumentos que, desde el punto de vista matemático, y según Rico (1998a) justifican la presencia de la asignatura Matemática en el currículo escolar: en primer lugar, la matemática tiene alto valor formativo porque desarrolla las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan el pensamiento formal; en segundo lugar, la matemática es importante por su utilidad, debido a que aparece en variadas formas de expresión humana y permite codificar información y obtener una representación del medio social y natural y en tercer lugar, la Matemática proporciona, junto con el lenguaje, uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los estudiantes.

El informe de la UNESCO (2011) señala que, para el caso venezolano, existe un déficit de profesionales graduados en el área de educación matemática que corresponde a un 19,16% de lo requerido. Asimismo, en las proyecciones realizadas por el Ministerio del Poder Popular para la Educación (2015) se vislumbran las necesidades docentes en varias

asignaturas y, de manera específica, figura en este estudio el déficit de profesionales en el área de educación matemática.

En consecuencia, el desconocimiento de los contenidos y de las estrategias didácticas por parte de profesionales no graduados en educación matemática, los cuales han sido incorporados al sistema educativo en vista del mencionado déficit, ha generado una disminución en la calidad de enseñanza de los temas de Matemática. Es por ello que se requiere de profesionales graduados en el área de educación matemática, con el interés y las capacidades para mejorar la praxis en el aula, que incluyan en su planificación instruccional la evaluación diagnóstica del conocimiento que poseen sus estudiantes, para posteriormente crear unidades didácticas basadas en las teorías y métodos que se han establecido en diversas investigaciones realizadas en el área de educación matemática (Howson Keitel y Kilpatrick, citado por Rico, 1998b).

El papel del docente de matemática es importante para la producción de conocimientos en los estudiantes. Los profesores de matemáticas deben implementar unidades didácticas de manera organizada y secuenciada que permitan construir el conocimiento en el estudiante y, de no lograr este objetivo, debe abordarse la reflexión sobre las causas de la falta de éxito (González, 1994; Gutiérrez, 1999; Mosquera, 2006; Orton, 1988).

Según Iglesias y Ortiz (2016) “una unidad didáctica con contenido matemático es una tarea didáctico – matemática que exige a los profesores la puesta en práctica de conocimientos y competencias profesionales vinculadas con el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento didáctico del contenido matemático” (p. 2) de lo cual se

desprende que la función de la instrucción es ayudar al desarrollo cognitivo de los estudiantes y facilitar el aprendizaje de dicha asignatura.

Dentro de la matemática, la geometría ha jugado un papel importante en la construcción del corpus que actualmente integra los textos escolares. Con el surgimiento del álgebra, los contenidos de los textos escolares y los programas de estudios se han inclinado hacia esta rama de la matemática, desplazando los contenidos de geometría. En la mayoría de los casos, los temas referidos a esta última son considerados secundarios en los libros de textos para el primer año del nivel de Educación Media (Hernández y Villalba, 2001; Rivero, citado por Pérez y Ruiz, 2010; Rodríguez, 1995). En ese particular, Alsina (citado por Mariño, 1999) advierte que;

Existe un consenso, en la comunidad de Educación Matemática, sobre la necesidad de garantizar en los alumnos una buena formación en Geometría. Sin embargo, la ausencia de tal formación durante muchos años ha producido en el alumno y en el docente inseguridad y a la vez cierto desinterés por la enseñanza y aprendizaje de la Geometría (p. 72).

El escaso abordaje de contenidos de geometría por parte de los docentes ha dejado vacíos en el conocimiento geométrico de los estudiantes, lo que se refleja en la dificultad para abordar problemas de identificación, ubicación espacial, reconocimiento de figuras y cuerpos, comparación, y abstracción, entre otros. Por ello, se debe enseñar Geometría debido a que estimula el pensamiento espacial, el interés y la creatividad de los estudiantes en Matemática (Gutiérrez, 1999; Maya,

2013). Estos conocimientos son de gran valor al establecer relación con el entorno social, y al contextualizar la realidad con el imaginario regional y cultural en el que está inmerso el estudiante. En ese sentido, la tarea principal del docente es enseñar y que el estudiante adquiera los conocimientos, mostrando la finalidad y aplicación de lo aprendido en el aula (Macnab y Cummine, 1986; CENAMEC citado por Mosquera, 2008; Propuesta del Currículo Nacional Bolivariano, 2007; Terán, Pachano y Quintero, 2008).

De la misma manera, el docente del área de matemática debe prestar mayor atención al nivel de razonamiento que exhiben los estudiantes y, con base en esto, crear unidades didácticas que permitan el desarrollo cognitivo del estudiante y, por ende, el aprendizaje de la Geometría. En este sentido, Orton (1988) indica que “es evidente que las unidades didácticas deben fragmentarse minuciosamente en secuencias” (p. 209). Por su parte, Braga (1991) plantea que “el Modelo de Van Hiele proporciona un esquema útil de organización del currículo y del material de aprendizaje que ha tenido una influencia real en la elaboración de currículos de geometría en distintos países” (p. 5).

En sus trabajos, los esposos Van Hiele enfatizan la idea de que el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez (Gutiérrez y Jaime, 1990). Es decir, dan importancia a la organización misma del proceso de la enseñanza y el aprendizaje, así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados. Cabe agregar que otra de las ventajas del uso del modelo de Van Hiele en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría radica en el

diagnóstico previo que es posible realizar para determinar el nivel de razonamiento geométrico de cada estudiante.

La geometría además de relacionarse con los contenidos programáticos de las asignaturas como dibujo técnico y ajuste mecánico, que pertenecen al currículo de las Escuelas Técnicas Agroindustriales, también se relaciona con las actividades prácticas que se desarrollan en asignaturas como soldadura, la cual requiere la medición y el cálculo de área de los materiales que se utilizan en las actividades de taller que se realizan en este tipo de instituciones. Esto le permite al docente valerse del modelo de Van Hiele para crear unidades didácticas que, dentro de su metodología de enseñanza, relacionen sus clases de geometría con las actividades cotidianas y así producir el aprendizaje en los estudiantes.

De igual manera, la aplicación de los cuestionarios basados en los niveles de Van Hiele le permite al docente de matemática de una Escuela Técnica Agroindustrial establecer el nivel de conocimiento geométrico que exhiben sus estudiantes al iniciar el primer año de Educación Media. Esto facilita el diseño de unidades didácticas para abordar los temas de geometría en los cuales los estudiantes exhiben debilidades. Por otra parte, las unidades didácticas diseñadas por los docentes deben estar orientadas a la contextualización de los temas de geometría, relacionándolos con las actividades cotidianas que realiza el estudiante, para afianzar de esta forma el conocimiento que se adquiere progresivamente.

El objetivo fundamental de esta investigación fue presentar el Modelo de Van Hiele como una alternativa didáctica en la cual el docente puede indagar y clarificar la forma de organizar sus estrategias didácticas para lograr el aprendizaje de la



geometría en los estudiantes de primer año de Educación Técnica Agroindustrial. De ahí que se plantea la siguiente interrogante ¿Cuál es la efectividad del empleo del Modelo de Van Hiele en la construcción de las estructuras geométricas? Los objetivos del estudio fueron los siguientes:

## **2.- Objetivos de la investigación**

### 2.1.- Objetivo General

Evaluar la efectividad del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de los contenidos *Triángulos y Cuadriláteros* en los estudiantes de primer año de Educación Técnica Agroindustrial.

### 2.2.- Objetivos Específicos

Diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico alcanzado por los estudiantes de Primer Año de Educación Técnica Agroindustrial, previo al estudio del tema de *Triángulos y Cuadriláteros*.

Diseñar una unidad didáctica siguiendo las fases de aprendizaje establecidas en el Modelo de Van Hiele para los tópicos: *Triángulos y Cuadriláteros*.

Comparar el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran los estudiantes del grupo control y el grupo experimental después de aplicar una unidad didáctica sobre *Triángulos y Cuadriláteros*.

## **3.- Marco teórico**

### 3.1.- Modelo de Van Hiele

En los años 50, los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele Geldof trabajaban como profesores de enseñanza secundaria en Holanda en la asignatura de geometría. A partir de su experiencia docente, ellos elaboraron un modelo para explicar, por un lado, cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y, por otro, cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos a mejorar su razonamiento geométrico (Van Hiele, 1986). El modelo consta de dos partes: 1) los niveles de razonamiento geométrico; 2) las directrices a seguir por los docentes o fases de aprendizaje. Los niveles de razonamiento son entendidos como los estadios del desarrollo de las capacidades intelectuales del estudiante, los cuales no están directamente ligados con el crecimiento o la edad. Estos niveles son:

*Nivel 1: Visualización o Reconocimiento.* Los estudiantes en este nivel perciben las figuras y cuerpos por su forma como un todo, por su apariencia y no por sus partes y propiedades. Este se limita a descripciones.

*Nivel 2: Análisis.* Los estudiantes en este nivel comienzan a discernir las características definitorias de los cuerpos y las figuras geométricas. Las propiedades que surgen se usan para la contextualización de las formas. En él se identifican partes y se usan para su clasificación.

*Nivel 3: Ordenación o Clasificación.* En este nivel los estudiantes pueden establecer interrelaciones entre los elementos definitorios de un cuerpo o figura (relaciones entre lados y ángulos) y la relación que existe entre figuras (cuadrados, rombos, rectángulos).

*Nivel 4: Deducción Formal.* En este nivel el estudiante entiende lo que es una deducción, comienza a ver a la geometría como un sistema de axiomas, postulados,

definiciones y teoremas. La persona entiende y construye una demostración, entiende el rol que juegan las condiciones necesarias y suficientes y distingue una afirmación de su recíproca.

*Nivel 5: Rigor.* En este nivel se analizan diversos sistemas deductivos, comprenden los aspectos formales de la deducción como consistencia, independencia y completitud de los postulados.

En las directrices a los profesores o fases del aprendizaje, el Modelo propone para cada nivel una secuencia de cinco fases. Estas fases son:

*Fase 1: Información.* Se trata de determinar, o acercarse lo más posible a la situación real de los alumnos/as.

*Fase 2: Orientación Dirigida.* Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar.

*Fase 3: Explicitación.* Interacción, intercambio de ideas y experiencias entre alumnos/as. El papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

*Fase 4: Orientación Libre.* Aparecen actividades más complejas referidas a la aplicación de lo adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje.

*Fase 5: Integración.* En esta fase no se trabajan contenidos nuevos sino que se sintetizan los ya trabajados.

#### **4.- Marco metodológico**

##### **4.1.- Tipo y diseño de la investigación**

Para la realización de este estudio se utilizó un alcance explicativo y un diseño cuasi experimental a fin de determinar el nivel de razonamiento geométrico que caracterizaba a los estudiantes antes y después de aplicar el experimento. La unidad didáctica basada en la variable Modelo de Van Hiele se implementó para observar su efecto y relación sobre la variable aprendizaje de la geometría (Hernández, Fernández y Batista, 2010). En el estudio se tomó una población censal debido a que las muestras eran pequeñas, se incluyeron 40 estudiantes, quienes conformaron todos los elementos de la población.

#### 4.2.- Procedimiento

Para desarrollar este estudio se diseñaron dos unidades didácticas; a) una unidad didáctica adaptada a la forma tradicional que usa el docente y b) una unidad didáctica diseñada siguiendo las fases de aprendizajes del Modelo de Van Hiele. Los materiales curriculares y materiales didácticos empleados fueron similares en ambas unidades didácticas, siendo la única variante la forma de concebir los procesos de la enseñanza y el aprendizaje de los temas *Triángulos y Cuadriláteros*. En este estudio se consideraron los dos primeros niveles propuestos en el Modelo, dado el desarrollo evolutivo en que se encontraban los estudiantes (edades comprendidas entre los 11 y 13 años).

Para pasar al nivel próximo de razonamiento, los estudiantes desarrollaron variadas actividades secuenciadas, de acuerdo a las cinco fases de aprendizaje. Las actividades diseñadas debían proporcionarles experiencias de exploración a través del recorte de papel, uso del geoplano, doblado del papel, sopa de letras, colecciones de figuras, tangram chino, mapas conceptuales, uso del papel

milimetrado, uso de los instrumentos geométricos, entre otros. Asimismo, para el aprendizaje geométrico, la docente hizo hincapié en la observación de experiencias sensibles, visuales y táctiles como facilitadoras para el logro de la abstracción, entendiendo por observación, en este contexto, el hecho de ver, de notar, lo común que puede haber en situaciones diversas (movimientos, formas, figuras, entre otros), lo diferente en objetos y acciones, y lo característico de cada objeto (Lastra, 2005). La profesora que participó en la aplicación de las estrategias, recibió la capacitación respectiva en cuanto al uso del Modelo de Van Hiele y se le brindó acompañamiento durante todo el proceso.

#### 4.3.- Técnicas e Instrumentos para la recolección de datos.

En el presente estudio se utilizó la técnica de la observación. Para tal fin, se diseñó una guía de observación la cual permitió el registro de la secuencia de la clase impartida y las argumentaciones dadas por los estudiantes. Además, se utilizó una prueba estandarizada; se diseñó un instrumento ad hoc basado en los tres primeros niveles de Van Hiele.

La prueba aplicada a los estudiantes consideró aspectos como: a) definición de objetivos generales en cada nivel de razonamiento, b) asignación a cada nivel de razonamiento de los indicadores que determinan el logro de los objetivos específicos, c) preparación de los ítems para la prueba y, d) preparación de la prueba para su uso. La prueba focalizó la evaluación en los tres primeros niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele en los temas “*Triángulos y Cuadriláteros*”. Cada uno de estos niveles fueron especificados por los indicadores.

En el diseño de los ítems de este instrumento fueron considerados los aportes de algunos investigadores como Usinskin (1982), Crowley (1987), Lastra (2005) y Fouz (2006), (ver Anexo). A continuación se mencionan los descriptores abordados en cada uno de los niveles:

Evaluación del nivel 1: Visualización o Reconocimiento. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) reconocer cuadriláteros en figuras de polígonos convexos, 2) identificar un trapecio por su forma, 3) reconocer un eje de simetría en ejes dibujados en cuadriláteros, 4) generar una forma rectangular con un mínimo de piezas triangulares, 5) Identificar un paralelogramo por su forma.

Evaluación del nivel 2: Análisis. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero según dos propiedades dadas. 2) seleccionar la forma que tiene un cuadrilátero según tres propiedades dadas, 3) identificar la definición en función de la propiedad matemática (un par de lados paralelos) de un trapecio, 4) conjeturar la forma del cuadrilátero (rombo) que se forma al plegar un cuadrado por los puntos medios de sus lados simétricamente y luego recortarlo, 5) identificar las propiedades de los rombos, 6) describir las propiedades de los cometas.

Evaluación del nivel 3: Ordenación o clasificación. Se consideraron los siguientes descriptores: 1) identificar la propiedad (lados opuestos iguales) para construir un paralelogramo, 2) identificar la forma del cuadrilátero (trapecio) que cumple con las propiedades dadas, 3) deducir que los ángulos internos de un cuadrilátero suman  $360^\circ$  a partir de dividirlo en dos triángulos, 4) reconocer el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.

#### 4.4.- Aplicación del Modelo de Van Hiele.

En la aplicación del Modelo de Van Hiele se consideró la siguiente secuencia instruccional en cada fase de aprendizaje para el tema Triángulos y Cuadriláteros:

#### Cuadro 1

#### Tema: Triángulos y sus elementos.

Nivel	Fases de aprendizaje
Visualización	<p><b>Información:</b> Se indaga el nivel de razonamiento previo que poseen los estudiantes sobre la definición de un triángulo y los elementos que lo conforman: lados, ángulos y vértices. Una vez conocidas las respuestas de los estudiantes se marca el punto de partida del tema.</p>
	<p><b>Orientación Dirigida:</b> El docente da las pautas y procedimientos para construir el concepto de triángulo y señalar los elementos que lo conforman. Para esto se usan los instrumentos geométricos regla y compás. La buena secuencia didáctica permitirá que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen y apliquen las ideas y los procedimientos en la representación de triángulos y sus elementos.</p>
	<p><b>Explicitación:</b> En esta etapa los estudiantes realizan trabajos en equipo, construyen triángulos en hojas de papel milimetrado siguiendo las indicaciones dadas por el docente, perfeccionan su lenguaje geométrico a través de la identificación de los elementos en un triángulo cualquiera.</p>
	<p><b>Orientación Libre:</b> El docente facilita a los estudiantes una guía instruccional con varios problemas referidos a la construcción de triángulos y a la identificación de sus elementos con cierto grado de complejidad que les obligue a un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.</p>
Análisis	<p><b>Integración:</b> En esta etapa el docente capta a los estudiantes que han obtenido el aprendizaje para crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados. Se realizan las actividades remediales para los estudiantes que aún se les dificulta la construcción e identificación de triángulos y sus elementos. Es una etapa de nivelación y asimilación del conocimiento.</p>
	<p><b>Información:</b> Se indaga los conocimientos previos de los estudiantes con relación a la clasificación de los triángulos según sus lados y según sus ángulos.</p>

**Cuadro 1****Tema: Triángulos y sus elementos. (Cont.)**

Nivel	Fases de aprendizaje
<b>Análisis</b>	<p><b>Orientación Dirigida:</b> Haciendo uso de regla y compás el docente construye los distintos tipos de triángulos señalando las características de cada uno. De igual manera, el docente le facilita material fotocopiado al estudiante y construye distintos tipos de triángulos en el geoplano.</p> <p><b>Explicitación:</b> En esta etapa los estudiantes realizan trabajos en equipo, siguiendo las indicaciones dadas por el docente construyen triángulos e identifican los distintos tipos de triángulos. Asimismo, los estudiantes construyen triángulos en el geoplano y los representan en sus cuadernos de trabajo.</p> <p><b>Orientación Libre:</b> El docente facilita a los estudiantes una guía instruccional con varios planteamientos referidos a la clasificación de los triángulos y les incentiva a que construyan distintos triángulos usando el tangram chino.</p> <p><b>Integración:</b> Se realimenta el contenido. Se afianzan los conceptos de la clasificación de los distintos triángulos y se crean discusiones entre los pares para nivelar el grupo. Se asignan actividades grupales.</p>

**Cuadro 2****Tema: Cuadriláteros y sus elementos.**

Nivel	Fases de aprendizaje
<b>Visualización</b>	<p><b>Información:</b> El docente indaga el nivel de razonamiento que posee el estudiante respecto al tema cuadriláteros y sus elementos. Esto le permite al docente marcar el punto de inicio del tema.</p> <p><b>Orientación dirigida:</b> A través del material fotocopiado y haciendo uso del tangram chino, el geoplano u otro material curricular se dan a conocer los tipos de cuadriláteros existentes. Los estudiantes identifican en una “<i>sopa de letras</i>” los nombres de los tipos de cuadriláteros. Seleccionan de un set de figuras geométricas las que tienen cuatro lados.</p>



Cuadro 2 Tema: *Cuadriláteros y sus elementos. (Continuación).*

Nivel	Fases de aprendizaje
Visualización	<p><b>Explicitación:</b> Haciendo uso del material didáctico preparado por el docente, el estudiante reconoce los cuadriláteros por su forma y por su apariencia física. La idea es que se produzca el trabajo en equipo entre los estudiantes, reconozcan los cuadriláteros utilizando un vocabulario geométrico (nombrando cada una de las figuras). Los estudiantes reproducen distintos cuadriláteros a través del dibujo, desde el geoplano y los clasifica. De igual manera, los estudiantes realizan actividades donde manipulan, colorean, dibujan y construyen cuadriláteros. En síntesis, el estudiante: 1) denomina las figuras de cuatro lados “cuadriláteros” y cuentan el N° de vértices, lados, ángulos, 2) dibujan diagonales de un cuadrilátero y determinan el N° de vértices, ángulos, lados y diagonales y 3) seleccionan desde un set de figuras geométricas el cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, entre otros y los describe según sus características.</p> <p><b>Orientación Libre:</b> Usando ejemplificaciones más complejas, el docente propone situaciones en las cuales el estudiante perfeccione su pensamiento geométrico. Dentro de las actividades propuestas están: 1) reconocer de un set de figuras geométricas las que son cuadriláteros, 2) explorar las características de los cuadriláteros al realizar clasificaciones con distintos criterios, 3) descubre procedimientos para seleccionar los cuadriláteros que tienen lados iguales.</p> <p><b>Integración:</b> En esta fase el docente “nivela” a todos los estudiantes en el nivel de razonamiento que desea alcanzar. Se repasa todo el contenido, se crean discusiones entre los estudiantes y el docente realimenta las respuestas dadas por cada uno. Dentro de las actividades empleadas están las que se relacionan con la resolución de problemas que ameriten la manipulación de figuras geométricas, la medición y el conteo.</p> <p><b>Información:</b> A través de actividades didácticas los estudiantes reconocen rectas paralelas y reconocen las figuras que no son cuadriláteros justificando las respuestas dadas.</p>
Análisis	<p><b>Orientación dirigida:</b> El docente da a conocer las distintas características que poseen los cuadriláteros y esquematiza en una tabla resumen los cuadriláteros y los ejes de simetría que los conforman. Los estudiantes guiados por el docente determinan el número de rectas paralelas que posee cada cuadrilátero y los agrupan según el número de rectas paralelas.</p> <p><b>Explicitación:</b> El docente da a conocer que las figuras de dos pares de lados paralelos se llaman “paralelogramos” y las figuras con un par de lados paralelos “trapeacios”. Igualmente, el docente induce al estudiante a que</p>

determinen los cuadriláteros que son “paralelogramos” como: cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.

**Orientación Libre:** El docente prepara material didáctico que le permita al estudiante las siguientes destrezas: 1) agrupar los cuadriláteros de diferentes formas indicando sus propiedades, 2) medir, colorear, doblar, cortar para identificar propiedades de los cuadriláteros, 3) comparar figuras de acuerdo a las propiedades que las caracterizan (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide), 4) reconocer los ejes de simetría en un cuadrilátero.

**Integración:** En esta fase el estudiante 1) identifica o traza una figura dada una descripción oral o escrita de sus propiedades, 2) asocia propiedades de acuerdo al tipo de cuadrilátero, 3) resuelven problemas geométricos que requieren el conocimiento de propiedades de figuras, relaciones o aproximaciones intuitivas.

## 5.- Discusión de los resultados

### 5.1.- Análisis del pretest

Se basa fundamentalmente en la comparación de las medias aritméticas de los resultados obtenidos por ambos grupos en cada uno de los tres primeros niveles de Van Hiele. Asimismo, se anexa un análisis aplicando la prueba t de student para conocer el grado de significancia entre las medias de los niveles de van Hiele y entre las medias de los dos grupos de estudiantes.

Cuadro 3 Promedios obtenidos en el pretest

Nivel	Estudiantes de 1° “B” (%)	Estudiantes 1° “C” (%)	Diferencia de Medias	Estadístico t
1	38,57	34	4,57	0,58
2	32,9	22	10,86	0,09
3	12,86	10	2,86	0,57
Promedio General	29,43	22,80	6,63	0,10

Los resultados del pretest (Cuadro 3) muestran que los estudiantes de 1° “B” y 1° “C” exhiben muy pocas habilidades en los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele; se verificó una diferencia entre las medias de ambos

grupos a favor del grupo de estudiantes de 1° “B”. Sin embargo, se observó una significación estadística asociada al estadístico  $t > 0,05$  concluyendo que no existen diferencias significativas en ambos grupos. En conclusión, ambos grupos (B y C) tenían una condición inicial similar con una ligera ventaja para el grupo B, al cual se optó por llamar grupo control.

## 5.2.- Análisis del Cuasi experimento

El cuasi experimento fue aplicado solo para los dos primeros niveles de Van Hiele visualización y análisis. Las observaciones realizadas se sintetizan a continuación:

**Cuadro 4**  
**Conductas observadas en los niveles de visualización y análisis**

Nivel	Fases	Conductas Observadas
Visualización	Información	Los estudiantes presentaron dificultad para identificar los elementos de un triángulo. Igualmente presentaron dificultades para identificar el romboide, el trapecio escaleno y los trapezoides simétricos.
	Orientación Dirigida	Los estudiantes representaron varios triángulos en sus cuadernos y señalaron sus elementos. Asimismo, se familiarizaron con los nombres de los cuadriláteros identificándolos en una sopa de letras.
	Explicitación	Los estudiantes representaron triángulos y cuadriláteros utilizando el juego geométrico en hojas de papel milimetrado. Posteriormente colorearon las figuras construidas.
	Orientación Libre	Los estudiantes indagaron los pasos para construir un triángulo cualquiera utilizando regla y compás. En los cuadriláteros, los estudiantes presentaron dificultades para clasificarlos según las características de cada uno.
	Integración	Los estudiantes identificaron los elementos de un triángulo y representaron la clasificación de los cuadriláteros a través de un mapa mental (cartulina, papel bond, entre otros).
Análisis	Información	Los estudiantes no clasificaban los triángulos según sus lados y según sus ángulos. En los cuadriláteros, los estudiantes no identificaban los ejes de simetría en ninguno de los cuadriláteros presentados.

Orientación Dirigida	Se representaron triángulos en el geoplano y en el cuaderno de notas. Asimismo, los estudiantes dibujaron los cuadriláteros en hojas de papel milimetrado y trazaron sus ejes de simetría.
Explicitación	Los estudiantes construyeron con regla y compás los triángulos equiláteros, isósceles y escalenos. La docente presentó dificultades en la instrucción. Por otra parte, los estudiantes construyeron cuadriláteros usando las piezas del tangram chino.
Orientación Libre	Los estudiantes dibujaron triángulos y los clasificaron de acuerdo a sus ángulos y sus lados. También, dibujaron cuadriláteros, los recortaron y doblaron para encontrar ejes de simetría.
Integración	Los estudiantes hicieron un esquema resumen de la clasificación de los triángulos. Los cuadriláteros se clasificaron de acuerdo a sus ejes de simetría.

### 5.3.- Análisis del postest

Los resultados obtenidos, una vez aplicadas las unidades didácticas se muestran en el cuadro siguiente:

Cuadro 5 Promedios obtenidos una vez aplicado el experimento

Nivel	Grupo Control (%)	Grupo Experimental (%)	Diferencia de Media	Estadístico t
1	55,38	61,82	6,43	0,54
2	29,2	40,0	10,77	0,13
Promedio General	41,0	49,82	8,82	0,14

Los resultados muestran que los estudiantes de 1° “B” y 1° “C” exhiben mayores habilidades en el nivel 1 de Van Hiele. Aunado a esto muestran habilidades básicas del segundo nivel, se verificó una diferencia entre las medias de ambos grupos a favor del grupo de estudiantes de 1° “C”. Sin embargo, se observó una significación estadística asociada al estadístico  $t > 0,05$  concluyendo que no existen diferencias significativas en ambos grupos. En general, en el grupo experimental se observó un desempeño superior, en términos estadísticos, en la adquisición de

habilidades de razonamiento geométrico en los tópicos *Triángulos y Cuadriláteros* en los niveles 1 y 2 de Van Hiele, respectivamente, producto de la aplicación de las Fases de Aprendizaje propuestas en el Modelo de Van Hiele, en comparación con el grupo control, al cual se le administró la estrategia tradicional de enseñanza.

## **6.- Conclusiones**

De los resultados obtenidos se puede concluir que los estudiantes que ingresan al primer año del nivel de Educación Media en la Escuela Técnica Agroindustrial seleccionada exhiben bajo conocimiento de geometría, en lo que respecta a los tópicos de *Triángulos y Cuadriláteros*. En el pretest aplicado se evidenció que los estudiantes exhiben mayores habilidades de los temas en el nivel de visualización, que corresponde al primer nivel de Van Hiele.

Las fases de aprendizaje propuestas en el Modelo de Van Hiele y contempladas en la unidad didáctica aplicada al grupo experimental produjeron mejores resultados con respecto al grupo control debido a que en el poco tiempo de aplicación de la experiencia de aprendizaje basada en el Modelo de Van Hiele, se observó que los estudiantes exhibieron mayores habilidades en los temas estudiados. Esto evidenció la efectividad de estas fases en cuanto a la secuencia instruccional que consideró el docente en el momento de impartir sus clases de geometría. Además, se evidenció que los estudiantes del grupo experimental exhibieron mayores habilidades en los niveles de razonamiento en los contenidos *Triángulos y Cuadriláteros*.

La experiencia evaluó la efectividad del Modelo de Van Hiele, como instrumento eficaz para diagnosticar el nivel de razonamiento geométrico que exhibe un grupo de estudiantes en un determinado momento, y como una herramienta didáctica para la construcción de unidades didácticas que marquen el inicio y ritmo de aprendizaje de los estudiantes, una vez conocido su nivel de razonamiento geométrico.

El estudio demostró que el aprendizaje es secuencial y se produce una transición entre un nivel y el otro, aspecto que se evidenció en la comparación del pretest con el postest del grupo experimental: mientras el estudiante adquiere la totalidad del conocimiento en un nivel N, simultáneamente va adquiriendo conocimientos del nivel N+1. En conclusión, el aprendizaje no se produce a “saltos” sino de manera secuencial y organizada. No obstante, cabe destacar la necesidad de aplicar las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele durante períodos prolongados, ya que ello garantiza mayor nivel de razonamiento geométrico de los estudiantes.

## Referencias

- Braga, G. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 1-6). Caracas, Venezuela: UNA.
- Crowley, M. (1987). The Van Hiele Model of the development of geometric thought. En Lindquist, M. (editor) *Learning and teaching geometry, k-12 1987 Yearbook*. NCTM. (pp. 1-16). Reston,VA: NCTM

- Fouz, F. (2006). Test geométrico aplicando el Modelo de Van Hiele. *Sigma revista de matemáticas* 28(5), 33-58.
- González, F. (1994). *Fundamentos epistemológicos y psicológicos. Paradigmas en la Enseñanza de la Matemática*. Caracas: IMPREUPEL.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele. Práctica en educación Matemática*. Sevilla: Alfar.
- Gutiérrez, A. (Ed.). (1999). *Área de conocimiento didáctica de la matemática*. Madrid, España: Síntesis.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw-Hill.
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). Perspectiva de la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 6-17). Caracas, Venezuela: UNA.
- Iglesias, M. y Ortiz, B. (2016, noviembre). *¿Cómo diseñar una unidad didáctica con contenido geométrico?*. Ponencia presentada en el IX Congreso Venezolano de Educación Matemática. Barquisimeto.
- Lastra, S. (2005). *Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, aplicada en escuelas críticas*. (Tesis de maestría). Chile. Recuperado de [www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastras/sources/lastras.pdf](http://www.tesis.uchile.cl/tesis/uchile/2005/lastras/sources/lastras.pdf).
- Ley Orgánica de Educación. (2009). *Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela*, N° 5.929 (Extraordinario), 15-08-2019.

- Macnab, D. y Cummine, J. (1986). *La enseñanza de las matemáticas de 11 a 16. Un enfoque centrado en la dificultad*. Madrid, España: Visor.
- Mariño, A. (1999). El geoplano: Un recurso manipulable para la enseñanza de la geometría. En Velásquez, J. (compilador) *Didáctica de la Geometría*. (pp. 72-90). Caracas, Venezuela: UNA.
- Maya, L. (2013). *Estrategias didácticas para docentes en el proceso de enseñanza de la Geometría en la educación primaria*. Tesis de Especialista. Universidad Valle del Momboy. Trujillo, Venezuela.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2007). *Currículo Nacional Bolivariano. Diseño Curricular del Sistema Educativo Bolivariano (Propuesta)*. Caracas, Venezuela: Autor.
- Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2015). *Graduados en educación y necesidades docentes, proyecciones al 2019*. Caracas, Venezuela.
- Mosquera, J. (2006). *Evaluación de los aprendizajes en Matemática*. Caracas, Venezuela: UNA.ruiz
- Mosquera, J. (2008). *Matemáticas y Ciencias. Integración en el Área de Matemática y Ciencias*. Caracas, Venezuela: UNA.
- Orton, A. (1988). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid, España: Morata.
- Pérez, C. y Ruiz, M. (2010). *Estrategias lúdicas aplicando el modelo de Van Hiele como una alternativa para la enseñanza de la geometría*. (Tesis de pregrado, Universidad de los Andes). Mérida. Recuperado de [http://tesis.ula.ve/pregrado/tde\\_busca/archivo.php?codArchivo=2151](http://tesis.ula.ve/pregrado/tde_busca/archivo.php?codArchivo=2151)



- Rico, L. (1998a). Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional. *Relime*, 1(1). 22-39
- Rico, L. (1998b). Concepto de currículum desde la educación matemática. *Revista de Estudios del Currículum* 1(4), pp. 7-42
- Rodríguez, A. (1995). Enseñanza de la matemática en Venezuela. ¿Un cuento del mendigo? *Boletín Asociación Matemática Venezolana*. 2(2):73-79.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Morata.
- Terán, M., Pachano, L., y Quintero, R. (2008). *Enseñanza de la geometría en la educación básica: estrategias didácticas. Cuaderno del Seminario N° 1*. Mérida: Fondo Editorial Programa de perfeccionamiento y Actualización Docente.
- UNESCO. (2011). *Datos mundiales de educación*. Séptima edición. Recuperado de <http://www.ibe.unesco.org/>
- Usinskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Columbus, EE.UU: ERIC
- Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight*. New York: Academic Press.

## 8.- Anexos

Cuestionario aplicado a los estudiantes de primer año de Educación Media basado en los tres primeros niveles de Van Hiele:

1. Pedro dibujó un cuadrilátero. ¿Cuál es?



(a)



(b)



(c)



(d)



2. El sombrero de Andrés tiene forma de trapecio. ¿Quién es Andrés?



(a)



(b)



(c)



(d)

3. ¿En qué cuadrilátero NO se dibujó un eje de simetría?



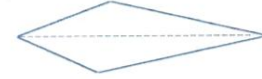
(a)



(b)



(c)



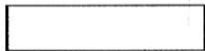
(d)

4. Emilio dice:

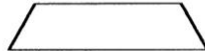


Tengo una figura que tiene cuatro ángulos rectos y sus lados opuestos son iguales

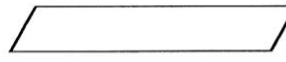
¿Cuál es la figura de Emilio?



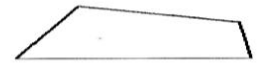
(a)



(b)



(c)



(d)

5. Para identificar un cuadrilátero, Génesis presentó las siguientes pistas:



No tiene ángulos rectos

Posee dos lados largos y dos lados cortos

Sus lados opuestos son paralelos

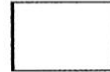
¿Cuál es el cuadrilátero de



(a)



(b)



(c)



(d)

6. Rosa dibujó un cuadrilátero que tiene sólo un par de lados paralelos. ¿Qué cuadrilátero dibujó?

(a) Trapezoide

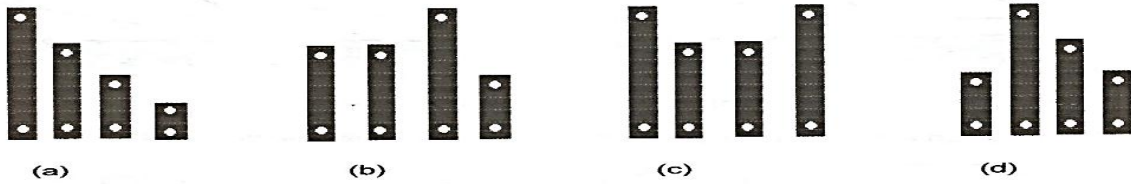
(b) Cuadrado

(c) Trapecio

(d) Rombo

7. José debe elegir 4 palitos para construir un paralelogramo.

¿Cuáles son los palos que debería elegir José para formar el paralelogramo?



8. Sarai dice:



"Tengo un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos y lados de diferente medida"

¿Cuál es el cuadrilátero de Sarai?



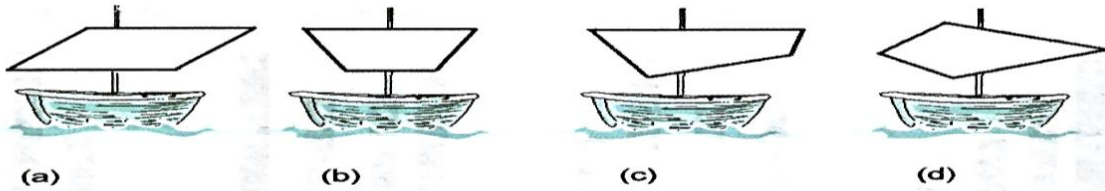
9. Observa el triángulo dibujado en el cuadrículado.



¿Cuántos triángulos iguales a él debes agregar en el cuadrículado para formar un rectángulo?

- (a) 1                      (b) 2                      (c) 3                      (d) 6

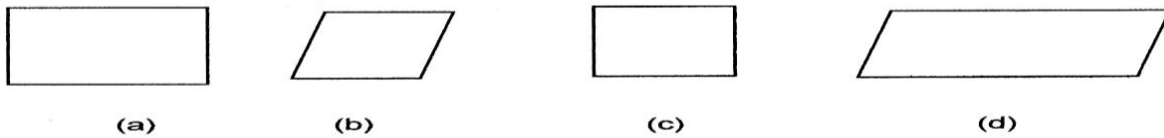
10. ¿Qué bote tiene la vela con forma de paralelogramo?



11. En la figura se muestran los dobleces de una hoja de papel



Al cortar el papel, ¿Qué figura se obtiene?



12. María sabe que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180°

¿Cuánto suman los ángulos internos de un cuadrilátero?



13. He aquí dos afirmaciones:

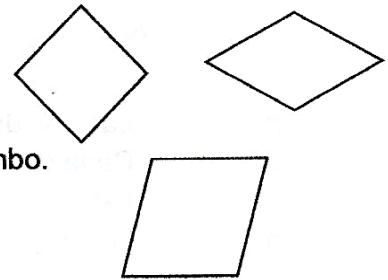
- 1) El triángulo "ABC" tiene tres lados iguales.
- 2) En el triángulo "ABC", los ángulos B y C tienen la misma medida.

¿Cuál es la respuesta correcta?

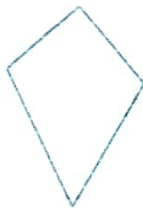
- (a) Las afirmaciones 1) y 2) no pueden ser ciertas a la vez.
- (b) Si la primera afirmación es cierta, entonces la segunda es cierta.
- (c) Si la segunda afirmación es cierta, entonces la primera es cierta.
- (d) Si la primera afirmación es falsa, entonces la segunda es falsa.

14. Un rombo es una figura de cuatro lados de igual longitud (Tres ejemplos se muestran a la derecha). ¿Cuál de las respuestas **NO ES CORRECTA** en un rombo?

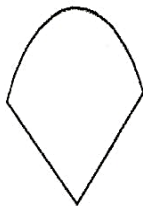
- (a) Las dos diagonales tienen la misma longitud.
- (b) Cada diagonal es bisectriz de dos ángulos del rombo.
- (c) Las dos diagonales son perpendiculares.
- (d) Los ángulos opuestos tienen la misma medida.



15. ¿Cuáles de las siguientes respuestas sobre "COMETAS" son ciertas?



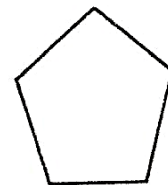
(a)



(b)



(c)



(d)

- (a) Sólo "C" es una cometa
- (b) Todas pueden ser cometas
- (c) Sólo "B" y "D"
- (d) Todas las respuestas anteriores son falsas.